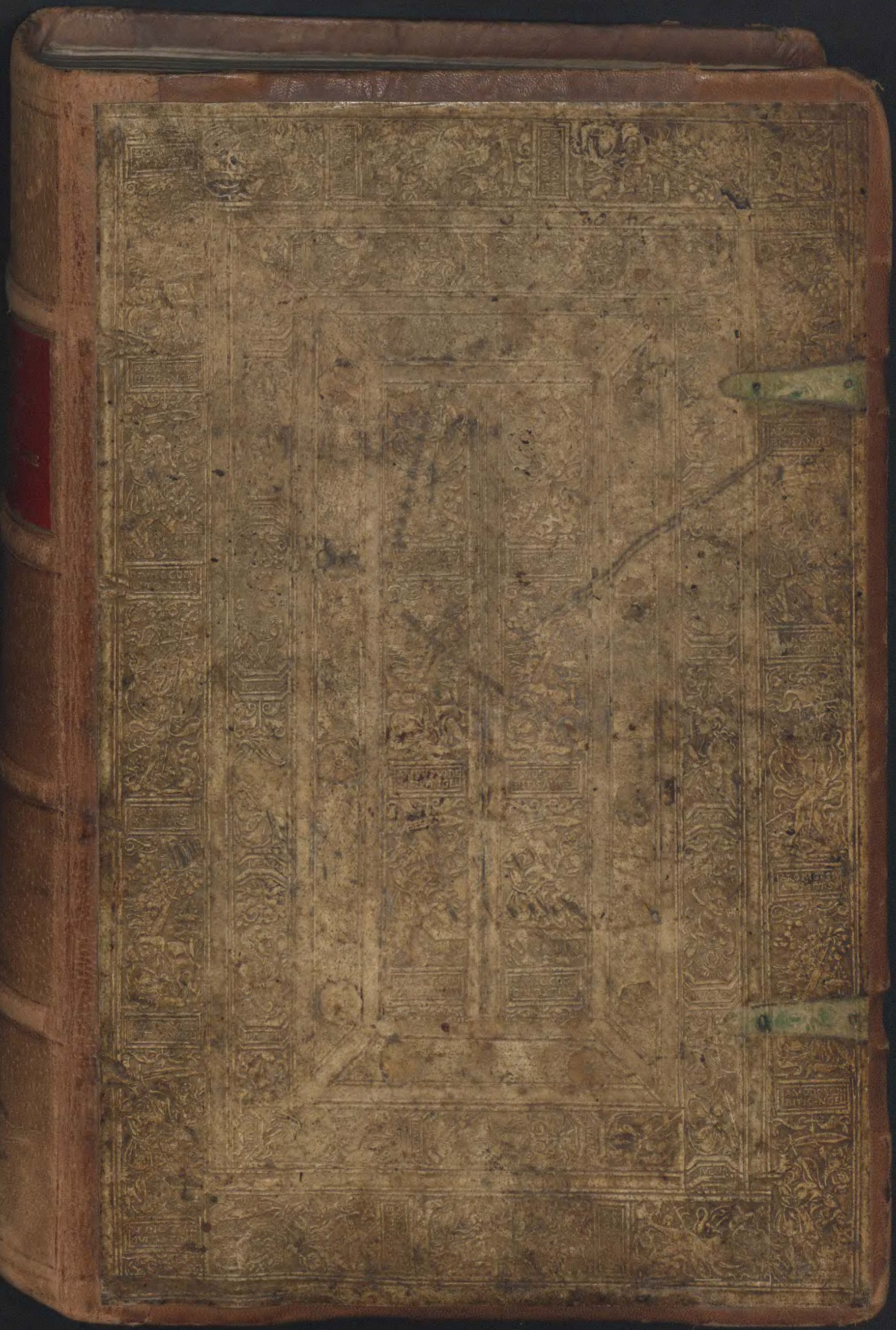


VITELLIO

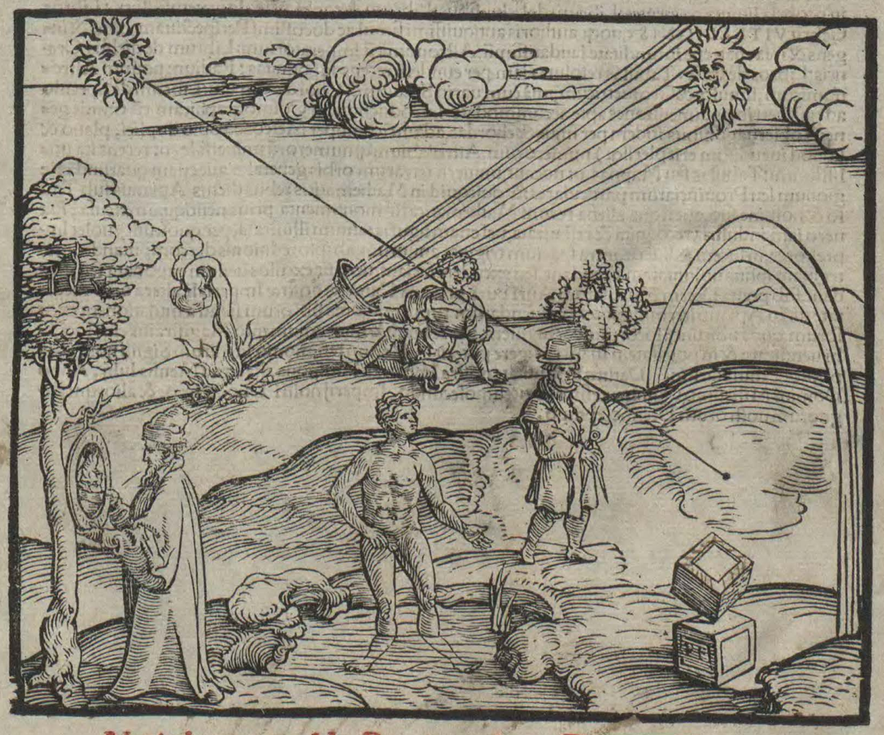
DE NATURA
RATIONE
ET PROIECTIONE
RADIORUM

VITELLIONIS MATHEMATICI DOCTISSIMI περὶ ὀπτικῆς,

id eſt de natura, ratione, & proiectione radiorum uiſus, luminum, colorum atq; formarum, quam uulgo Perſpectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nuſquã extant, tum uero de proiectione, infractione, & refractione radioꝝ uiſus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus tranſparentibus atq; ſpeculis, planis, ſphæricis, columnaribus, pyramidalibus, cõcauis & conuexis, ſcilicet cur quædam imagines rerum uiſarũ æquales, quædã maiores, quædam minores, quædam rectas, quædã inuerſas, quædam intra, quædã uero extra ſe in aëre magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædã eundem in contrariũ oſtendant: quædã Soli oppoſita, uehementiſſime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uiſum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omniũ conſenſu, primas in hoc ſcripti genere tenet) diligentiſſime tradita, ad ſolidam abſtruſarum rerum cognitionem, non minus utilia q̃ iucunda. Nunc primum opera Mathematicoꝝ præſtantiſſ. dd. Georgij Tanſtetter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Io. Petreium, Anno MDXXXV.

~~[illegible]~~

M. Nicolai Broscij Coll. 3/2 Astrologiæ et Geometriæ Ordinarij Professoris

empt. fl. 4.

Post mortem Clarissimi Dni Broscij emit discipulus suus privatus M. Josephus Wisniowski Ph: D. et tandem ordinatione Divina et Voluntate Superiorum Collega Minor, Astrologiaeq; ac Geom: Ord: Prof: factus A.D. 1680.

Præceptori amantissimo Dominus det requiem æternam.

post fata Collegij Maioris Bibliothecæ in Univ. Crac.

CAROLVS Quintus Diuina fauente clementia Romanorum Imperator ſemper Auguſtus, ac Germaniæ. Hiſpaniarũ, utriuſq; Siciliæ, Hieruſalem, Hungariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, &c. Rex, Archidux Auſtriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Comes Habſpurgi, Flandriæ, Tyrolis &c. Vniuerſis & ſingulis notum eſſe uolumus. Quum noſter & Imperij ſacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilime ſupplicauerit, quòd Ephemerides quaſdam, unà cum aliis infra commemoratis opuſculis, maximo ſuo ſumptu, pariq; tum inuentionis tum æditionis labore, in cõmunem bonorum ſtudioſorumq; omnium uſum candide & humaniter ædere ſecum cõſtituerit, Vereaturq; iam ne eadem ab aliis quoq; qui ex alterius incommodo ſuum aucupari contendunt commodum, quiq; alieno labore bene parta, in ſuum ipſorum male conuertunt uſum, imprimerentur, id quod in ſuum haud uulgare detrimentum redundaret, quatenus Priuilegij noſtri prærogatiua ad certum annorum numerum, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignaremur. Quumq; nos eorũ, quum opera diligenti ac ſedula, tum uigilantia ſua non mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendunt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec ſumptui parcentes nec labori, liberaliter inſumunt, Reipub. inſigniter prodeſſe ſolent, emolumentum promouere, contra diſpendium amouere, pro germano & innato nobis ad eximia honeſtiſſimaq; ingenuarum artium ſtudia fauore ſtudeamus, ſit ut facilius Apiano quoq; prædicto, precibus eiuſdem & ſupplici petitioni cõdeſcendentes, Gratiam noſtram hac in re impertiamus ſingularem. Omnibus itaq; & ſingulis Chalcographis, Bibliopolis, & quibuſuis aliis tenore præſentium diſtricte inhibemus, ne uidelicet infraſcriptos libros, quos præ nominatus Apianus uel iã æditioni deſtinauit, uel æditurus eruditis oĩbus in publicum cõmunicaturus eſt unq;, puta Ephemerides ab anno ſalutis noſtræ Milleſimo quingenteſimo tricеſimo quarto ad Septuagelimum ſupra Milleſimum & quingenteſimum duraturas, præterea libros de Vmbris, Centiloquium Arithmetices: & alium adhuc de Arithmetica libellum, cum Regulis Coſſæ demonſtratis: De menſuratione uaſorum cum artificiali partis uacuæ inuentione: Schedulas diarias ſiue Almanak cum iudicijs annalibus, ſeu (ut uulgus loquitur) Practicis, quibus aeris mutationes, dierumq; electiones ſingulæ continentur: Libros item de coniunctionibus: Ptolemæum ex nouiſſima illa Vuilibaldi Pyrckameri translatione, ante hac nunquam æditum, cũ Tabulis correctiſſimis, & in quadrangularem figuram (cuiuſmodi hactenus excuſæ non ſunt) conformatis: Ptolemæi etiam libros Græce, eruditos eos ſane, & (quod tanto authore digniſſimum erat) elegantes, natiumq; illam ſuam gratiam in propria lingua retinentes: Librum de Eclypſibus: Librum Azophi Aſtrologi uetuſtiſſimi: Libros Gebri: VITELLIONIS quoq; authoris antiquiſſimi ſimul ac doctiſſimi Perſpectiuam, opus & ingens & ipſa materiæ iucunditate laudatiſſimũ: Aſtronomicũ Imperatorium: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas reſolutas iam per eundem recens ſupputatas: Radium nouum Aſtronomicum, ſimulq; & Geometricum, unà cum uario Sinuum & Chordarum uſu: Librum de Speculo ad pulcherrimas dimenſiones apte accommodato: Introductionem Coſmographicam cũ omnis generis obſeruationibus itidem per ſinus & chordas, adiuncto inſuper Meteoroſcopio duplici, plano & (quod inauditum erit pleriſq;) numerorum, Aſtrolabiumq; numerorũ uniuerſale, ut recens ita utiliſſimum: Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarum orbis generales, aut etiam quarundã Regionum ſeu Prouinciarum particulares: & quicquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub Titulo & nomine ſuo, aut ſi qua aliena rerum Mathematicarũ monumenta prius neutiquam excuſa, ſua uero iam induſtria recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantum illuſtrata, per quoſcunq; uolet Impreſſores, in lucem ædiderit, intra ſpacium triginta annorum, ab ipſo æditionis die computando, præter ſuam ipſius uoluntatem, excudant, ſeu excudere faciant, neq; ſic excuſos uenum exponant ſeu uendant, ſub pœna Decem Marcharum Auri puri, pro una Cameræ noſtræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluendarum, tum amiſſionis librorum ſic ad æmulationem excuſorum, quos ubicunq; locorum nactus fuerit, per ſe ſiue ſuos, aut adiumento Magiſtratus eius loci, ſibi uendicare & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri appenſione munitarum. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Ratiſpona, die tertia Menſis Iulij, Anno Domini Milleſimo Quingenteſimo Triceſimoſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Regnorum noſtrorum Decimoſeptimo.

ILLVSTRISSIMO PRIN

CIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COmiti Palatino Rheni, & utriuſq; Bauariæ Duci &c. Domino ſuo gratioſiſſimo, Georgius Tanſtetter Collimitius Regius phyſicus & Mathematicus S. D.

CVM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hãc noſtrã uſq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel ſuas ipſorum lucubrationes uel aliena ſcripta à ſe è tenebris eruta, ac luci & quaſi uitæ reſtituta, in publicũ emittere deſtinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquem ſingularem, uel bene de ſe meritum uel uirtute præditum, uel ipſum eruditũ ac literis probe tinctum, ac eius artis quæ in libro eo tractatur ſtudioſum, cuius nomini dedicati ſiue proprij ſiue alieni labores auſpicato prodirent. Quorum ego in præſentiarum inſtitutum in primis decens atq; honeſtum rite æmulatus Illuſtriſſime Princeps, tuæ Celſitudini alienum, ſed præclarum tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potiſſimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inſcribere dedicare conſtitui. Cum præſertim cauſæ propter quas ſingulas alij libros ſuos inſcripſerunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celſitudinem tuam, atq; his longe maiora, neceſſe habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celſitudinẽ tuam, & huiuſmodi ſtudijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare ſolere. Tum anno ſuperiore, cum hic inclitus ac potentiſſimus Rex Ferdinandus per hyemẽ ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties ſtudio Mathematico illectus me domi meæ inuiſere non es grauatus, ac non ſolum prima illa rudimenta eius artis ſcienter mecum exprompſiſti, ſed etiam de illis, quæ & ſtudium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abſtruſa elegãter diſſeruiſti. Deinde tot ſunt uirtutes tuæ ac tantæ quibus inſigniter eniteſcis, ut ſi ꝑ ſingulis libri ſint tibi dedicandi, nulla unq; cuius copioſa & affluenter inſtructa Bibliotheca ſit ſatis futura. quas ſi ſigillatim nominare uelim modũ profecto Epiſtolæ egrederer. Vnam hanc è multis ſingularem ac notabilem cõmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cũ grauiſſima & periculoſa obſidione Vienna Auſtriæ cingeretur, circũfuſo longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama excitus modo aduentus hoſtium, & formidoloſæ impreſſionis ſponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxiſti, anteq; teterrimi hoſtes urbem omni ex parte circumueniſſent. Qua quidem in urbe toto illo obſidionis tempore omnia propugnationis munia ſic obijſti, ut noctes dieſq; ad ſigna nihil laboris ac diſcriminis refugiens primis ſemper immixtus & ipſe primus conſtiteris, alioſq; defenſanda ad mœnia ſubinde luculenta & maſcula oratione fueris exhortatus, ſic ut fortiter dicere, fortius agere, fortiſſime pugnare, prõptus habeare & expeditus, nihil ſtrennuiſſimo conceſſurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq; præcipue defenſi cõſeruatiq; fuerint, Illuſtriſſime Princeps author hic, quẽ tuæ Celſitudini dedico, haud minus q; quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Auſtriam hoſtium exercitu inter reliquam librariam ſupellectilem relictus, niſi per te, haud ſecus ac ciuis alter quisq; defenſus fuiſſet, capta urbe ac direpta, & uerè extrema paſſus interijſſet. Itaq; pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet, à te conſeruatus, uindicatusq; ab exitio, & mea nunc opera in publicũ emiſſus tibi dedicationis munere grata mentis confeſſionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen eſt gentile Vitello, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus . DC. uixit. Et abſolutum hoc opus πολὺ ὀπτιμῶς ſummo iudicio pariq; diligentia conſcripſit, exactoq; ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclariſſimæ huius artis apprehenſionem cõſummatamq; ſcientiã attinet, nihil in eo deſiderari poſſit, eum Celſitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, ſimulq; obnixe rogo, animum dantis, & affectũ potius q; ipſum oblatum munus intuearis, & Tanſtetterum, quem hactenus fouiſti, pari benignitate porrò etiam proſequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illuſtriſſime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriuſq; Bauariæ Ducem &c. Vrſinus Velius.

Iampridem magnis animi ſpectate periclis
Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima ſeruatæ fueras qui cauſſa Viennæ,
Hoſtibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq; tum obſeſſus ſe nunc tibi dedicat author.
Hæc tibi ſeruati præmia ciuis habe.
Quod non hoſtili fuerit deperditus igni,
Perpetuo dici geſtit, & eſſe tuus.
Huic tibi conſimilem debere fatetur honorem
Tanſtetter, cuius prodit hic auſpicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen
Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET utriuſq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati ſuo clementiſſimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnaſio Ingolſtadienſi ꝓfeſſor, ſalutẽ precatur & incolumitatẽ.

SVBINDE mecum ipſe admirari ſoleo, Princeps illuſtriſſime, hominum quorundem inhumanum adeo ingenium atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobiliſſimas quaſq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miſeris proſcindere modis, non ſine maximo contemptu, digni profecto ipſi, qui ex hominũ numero reijciantur. Neq; multo diuerſum eſt & eorum inſtitutum, qui non quidem ſemel omnes comtemnunt literas, ſed ex ea lucroſa iſta & illiberaliter quæſtuoſa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non ſit (ut ipſi loquuntur) de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc noſtro ſæculo alioqui in bonarũ artium ꝓfectu feliciſſimo ſuus artibus honos, hinc uidemus uniuerſam iam philoſophiã elangueſcere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani ſeruiunt lucrando. Solari autem in hac re uiciſſim nos debet, quod omnibus retro ſæculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti ſunt oſores huiuſmodi, maximi quoq; uiri uſq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendũ ſit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenſo literarum odium cõflagraſſe, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infeſtum fuiſſe literis, ut uirus ac peſtem publicam eas appellarit, ſed quur obſecro non odiſſet, quorum ipſe adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem ſubſcribere poſſet? Rectius ſenſerunt plærique omnes ueterum Rhomanorum, quorũ quiſq; habitus eſt præſtantior, quo fuit in ſolidis artibus, maxime uero philoſophiæ & eloquẽtiæ ſtudijs uerſatior. Superfluũ fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones & reliquos uiros ſapientiæ ſtudijs clariſſimos cõmemorare. Quis non eximiũ Auguſti admiretur ſtudium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri magni uere regium, & ab optimo præceptore non male inſtitutum commendat ingenium? Certe, ut ex noſtratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigiſmundus Imperator non ipſe tantum bonarum literarum ſtudia fouit, doctiſq; & literatis omnibus egregie fauit, ſed reliquos etiam Germaniæ Principes plærunq; accuſauit, qui latinas odiſſent literas. Inſuper etiam à quibuſdam reprehenſus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina (ex quibus nobilitatem metior) cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignũ dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Fruſtra autem hæc ego omnia Celſi

Celſitudini tuæ cõmemoro, cui tantus eſt in literas & literatos omnes fauor, tantusq; ſtudij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter reſpondens amori profectus, ut minus iam mirũ mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perſpectiua authorem illuſtriſſimæ tuæ Celſitudini dedicare inſtituerit, uir clariſſimus D. Georgius Tanſteter Collimitius Regius phyſicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex ſelectiſſimis ſuæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic ſcriptor ad lucem aliquãdo ꝓgreſſus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui miniſterium illud offerendi authorem hinc Celſitudini tuæ optimæ de me ſemper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctiſſimo, maxime quum author ipſe nunc ueluti recens natus atq; in lucem æditus, tam præclare de Perſpectiua ſcripſerit, ut unus merito omnibus qui de hac re ſcripſerunt ſit anteferendus. Nõ male quidem ſcripſit ſuper hac materia Pomponius Gauricus, ſed paucioribus quàm ut ſuſcepto reſpondeat argumento, ex ueteribus ſuper ſunt monumenta, Alhazen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioãnis Piſani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorũ, & forte aliorũ quæ aliqñ ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noſter Vitellio, in quo ædendo nihil ſane neglectum eſt, quod ad uniuerſi huius ſtudij faciat ꝓfectum, nos quoq; ꝓ candore noſtro, & in omnes ſtudioſos beneuolentia authorẽ hunc figuris, & omnibus ad hanc rem neceſſarijs ita illuſtrauimus, ut ne ſtudioſi habeant quod in nobis deſiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, niſi ut optimo uiro D. Georgio Tanſtetter ſatis uideor feciſſe, & opus hoc illuſtriſſimæ Celſitudini tuæ cũ paratiſſimis obſequijs obtuliſſe. Bene ualeat nunc nobis omnibus T.C. illuſtriſſime Princeps, & bonarũ artiũ profectũ ſedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die nõ longe ante meridiem Iupiter blando & amico aſpectu Venerem ſibi uetera rem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aſpexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATO-

RI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITE-
lo filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis
radio fœlicem intuitum,& intellectũ perſpicuum ſubſcriptorum.

VNIVERSALIVM entium ſtudioſus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, ſic coniunxit, ut uoluntas tua mihi ſit imperium, me quoq; arceat ab effectibus tibi diſplicentium paſſionum. Quia ergo tibi, ut totius entis ſedulo ſcrutatori, dũ ens intelligibile à primis ſuis prodiens principijs, entibus indiuiduis ſenſibilibus per modum cauſæ, actu mentis coniungeres, & ſingulo; cauſas ſingulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiã inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales ſuperiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiũ uniuerſi, diuinæ uirtutis incorporaliter ſunt participes, ſed per ſuperiora ſui ordinis contractã uirtutẽ participãt ut poſſunt, ſicut & in alio ſubſtantia; intellectiuarum ordine inferiores ſubſtantias per ſuperio; ſui ordinis illuſtrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuſcuiuſq; natura fert, per modum intelligibilium influentia; fieri mentis acumine perſpexiſti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnis q; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinũ lumen per modũ intelligibile eſt principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia diſponunt. Corporaliũ uero influentiarũ lumẽ ſenſibile, eſt mediũ ſuperioribus corporibus perpetuis ſecundũ ſubſtantiã ſolũ in potentia ad ubi exiſtentibus infima corpora, quæ ſecundũ formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Eſt enim lumen ſupremarum formarum corporalium diffuſio per naturam corporalis formæ materijs inferio; corpo; ſe applicans, & ſecundelatas formas diuinorum & indiuidualiũ artificum per modũ diuiſibilem caducis corporibus imprimẽs, ſuiq; cũ illis incorporatione nouas ſemper formas ſpecificas aut indiuiduas producẽs, in quibus reſultat per actum luminis diuinũ artificium tam moto; orbium q; mouenti um uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimenſionibus corpo;, quibus influit, ſe coæquat, & extenſione capacium corporum ſe extendit: attamen quia fontẽ, à quo profluit, habet ſemper ſecundũ ſuæ uirtutis exordiũ, proſpicere dimenſionem diſtantiæ, quæ eſt linea recta, per accidens aſſumit, ſicq; ſibi nomẽ radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis ſemper eſt in aliqua ſuperficie naturali. Superficierum uero paſſio, quæ per terminantes lineas eis accidit eſt angulus: ideo radio luminoſo conſideratio adiacet angularis, & rectis angulis radio; perpendicularitas eſt cauſa. Obliquatio uero irradiantis corporis ſuper irradiatum corpus, acutos cauſat angulos & obtuſos, & ſecundũ huiuſmodi luminariũ influentiarũ uariantur. Cum itaq; tua ſolertis diligentia ingenij ſecundũ hæc cœleſtiũ influentia; diuinam uirtutem reſpectu rerum capacium imitari proſpiceret, & non ſolum ſecundũ uirtutes agentes, ſed ſecundum diuerſitatẽ modi actionis, res actas diuerſari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uerſari, eiuſq; diligenti inquiſitioni ſtudioſam animã applicare.

Libros itaq; ueterũ tibi ſuper hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerboſitatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præſertim quia tibi cõmiſſum officium pœnitentiariæ Romanæ eccleſiæ, cuius curæ partẽ geris, credens plus intellectu practico q; ſpeculatiuo, pœnitentibus ſuccurrere, te cohibuit à multitudine uidendo;: maluiſti enim languentium animarũ diuino antidoto languoribus ſuccurrere, q; ipſo; hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, ſub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluiſti conſtringere, ut hoc laboris tibi placiti onus ſubirem, hisq; materijs mihi nondũ cognitis, animum applicarem. Atego, qui cunctis iuſſionibus tuis obtemperare deſidero, uelle tuum ſuſcipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conſcribendum ſuſceperam capitulum, in tempus ſemoui, præſentisq; operis diſpendium pro meæ poſſibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conſcribendum. Attendens quoq;,quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in ſenſum,& q; lumen ſit primum omniũ formarum ſenſibilium, quod'q; rerum ſenſibilium omniũ cauſas efficientes intendamus perquirere,quoꝝ plurimas differentias uiſus nobis oſtendit. Præmiſſorum per modũ entium uiſibilium perſcrutatio placuit,ſicut & eadem uiri,qui ante nos plurimi tractauerunt huius ſcientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes,quoꝝ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formaꝝ actionis modum occultiſſimum pertractandũ,ut opus præſens tuis affectibus reſpondeat,ſcribentis intentio ſe declinet. Quòd enim in ſenſu uiſus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipſius ſenſus abſentia in rebus naturalibus nulla tenus euitatur. Senſus enim præſentia nihil addit actionibus naturaliũ formaꝝ. Omnem itaq; modum uiſionis Mathematica uel naturali demonſtratione tranſcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum paſſionum uiſibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ poſſibilitatis modulo tractabo. In omnibus eñ illis uidendi modis,formæ naturales ad uiſum ſe diffundunt,radijq; uiſuales non exeunt ad capeſcendas formas rerum. Vnde ſi præſentiæ formaꝝ diffuſarum per corpora naturalia ipſarum ſuſceptibilia,uiſus non affuerit,non propter hoc naturalis actio nõ erit, ſed formæ in ſubiecta corpora ſibi diſſimilia,imprimẽt quantum poſſunt. Tu itaq; uir deſideriorum omnis ſcientialis boni, ſuſcipe quod fieri mandaſti,, in quo ſi quid incultũ inueneris,perſpicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuiſio, & quid in ſingulis tractetur.

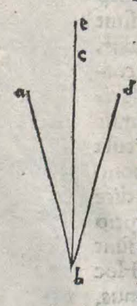
PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus diſtinguendum. Volentes eñ omne ens uiſibile,ut ſuæ uiſibilitati paſſio accidit,Mathematica demonſtratione cõcludere, & hac uia eatenus ut nobis eſt poſſibile,certius ambulare,librum hunc per ſe ſtantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis,& paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent,quæ ſunt ſolum duo,quibus in hac ſcientia ſumus uſi,ut in proceſſu poſtmodum patebit. In primo itaq; huius ſcientiæ libro axiomata præmittimus,quæ præter elementa Euclidis huic ſcientiæ ſunt neceſſaria. Et in hoc ea duo,quæ demonſtrata ſunt ab Appollonio,declaramus. Plurima & hoꝝ,quæ in hoc libro præmittimus,continentur in eo libro,quem de elementatis concluſionibus nominamus,in quo uniuerſaliter omnia conſcripſimus,quæ nobis uiſa ſunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris poſterioribus Euclide, pro particularium neceſſitate ſcientiarum uniuerſaliter concluſa. In ſecundo quoq; hoc noſtro libro,de modo projectionis radioꝝ per medium unius diaphani,uel plurium,ſuper figuras corpoꝝ diuerſas: Necnon de projectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per feneſtras tractauimus,ut de his quæ præambula ſunt actioni ſenſibili formarum naturalium,& quæ fiunt non exiſtente ſenſu. In tertio uero libro de organo uiſus,deq; eſſentiali modo uidendi ſuo modo tractauimus,ut patitur ſcientia Opticoꝝ. In quarto quoq; libro percurrimus decepti ones,quæ accidunt uiſui ſecundũ directum modũ uidendi per unum mediũ,ſiue ſint paſſiones Mathematicæ,ſiue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi,qui fit per reflectiones à politis corporibus,quæ ſpecula dicimus, transferentes tractauimus de paſſionibus communibus omni ſpeculo, ſiue ſit planum,ſiue ſphæricũ, columnare ſiue pyramidale,concauum uel conuexum. Hæc enim ſunt omnia ſpecula, à quibus regularis poteſt fieri reflectio,ut nos declarabimus ſuo loco: nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolũ corpora polita artificio,ſed potius per naturam. Quia dũ demonſtrationem his ſpeculis applicamus,naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit,in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculoꝝ diſcurrimus,cœleſtes & om

& omnes naturales influentias à ſubiectis corporibus ſub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuerſitatibus latens eſt naturæ operatio, & ab eiſdem agentibus ſecundum huius diuerſitatis modum fit diuerſitas formarum,& accidit uiſibus,ſi ad locum reflectionis deueniant,ut ad ipſos fiat reflectio: quoniã uiſibus ut quodam poſteriori formis naturalibus & corporibus exiſtentibus ipſorum præſentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; ſpeculorum cõmunes paſſiones,& omnes proprietates ſpeculorum planorum in quinto libro propoſuimus. In ſexto uero libro demonſtramus paſſiones,quæ accidunt uiſibus & rebus ex reflectione facta à ſpeculis ſphæricis conuexis. In ſeptimo uero poſuimus paſſiones accidentiũ à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis,& hæc duo ſpecula ſimul coniunximus propter conformitatem plurium paſſionum. In octauo,de reflectionibus quæ fiunt à ſpeculis ſphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his,quæ fiunt à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de ſpeculis quibuſdam irregularibus,à quorum totali ſuperficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum,quæ ſpecula comburentia dicimus,adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius ſcientiæ,agimus de tertio modo uidendi, qui eſt per medium alterius diaphani,ut cũ per aerem fit uiſio ſub aqua uel ſub uitro. Et de deceptionibus,quæ ex hoc accidunt uiſui: nam & ſi uiſus non fuerit,eædem paſſiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus paſſionem ſoli uiſui accidentẽ ex diuerſitate mediorum,ut eſt impreſſio arcus dæmonis,qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præſenti ſcientia ortum habet. Sicq; quaſi omnium uiſibilium generabilibus paſſionibus percunctatis,operi finem damus. Patet itaq; ex præmiſſis,quòd triplex eſt modus uidendi. Quidam per unum medium tantum,qui eſt uiſio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uiſibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uiſibilium propter diuerſitatem mediorum. Sunt quoq; tres modi uidendi ſignum ſunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœleſtium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum ſuſceptibile,& hæc actio eſt fortior, quoniam eſt directe intenta per naturam,& fit ſecundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti,quando eſt corporalis debilitas,propter remotionem maiorem agentis ab ipſo actu. Sol eñ nõ adeo calefacit remotiora ſicut propinquiora calefactibilia quæ ſunt eiuſdem diſpoſitionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: cuius enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris tranſeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius,ut à ſpeculo ſphærico conuexo. Eſt ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in paſſionibus ſpeculoꝝ aſſimilante ſe figura corporis à quo fit reflectio figuræ ſpeculari. Tertia uero maneries naturalium actionum,eſt per plura media diuerſorũ diaphonorum,quæ ſimiliter in ſuo modo agendi diuerſitatem accipit,quam uiſibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uiſus ſignum eſt,non cauſa, niſi forte deceptio ſit per ſe proueniens in uiſu: quoniam non exiſtente perceptione uiſiua,idem modi ſunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmiſſis,aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus,quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, ſola nominatione numeri libri & theorematis contenti ſumus. Dũ uero aliquid ex hoc noſtro libro adducimus,& numerũ & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

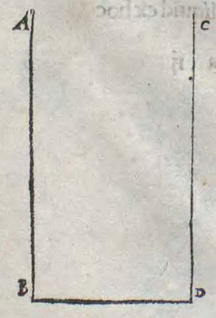
DIFFINITIONES.

QVæ uero per modũ principioꝝ huic primo libro præmittimus, ſunt iſta. Kathetum dicimus lineã perpendicularem ſuper ſuperficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctũ lineæ ſuper ſuperficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel ſuperficiem dicimus, quæ extrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel ſuperficiem dicimus, quæ intrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam ſuper ſuperficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ ſuper planã ſuperficiẽ in puncto ſuæ incidentiæ ſuperficiẽ conuexã uel concauã cõtingentẽ eſt erecta. Circuli ſeinuicẽ ſecantes dicunt, quoꝝ diametris eſt aliqua linea cõmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus ſphæræ dicitur, qui tranſiens centrum ſphæræ, diuidit ipſam in duo æqualia. Minor uero circulus ſphæræ dicitur, qui neq; tranſit centrum ſphæræ, neq; diuidit ipſam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri ſunt æquales. Sphæras uel circulos ſeinuicem continentes æquediſtantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauũ maioris ſunt æquales. Sphæras ſeinuicem cõtingentes dicimus, quæ ſe tangentes extrinſecus uel intrinſecus non ſecant. Sphæras ſeinuicem interſecantes dicimus, cũ ſphæris ſe nõ cõtinentibus diameter unius per alterã reſecat. Sphæras intrinſecus ſe interſecantes, dicimus quoꝝ maior pars unius in altera cõtinet. Superficiem planam ſphærã contingere dicimus, quæ cũ ſphæram tangat, ad oẽm partẽ educta non ſecat. Denominatio ꝓportionis primi ad ſecundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorẽ producit maiorẽ, uel quæ maiorem diuidit ſecundũ minorem. Proportio dicitur cõponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illaꝝ proportionum unius in alteram.



PETITIONES.

Petimus autem hæc. Aequales angulos ſuper idem punctum conſtitutos, æqualem continere diſtantiam æqualium linearum, ut ſi anguli a b c, & c b d, ſint æquales, & linea a b & b d ſunt æquales'. tantum diſtabit linea a b à linea b c, quantum linea b d diſtat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas ſuperficiem poſſe extendi. Item cum duæ planæ ſuperficies ſe cõtingunt, unã ex eis fieri ſuperficiem. Item duas planas ſuperficies corpus non includere. Item omnes eaſdem proportiones ex ſimilibus proportionibus componi, & in ſimiles proportiones diuidi, & eaſdem habere demonſtrationes.



THEOREMA I.

Omnes lineæ æquediſtantes in eadem ſuperficie plana neceſſario conſiſtunt.

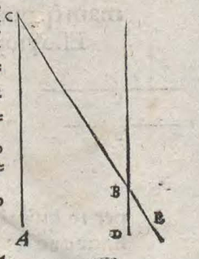
Sint duæ lineæ æquediſtantes, quæ a b & c d utcunq; diſpoſitæ, dico quod ipſæ ſunt in eadem ſuperficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungũtur, palam quoniam ipſæ ſunt in eadem ſuperficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cõiunguntur, erũt ipſæ in eadem ſuperficie. Si linea b d eſt in una tantum ſuperficie plana, quoniam ipſius partem eſſe in ſublimi, partem in plano eſt impoſſibile per primã undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d neceſſario conſiſtunt in eadẽ plana ſuperfi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod eſt propoſitum.

II.

Lineam à puncto unius linearum æquediſtantium in eadem ſuperficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere eſt neceſſe.

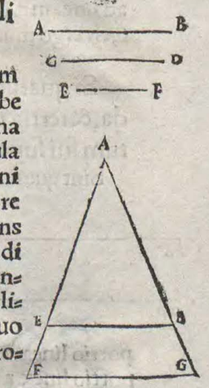
Sint duæ lineæ æquediſtãtes quæ a b & c d. quaꝝ unã ſcilicet a b ſecet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e ſecabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis eſſe ſupponitur, protrahatur uerſus ipſam lineam b e, quæ ſi concurrit cum c d, habetur propoſitũ. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquediſtantiũ linearum, quoniam linea b e eſt æquediſtans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ ſunt æquediſtantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquediſtãs lineæ a b, ſed palàm ex hypoteſi, quoniam concurrrunt, ut in puncto b, non ergo æquediſtat linea b e lineæ c d, ergo neceſſario concurrit linea b e cum linea c d, quod eſt propoſitum.



III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ ſecundum proportionem alicuius duarum proportionabilem inuenire.

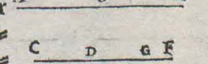
Sint datæ tres lineæ quæ ſunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b ſecundum proportionẽ aliarum duarum quæ ſunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ ſunt c d & e f, ab una linea continua abſcindatur quæ ſit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data ſcilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cõmuni diſtinguente duas lineas reſectas, qd' ſit punctũ e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ eſt a b, & à puncto f ducatur linea æquediſtans lineæ e b per 31. primi, quæ ſit f g. Deinde ꝓtrahaꝫ linea a b in cõtinuũ & directum, quouſq; ſecet lineam f g, ſecabit autem per præmiſſam, ſit itaq; punctus concurſus g. Dico, ꝙ per ſecundã 6. eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ eſt lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet altarum reſpectu reliquarum duarum demõſtrari poteſt, patet ergo propoſitum.



IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiũ linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, ſitq; linea a b maior cꝫ linea c d, addatur quoq; linea b e ipſi a b, & linea d f ipſi c d, ſintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor eſt proportio lineæ a e ad lineam c f cꝫ lineæ a b ad lineã c d, quoniã enim datæ ſunt tres lineæ quæ ſunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e ſecundum proportionẽ linearum a b & c d quæ ſit d g, quia ergo linea a b eſt maior cꝫ linea c d, patet, quia linea b e eſt maior cꝫ linea d g, ergo & linea d f eſt maior cꝫ linea d g, abſcindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipſi d g, quia ergo eſt proportio lineæ a b ad lineam c d ſicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g ſicut lineæ a b ad lineam c d, ſed per 8. quinti minor eſt ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, cꝫ ad lineam c g minorem, eſt ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d cꝫ lineæ a c ad lineam c f, & hoc eſt propoſitum.



V.

Cum fuerit proportio primi ad ſecundum tancꝫ tertij ad quartum, erit econtrario proportio ~~ſexti~~ ad primum ſicut quarti ad tertium.

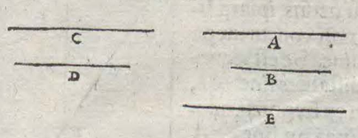
Sit enim a primum, & b ſecundum, & c tertium, & d quartum, & ſit proportio a ad b ſicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a ſicut d ad c, quoniam enim eſt proportio a ad b ſicut c ad d, erit per 16. quinti a iij permu

permutatim proportio b ad a ſicut d ad c, ſecundi uidelicet ad primum ſicut quarti ad tertium, quod eſt propoſitum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad ſecundam maior cꝫ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio ſecundæ ad primam cꝫ quartæ ad tertiam.

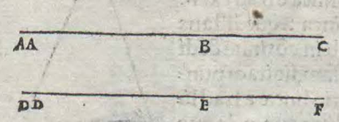
Eſto proportio lineæ a ad lineam b maior cꝫ lineæ c ad lineam d. Dico, ꝙ erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a cꝫ lineæ d ad lineam c. Sit enim per tertiam huius ut quæ eſt proportio lineæ c ad lineam d, eadem ſit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eſt proportio lineæ a ad lineam b cꝫ lineæ c ad lineã d, ex hypotheſi patet, ꝙ minor eſt proportio lineæ e ad lineam b cꝫ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eſt maior cꝫ linea e, & quia eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineã d, erit per præmiſſam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eſt autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a cꝫ ad lineam e, eſt ergo minor proportio lineæ b ad lineam a cꝫ lineæ d ad lineam c, ꝙ eſt propoſitũ.



VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior cꝫ ſecunda, & tertia maior cꝫ quarta, erit euerſim eadẽ proportio primæ ad augmentum ſui ſuper ſecundam, quæ tertiæ ad augmentum ſui ſuper quartam.

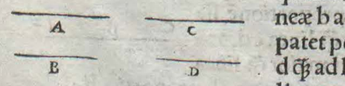
Sint quatuor lineæ ꝓportionales a c prima, b c ſecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitcꝫ linea a b maior & linea b c, & linea d f maior cꝫ linea e f excedat quocꝫ linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, ꝙ eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eſt proportio lineæ a c ad lineã b c ſicut lineæ d f ad lineam e f, eſt ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f ſicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ſicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ſicut lineæ d f ad lineam d e, quod eſt propoſitum.



VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior ſecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam cꝫ ſecundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & ſit a prima maior cꝫ b ſecunda, & ſit c tertia maior cꝫ d quarta. Dico, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d cꝫ lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c eſt maior cꝫ linea d, ex hypotheſi patet per 8. quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineã d cꝫ ad lineam c, minor uero eſt proportio lineæ b ad lineam c cꝫ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiſſum eſt, linea a eſt maior cꝫ linea b, & quoniã quicquid eſt maius maiore eſt maius minore, patet, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d cꝫ lineæ b ad lineam c, patet ergo propoſitum.



IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior cꝫ tertia, & ſecunda minor cꝫ quarta, maior erit proportio primæ ad ſecundã cꝫ tertiæ ad quartã.

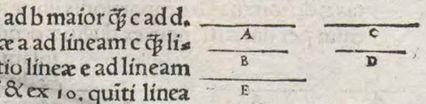
Sint quatuor lineæ a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, ſitcꝫ a maior cꝫ c, & ſit b minor cꝫ d. Dico, ꝙ maior eſt proportio a ad b cꝫ c ad d, quoniã enim linea a eſt maior cꝫ linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior eſt proportio lineæ a ad lineam b cꝫ lineæ c ad lineã b, ſed quia

Sed quia ex hypotheſi linea b eſt minor cꝫ linea d, patet per eandẽ 8. huius quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b cꝫ ad lineam d, eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam cꝫ lineæ c tertiæ ad lineam d quartã, & hoc eſt propoſitum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam cꝫ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam cꝫ ſecundæ ad quartam.

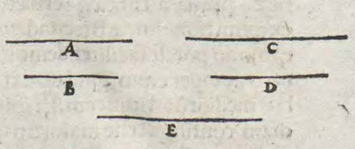
Sint quatuor lineæ a b c d, ſitcꝫ proportio a ad b maior cꝫ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c cꝫ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quiti linea e minor cꝫ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c cꝫ lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſſis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palàm ergo, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c cꝫ lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.



XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam cꝫ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam cꝫ tertiæ & quartæ ad quartam.

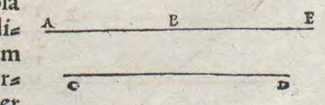
Eſto 4. lineæ a b c d maior ꝓportio a ad b cꝫ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineã b maior erit ꝓportio cꝫ totius lineæ c d ad lineã d. Sit enĩ ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineã b, q̃ lineæ c ad lineã d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineã b cꝫ lineæ e ad lineã b, ergo ꝑ 10. quinti linea a eſt maior cꝫ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior cꝫ tota linea e b, ergo ꝑ 8. quinti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineã b cꝫ totius lineæ e b ad lineã b, ꝑ 18. uero quĩti eſt ꝓportio lineæ e b ad lineã b, q̃ lineæ c d ad lineam d, eſt enĩ ex p̃miſſis ꝓportio lineæ e ad lineã b ſicut lineæ c ad lineã d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineã b cꝫ lineæ c d ad lineã d, q̃d eſt ꝓpoſitum.



XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundã ſit maior cꝫ tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam cꝫ tertiæ ad quartam.

Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineã b maior cꝫ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior cꝫ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b cꝫ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior cꝫ linea e b, ablata ergo utrobiꝫ linea b cõmuni, relinquit linea a maior cꝫ linea e, eſt ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b cꝫ lineæ e ad eandem lineã b. Sed per præmiſſa eſt proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineã d, & hoc eſt propoſitum.



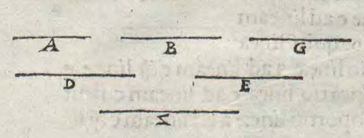
XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocꝫ ordine diſpoſitarum, quarũ mediæ ad utramꝫ extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportiõe primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiã, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper

ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipſa extrema.

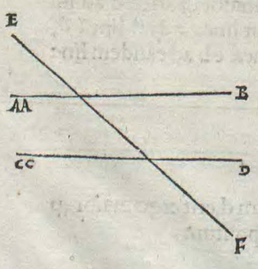
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ eſt a ſit maior ꝯ̃ media quæ eſt b, & b ſit maior ꝯ̃ tertia quæ eſt g, ſitq; ipſius b ad ambas extremas ꝓportio nota. Dico, ꝙ proportio lineæ a ad lineam g tertiã componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex ꝓportione lineæ b ad lineam g, quoniã enim proportio lineæ a ad lineã b eſt nota, ſit quantitas d denominatio illius ꝓportionis, & ſimiliter quia proportio lineæ b ad lineam g eſt nota, ſit denominatio illius ꝓportionis quantitas e, & ſit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineã g. Dico, ꝙ ex ductu e in d fit z, quoniã enim per diffinitionem ex ductu z denominationis ꝓportionis lineæ a ad lineam g in ipſam lineam g minorem ꝯ̃ ſit a fit linea a, ſimiliter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq; z primum & d ſecundũ linea b tertium & linea g quartũ, quia itaq; illud quod fit ex ductu primi in quartum eſt æquale ei quod fit ex ductu ſecundi in tertium, patet ꝑ 15. ſexti, quoniã eſt proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartũ, eſt ergo ꝓportio z ad d, ſicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio ꝓportionis z ad d ex ſuppoſitiõe eſt eadem cũ denoïatione ꝓportiõis lineæ b ad lineã g, ſed denominatio ꝓportiõis lineæ b ad lineã g eſt quãtitas e, ergo denoïatio ꝓportionis z ad d eſt idem e, ergo ex ductu e in d fit z, q: ita ergo denominatio ꝓportiõis lineæ a ad lineã g quæ eſt z producit̃ ex ductu denominationis ꝓportiõis lineæ a ad lineã b in denominationẽ ꝓportionis lineæ b ad lineã g, patet per diffinitionẽ, quoniam ꝓportio lineæ a primæ ad lineã g tertiã cõponit̃ ex ꝓportiõe lineæ a primæ ad lineã b ſecundã, & ex ꝓportione lineæ b ſecundæ ad lineã g tertiã ꝙd eſt propoſitũ primum. Eodem quo ꝙ modo poteſt faciliter demõſtrari de quocũq; mediis inter quælibet duo extrema collocatis, ſemper enim ꝓportio extremorum ad inuicem componit̃ ex omnibus ꝓportionibus mediorũ ad inuicem. Et ipſa extrema ſimiliter demonſtrandi uia diuiſionis, ſi mediam contingat eſſe maiorem qualibet extremarum, patet ergo propoſitum.



XIIII.

Si linea recta ſuper duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinſecos minores duobus rectis, uel extrinſecum inæqualem intrinſeco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere eſt neceſſe, ad aliam uero partem impoſſibile, & ſi lineæ concurrunt, neceſſe eſt dictos angulos aliquo propoſitorum modorũ ſe habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas ſecet linea e f ſecundũ quod ꝓponitur. Dico, quoniã lineæ a b & c d concurrent, ſi enim non concurrant, patet ꝙ ſunt æquediſtãtes, ergo per 29. primi ſequitur contrariũ hypothe. ꝙ eſt inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorũ cõcurrere eſt neceſſarium, quoniã ſi ad partem maiorum angulorum cõcurrant, ſequeretur angulũ extrinſecum trigoni tanti fieri minorẽ angulo intrinſeco, & eſt contra 16. & 32. primi, & quia per præmiſſas propoſitiones ad partes minorum angulorũ concurrũt, ſi ex conceſſo ad partes maiorum angulorũ concurrerẽt, ſequeretur rectas lineas ſuperficiem includere, ꝙ eſt impoſſibile. Eſt ergo impoſſibile, ut ad partes maiorum angulorũ concurrant, quod eſt propoſitum primum. Sed & ſi detur ꝙ illæ lineæ concurrant, neceſſe eſt angulos aliquo propoſitorũ modorum ſe habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, ſeruata ſemper hypotheſi.

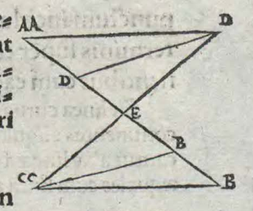


XV.

Cum lineis ſe inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, ſecantibus ex utraq; parte ſectionis, partes eiuſdem lineæ inter ſe fuerint æquales, neceſſe eſt lineas, inter quas ſit ſectio, æquales eſſe.

Verbi

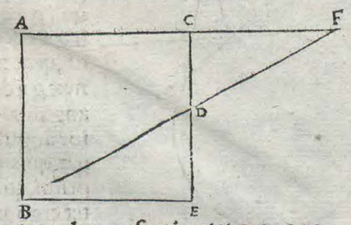
Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, quæ ſunt a d & c b, ſecent ſe in puncto e, ita, ꝙ linea a e ſit æqualis lineæ e b, & linea c e ſit æqualis ipſi e d. Dico, ꝙ linea a d eſt æqualis lineæ e b, qñ enim per 15. primi angulus a e d eſt æqualis angulo c e b, erit ex hypotheſi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod eſt propoſitum.



XVI.

Si per terminos duarum linearum æquediſtantium & in æqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere eſt neceſſe.

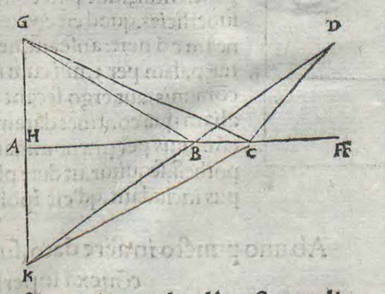
Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes & inæquales, ſitq; linea c d minor ꝯ̃ linea a b, producanturq; per terminos ipſarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq; per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq; linea b e per 33. primi eſt æquediſtans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipſa concurrit cum linea a c, quæ æquediſtat lineæ b e, ſed & ad partem lineæ c d, quæ eſt minor ꝯ̃ linea a b concurrere eſt neceſſe per 14. huius, uel per 2. ſexti, patet ergo propoſitum, punctus enim concurſus plus qui eſt f, erit ultra lineam c d.



XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & ſint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b ꝓductæ ſuper lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g ſit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ ſi à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ ſit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g e a ſit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d ſimul iunctæ ſuper minores duas lineas g c & d c ſimul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g ſuper lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ ſit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, ſit ergo punctus concurſus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c eſt æqualis angulo g b h, ex hypotheſi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k eſt æqualis g b h, ſed anguli g h b & k h b ſunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. ſexti, cũ linea h b ſit cõmunis & æqualis ſibijpſi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor eſt ambabus lineis d c & k c ſimul iunctis, & linea g b æqualis eſt lineæ b k, & linea g c æqualis eſt lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b ſimul iunctæ, minores ſunt ambabus lineis d c & g c ſimul iunctis, ſimiliter quoq; de quibuſcunq; lineis à punctis g & d ad lineam a f productis eſt demonſtrandũ, patet ergo propoſitum.

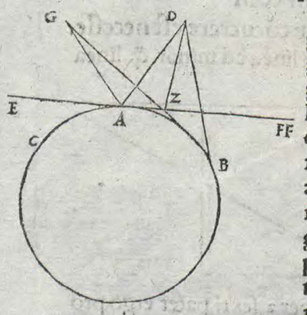


XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

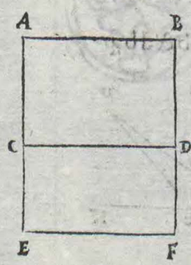
Sit línea curua a b c, super cuius conuexum â punctis g & d incidant líneæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g sit æqualis angulo b a d. Dico, ꝙ si ducantur aliæ líneæ â punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, cõtinentes angulos inæquales cum línea a b c, ꝙ ambæ líneæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim línea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cõtingentiæ qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctũ ubi línea g b secat lineam e f, ꝙ sit z, ducatur línea d z, ergo per præcedentem ambæ líneæ g a & d a sunt breuiores ambabus líneis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed línea g b est maior ꝙm línea g z, quia totũ parte & línea d b est maior ꝙm línea d z per 19. primi, quoniã angulus d z b est maior angulo siti trigoni, patet ergo, ꝓpositum in arcu circuli conuexo, & eodẽ modo demonstrandum in quacunq; alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo propositum.



XIX.

Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent.

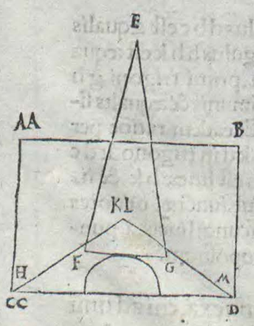
Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f, in quarũ utra q; sit línea c d. Dico, ꝙ illæ duæ superficies secant se super lineã c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineã c d ut ad cõmunem terminũ per modum unius superficiei contingentiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminũ copulentur, palàm per 3. nisi cum ipsæ ad inuicem se secent, ꝙ ipsis aliqua línea est cõmunis, aut ergo secant se super lineã c d, & habetur propositũ, aut super aliam quã continet datam, & tũc cũ illa fit ambabus, ꝓpositis superficiebus cõmunis per prænominatã tertiã, nisi & eisdem sit línea c d cõmunis ex hypothesi, sequitur, ut duæ planæ superficies illas duas líneas interiacẽtes corpus includant, qd̃ est ipossibile & cõtra suppositionẽ, patet ergo, ꝓpositũ.



XX.

Ab uno puncto in aëre dato, super unamquãq; substructam planam uel cõuexã superficiẽ, una tantũ ꝑpendicularis duci potest.

Sit data superficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, ꝙ à puncto e ad substructã superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superficiem planã datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sunt e f & e g, quia itaq; líneæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ líneæ sunt in eadem superficie, & quoniã líneæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt líneæ illæ, e recta super superficiem a b c d. Huius itaq; supficiei & superficiei a b c d cõmunis sectio est línea f g per præmissam, in trigono itaq; e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem líneæ erectæ super superficiem, hoc autem est im-

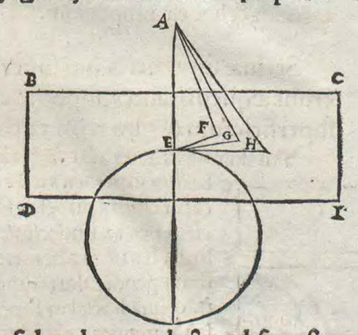


est impossibile & contra 32. primi, ꝙ hoc etiã patet in superficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis línea perpendicularis sit quã cõtinet superficiẽ conuexã, est perpendicularis super planã superficiẽ ipsam conuexã, superficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentẽ, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pũcto g superficies plana, in qua sit línea l g m, palàm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, producta quæq; corda f g, palàm, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planã uel conuexam, patet ergo, ꝓpositum, quoniã in quibuscunq; alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

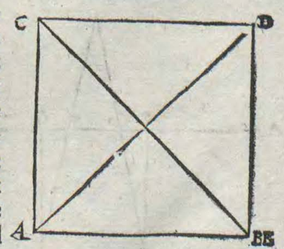
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ líneæ ad superficiẽ datã, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, ꝙ línea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a líneæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palàm itaq; cum per 32. primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã línea a e per 19. primi breuior est qualibet línearum a f, a g, a h, & etiã aliarum quarumcũ q; sic productarum, patet ergo propositũ in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniã si perpendicularis super conuexã superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingẽs superficiem conuexã secundum punctum e, ducanturq; líneæ a f, a g, a h super superficiẽ planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, sed eædem productæ ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo propositum.



XXII.

Ductæ à supremo termino lineæ super superficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuicunq; lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in subiecta supficie, ꝓtractæ, necesse est correctã lineã superiacentẽ perpẽdicularẽ esse.

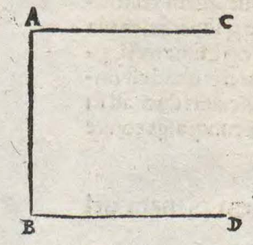
Sit punctum in aëre datum quod sit a, à quo ad superficiem planam subiectam quæ sit b c d, erigatur línea per 12. undecimi quæ sit a b, incidẽs datæ superficiei in puncto b, & in superficie b c d ducatur línea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineã d c, quæ sit b d, & copuletur, línea a d est perpendicularis super líneam d c. Sumatur enim in línea d c quodcũq; punctum ut c. & ducatur línea a c, b c, quia itaq; línea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionẽ líneæ erectæ, quoniã angulus a b c est rectus, ergo per penultimã primi quadratũ líneæ a c est æquale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum líneæ b c est æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimam 10. ꝙ línea b d est perpendicularis super líneam c d ex hypothesi, quadratum itaq; líneæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum quæ sunt a b & b d & c d, sed quadratum líneæ a d est æquale duobus quadratis duarum linearũ a b & b d, quadratũ ergo líneæ a c est æquale duobus quadratis duarum linearũ a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, ꝙ línea a d est ꝑpendicularis supꝙ lineã d c, quod est ꝓpositum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtãtibus, una linea recta incidente, quæ ad alterã earũ erit perpẽdicularis, erit quoq; ad reliquã ꝓpendicularis.

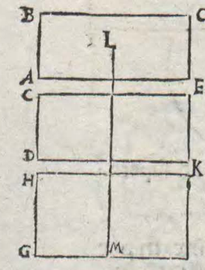
Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ ſi línea a b fuerit ꝓpendicularis ſuper unã iſtarũ ſuperficierũ, ꝙ erit ꝓpendicularis & ſuper reliquã, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierũ illarũ línea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur línea b d, palàm itaq;, quoniam líneæ a c & b d æquediſtant, in infinitum enim ꝓtractæ nõ concurrunt, quía & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorũ, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniã & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniã eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ línea a b cum ſingulis ſibi conterminãtibus lineis in utraq; ſuperficierũ illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo línea a b ꝓpendicularis ſuper alterã ſuperficierũ, palàm, quía eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.



XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quoq; concurrens cum una æquediſtantiũ ſuperficierum & cum reliqua concurret.

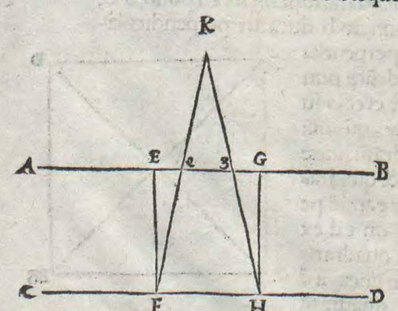
Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c línea ꝓpendicularis ſuper illã ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itaq; per præmiſſam, quoniã illa línea l m ultra alterutrum ſuorum terminorũ erit ipſa per eandem præmiſſam ꝓpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quía itaq; una línea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitũ primum, & per hoc & per 2. huius patet etiã ſecundum ꝓpoſitum.



XXV.

Omnes lineæ ꝓpendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales. & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ líneæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur líneæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, ꝙ líneæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtãtes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiã ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandũ eſt, ſi líneæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, qd' ſi líneæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqnalis angulo e f d, erũt etiam líneæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quía itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo línea e f æqualis líneæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demõſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

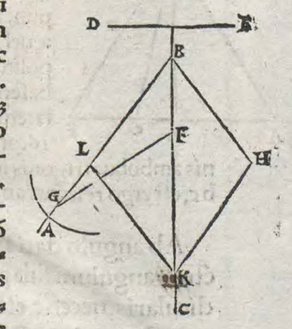


Cui-

XXVI.

Cuilibet angulo dato baſem æqualem datæ lineæ ſubtendere.

Eſt angulus datus a b c. & línea data d e, ſeparetur itaq; à línea b c, & ex parte puncti b línea b f, non maior medietate líneæ d e per 3. primi, & in pũcto f poſito pede circini immobili, deſcribatur circulus ſecundum quantitatẽ ſemidiametri, de hoc itaq; ſecabit neceſſario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non ſit maius medietate líneæ d e. Sit ergo ut ſecet ipſam in puncto g, & ducatur línea g f, hic itaq; neceſſario erit æqualis líneæ d e per circuli diffinitionẽ, patet ergo propoſitũ. Poteſt & idem aliter demonſtrari, à puncto enim b ducatur línea b h angulariter, ut contingit ſuper líneã a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ líneæ d e, & à puncto h ducatur æquediſtans líneæ a b per 31. primi, quæ per ſecundũ huius neceſſario cõcurret cum línea b c. Sit punctus concurſus k, & à puncto k ducatur línea æquediſtans líneæ b k, quæ ſit k l, erit quoq; ſuperficies b h k æquediſtantiũ laterum, ergo per 34. primi línea l k eſt æqualis líneæ l h, ergo & líneæ datæ quæ eſt d e, patet ergo propoſitum.



XXVII.

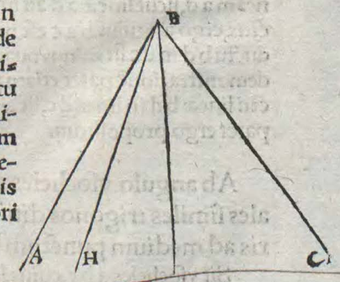
Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipſorum æquum minori reſecare.

Sint duo anguli dati a b c, d e f, ſit a b c maior & d e f minor, propoſitum eſt, ut ex angulo a b c reſecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autẽ fiet per 23. primi, ſi ſuper b terminum líneæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui ſit a b g, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXVIII.

Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

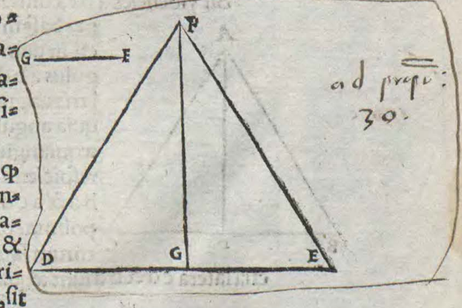
Non indiguimus quo ad præſens propoſitũ diuiſione aliorum angulorũ in partes tres æquales, ſed ſolũ recto, & ob hoc nõ proponimus hic niſi de recto in uniuerſaliori ſcientia, ut in ea quæ de elementaits cõcluſionẽ uniuerſaliorẽ dignã ꝓpoſitũ exiſtimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quẽ in partes tres æquales uolumus diuidere, aſſumatur ergo línea quæcunq; & ſit b e, ſuper quã conſtituatur trigonum æquilaterum per primã primi, ꝙ ſit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta línea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipſe ſit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e reſecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propoſitum.

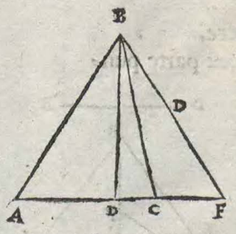


XXIX.

Línea diuidens angulum alicuius trigoni producta, baſem ſubtenſam illi angulo neceſſario ſecabit. & ſi línea ſecans baſem ad punctum, concurſus laterum trigoni producatur, illa angulum baſi oppoſitum ſecabit.

Sit ut línea d b ſecet angulum a b c trigoni a b c. Dico, ꝙ eadem línea b d producta, neceſſario ſecabit baſem a c illi angulo ſubtenſam. Si enim non ſecabit baſem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quía anguli b a c & a b f ſunt minores duobus rectis ex hypotheſi & per 32. primi, ſit



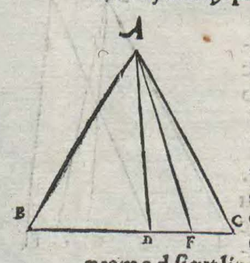


mí, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonor a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo ꝓpositum primũ, patet etiã & reliquũ ꝓpositorũ, quoniã si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qd̃ est punctus concursus laterum a b & c b, patet ꝙ linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, qd̃ est secundum propositorum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum à quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

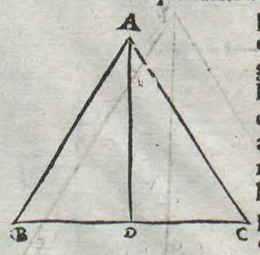
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea ꝓpendicularis super basem b c, secetq; ipsam in pũcto d, & sit a d, sitq; illud qd̃ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est ꝓportio lineæ b d ad lineã a d, quæ lineæ a d ad lineã d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineã g e, erit ergo illud qd̃ fit ex ductu lineæ b d ad lineã g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud qd̃ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, est maius quadrato lineæ a d, patet ꝙ linea g e est minor ꝙ linea d c per primã sexti, abscindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducatur ꝙ linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineã d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniã est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineã d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, ꝙ si illud qd̃ fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniã angulus b a c est acutus, nam per eandẽ demonstrationẽ patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniã si illud qd̃ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniã angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.



XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partiales similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.

Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c ꝓpendicularis a d. Dico, ꝙ ꝓpositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniã enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per diffinitionem ꝓpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonor æquos angulos respicientia sunt ꝓportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per diffinitionem similium trigonor, patet ergo ꝓpositum primum. & quoniã illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cõmune, patet, quia etiã latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertingit

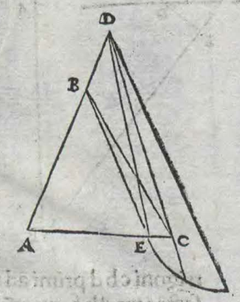


ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ secãs latus ab illo pũcto remotius & ꝓpinquius illi necessario secabit.

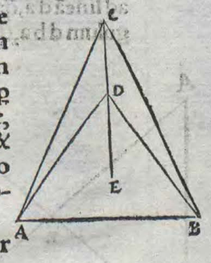
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ d e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuũ & directum, secabit itaq; linea d c in alíquo puncto lineã d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e. necessario illã secabit, sit punctus sectionis f, palàm itaq; quoniã duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, qd̃ est impossibile. Idem quoq; accidit, si linea d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctũ unum ꝯnueniant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

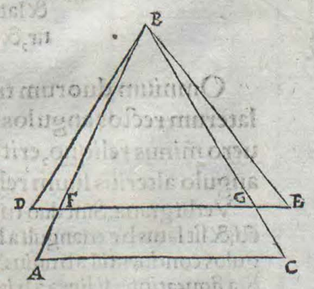
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterũ a b puncti terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrũt in puncto d. Dico, ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c d b. ꝙ enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet ꝓ 21. primi. Producatur itaq; linea d c ultra punctum d usq; ad punctum e, est itaq; per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est ꝓpositum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, ꝙ si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palàm, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiã patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in pũcto f, & latus b c in puncto g, quia itaq; per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cũ duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

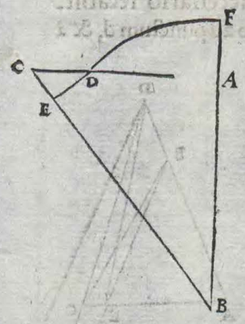


XXXV.

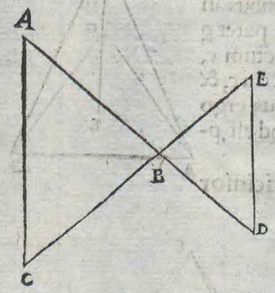
In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, cui partis basis remotioris ad propinqniorem.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c, qd' est basis anguli a b c, linea recta quæ sit b d. Dico, ꝙ minor est ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorẽ ipsi recto, cꝫ partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo recto, quoniã enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaqꝫ b secundum quãtitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineã b c in puncto e, & ad ipsum producatur linea b a in punctum f, factiqꝫ erunt duæ sectiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniã est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcũ d e, ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsoꝝ sectorum, ꝙ portio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimã sexti. Cum itaqꝫ trigonum c d b sit maius cꝫ sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio cꝫ sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartũ. Est autem per primã sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex præmissis, est proportio sicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, ꝙ maior est proportio lineæ c d ad lineã d a, cꝫ anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a, cꝫ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.



XXXVI.



Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant lateribus positione & situ transmutatis.

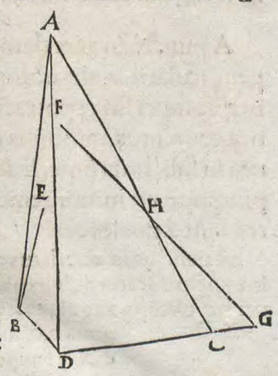
Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c sinistrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, linea scilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungaſ linea d e, erit itaqꝫ trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaqꝫ latera istorum trigonorum posita, & situ transmutata, quod est ꝓpositum primum.

XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquũ uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, sintqꝫ anguli a b c & a d c recti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquũ laterũ rectos angulos continentiũ a b unius sit minus reliquo latere alterius, qd' est a d, ut patet in ꝓposita figuratione, si linea a b intelligatur erecta super lineã b c superficiem eius, & linea b d intelligatur ꝓpendicularis super lineã d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝓpendicularis super lineã d c per 22. huius, ꝙ etiam patet, si in superficie iacente ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31. primi, & quoniã linea a b est ꝓpendicularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineæ b d, d c, b e, palàm per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi, cum anglus b d c sit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c æquedistent, ergo per 4. undecimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c est ꝓpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed & latus

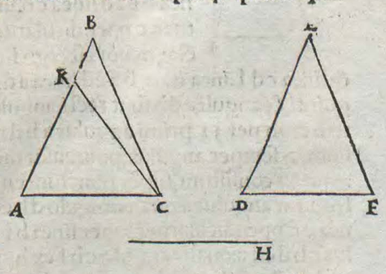
& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b, quoniã enim latus a d est maius latere b a per 19. primi, cum angulus a b d sit rectus, patet, ꝙ præsens figuratio est conformis hypothesi, resecetur ergo per 3. primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19. primi, quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d c, & resecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c, quia uterqꝫ rectus, erit ꝑ 4. primi basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie quæ a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineæ g f & c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16. primi, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius æquali scilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ꝓpositum, similiterqꝫ demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palã, quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuersaliter ꝓ posito, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.



XXXVIII.

Oim duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus subtẽsum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quoꝝ anguli a b c & d e f sint recti, sitqꝫ latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitqꝫ maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, cꝫ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, cꝫ lineæ d f ad lineã f e. Sed per 46. primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ sunt d e & f e, & ꝙa per 18. sexti ꝓportio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, cꝫ q̃drati d f ad quadratũ f e, est ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, cꝫ amboꝝ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo ꝑ 12. huius maior est ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, cꝫ quadrati d e ad quadratum e f, est ergo per 24. sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, cꝫ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius, erit ergo linea g h minor cꝫ linea a b per 10. quinti. Resecetur ergo per 3. primi ex linea a b æqualis lineæ g h & sit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaqꝫ b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaqꝫ a c b maior est angulo d f e, & hoc est ꝓpositum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuersa est uera, quoniã in talibus trigonis lineæ ma

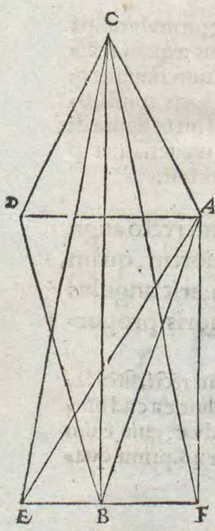


fores angulos continentes, maiorem habent ad seinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ sub illa obliqua & quacunq; linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, sunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui c substrata superficies plana quæ b c d, super quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducatur q; ꝓpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c est minimus omnium angulorũ contentorũ sub linea obliqua a b, & sub unaquaq; linearum â puncto b ductarũ in superficie b c d, & ꝙ semper propinquior est ipsi minor q; remotior, & ꝙ duo anguli æquales solum ex utraq; parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcunq; cõtingat linea b d, & â puncto c ducatur in eadem superficie linea ꝓpendicularis super lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, est itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis super lineã b d, & quoniam angulus a c d est rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior est katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem q; ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniã angulus a b c minimus est omnium angulorũ contentorũ sub linea obliqua incidente â puncto a lineæ b c, & sub ipsa linea b c, ꝓpinquior quoq; illi est minor remotiore, ducat enim â puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quæ sit b e, & â puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quæ sit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝓpendicularis super lineã b e, & quoniã angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per conuersam præmissæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ q; linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c est multo maior q; linea c d, sed cathetus a c ꝓpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior est ergo linea a e q; linea a d per 46. primi, linea c e est maior q; linea c d Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem q; ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaq; b a d est maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoq; demonstrãdum, ꝙ semper angulus ꝓpinquior minor est remotiore, solũ uero duo ex utraq; parte æquales consistunt, super punctum enim b terminũ lineæ c b in subiecta superficie constituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝓpendiculariter super lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d est æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est ꝓpendicularis super ambas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a est cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, similiter quoq; demonstrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, est ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝓponit, patet itaq; intentum.

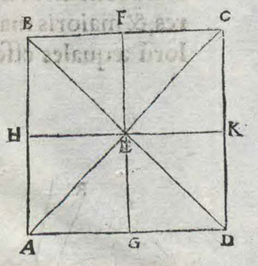


Omnium

XL.

Omnium superficierum æquedistantium laterum diagoni per æqualia se secant, ex quo patet, ꝙ punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

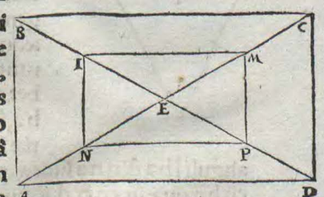
Sit superficies æquedistantiũ laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, ꝙ diagoni secantur se adinuicem per æqualia, & ꝙ punctũ e est medium punctũ superficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoq; angulus a c e b, est æqualis angulo e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, sicut lineæ c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c est æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt se adinuicem per æqualia. & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e æqualiter distat ab omnibus extremis, in quo tñ si aliquod dubiũ fuerit, ducantur â puncto e lineæ æquedistantes lateribus superficiei propositæ, per 31. primi, quæ sint f g & h k, sequeturq; propter æqualitatem partiũ ipsoꝝ diagonoꝝ modo prædicto argumentando, lineam f e æqualẽ fieri lineæ e g, & h e æqualẽ e k. patet itaq; qm̃ in omni modo punctũ e æqualiter distat à punctis extremarum linearum directe. igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.



XLI.

Datæ superficiei æquedistantium laterum similem superficiem, cuius latera æquedistent, datæ superficiei lateribus inscribere.

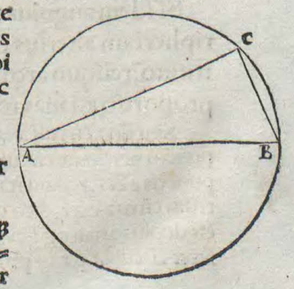
Data superficies æquedistantiũ laterum, cui altera inscribi modo prædicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palamq; per proximã præcedentem, qm̃ illi diagoni per æqualia se secant in puncto e, sed & ipsi adinuicẽ sunt æquales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̃ ipsorum diagoni sunt æquales, & ipsorum medietates æquales, à pũcto itaq; e, à medietatibus diagonoꝝ partes æquales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies nõ fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles resecentur, secundũ 3. huius, utcunq; autẽ hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ superficies l m, p n, est datæ superficiei similis, & ꝙ latera ipsius æquedistant lateribus datæ superficiei, qm̃ enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m c. patet ergo per 2. sexti. qm̃ linea l m æquedistat lineæ b c, similiter quoq; linea l n æquedistat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli superficiei l m, p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorũ sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, ꝙ illæ superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propositum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiã circuli contentus necessario est acutus.

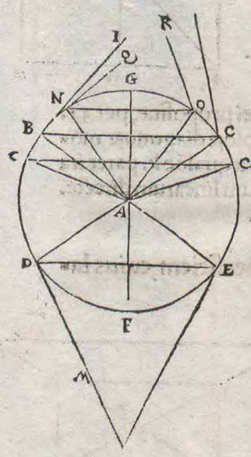
Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcunq; contingit. Dico ꝙ angulus b a c necessario est acutus. Producatur



tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e. & qm̃ angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nõ finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiũ portionũ eiusdẽ circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis mino res, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oẽs angulos semicircu lorũ æquales esse.



Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signen tur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico q; anguli g b c, & f d e, sub arcubus & cordis cõtenti sunt æ quales, ducantur enim à puncto b linea cõtingens circulũ, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producãtur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, erũtq; per 5. primi anguli a b c & a c b æqua les, & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimãsextã tertij. angulus q̃q; a b l est æqualis angulo a d a, qm̃ uterq; eorũ est rectus per 17. tertij, sed angulus contin gentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̃ uterq; ip sorũ est minus acutorũ per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angu lo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. sit quoq; angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & du cantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cõtin gentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, e runt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quoli bet angulorũ a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingẽ tiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sint æquales, quia uterq; rectus, per 17. tertij, fit enim arcus maior ar cu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, q̃ angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm̃ angulus g s c cõtentus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunq; eorundẽ circulorũ, qm̃ per diffiniti onem similiũ arcuũ ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariũ per penult. qm̃ oẽs anguli semicirculorũ sunt æquales, oẽs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaq; proponebatur.

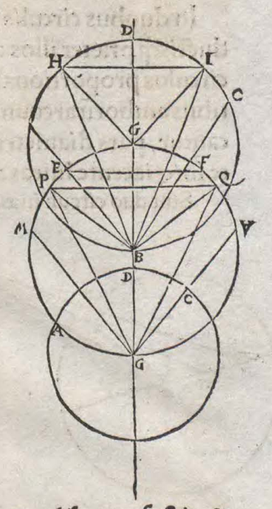
XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super pe ripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriã con stituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorũ arcuũ proportio ad suas totales periferias duplicatur.

Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrũ b, punctũ periferiæ circuli a b c d, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulũ e g f in punctis e & f, palam itaq;, qm̃ angulus a b c erit super periferiã circuli a b c & super cen trum circuli e g f, dico q; arcus a d c, capiens angulũ a b c super circũferentiã sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrũ b. fit enim ut linea b a secet circulũ e g f in puncto e, & linea b c in puncto f. ducatur quoq; linea e f, & ducta li

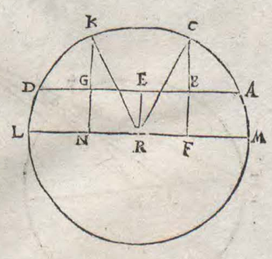
nea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqua lis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circu li circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, pa lam itaq; per 19. tertij, quoniã angulus h g l est duplus an gulo h b l, ergo etiã angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimã sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositũ primum. Quod si cir culus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æ qualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrũ b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. ter tij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. ꝓportio ita q; arcus m f n ad sui totã circũferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totã sui periferiã, qm̃ enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n du plus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiõis ad sui periferiã, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ respectu suæ periferiæ, & hoc est ꝓpo situm.



XLV.

A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionũ perpendicularibus super illã lineã ad circumferentiã pro ductis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdi culares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.



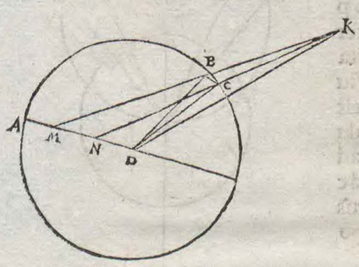
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æqua les, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares su per lineam d a, quæ producta ad circũferentiã sint g k & b c, dico q; linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æ quedistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidat line am d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi. hæc ergo p̃ pri mam tertij transibit centrũ circuli quod est punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽt lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqua lis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet er go linea g c æqualis lineæ c b. sed per 34. primi, linea g c est æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46. primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata linearũ k n et r n, quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et simi liter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata linearũ i f et r f. est autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circu li, et quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r, relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25. huius linea g n est æqualis b f, relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primũ proposi tũ. Conuersa etiã patet, manente totali disposition ut prius. quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea i p si lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est prositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

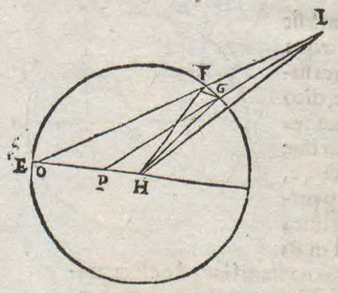
In du

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus ſimilibus arcubus ſumptis, productiſq; præter illos ad arcus alios ſimiles ſemidiametris, ſi à punctis extra circulos proportionaliter ſemidiametris diſtantibus, ab utriſq; extremitatibus amborũ arcuum per terminos ſimiliũ arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris eſt maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior ſit a b c, & eius centrum d, & ſemidiameter d a minor uero ſit e f g, cuius centrum h, & ſemidiameter h e, ſignenturq; in ipſis arcus ſimiles in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, ſitq; arcus a b ſimilis arcui e f, ſitq; punctum k extra circulũ maiorẽ, & punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut illa puncta ſecundum proportionem ſemidiametri d a ad ſemidiametrum h e, diſtent ab utriuſq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã l f, & lineæ k c ad lineam l g, ſicut ſemidiametroꝝ a d ad h e, & producantur lineæ ad ſemidiametros k b in punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, q̃ linea m n pars ſemidiametri a d, eſt maior q̃ linea a p pars ſemidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatẽ circuloꝝ, quoniã linea d b eſt maior q̃ linea h f, ſed ꝓpter ſimilitudinẽ arcuum angulus b d c eſt æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ſunt ꝓportionabilia, eſt ergo ꝓportio lineæ b c ad lineam f g, ſicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypotheſi per 11. quinti, ſicut b k ad l f, & ſicut b c ad l g, ergo per 5. ſexti angulus b k c eſt æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, ſed ex præmiſſis anguli d b c & h f g ſunt æquales, eſt ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l ſunt lateribus ꝓportionabilibus contenti, patet per 6. ſexti, quoniã illa trigona ſunt æquiangula, ergo angulus b k d eſt æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, ſed angulus a d b eſt æqualis angulo e h f ex hypotheſi propter ſimilitudinẽ arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k eſt æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l ſunt æquiangula, & angulus k m d eſt æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ m k ad lineam o l, ſicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmiſſis angulus m k n eſt æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ m n ad lineam o p, ſicut lineæ m k ad lineam o l, ergo ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d ſemidiameter maior eſt ſemidiametro e h, erit linea m n maior q̃ linea o p, patet ergo propoſitum.



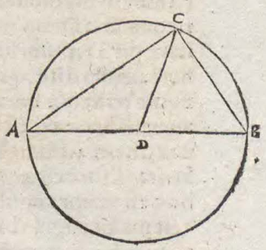


XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, ſi maior q̃ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua ſui parte, & ſi minor, minor.

Eſto

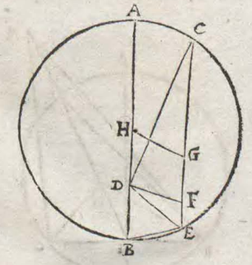
Eſto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua ſumam punctum d, utcũq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiã, itaq; pars diametri quæ eſt a d ſit maior q̃ linea d c. Dico, q̃ linea a d eſt maior q̃ linea d b, quæ eſt reliqua pars ipſius diametri, qd̃ patet, ſi copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior eſt q̃ linea d b ex hypotheſi, ergo per 18. primi angulus a c d maior eſt angulo c a d, & angulus a c b eſt rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior eſt angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectũ, & angulus d c b cum angulo a c d, qui eſt maior angulo c a d ualet rectum, patet, q̃ angulus c b d eſt maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, ſed latus a d eſt maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d q̃ latus d b, & hoc eſt unum propoſitum. Eodem quoq; modo demonſtrandũ, ſi pars diametri quæ eſt a d, ſit minor q̃ linea d c, quoniã erit linea a d minor q̃ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum ſemper una ſit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua ſui parte.

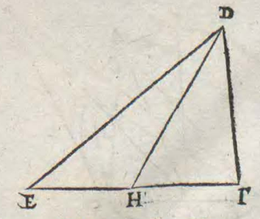
Sit circulus a b d e, cuius diameter ſit a b, in qua ſumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, ſit autem c ſuperior uerſus a & e, inferior uerſus b. Dico, q̃ pars diametri q̃ eſt a d, maior eſt q̃ d b. ducatur enim linea c e, & ſuper lineã c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝓpendicularis quæ ſit d f, quia itaq; quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet ambo quadrata linearũ d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius eſt quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c eſt maior q̃ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ e f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrũ æquediſtanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis ſuper lineam c e, ſecat autem h g ipſam c e in duo æqualia, tranſit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipſum punctũ h eſt centrum circuli, eſt ergo linea a d pars diametri a b maior q̃ linea d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates ſuarum baſium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſitq; quælibet ductarum maior medietate ſuæ baſis, erit angulus trigoni, à quo ducit perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum baſes b f, b c, & e f, ſint æquales, quæ ſecent̃ per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad baſes lineæ a g & d h quæ ſint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis ſuper lineam b c, linea uero d h non ſit perpendicularis ſuper lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte baſis. Dico, q̃ angulus b a c eſt maior angulo e d f. circumſcribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem poſſibile, quoniã uero ſuppoſitum eſt lineam d g eſſe maiorem

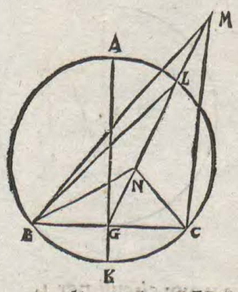


iorem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior ꝗ̄ linea g k, ergo per primã tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã, pductarum, & linea g k erit omnium lineaꝝ minima, & quælibet, ppinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat itaqꝫ per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, quæ sit l g c, producta linea l g usqꝫ ad periferiã circuli, palam itaqꝫ ex figura tertij, qm̃ linea g a f l est maior ꝗ̄ linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g, est maior ꝗ̄ linea g l. Producatur itaqꝫ linea g l quousqꝫ sit æqualis lineæ d h per 3. primi, & sit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaqꝫ b m c est æqualis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc propone batur, & hoc est propositum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sic ꝙ quælibet ductarum minor medietate basis suæ, erit angulus trigoni, à quo ducitur pendicularis, minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

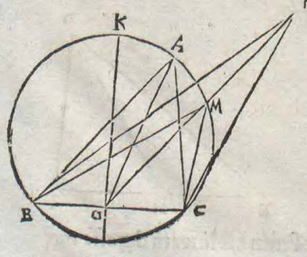
Remanet dispositio præcedentis, nisi qd̃ perpẽdicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, ꝙ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f, & quoniã linea a g est minor ꝗ̄ linea b g, & linea a k est diameter, palam per 47. huius, quoniã centrum circuli est inter puncta g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omniũ lineaꝝ à puncto g ad periferiã circuli productarũ, est ergo linea g l minor ꝗ̄ linea g a, ergo & maior ꝗ̄ linea d h. Fiat itaqꝫ per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaqꝫ ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc est propositum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basium æqualiũ duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis, erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet maior angulo superiori alterius, & si minor, minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales, diuidaturꝫ basis b c per æqualia in puncto g, & basis e f in puncto h, & ducãtur lineæ a g, d h quæ sint æquales, & utraqꝫ ipsarum incidat oblique suæ basi, sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, ꝙ si maior sit a g ꝗ̄ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor ꝗ̄ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumscribatur enim per 5. quarti trigono a b c circulus, & ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiam, sit g k per primã tertij pars diametri circuli propositi

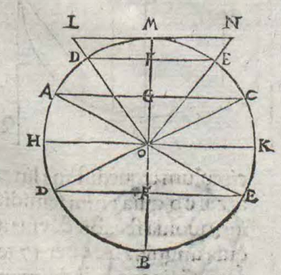


positi quæ completa sit k l, sit itaqꝫ prius linea a g maior ꝗ̄ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k est centrũ circuli, est ergo linea k g maior ꝗ̄ linea a g per 7. tertij, ergo & maior ꝗ̄ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaqꝫ per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c, cadetꝫ punctum m in periferiam circuli, est itaqꝫ per 7. tertij linea a g maior ꝗ̄ linea m g, ergo & linea d h est maior ꝗ̄ linea m g, producatur itaqꝫ, donec linea g m sit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaqꝫ angulus b n c æqualis angulo e d f, sed angulus b m c est maior angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præostensum, similiterqꝫ demonstrandũ, si linea a g sit minor ꝗ̄ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ necessario sunt æquedistãtes, idẽꝫ accidit, si una earũ fuerit secans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secentꝫ duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, ꝙ linea a c & d e sunt æquedistãtes, aut itaqꝫ o centrũ circuli est in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utrasqꝫ, uel extra utrasqꝫ, si sit in altera ipsaꝝ, esto ꝙ sit i linea a c, & à centro o ducatur linea ppẽdicularis super a c p 11. primi, & producatur ad circumferentiã, sitꝫ o b secans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum sint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, sed angulus f o a est æqualis angulo f o s, quia sunt recti. angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per 26. tertij, cũ ex hypothesi arcus d a sit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo p 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o, est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquedistantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipsas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ a c & d e, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraqꝫ parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter, sed angulus o e c est æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. sexti trianguli d o e & a o c sunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, sed angulus o g c est æqualis angulo o f d, quia uterqꝫ rectus. ex præmissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propositum. Quòd si centrum o fuerit extra utrasqꝫ, ducatur perpendicularis à centro o super ipsarũ alterum, & fit linea d g ppendicularis sup lineã a c, quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝓducaturꝫ linea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaqꝫ per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o cõmune, ꝙ angulus a o g est æqualis angulo c o g, sed a o d æqualis est angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo per 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterqꝫ ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c sunt æquedistantes, qd̃ est ꝓpositũ primũ. Qd̃ si una illaꝝ duarũ linearum secet circulum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, sitꝫ arcus n h æqualis arcui n k, palam, ꝙ illorum arcuũ quælibet est 4. circuli, ducaturꝫ linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed angulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquedistant, qd̃ est scdm ꝓpositũ. Qd̃ si linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e secet circulum, inscribatur



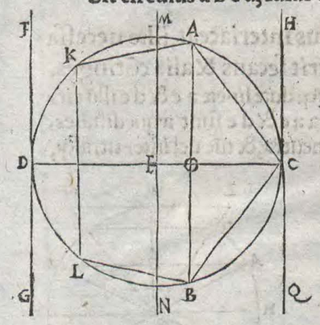
d batur

batur eidem ſemicirculo línea æqualis líneæ d e & æquediſtans, & ducantur líneæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qd̃ eſt n, ducatur línea o n ſecans líneam d e in pũcto f, quía itaq; arcus n d eſt æqualis arcuí n e, erít per 26. tertíj angulus l o n æqualis angulo m o n, ſed per 17. tertíj angulus o n l eſt æqualis angulo o n m, quía ambo ſunt recti. Item per 4. primí angulus o f d eſt æqualis angulo o f e, ſunt ergo recti, ergo per 28. primí patet propoſitum.

LIII.

Lineas æquediſtãtes trans circuli ſuperficiẽ productas, ſiue ambæ ſecent, ſiue ambæ contingãt, ſiue una ſecet & alia cõtingat, arcus interiacẽt æquales.

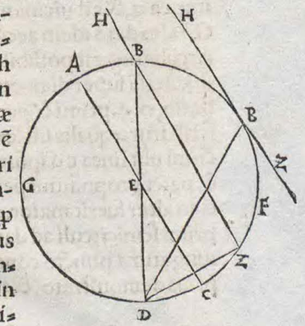
Sit circulus a b c d, cuíus centrum e, contingatq; ipſum duæ líneæ æquediſtantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qd̃ eſt d ducatur línea d e ad centrum e. eſt ergo per 17. tertíj línea d e perpendicularis ſuper líneã in illo puncto contingentẽ quæ f g, ducatur quoq; línea c e à puncto contingentíæ ad centrum e, erít ergo línea c e ꝑpendicularis ſuper líneã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e línea æquediſtans líneæ f g per 31. primí, quæ ſit n m, hoc etiam quoq; æquediſtabit líneæ h q per 30. primí, ergo per 29. eíuſdem angulus m e d eſt æqualis angulo m e c, ergo per 14. primí líneæ d e & e c coniunctæ ſunt línea una, eſt ergo línea d c díameter circulí cum tranſeat per centrum e, arcus itaq; d a c eſt ſemicirculus æqualis ſemicírculo d b c, ſed & ſi línea a b ſecet circulum æquediſtans líneæ h q contingenti in puncto e, erít iterum arcus a c æqualis arcuí c b, quía enim ſemidíameter e c ſecat líneam contingentẽ quæ h q, palam per. 2. huius, quoniã ſecabit & eíus æquediſtantẽ quæ eſt línea e b. ſit ut ſecet ipſam in pũcto o, & quía angulus h c e per 17 tertíj. palã ꝑ 29. primí, quoniã angulus b o e eſt rectus, ergo ꝑ 3. tertíj línea a b diuíditur per æqualía in puncto o. ducantur itaq; líneæ a c & c b, palãq; per 4. primí, quoniã íllæ erunt æquales, ergo per 27. tertíj arcus a c eſt æqualis arcuí b c, q; ſi línea æquediſtans líneæ b c ſecet circulum qui ſit k l, palam, quoniã ſemidíameter e c, ꝑducta ſecabit líneã k l per æqualía per 29. primí & per 3. tertíj, ſecet ergo ipſam per æqualía orthogonaliter in puncto p, & ducantur líneæ p a, p b, k a, l b, erít ergo in trigonís p a c, p b c per præmíſſa, & per 4. primí latus p a æquale laterí p b, eſt angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquítur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, ſed línea k p eſt æqualis líneæ p b, erít ergo per 4. primí línea k a æqualis líneæ l b, ergo per 27. tertíj erít arcus k a æqualis arcuí l b, quod eſt propoſitum.



LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo ſe ſecantibus, erit quílibet angulus ſectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eídem angulo & ſuo contrapoſito ſubtenſis.

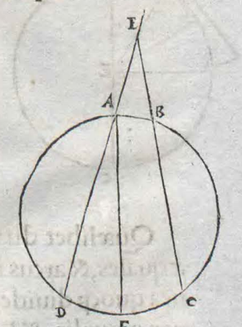
Sit circulus a b c d, in quo ſecent ſe duæ cordæ a c & c b, & ſit ſectionis e. Díco, q; angulus a e b eſt æqualis angulo quí eſt in circumferentía quã ſubtendunt duo arcus a b & c d, & q; angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b línea b z æquediſtanter líneæ a c per 31. primí. Si ergo línea b z ſecat circulũ, palam, quía arcus c z eſt æqualis arcuí a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis eſt ambobus arcubus a b & d c, qm̃ arcus d c ubíq; eſt cõmunís, ſed arcus d z reſpícit angulũ d b z, quí eſt æqualis angulo a e b per 29. primí, angulus itaq; a e b eſt æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur línea d z, & ꝑducatur línea z b extra circulũ in punctum h, erít ergo angulus h b d extrínſecus æqualis duobus angulís íntrínſecís b d z, b z d ꝑ 32. primí, ſed duo anguli b z d & b d z reſpíciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus ergo h b d eſt æqualís angulo quem reſpíciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem eſt arcus d a, ſed arcus a d eſt æqualís arcuí z c, arcus itaq; d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primí angulus h b e ſit æqualis angulo b e c, patet, quía angulus b e c eſt æqualís angulo quẽ in circumferentía reſpíciunt duo arcus d g a & b z c, quoniã ſi línea h b z continet circulũ & non ſecat, tunc patet per 31. tertíj, quía angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ eſt b a d, & angulus e b h eſt æqualís angulo cadenti in portionẽ circuli b c d, ſed angulus e b z eſt æqualís angulo b e a per 29. primí, angulus itaq; b e a eſt æqualís angulo quí apud circumferentíam cadit in arcum b c d, ſed arcus b c eſt æqualís arcuí b a per ꝓximam præcedentẽ. arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a eſt æqualís angulo quí apud circumferentíam reſpícit duo arcus a b & c d, quoniã angulus cadens in arcum b c d eſt conſiſtens in portione circuli quí eſt b g d, ſimíliter & q; poteſt declarari, q; angulus b e c eſt æqualís angulo apud circumferentiã quem reſpíciunt duo arcus b c & a d, quoniã angulus b e c eſt æqualís angulo h b d, cuius æqualítas per 31. tertíj cadít in portionẽ círculí b c d, qd̃ eſt in arcũ b a d, eſt autem ex præmíſſis arcus a b æqualis arcuí b c, patet itaq; propoſitum.



LV.

Angulus à duabus líneis ab uno puncto extra circulum dato circulum ſecantibus contentus æqualis eſt angulo ſuper circumferentiã cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas líneas compræhenſus excedit minorem.

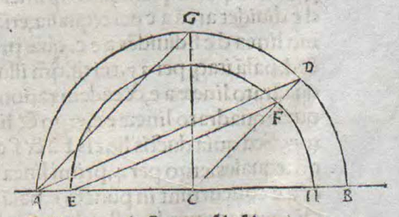
Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ líneæ ſecantes circulum quæ ſínt a e d & e b c. Díco itaq;, q; angulus d e c eſt æqualís angulo quí eſt apud circũferentiã circuli, quẽ reſpícit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum línea a f æquediſtans líneæ b c per 31. primí, erít ergo per 53. huíus arcus e f æqualís arcuí a b. eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b, ſed angulus d a f apud circumferentiã exíſtens cadít in arcũ d f, & angulus d a f eſt æqualís angulo d e c per 29. primí, ergo angulus d e c eſt æqualís angulo cadenti ſuper circumferentíam in arcum d f, quod eſt propoſitum.



LVI.

In dato ſemicírculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eiſdem punctis ad aliud pũctum quodcunq; ſemicírculi dati lineas duas prioribus duabus ꝓportionales duci eſt impoſſibile. In diuerſis uero ſemicírculis hoc eſt poſſibile.

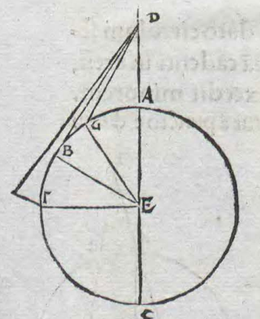
Eſto datus ſemicírculus a d b, cuius díameter a b, centrum uero c, & ſit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio díametri ad punctum d línea a d, & à centro c línea c d. Díco, q; ſi à punctís a & c duæ líneæ ad aliud punctum ſemicírculi ducantur, q; illæ duæ ductæ líneæ duabus líneís a d & c d, proportionabíles non erũt, ſit enim, ſi poſſibile eſt, ut à punctís a & c ducantur ad punctum g duæ líneæ a g & e g, & quæ eſt proportio líneæ a d ad líneam c d, eadem ſit líneæ a g ad líneam c g, erít permutatim per 16. quínti ꝓportio líneæ a d ad líneam a g, ſicut líneæ c d ad líneam c g, ſed línea c d eſt æqualis líneæ c g



quoniam ambæ ſunt ex centro ſemicirculi,ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem eſt impoſſibile ex 7.tertij & 18.primi,maiori enim angulo ſubtenditur linea a d ꝙ̃ linea a g,& eſt uicinior diametri,patet ergo propoſitũ primum,quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impoſſibile,& eodem modo deducendũ ,in diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile.Si enim ſemicirculi æquales fuerunt,tunc ex centro alterius ſemicirculi ſuper diametrũ conſtituto æquali angulo a c d, per 23.primi compleatur ,ppoſitum,ex 4.primi & per 4.ſexti,ꝙ ſi alter ſemicirculus minor fuerit dato ſemicirculo,inſcribatur æqualis illi ſemicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquediſtans primo & in punctum ubi linea c d ipſum ſecabit,qđ ſit f,ducaẽ linea à termino ſui ſemidiametri q̃ ſit e f, & patet propoſitum per diffinitionẽ circuli & 29.primi,& per 4.ſexti.& ſi dato ſemicirculo alter fuerit maior,circumſcribatur æquediſtanter eidem,& producta linea à centro primi ſemicirculi ad datum punctũ d quouſq; tangat periferiã alterius ſemicirculi,& cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri,& deinde compleatur ut prius demonſtrato, & patet propoſitum.

LVII.

A puncto uno ad datũ ſemicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ poſſibile eſt duci, ex quo patet, ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto ſub contingente ducta ſecat ſemicirculũ in uno pũcto ſup punctũ cõtingẽtiæ,& in alio ſub ipſo.



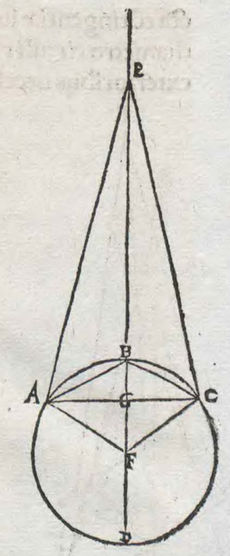
Eſto datus ſemicirculus a b c,cuius centrũ e, & ſit extra datus punctus d,à quo ad ſemicirculũ ducatur linea contingens, quæ ſit d b.Dico ꝙ à puncto d ad ſemicirculũ a b c, aliã contingentẽ ꝙ̃ lineã d b duci eſt impoſſibile, ſi enim hoc ſit poſſibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, ſit primo ut cadat ultra punctũ b uerſus c in punctũ f,& ſit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b,& ꝓducatur diameter c e a,ſed ad punctũ d, palã ergo per 17.tertij,qm̃ angulus e b d, eſt rectus,ſimiliter angulus e f d eſt rectus.Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d,quod eſt contra 21.primi.Idem quoq; accidit impoſſibile,ſi linea contingens ducta à puncto d ad ſemicirculũ d b c cadat inter puncta b & a,ſit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit ſemicirculum, tangit autem, ergo ipſa producta ſecat ipſum , & hoc eſt propoſitum.

LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes ſunt æquales,& arcus interiacens puncta cõtingentiæ eſt minor ſemicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarumper æqualia,& arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c,cuius centrum f,& ſit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16.tertij,q̃ ſint e a & e c, dico ꝙ ſunt æquales,& ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ eſt minor ſemicirculo.& ſi producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & ſi linea d e diuidet arcũ a c per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a e c, quæ producta ſecabit circulũ,ſecet ergo ipſum in punctis b & d.palã itaq; per 35.tertij.qm̃ illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis eſt quadrato lineæ a e,& eadem ratione quadrato lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e eſt æqualis lineæ c e,& hoc eſt primũ propoſitoꝝ.Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17.tertij,ſunt ergo æquales.ergo per 4.primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia.& quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e.palã per 32.primi,qm̃ anguli e f c & e f a ſunt minores rectis,arcus ergo a b c eſt minor ſemicirculo per ultimã ſexti,quod eſt ſecundũ. Ducatur quoq;

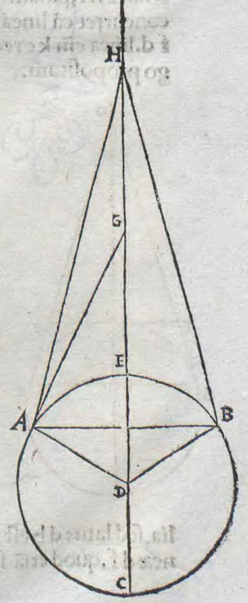
quoq; linea à a c ſecans lineã e d in puncto g,& ducantur a b & a c, quia ergo linea e g ſecat angulũ a e c per æqualia, patet per quartã primi,cũ linea a e ſit æqualis lineæ e c,& latus e g ſit cõe, quoniã linea a g eſt æqualis lineæ c g,&angulus e g a eſt æqualis angulo e g c.Sed & trigonis a b g & c b g latus b g eſt cõmune,ergo per 4.primi erit linea a b æqualis lineæ b c,ergo per 27.tertij, arcus a b eſt æqualis arcui b c,eodẽ quoq; modo patet,ꝙ ſi linea g e ſecat arcũ a c per æqualia in puncto b,quod ipſa etiã diuidet per æqualia angulũ a e c, quia eñ trigona a e b & c e b ſunt æquilatera,ut patet,palam ergo per 8.primi,qm̃ angulus a e b eſt æqualis angulo c e b,& hoc eſt totũ quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli reſectis à terminis illorum arcuũ ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere eſt neceſſe, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuũ cõtingere eſt neceſſe.Ex quo patet,qm̃ oẽm angulũ & arcum à lineis contingentibus ꝯtentũ diuidit diameter educta per æqualia.

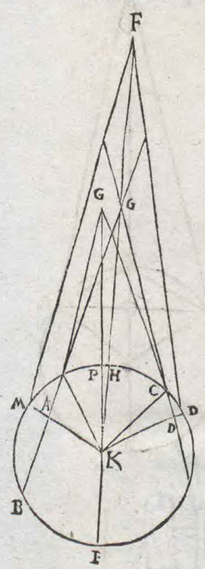
Eſto circulus a b c,cuius centrũ ſit d,& eius diameter c e,quæ ꝓducam indefinite ad punctũ f,& ab unaquaq; parte puncti e ſint a e & b e arcus æquales,& à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 16.tertij.Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f.ꝙ ſi dicaẽ ipſas nõ concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cũ diametro d f productis lineis d a, d b,erunt anguli in puncto a & b recti,ſed anguli e d a & e d b ſunt acuti per ultimã ſexti.arcus enim a e, b e ſunt minores qualibet quarta circuli,ergo per 14.huius, lineæ cõtingentium utraq; cõcurret cũ linea d f,ſi itaq; nõ fiat,hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cõcurrat cũ linea d f in puncto g.& contingens ducta in puncto b cõcurrat cũ d f in puncto h, & ſit utraq; punctum g,& ducatur linea a h. eritq; per 16.tertij,& ex hypotheſi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4.primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a,ergo per 17.tertij uterq; ipſoꝝ eſt rectus.quia itaq; angulus d a g eſt rectus per eandem 17.tertij.patet ꝙ ipſe eſt æqualis angulo d a h recto,& angulus a d g eſt cõmunis.erit ergo per 32.primi,angulus a g d æqualis angulo a h d extrinſecus ſcilicet intrinſeco a h g,quod eſt contra 16.primi,& impoſſibile.patet ergo primum. Sed & ſi à puncto diametri h ducanẽ duæ lineæ circulũ cõtingentes in punctis a & b,erũt arcus a e & b equales,trigona enim a h d & h b d ſunt æquilatera per præcedentem,ergo ſunt æquiangula per 8.primi,eſt ergo angulus a h d æqualis angulo b d h,ergo per 25.tertij.arcus a e eſt æqualis arcui b e,qđ eſt propoſitum,& patet corollarium.



LX.

Si intra duas lineas circulũ cõtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulũ cõtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ extreriorũ,& ſi arcus hinc inde interiacẽtes pun

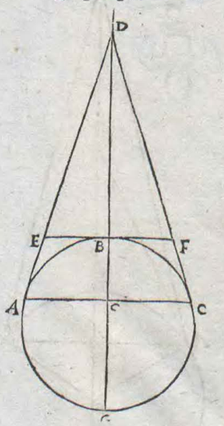
cta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũq; concurſus ſemper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cũ exterioribus neceſſario concurrent.



Eſto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & ſic ut ab aliquo puncto ſuo, quod ſit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto ſuperficiei a f d, quod ſit g. lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. ſi enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, ſi in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & ſimiliter angulus k a' g rectus, & ſic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capiť, ut g a. hoc aũt eſt cõtra 15. tertij, palã ergo, qm̃ impoſſibile. Si uero detur, q; puncta b & c cadãt extra puncta a & d, ſic punctũ b ultra a punctũ, ſecabitq; linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et qm̃ eſt contingens ſolum in puncto b, erit punctus ſectionis extra circulũ, ſit ille punctus m. Palã itaq;, qm̃ linea m a & m b ab uno puncto m productæ ſemicirculũ cõtingunt, quod eſt cõtra 57. huius, non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, ſed intra. Similiterq; demõſtrabitur, quia punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interioꝛ intra puncta cõtingentiæ exterioꝛ. Sed & arcubus a b & c d exiſtentibus æqualibus, punctũ g neceſſario cadit in diametro e h f, ſi enim extra illã ducať linea k g ſecans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f eſt æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoq; a b eſt æqualis arcui c d, ex hypotheſi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, ſed arcus h b eſt maior arcui p b, ergo arcus c h eſt maior arcu c p, pars ſui toto, quod eſt impoſſibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam eſt per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, neceſſario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret neceſſario cũ linea f d. linea' em̃ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propoſitum.

LXI.

Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea' contingens circulũ ad alias cõtingentes, p ducantur, illa in puncto ſuo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abſcindit æquales.

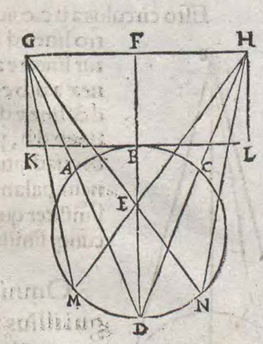


Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producaſ ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, q̃ niã ipſa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b. à puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaq;, qm̃ eſt orthogonalis ſuper diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipſa producta ſecabit lineas d a & d c, ſic ergo ut ſecet lineam d a in puncto e. & lineã d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli ſunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f ſunt recti. palã, quia trigona e b d & f d b ſunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera ſunt proportionabilia, ſed latus d b eſt æquale ſibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. quod etiã ſic patere poteſt, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir

tes circulũ. f. e a & e b, patet per 58. huius, quod ipſæ ſunt æquales. oẽs ergo lineæ a e, e b; b f, f e, ſunt æquales, ergo lineæ e d & f d ſunt æquales. patet ergo propoſitum.

LXII.

Duobus punctis æqualiter diſtantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ ſunt æquales, illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrũ e, diameterq; eius d b, educať ad punctũ f, ſintq; duo puncta g & h æqualiter diſtantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d, ad alium terminũ diametri ſecantes circulũ linea g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ ſit k b l, à qua æqualiter diſtẽt puncta g & h. Dico q; arcus a b & b c ſunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypotheſi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter diſtãt à puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter ſuper lineã k b l contingentẽ per 12. primi, erunt ergo ex hypotheſi & illæ æquales. ergo per 33. primi, linea g h æquediſtat lineæ k l. ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g ſunt recti. ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f ſunt æquales, ergo per 23. tertij, arcus a b eſt æqualis arcui b c. patet quoq; manifeſte q; ſi à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ cẽ ad punctũ d producantur, ut ad punctũ m uel n, q; illæ lineæ arcus reſecabunt inæquales. qualibet enim illarũ quæ ſecat diametrum, abſcindit minorẽ arcũ, & alia maiorẽ. & hoc eſt quod proponebatur.

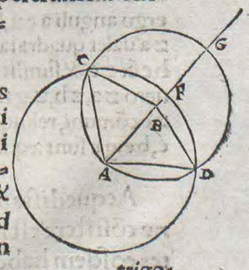
LXIII.

Diameter circuli diuidens exagonũ, eidem circulo inſcriptũ, ab oppoſitis angulis per æqualia duobus lateribus mediꝭ exagoni erit æquediſtans.

Sit circulus, cuius centrũ ſit punctũ a, inſcriptus exagonus qui b c, d e, f g, & ab oppoſitis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico q; illa diameter æquediſtat duabus mediꝭ lateribus exagoni, quæ ſunt c d & g f. ducanť enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, q̃ ſunt latera exagoni ſunt inter ſe æqualia, & utrunq; ipſoꝝ eſt æquale ſemidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo q; trigona a b c & a c d ſunt æquilatera. ergo per 8. primi, ipſa ſunt æquiangula. erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & e d æquediſtant. Similiter quoq; poteſt demonſtrari de lineis a b & f g. patet ergo qm̃ diameter b e æquediſtat mediꝭ lateribus exagoni, q̃d eſt ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus ſe ſecantibus ita, ut minor pertranſeat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi eſt neceſſe.



Sint duo circuli c f d maior, & centrum ſit a, & c g d minor, cuius centrum ſi b, ſecentq; hi circuli in punctis c & d, tranſeatq; minor qui c g d per centrum maioris qd' eſt a, eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris. Dico, q; arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ ſit a b, & hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ ſit a b g, & ad puncta ſectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in

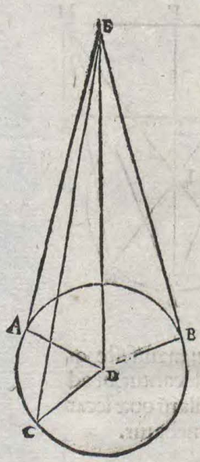
trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & basis a c est basi æqualis a d, quoniã sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit p æqlia in pũcto a, qd est ꝓpositũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

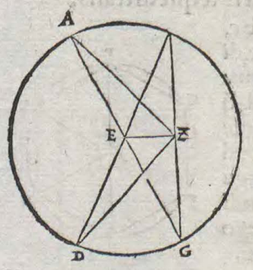
Esto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter supra circulũ à centro linea d e, ita, ut p diffinitionẽ polus circuli super punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq; quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, p penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d est æquale sibiipsi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.



LXVI.

Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphæræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e existente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æqules, sunt ergo recti, eodemq; modo potest demonstrari de omnibus angulis cõtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ꝓpositum.



LXVII.

A centro sphæræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphæræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

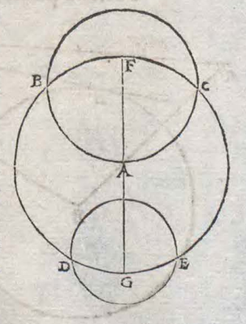
Sit ut in præmissa centrum sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius sphæræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphæræ linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g quæ sit z. Dico, ꝙ punctũ e est centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ sphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & similiter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata lineaꝝ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e est centrũ circuli a b g, qd est ꝓpositũ.

LXVIII.

Aequedistantium in sphæra circulorum centra in eadem diametro sphæræ cõsistere est necesse, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in sphæra æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

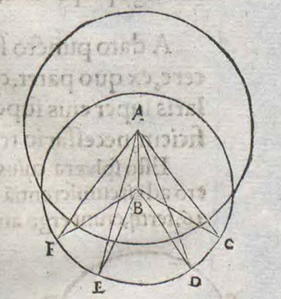
Sit sphæra, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphæræ cum ipsa trãseat centrum sphæræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiẽ circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrũ circuli d e, sunt ergo centra illorũ circuloꝝ in eodem diametro sphæræ, qd est propositum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, ꝙ si etiam reliquus circulorum æquedistantiũ esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphæræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniã amborum est idem centrum, quod est centrum sphæræ.



LXIX.

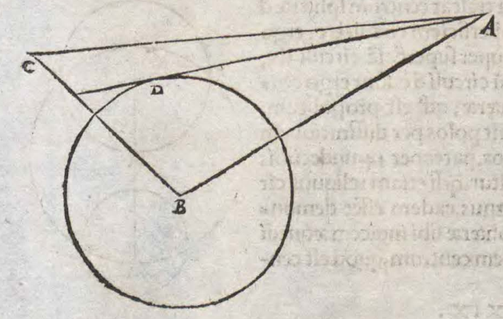
Si plana superficies secet sphæram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel supficie spchæria dato est possibile totali superficiei sphæricæ circulum circumduci, alij etiam circulo illius æquedistantem.

Sit sphæra, cuius centrum a, secetur q; per planam superficiẽ. Dico, ꝙ communis sectio superficiei sphæricæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphæræ superficiẽ, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illoꝝ, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiẽ secantem, quæ sit a b, & cõtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam sectionem cõmunem à centro ipsius sphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, sed quadratũ a c est æquale quadrato lineæ a d, qm linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionẽ sphæræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibiipsi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. p eandẽ demonstrationẽ quotcũq; aliis lineis à centro sphæræ a ad aliam communem sectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b est centrũ circuli. Cõmunis ergo sectio istaꝝ superficierũ est circulus, & hoc est propositũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm à puncto dato per 12. primi ꝓducta perpendiculari super diametrum sphæræ, imagineẽ superficies plana secans sphærã secundũ illam ꝓpendicularẽ, & patet propositũ per præmissa, ꝙ si alicui circulo in sphæra signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphæræ diametrũ transeuntẽ circuli centrũ, cui æquedistans debet duci circulus, & ꝓducaẽ in continuũ usq; ad aliam sphæræ superficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; super ꝓductã & orthogonaliter super diametrũ sphæræ, imagineturq; superficies plana transiens terminos istarum lineaꝝ in ipsa superficie sphæræ, faciens sectionẽ, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphæræ super quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiẽ in punctis illis, ut præmittitur sphærã secantẽ, unde à centro sphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam ſphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a, & centrũ data ſphæræ ſit b, & ducatur linea a b â centro ſphæræ qđ eſt b, ducat᷑ linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea a c, palam᷑q; p 2. undecimi, quoniã trigonum a b c eſt in una ſuperficie plana, hoc itaq; per præcedentem ſecabit ſphæram ſecundũ circulũ cui per 16. tertij. â puncto a ducatur contingens in puncto d, quæ ſit a d, & patet propoſitum.

LXXI.

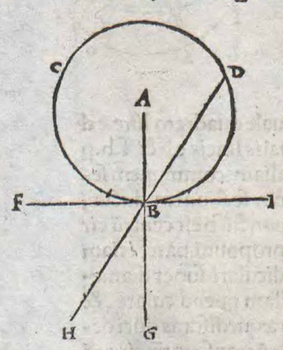
Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundum unicum punctum eſt contingens.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram linea recta trans locum contactus, & in ſuperficie ſphæræ circulus magnus. ſi ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundũ aliud q̃ ſecundũ punctum, & linea recta continget circulũ ſecundũ idem, non ergo ſecundũ punctum continget linea recta circulum, qđ eſt contra 15. tertij, palam ergo propoſitum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiei ſphæricæ ſuperficiẽ planam contingentem ducere, ex quo patet, q; omnis linea centrum ſphæræ tranſiens, eſt perpendicularis ſuper eius ſuperficiem, & ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem, neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Eſto ſphæra, cuius centrũ ſit a, & circulus eius magnus b d c, ducatur᷑q; linea a b â cẽtro ad circumferentiã, & â puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ ſit f b e per 16. tertij, erunt ergo anguli a b c & a b f recti, imaginatis quoq; per 69. huius circulis q̃tcunq; in ſuperficie ſphæræ ſecantibus ſe in puncto b, & ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b, palam per 17. tertij, quoniã linea b a cum oĩbus illis lineis continet 9. angulos rectos, ergo omnes illæ lineæ ſunt in una ſuperficie plana per 2. undecimi, illa itaq; ſuperficies contingit ſphæram per diffinitionẽ ſuperficiei planæ ſphærã contingentis, ex hoc itaq; patet, qm̃ cũ omnis linea â centro ſphæræ ducta, ſit erecta ſuper planam ſuperficiem, ſphærã ipſam in puncto ſuæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ ſunt æquales, quoniã ipſa eſt ꝓpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ, per diffinitionem perpendicularis. anguli enim ſemicirculo᷒ omnes ſunt æquales per 43. huius, quoniam linea a b producta ad punctũ g eſt adhuc erecta ſuper ſuperficiem planam, ſphæram contingentẽ in puncto b. palam, quia linea g b, & quæcunq; alia ꝓpendicularis erigi poteſt ſuper ſuperficiẽ planam in puncto b, contingentẽ ſphæram tranſit centrũ ſphæræ a, quia ſi â puncto b poſſit alia linea erigi ſuper ſuperficiẽ contingentẽ, non tranſiens centrum ſphæræ a, ſit illa h b d, & ſit angulus h b c rectus. Sed angulus g b e eſt rectus per 13. primi, cum angulus a b e ſit rectus ex hypotheſi, erit itaq; rectus maior recto, qđ eſt impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitum.

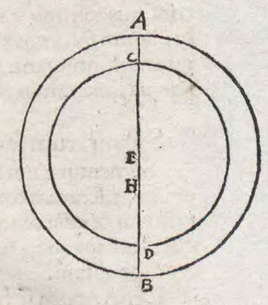


LXXIII.

Omnium ſphærarum, quarum conuexæ ſuperficies æquediſtant, uel ſecundum ſe totas ſe contingunt, neceſſario eſt idem centrum.

Sint

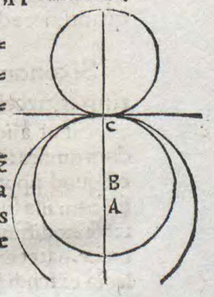
Sint duæ ſphæræ, quar᷒ conuexæ ſupficies æquediſtẽt, ſectæ per æqualia per unam planam ſupficiẽ, cõis ſectio ſuperficie᷒q; illarũ ſphæricar᷒ & huius planæ, erunt circuli, ſitq; magnus circulus maioris ſphæræ a b, & centrum eius e, minoris uero ſphæræ circulus magnus ſit c d. Dico, q; idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e non ſit centrũ amborum circulo᷒, linea tamen a e b tranſeat per ambo centra, qđ poteſt fieri continuatis centris per lineã rectam, & ꝓducta illa ad periferiã maioris ſphæræ huius, itaq; erit diameter circuli a b, quoniã circuli a b & c d ſunt in eadem ſuperficie. Sit ut diameter a b ſecet periferiã circuli c d in punctis c & d, erit᷑q; recta c d diameter circuli c d, quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulo᷒ linea a c eſt æqualis lineæ b d, & linea a e æqualis lineæ e b, remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e. patet, q; punctus e eſt centrum circuli c d, ſi enim non ſit punctus e centrũ circuli c d, ſit centrum eius punctus h, erit᷑q; per diffinitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, ſed linea h a eſt maior q̃ linea a e, ergo h b eſt maior q̃ linea e b, pars ſuo toto, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo pũctus e centrũ circuli c d, & quia circulus c d eſt magnus circulus ſuæ ſphæræ, patet, q; æquediſtantium ſphæra᷒ eſt idem centrum, qđ eſt propoſitũ primum. & eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus eſt demonſtrandũ. lineæ eductæ â centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris, ſunt æquales, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ ſphæræ æquediſtantes fuerint, uel ſecundũ totas ſuperficies ſe contingentes, quæcunq; linea ſuper unius earum ſuperficiem perpendicularis fuerit, ſuper alterius quoq; ſuperficiem perpendicularis erit.

Iſtud faciliter patet, quoniã enim ex præmiſſa tales ſphæræ indem cẽtrum habere neceſſario cõprobantur, ergo per 72. huius, linea ꝓpendicularis ſuper alteram iſta᷒ ſphærarũ centrum ipſius tranſit, ſed centrum ipſius eſt centrum alterius, ergo per eandem 72. huius ſuper alterius etiam ſphæræ ſuperficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc eſt propoſitum.



LXXV.

Si duæ ſphæræ centra diuerſa habuerint, impoſſibile eſt ut lineæ perpendiculares ſuper unius ſuperficiem ſint perpendiculares ſuper alterius ſuperficiem, niſi una tantum quæ tranſit centra ambarum.

Quocunq; modo ſe habentibus adinuicem ſphæris, ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe contingentibus, uel etiam ſe non contingentibus, uel etiam ſe adinuicem ſecantibus ſemper, patet ex 72. quoniã linea tranſiens per centra ipſarũ, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſq;, aliam quoq; lineã ſuper utriuſq; ſuperficiem ꝓpendicularẽ eſſe, eſt impoſſibile. Si enim ſit poſſibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter ſuper utriuſq; ſphæræ ſuperficiẽ, palam᷑q; erit ex eadem 72. huius, ipſam per utriuſq; centrũ tranſire, qđ eſt oppoſitum hypotheſi, patet ergo, qm̃ nullam aliam lineã præter eam, quæ tranſit centra amba᷒ ꝓpendiculariter duci ſuper utriuſq; ſphærarum ſuperficies eſt impoſſibile, & hoc eſt propoſitum.

LXXVI.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus aut extrinſecus contingat, in uno tantum puncto contingere eſt neceſſe.

Si enim ſphæræ contingentes ſe intrinſecus, non in puncto ſe contingant, neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos, non ſe in puncto contingere, quod eſt

contra 12.tertij.& impossibile,ꝙ si sphæræ extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto,& hoc est contra naturã circuloꝝ extrinsecus se contingentiũ,& contra eandem 12.tertij.potest & hoc aliter demonstrari.Si enim inter illas sphæras,quæ se extrinsecus contingũt,imaginata fuerit superficies plana,palam ex 71.huius,quoniã utra ꝙ illarum sphæraꝝ illam superficiẽ planam contingit in puncto,ergo & seinuicem in puncto contingant,ꝓpinquior est utriusꝙ sphæraꝝ ipsa plana superficies interposita ꝙ reliqua sphærarum,& hoc est propositum.

LXXVII.

Sphærarum se contingentium,centra diuersa esse,est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67.huius,secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra,& per puncta contactuum,& quia centra horum circuloꝝ sunt centra sphæraꝝ suarum per diffinitionem circulorũ magnoꝝ,hos autẽ circulos centra diuersa habere,est conclusio 6. tertij. patet ergo ꝓpositum.

LXXVIII.

Centrorum sphærarum se extrinsecus contingentium,distantiam secundum lineam compositã ex ambarũ sphærarũ semidiametris,intrinsecus uero contingentiũ se secundũ excessum simidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse,palam est.

Hoc patet ex 76.huius,quoniã enim contactus sphærarũ fit secundum unum tantũ punctum.punctus uero est,cui pars non est,tunc euidens est,ꝙ punctus ille cõmunis in utraq; intersectione nihil admit de diametroꝝ quantitate,indiuisibile enim nõ fit pars quanti,nec addit nec minuit aliquid de quanto,& sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphæræ superficiẽ aliquam secundũ eam totam contingat,necesse est superficiẽ contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit ut aliqua sphæra secundũ suum concauum contingat aliquam superficiẽ secundum omnes illius partes,sicut uas sphæricũ superficiem aquæ contente.Dico,ꝙ uerum est quod ꝓponitur.ducantur enim lineæ plurimæ à centro sphæræ ad locum contactus sui cum illa superficie,& quia omnes lineæ ꝓductæ ad concauũ sphæræ,sunt æquales inter se ex diffinitione sphæræ,& sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactæ.patet ex dicta diffinitione,quoniã illa superficies est pars sphæræ,& q̃libet intellecta extendi secundum concauũ ambientis sphæræ,sphæram minorẽ complebit,est ergo pars minoris sphæræ.linea quoq; in illa superficie signata est pars circuli ex 9.tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur,& sic illa superficies est pars minoris sphæræ,quod est propositum.

LXXX.

Si sphæra sphæram intersecet,communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium,erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur,patet,imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineam cõmunem sectionis sphæraꝝ qualiscunq; fuerit.hæc ergo superficies ꝓpter similitudinẽ corporum se intersecantiũ plana erit,cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusq; sphæraꝝ erit circulus per 69.huius.palam ergo,ꝙ cõmunis linea intersectionis superficieꝝ sphærarũ illarum erit periferia circuli,in qua inclusa superficies,erit circulus cõmunis illi sectioni,quoniã aliàs corpus quo utræq; sphæræ cõmunicãt,est corpus cõmune sphærarum intersectioni,& est corpus irregulare,duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum,& diuersis secundum dispositionem se intersecantium sphærarum,patet ergo propositum.

LXXXI.

Sphærarum se intersecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est,ex quo patet intersecantiũ se sphærarum centra diuersa esse.

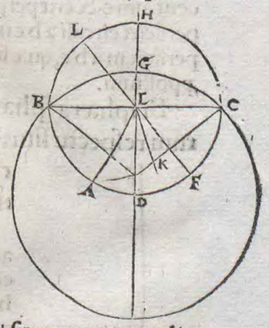
Primũ

Primum patet ex diffinitione sphærum se intersecantiũ, quoniã enim intersecantibus se sphæris,diameter unius per alteram abscinditur,& maiorũ circuloꝝ diametri suarum spæraꝝ.diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia,tunc patet,ꝙ circulus unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis.Cum ergo unus circulus alium non contineat,quia nec una sphæra aliam continet,palam,quia tales circuli se inuicem secant ex diffinitione talium circuloꝝ,quia uero ex 5.tertij circuloꝝ se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est,& idem est centrum sphæræ qđ est centrũ circuli magni in illa sphæra.patet corollariũ,scilicet,quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa,& hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphæra sphæram intersecet linea,quæ centra illarum sphærarum transit,centrum circuli periferiæ communis sectionis transire,& super ipsius superficiem perpendicularem esse,necesse est.

Circulus cõmunis sectionis sphærarũ aut est circulus maior alterius sphærarũ se intersecantiũ,aut minor.si maior,hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat.Si enim æq̃les sphæræ secũdũ circulũ maiorẽ se intersecarẽt,nõ esset sphærarũ intersectio,sed unius sphæræ ex duobus hemisphæriis æqualibus cõpositio.si ergo circulus cõis sectionis sphæraꝝ sit circulus maior,non erit ille circulus maior nisi in sphæris inæqualibus se intersecantibus circulus sphæræ minoris,quoniã ipsum esse circulũ maiorem sphæræ maioris est impossibile,qm̃ maior circulus sphæræ maioris non potest cadere in superficiẽ sphæræ minoris. Sit itaq; circulus talis a b c,& sit centrum maioris sphæræ d, sphæræ uero minoris e,erit quoq; e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e,& patebit ꝓpositum primũ.Item ducantur lineæ d a,d b,d c,& linea a e,b e,c e,eruntq; trianguloꝝ d a e & d b e latera æqualia,ideo,quoniã linea d e latus est cõmune,& latus d a æquale est lateri d b ex diffinitione sphæræ,latus quoq; a e æquale est lateri b e ex diffinitiõe circuli,ergo per 8.primi anguli æquis lateribus contenti,erunt æquales.angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a,similiter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e,centrum sphæræ anguli super centrum e semper erunt æquales, & quia super eandem diametrũ oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit,patet per diffinitionẽ ꝓpendicularis, qm̃ ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4.undecimi linea d e super superficiẽ circuli a b c erecta est,& super eam ꝓpendicularis. Si uero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphærarũ se intersecantium,sed minor,intelligatur in ipso ꝓtracta diameter q̃ sit l f per puncta l f,& utraq; sphærarum imaginetur recta per superficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l,quæ sunt in supficie utriusq; sphæræ,erit ergo per præmissa quilibet illorũ circuloꝝ circulus maior in utraq; sphæraꝝ se intersecantiũ.secabitq; circulũ a b c uterq; illorum circuloꝝ maiorum per æqualia,qm̃ arcus f l est medietas circumferentiæ circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c,qđ est e.imaginent̃ item duo circuli alij maiores in eisdem sphæris,quorũ quilibet secet portionẽ circuli maioris suæ sphæræ erectam sup circulũ a b c per æqaulia,qđ fieri poterit ex 29.tertij,diuiso arcu f l utriusq; circuli sphæraꝝ se intersecantiũ per æqualia,& à puncto sectionis utriusq; circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphæraꝝ utriusq;,fiat itaq; sectio arcus sphæræ maioris in puncto g,& sectio arcus sphæræ minoris in puncto h, & similiter hi circuli maiores cum illis circulis quos secant angulos æquales sphærales, uel inæquales contineant,patet,cum à polo circuli a b c per centra sphærarũ ambaꝝ transeant, quoniã ambo secabunt circulũ a b c per æqualia.transibunt ergo per centrum ipsi ꝙ est e linea,ergo d g,q̃ per diffinitionẽ maiorum circuloꝝ,& per 3.undecimi est cõmunis sectio duorum circulorũ maioꝝ in sphæra maiori se secantium,transeunt per centrum e,



quoniam cum centrum e sit in superficie utriusq; illoꝝ circulorū, necesse est, ut sit in linea cōmuni utriusq;. Similiter etiam linea e h, quæ est cōmunis sectio circulorum maiorum in sphæra minori se intersecantiū, transit per centrum e, sed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitioue circuloꝝ se secātium est aliqua linea recta cōmunis ut e g, erit illa p primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphærarum se intersecantiū, & per centrum circuli, qui est cōmunis sectio, cū centro in periferia cōmunis sectionis superficierum sphæricarum se intersecantium, patet ergo ꝓpositum primū. Secundum uero patet ex præmissis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulū minorem orthogonaliter eum secant, & eorum cōmunis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulū perpendicularis erit, & hoc est ꝓpositū. potest & idem per 66, & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

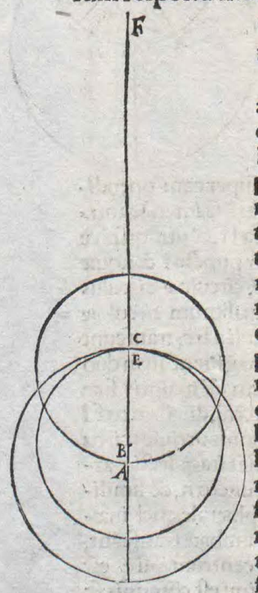
LXXXIII.

Si sphæra sphæram intersecet, lineam transeuntem centrum circuli periferiæ communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiē insistentem, ambarum sphærarum centra transire necesse est.

Hæc est conuersa præcedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli cōmunis sectiōis sphærarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiē ad alium aliquē punctum, præter centrum ambaꝝ, uel alterius sphærarū, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambaꝝ sphærarū alia linea, quæ sit d h. patet autem per præcedentē, quoniā hic erit transiens p centrum e, & erit perpendicularis super superficiē circuli a b c. ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝓpendiculares super eandem circuli superficiem a b c, quæ sunt e d & e k, qd' est contra 13. undecimi, & impossibile, patet ergo ꝓpositum.

LXXXIIII.

Si sphæra sphæram intrinsecus intersecet, necesse est centra illarū sphærarum respectu situs sui contactus secundum quantitatē periferiæ circuli, qui est communis sectio suarum superficierū plus distare, centrūq; sphæræ continentis plus profundari.



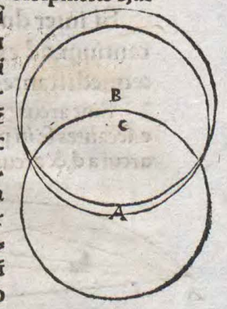
Sphæræ datæ intersecare se debentes, si æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se intersecent, tunc ipsaꝝ idem erit centrum. facta uero intersectiōe ipsarum centra diuersantur per 8. huius. & secundū ꝙ circuli periferia, quæ est cōmunis sectio illarū superficierum sphæricaꝝ fit maior uel minor, secundū hoc plus uel minus distabunt centra, ꝙ si sphæræ fuerint inæquales, quarum una alterā intrinsecus cōtingere poterint, tunc in situ suæ cōtingentiæ centrorum suoꝝ distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphæræ maioris ad semidiametrū minoris. Demus ergo, ꝙ centrū maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius, intersectio uero fit secundū circulum per 80. huius. palā, quia facta intersectione sphæraꝝ, abscindet sphæra a diametrum b c in puncto alio q̄ in termino suo qui est punctus c. sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponaturq; ut linea f e sit æqualis diametro sphæræ b, quoniā itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est æqualis semidiametro b c, q̄niam sunt diametri eiusdem sphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior q̄ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior q̄ linea a b, plus ergo distāt centra sphærarum in intersectione q̄ in situ contactu, & secundū ꝙ periferia circuli, quæ est cōmunis sectio suarum superficierū minoratur, secundum hoc distantia centroꝝ augetur, & secundū ꝙ illa periferia augetur, secundum hoc

hoc distantia centrorum minuitur, & respectu partis uniuersi ad quā fit intersectio plus profundatur centrum sphæræ continentis respectu contactus in tanto, quanto linea a e fit maior q̄ linea a b, & hoc est quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ sphæræ intra tertiam secundū circulum æqualem circulo maiori sphæræ, intra quam fit intersectio, se intersecent, utraq; illarum sphærarum sphæram, intra quam fit intersectio, intersecabit, & omnium illam superficierum sphæricarum cōmunis sectio erit periferia circuli unius.

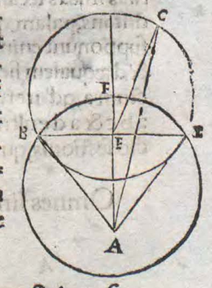
Verbi gratia: Sit in sphæra, cuius centrum a intersecet sphæram, cuius centrum sit b intra sphæram, cuius centrū sit c secundū circulum æqualē circulo maiori sphæræ c, dico ꝙ sphæra a & sphæra b intersecabunt sphæram c, & omnium superficierum sphæricaꝝ illarum sphærarū erit cōmunis sectio periferia circuli secundū qd' sphæraꝝ a & b fiebat intersectio. hic est cuiusdam circuli magni sphæræ c, quoniā enim circulus maior diuidit sphæram p æqualia, quia transit per centrū eius ex diffinitione, tunc patet, ꝙ æqualis eidē utcunq; contingat eum in sphæra ꝓduci, diuidet eam per æqualia. & sic intersecabit secundū illum circulū utraq; sphærarum. s. a & b sphærā c. Sphæra autem a intersecante sphæram b, communis sectio est periferia circuli per 79. huius, diuidit autē iste circulus sphæram c per æqualia, ergo intersecat. est ergo eius periferia in superficie c, sed & eadem periferia est in superficiebus sphæraꝝ a & b. In omnium ergo sphærarū illarū trium superficiebus est illa circuli periferia, est ergo ipsa cōmunis sectio omnium superficierum dictarum sphærarum, quod est propositum.



LXXXVI.

Lineam à centro sphæræ per centrum circuli sphæram secantis orthogonaliter ductam, medio abscisæ portionis, est necessarium applicari.

Sit sphæra cuius centrū a, & sit circulus b c d, cuius centrū sit e, abscindens portionē sphæræ, ducaturq; linea a e, & ꝓducatur usq; ad superficiē sphæricam, cui incidat in pūcto f. Dico, ꝙ linea a e necessario applicatur puncto, qui est medium abscisæ portionis sphæræ in conuexo uel concauo ipsius, & ꝙ hoc est punctum f. ducantur enim lineæ a b & a c, & copulentē lineæ e b, e c, e d, erunt itaq; trigona a e b, a e c, a e d omnia secundū latera æquales angulos respicientia, adinuicem ꝓportionabilia, qm̄ illa ipsoꝝ latera sunt adinuicē æqualia, ut patet per sphæræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e est omnibus cōmune. anguli itaq; b a e, c a e, d a e oēs sunt æquales per 5. sexti. ergo per 25. tertij angulus b f, c f, d f sunt æquales, & quoniā productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem semper accidit. palam, quia punctus f est in medio portionis abscisæ de sphæra, & hoc proponebatur.

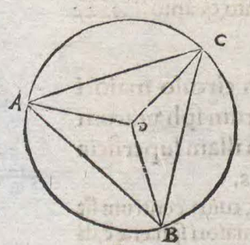


LXXXVII.

Proportionem partis superficiei sphæricæ ad totalem superficiem suæ sphæræ, sicut anguli solidi in ipsam à centro sphæræ cadentis ad octo rectos solidos necesse est esse.

Verbi gratia. Sit a b c pars superficiei sphæricæ alicuius sphæræ, cuius sit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipsa superficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietq; pyramis, cuius uertex est punctum d, & basis a b c. palam quoq;, quoniam angulus circa punctum d est solidus, tribus angulis superficialibus contentus. Dico, ꝙ quæ est ꝓportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum solidum circa centrum d, eadem erit proportio superficiei sphæricæ quæ est a b c, ad totam sphæricam superficiem suæ sphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, transeuntes per omnia puncta illius superficiei, non

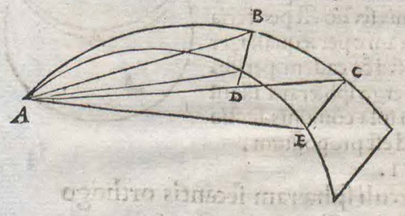
non ſecantes ſe ſuper illam. patet itaq; quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius ſuperficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos ſuos circulos eſt ꝓportio, ſicut angulorum contentorũ ſub linea à centro d ad ipſorum terminos, productis ad 4. rectos ſpales per ultimam ſexti, patet ergo propoſitum. & etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpondet illi parti ſuperficiei ſphæricæ, ſic reſiduum 8. ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet, ergo ꝑ 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpoſitum.



LXXXVIII.

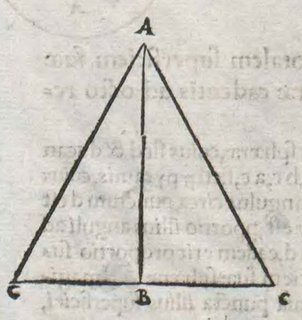
Si inter duas quartas circulorum æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquediſtantes, & remotior à puncto ſectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in ſuperficie alicuius ſe ſecantium, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a, in quibus ſignantur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d ſunt æquediſtantes. & ꝙ linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli tranſeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b ſunt æquales, & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte puncta c & e, circumducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d b circulus erectus ſuper diametrum ſphæræ p 69. huius, & ſimiliter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquediſtantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquediſtantes ꝑ 16. undecimi, imaginata ſuperficie plana in qua ſunt puncta b c d e, circulos ſecundum illas lineas ſecante. ſed & linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, ſi enim ſit æqualis cum ſit æquediſtans, palam, quia circuli a b c & a e d æquediſtantes erunt, qd' eſt contra hypotheſim. ſupponunt enim ſe ſecare in puncto a, aut ſequatur circulum tranſeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circuloꝝ polus eſt punctum a, qd' iterum eſt impoſſibile. & ſi linea c e ſit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectionis, quod eſt ꝓpoſitum hypotheſis, ergo patet ꝓpoſitum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales, & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis, omnemq; lineam longitudinis eſſe in eadem ſuperficie cum axe, ipſam quoq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere.



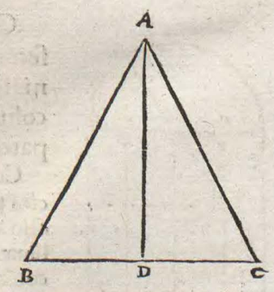
Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per tranſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ ſuum unde incipit redeat, triangulo ipſo circumducto, qui triangulus, ſi fuerit duorum laterũ æqualium, ſecundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

tium fuerit fixũ, cauſabit pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus, per 5. & per 32. primi. & ſi fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonia, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtuſus. & ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante ſemper 32. primi. ſic ergo diuerſantur formæ pyramidum ſecundum diuerſitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, ſunt æquales ei. ſ. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſans pyramidem ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & eſt a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lõgitudinis & ſemidiametris baſis ſunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex iis, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, eſt polus circuli ſuæ baſis per 65. huius, & quoniã linea a c eſt in eadem ſuperficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis ſunt in eadẽ ſupeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu ſuo deſcribit circulũ baſis. patet ꝙ axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis exiſtente cõmuni, omnes anguli ad centrum b conſtituti ſunt æquales, patet ergo propoſitum.

XC.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam uel lateratam ſecundum axis longitudinẽ & ſuperficiei conicæ, cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentum, ex quo patet, quoniã illa ſuperficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ ſuperficies quæ pyramidẽ ſecundum lineam longitudinis per æqualia ſecuerit, ſecundum axem neceſſario ſecabit.

Eſto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter baſis b c, & ſit centrum baſis d, & palam per præmiſſam, qm̃ linea a d eſt axis illius pyramidis. ſuperficies itaq; plana ſecans pyramidẽ rotundam, ſecundũ axis longitudinẽ pertranſit puncta a & d, erit itaq; illa ſuperficies plana orthogonaliter erecta ſup baſem pyramidis per 18. undecimi. cõmunis itaq; ſectio baſis pyramidis & illius ſuperficiei planæ eſt linea recta ꝑ 3. undecimi, qd' eſt diameter baſis, & ſit hoc b c. trigonũ itaq; a b c eſt in ſuperficie ſecante, ſed & idẽ trigonum eſt in ſuperficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d eſt illud, ex cuius ꝑtranſitu deſcribitur pyramis a b c, & trigonũ a b c eſt duplum illi per 1. ſexti. patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa ſupficies taliter pyramidem ſecans, diuidit ipſam per æqualia, qm̃ tranſiens uerticem & concluſa diametro per æqualia diuidit & baſem, in laterata uero pyramide, aut ſuꝑficies plana ſecans tranſit latus aut angulum, eritq; ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis ſectio ſemper trigonis maior uel minor, patet ergo propoſitum, quoniam & cõuerſa per ſe, & ex præmiſſis patet.

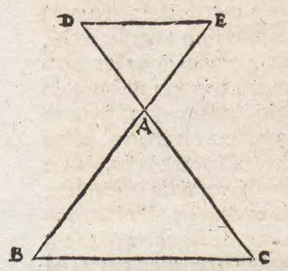


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis ſuper axem in uertice tantũ ſe interſecant, productæ quoq; aliam ſimilem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionẽ & ſitum priori pyramidi modo contrario ſe habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuſcunq; ꝓductæ, ſe ſuper axem

in uertice secent, euidens est, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes sunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipsarum aliam intersecat, ꝙ etiã ꝓductæ aliam pyramidẽ priori simílẽ principiant, patet, secet enim superficies plana pyramidẽ secundum axis longitudinẽ, erit ergo ꝑ præcedentẽ cõmunis sectio istius superficiei & superficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ causantis, sed palã per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝓducta principiant aliũ trigonũ priori simile, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot possunt imaginare planæ superficies trãs axem pyramidẽ secantes, quot sunt líneæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes líneæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori simílem, líneis longitudinis â dextra prioris prodeuntibus in sinistrũ posteriorís, & â sinístro prioris in dextrum posteriorís, & econuerso. patet ergo ꝓpositum.

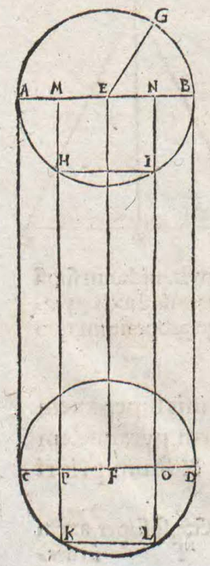


XCII.

Omnes líneæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiametris suarum basium continentes, & in eadem superficie cum axe existentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit.

Hoc non indiget demonstratiõe alia nisi simili illi, quæ fit in 89. huius. sicut enim trigonum orthogoniũ altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, ꝑ reuolutionẽ suam causat pyramidẽ rotundam, sic quadrílaterũ rectangulũ quoq; suorum laterum fixo manente, alijs tribus quousq; ad locũ suum redeãt, circũductis causat motu suo figurã columnarẽ rotundam, fiet ergo ꝓtractio omniũ eorum quæ ꝓponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis superficiei planæ secantis columnã rotundam secundũ axis longitudinẽ & superficiei columnæ, cõmunis sectio est rectangulũ sub duabus líneis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentũ, ex quo patet, quoniã illa superficies per æqualia diuidit columnã.

Colũna rotunda sit, cuius axis e f, secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; cõmunis sectio secundũ puncta a b c d. Dico, ꝙ sectio a b c d est quadrangula rectangula sub líneis longitudinis colũnæ, & duabus diametris basiũ cõtenta. ducat enim linea e a in basem colũnæ & in superficie secãte, hoc est ergo semidiameter circuli basis colũnæ. Cõpleat itaq; e g diametrũ basis, cadetq; in superficie plana columnã secante. si enim linea e g nõ est ducta in superficie plana columnã secante, ducatur linea b e in illa superficie secante. líneæ ergo b e & e a sunt línea una, qm̃ sunt in una superficie ꝓductæ ambo orthogonaliter super axem e f cõtinue, similiterq; línea e g cõplet diametrũ a e, nõ in superficie secãte, sed alia, erit ergo línea a g pars in plano, pars in sublimi, qd̃ est contra 1. undecimi. palam itaq;, quoniam línea a b est diameter basis, & ꝙ punctus g cadit sup̃ per punctum b. Similiterq; declarandum de línea c d, quoniã est diameter alterius basis, líneæ quoq; a c & b c sunt líneæ longitudinis columnæ, qd̃ est propositum, ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qd̃ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Superficiei secãtis columnã rotundã æquedistãter superficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cõmunis sectio, est rectangulũ sub duabus líneis lõgitudinis columnæ, & duabus líneis minoribus diametris basiũ cõtentũ.

Sit, ut in præcedenti ꝓpositione, columna secta per planã superficiem secundũ sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq; nunc superficies plana columnã secãs, æque distans superficiei a b c d, cuius cõmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq; â punctis h & i líneæ ꝓpendiculares super diametrũ a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq; linea m n æqualis líneæ h i, ut patet per 34. primi, líneæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & líneæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq; i k minor est diametro c d, ductis ꝓpendicularibus líneis, quæ l o & k p, sed líneæ h k & i l sunt líneæ longitudinis columnæ, patet ergo ꝓpositũ.

XCV.

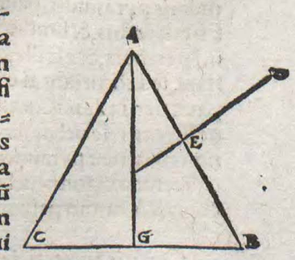
Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundũ punctũ contingit superficies plana, ꝓposita corpora sicut sphærã, qm̃ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra. sed utcũq; contingit ipsa secundum superficiem, qm̃ cum in quolibet istorũ corporum sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundũ líneas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundũ punctum, sed secari, qd̃ est contra 15. tertij, & impossibile. non ergo continget superficies plana ꝓposita corpora secundũ superficiem, restat ergo, ut secundũ líneam contingat, & quia cõtingit in pyramide uerticẽ & basem & in columna ambas bases. patet, ꝙ utrunq; illorum secundum líneas suarum longitudinum est contingens. patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius línea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit línea d e ꝓpendicularis super curuã illius superficiem. Dico, ꝙ línea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo línea e d est ꝓpendicularis super curuam superficiem ꝓpositam, palam ꝑ diffinitionẽ, qm̃ línea e d est ꝓpendiculariter erecta super superficiem contingentẽ pyramidem super aliquã líneam suæ longitudinis, sit hoc super líneam a b, cadit ergo línea e d super líneam a b. palam ergo per 2. undecimi, qm̃ líneæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia línea d e est ꝓpendicularis super curuam superficiem pyramidis. patet, ꝙ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est línea a b, ꝓducta ergo trãs pyramidẽ, secabit ipsam secundũ líneam longitudinis a b ꝑ æquales diuidẽs pyramidẽ, & trãsibit ꝑ axem a g per 90. huius. trigonũ a b g cum línea d e est in eadem superficie, quia ergo línea e d cum uno latere trigoni b a g, qd̃ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia línea d e cõcurret cum línea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qd̃ est ꝓpositum, qm̃ in columna rotunda eodem modo demonstrandũ, in illis enim, quia línea longitudinis a b æquedistat axi, & líneæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie, patet per 2 huius, quia línea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel columnam

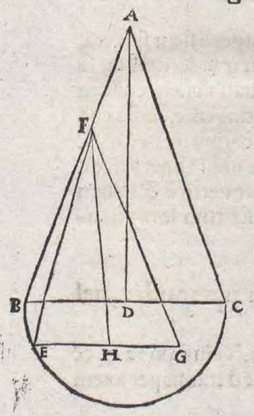
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidē uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, qm̄ continget illam secundū lineam longitudinis, superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiē curuam pyramidis uel columnæ, & ipsorū cōmunis sectio est linea longitudinis, sup quā in superficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicæ pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quā secundum axis longitudinē secet superficies plana secundū trigonum a b c per 90. huius, secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nō per uerticem secundū sectionē, quæ sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g æquedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad medium suæ basis, & quia linea e g est linea recta, quæ est æquedistans diametro basis pyramidis, & punctū f signatū est in supficie conica in supremo, supficies e f g secat conicā supficiē. Si itaq; sectio e f g sit trigonū, f. rectilineū, patet, qm̄ duæ lineæ lōgitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniā sup ficies secās supponit esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa sectio sit linea una, dicat sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̄ est a d sit æqualis semidiametro basis, quæ est b d. palam, quia pyramis a b c est orthogonia, qm̄ angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est cōmunis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquedistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quā Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquedistant, sed cōcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quæ est uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uersus punctū c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicetur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissime uariantur.



XCIX.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratam trās axem, æquedistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cō munis sectio est similis periferiæ basis. & si illa sectio periferiæ basis est simi lis, superficies secans æquedistat basi pyramidis uel columnæ.

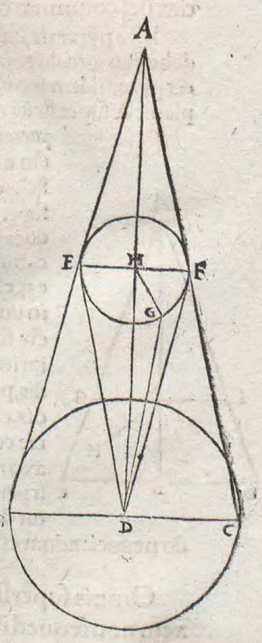
Si enim illa sectio basis æquedistat, omes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, ꝙ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniā omnia latera trigonorū totalium & partialium erunt

erūt ꝓportionalia. & si illa sectio est basi similis, est etiā basi æqdistās, qm̄ si nō est æqdistās, erit alia scdm idē punctū secās per axē, æqdistās basi similis periferiæ basis p p̄missa, sequit itaq;, ut una similis. alia quoq; non similis, secundū idem punctū secent axem pyramidis, alia uero æquedistās basi fieri poterit p 31. primi, ducta ab uno puncto primæ sectionis linea æquedistante alicui lineaꝝ basis pyramidis, & à ternis illius alijs lineis æquedistantibus reliquis lineis basis ꝓductis, ex hoc autem accidit impossibile, qm̄ sequit ex hypothesi angulum extrinsecū ꝓpter trigonorū similitudinē æqualem fieri intrinseco, cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cōtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ basis. patet ergo ꝓpositum in pyramidibus, & eodem modo demonstrandū est in columnis lateratis, & facilius ꝓpter æqualitatē lineaꝝ p 34. primi.

C.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam rotundam transaxem æquedistanter basi, & curuæ superficiei pyramidis uel columnæ cōmunis sectio est circulus, & si illa sectio est circulus superficies secans est æquedistans basi, ex quo patet, ꝙ omnis plana superficies æquedistāter basi secans pyramidē uel columnā, nouam pyramidē constituit uel columnā.

Sit pyramis rotūda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrū basis d, secetq; ipsam superficies plana æquedistanter basi, & sit cōmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, ꝙ linea e f g est periferia circuli, secet enim alia superficies plana pyramidē per uerticem & per axem, quæ est a d, cōmunis itaq; superficiei & pyramidis sectio, est trigonum, qd' sit a b c per 90. huius. secetq; superficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h æquedistans lineæ b d p 16. undecimi, est ergo per 29. primi & per 4. sexti ꝓportio lineæ b a ad e a, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euersim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e, sicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, sicut lineæ b e ad lineam e f. Sed linea b a est æqualis ipsi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineæ lōgitudinis pyramidū cum semidiametris basium, sunt æquales. palam per 4. primi, quia linea d e est æqualis lineæ d f, & angulus e d b est æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c, qm̄ ambo sunt recti. & angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h, quoniā sunt residuæ partes rectorū super angulos æquales. palam ergo per 4. primi, qm̄ linea e h est æqualis lineæ h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & completa ꝓut in præmissis figuratione declarabitur, quoniā linea f h est æqualis lineæ g h, sunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctū h est centrum circuli, est ergo e f g linea circūferentia circuli, qd' est ꝓpositum. Et si sectio e f g est circulus, palam, qm̄ superficies plana secundum illum circulū secans pyramidē, est æquedistans basi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h, erit itaq; linea longitudinis, quæ est e a, æqualis lineæ f a per 89. huius. Sed linea b a æqualis est ipsi c a, remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f, erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d, sunt æqualia inter se latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d est æqualis angulo f h d, ergo per diffinionē lineæ super superficiem erectæ patet, ꝙ linea d h erecta est super superficiē e f g, sed eadem linea h d est erecta super basem pyramidis, cuius diameter est b c, ergo per 14. undecimi superficies e f g est æquedistans basi datæ pyramidis, quod est ꝓpositum, qm̄ simpliciter secundū præmissum in pyramidibus modū, in columnis q; rotundis potest demonstrari, & propter



æquediſtantiã lineæ longitudinis columnæ facilitas accedit demonſtrationi. fiunt enĩ lineæ d f, d g, d eæqles, ergo & linæ h e, h g, h f, eritq; ſectio e g f circulus per 9. tertij, & conuerſa ſimpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaq; patet manifeſte, qm̃ omnis plana ſuperficies ſecans quamcũq; pyramidẽ æquediſtanter ſuæ baſi, nouam conſtituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda baſis eſt circulus, & in laterata pyramide, ſuperficies ſimilis baſi illius ſectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, ſemper tamen uertex illius pyramidis abſciſæ, eſt idem cum uertice prioris, & axis abſciſæ, pars axis ipſius prioris, datæ baſis quoq; æquediſtat baſi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis, ſuperficies enim æquediſtanter baſibus ſecans quamcũq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. ſ. abſciſam & ipſam reſiduam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

CI.

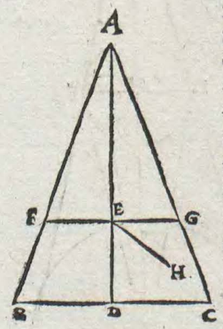
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius ſuperficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim ſuperficies plana ſecans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, ſi à puncto dato ducatur linea recta ſuper axem, illa ergo linea & axis ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi, quæ ſuperficies ſecabit pyramidem ſecundum lineam longitudinis per illud punctũ tranſeuntẽ per 90. huius, columnã quoq; per 92. huius, patet ergo propoſitum.

CII.

A dato puncto, ſiue in axe, ſiue in ſuperficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Eſto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo ſit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali ſuperficiei conicæ circũducere. Sit itaq;, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſecundũ axem a d tranſpunctum e, cõmunis itaq; ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius baſis ſit b c, quæ erit diameter baſis pyramidis. In hac itaq; ſuperficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter ſuper axem a d, quæ ꝓducta ad conicã ſuperficiem ſit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter ſuper a d, cadatq; punctum e in conica pyramidis ſuperficie, & ſimiliter ducatur linea e b ꝓpendiculariter ſuper axem a d, cadatq; punctus h in conica ſuperficie, quia ergo linea a e ſuper cõmunem terminũ lineæ e f, e g, e h orthogonaliter inſiſtit, palam per 5. undecimi. qm̃ illæ lineæ ſunt in una ſuperficie, eritq; per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta ſuper illam ſuperficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta eſt perpendiculariter ſuper baſem pyramidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, qm̃ ſuperficies f g h æquediſtat baſi pyramidis. eſt ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ ſi punctus datus ſit in ſuperficie conica, ſit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝓpendicularis ſuper axem a d, quæ ſit f e, per 12. primi. educanturq; à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares ſuper axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõplea tur demonſtratio, patet itaq; ꝓpoſitum, quoniam ſimpliciter eodem modo negociandum eſt in columnis.

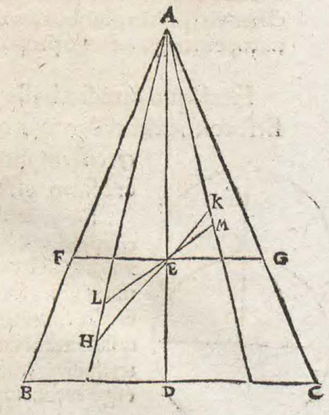


CIII.

Omnis ſuperficiei ſecantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquediſtanter baſibus, & ſuperficiei curuæ, cõmunem ſectionem circulum eſſe eſt impoſſibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, & centrum baſis d, & axis a d, ſecetq; ipſam ſuperficies plana trans axem a d in puncto e non æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc ſectio nõ eſt poſſibile, ut ſit circulus. Eſto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica ſuperficie ducatur

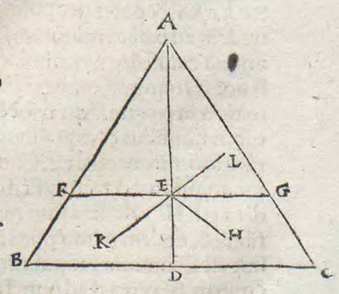
catur circulus per præmiſſam, hoc itaq; æquediſtabit baſi per 100. huius, fitq; f g l m, & ſignentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, eæ itaq; oẽs erũt æquales ꝑ 89. huius, ideo, ꝙ ſupficies æquediſtans baſi pyramidis, nouam pyramidẽ abſcindit per 100. huius, & quoniã ſectio f g, h k non æquediſtat baſi pyramidis, patet, ꝙ non æqualiter diſtat à uertice pyramidis, quæ eſt punctum a, ſit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l, ꝓducta, & punctus k ſit, ꝓpinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior q̃ linea a l, & linea a k minor eſt q̃ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e eſt acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtuſus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l eſt maius latere e l, ſed latus e l eſt æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum ſectionis, quia eſt cõmunis ſectio circuli & ſuperficiei obliquæ pyramidem ſecantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e ꝓducuntur ad periferiam ſectionis. non eſt ergo ſectio illa circulus per circuli diffinitionẽ. Dicemus ergo illã ſectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ, & in colũnis colũnalẽ, eſt tñ illa in 98. huius prius dicta ſectio oxigonia uel elipſis. & qm̃ talis ſectio eſt figuræ oblongæ, patet, ꝙ ipſa habet diametros plurimas oẽs inæquales, & per illud punctũ axis ſecti corporis tranſeuntes ipſam quoq; ſectionẽ per æqualia diuidentes, quorum maxima eſt, quæ tranſit longitudinem ſectiõis, minima uero eſt, quæ pertranſit latitudinem, & eſt ſuper maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propoſitum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ ſuperficierum ſecantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, ſi una æquediſtanter baſi, & alia non æquediſtanter ſecuerit, cõmunis ſectio eſt linea recta tranſiens pyramidem uel columnã orthogonalis ſuper axem, ex quo patet, ꝙ ſiue circuli periferia, ſiue ſectio alia quæcunq; non in eadem ſuperficie, quamcunq; ſecuerit ſectionem, in duobus tantum punctis ipſam interſecabit.

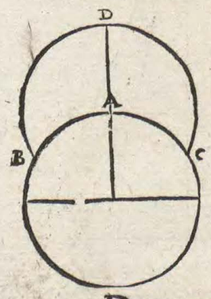
Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d ſecetur ſecundũ punctum axis e, & per duas planas ſuperficies, quarum una ſecet æquediſtanter baſi ut f g h, alia uero non æquediſtanter ut f g k l. Dico, ꝙ cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierum eſt linea tranſiens pyramidem orthogonalis ſuper axem, ut eſt linea f e g, ꝙ enim illæ ſuperficies ſe interſecẽt, patet per hoc, ꝙ aliquæ lineæ in ipſis ꝓductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo ſe interſecant, ut in pũcto e. Quòd enim illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio ſit linea recta, patet per 3. undecimi. ꝙ autẽ illa linea, quæ eſt illarum linea cõmunis ſectio, ſit orthogonalis ſuper axem pyramidis, quæ eſt a d, patet ꝑ 14. undecimi, axis a d eſt ꝓpendicularis ſuper baſem pyramidis & ſuper ſuperficiem f g h, qm̃ illæ ſuperficies ſunt ex hypotheſi æquediſtantes, ergo per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in ſuperficie f g h eſt ꝓpendicularis ſuper axem a d. linea uero quæ eſt cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierũ ſecantium, neceſſario in ſuperficie cadit f g h, alioquin non eſſet cõmunis ſectio, palam ergo, ꝓpoſitum primum. qm̃ cõmunis ſectio ſuperficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidẽ ſecantium, eſt orthogonalis ſuper axem pyrami-



ramidis,& eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio aliũ superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, cuius in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie conuexa uel concaua columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ basis columnæ rotundæ ꝙ sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa, quæ sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico ꝙ linea a d est erecta super superficiem basis columnæ, quoniam enim arcus b d est æqualis arcui d c, patet, ꝙ angulus d a b est æqualis angulo d a c per 26. tertij. est igitur linea a d pars uniuslinearum longitudinis columnæ, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo ꝓpositum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptæ angulum ad basem, angulo circumscribentis maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquedistantem producatur, anguli productæ ad basem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunq; anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

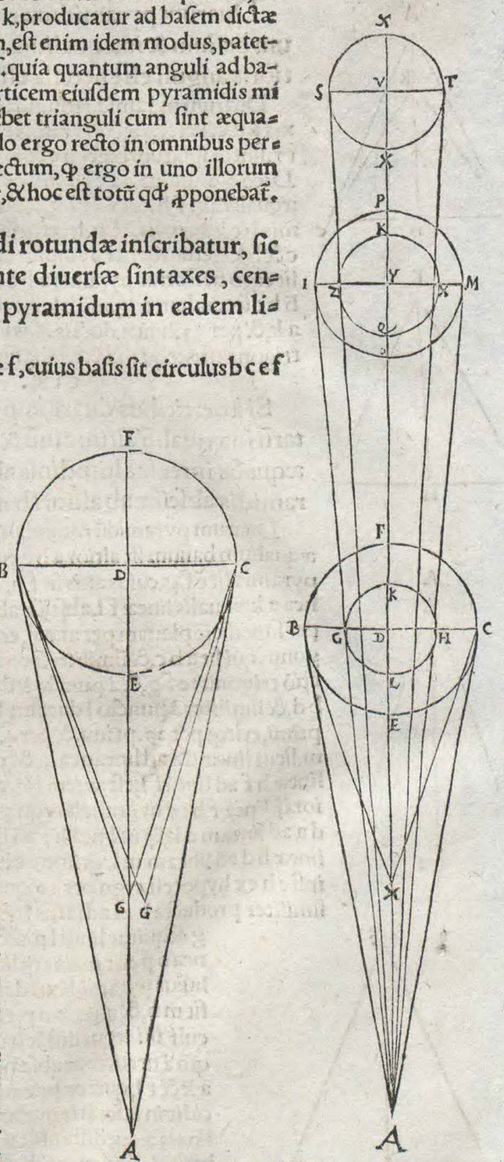
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quæ est d c, ut libuerit, & sit abscisa in puncto h, producatur itaq; linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet'q; pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad q̃cunq; punctum lineæ d c, & hoc est qd̃ proponebatur primum. Qd̃ si diuersæ altitudinis pyramidem ad basem communẽ inscribere placuerit similem priori datæ, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producãtur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem basi pyramidis datæ. patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscũq; pyramidis ad basem, sint æquales per 89. huius, quoniã ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur. palam, ꝙ quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in oĩbus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus. patet, ꝙ omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores oĩbus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus. & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Qd̃ si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiat'q; angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli ꝓductæ pyramidis, qui fiunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli ad

ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet. s. suo correspondenti. Eodem autẽ modo demõstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basem dictæ pyramidis priori basi æquedistantem, est enim idem modus, patet'q; ex prædictis ultimum ꝓpositum. s. quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum aguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addit', necesse est ut in reliq̃ minuatur, & hoc est totũ qd̃ ꝓponebat'.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersæ sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

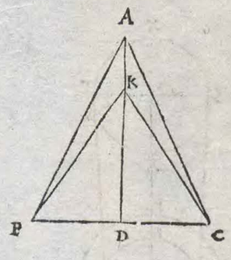
Esto pyramis data, quæ sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sit'q; axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribatur'q; ei per præcedẽtem ad eandẽ basem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrũ circuli basis ambaꝝ pyramidũ, qd̃ est d, & uertex datæ pyramidis, q est a, & uertex inscriptæ pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidẽ patet de punctis a & d, ꝙ autẽ punctum g in eadem sit linea, ꝓbatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquã partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterãuersus lineam a c in superficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq; ꝑ 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiusdẽ pyramidis sunt æquales. patet, ꝙ latera g b & g c sunt æqualia, sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cõmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c est æqualis angulo g d b uterq; ergo est rectus. Sicut autẽ angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autẽ est impossibile. patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniã punctus g necessario erit in linea a d, hoc est ꝓpositum. Qd̃ si à puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in punctum d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim. s. ꝙ ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qd̃ est contra præmissa, uel sequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circũferentiã non sint æquales, qd̃



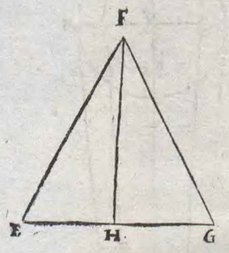
cotum eſt impoſſibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æquali um baſium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli eſſe neceſſe eſt.



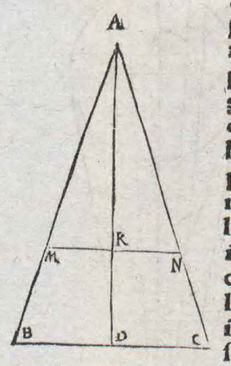
Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ ſit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & p yramis e f g, cuius uertex f, & axis f h ſit baſſi or, ſintq; ipſarum baſes b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico q̃ angulus b a c eſt minor angulo e f g. Reſeceẽ enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ ſit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g, feceritq; ſuperficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq; per 90. huius communes ipſarum ſectiones trigoni. ſit ergo ut ſecetur pyramis a b c ſecundum trigonum b a c, & pyramis b k c ſecundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis aliis ſuperficiebus ſecantibus, erunt ſemper trigona iſtis æqualia & æquiangula, patet ergo, ꝓpoſitum.

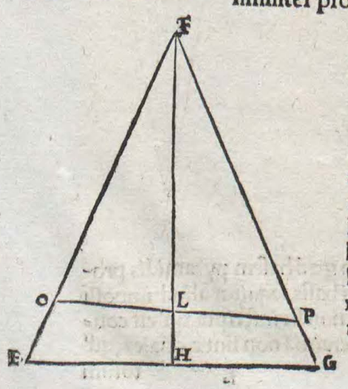


CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel latera tarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ baſiũ, duæ pyramides æqualis inter ſe altitudinis abſcindãtur, neceſſe eſt baſem py ramidis abſciſæ ab altiori baſe alterius abſciſæ minorẽ eſſe.

Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium baſium ſit altior a b c, cuius axis ſit a d, & uertex a, & baſſior pyramis ſit e f g, cuius axis ſit f h, & uertex f, abſcidaturq; ab axe a d li nea a k æqualis lineæ f l, abſciſæ ab axe h f. ſecetur itaq; pyramis altior per ſuperficiẽ planam per axem, eritq; per 90. huius ſectio cõmunis tri gonus qui ſit a b c, & ſimiliter ſecetur altera pyramis per axem, & ſit ſectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquediſtanter baſi b d. & ſimiliter à puncto l ducatur linea l o æquediſtanter baſi e h p 31. primi, eritq; per 29. primi, & per 4. ſexti, ꝓportio lineæ b d ad lineam k m, ſicut lineæ d a ad lineam a k, & ꝓportio lineæ e h ad lineam o l, ſicut lineæ h f ad lineã f l, eſt autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a ma ior q̃ linea f h ex hypotheſi, ergo per 4. quinti maior eſt ꝓportio lineæ d a ad lineam a k, q̃ ſit linea h f ad lineam f l. eſt ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k q̃ lineæ e h ad lineã o l, ſed linea b d eſt æqualis ipſi e h ex hypoteſi, ergo per 10. quinti linea o l eſt maior q̃ linea k m, & ſimiliter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, ſequitur lineã l p eſſe maiorem q̃ ſit linea k n, & tota li nea o p erit maior q̃ linea m n, circũducãtur itaq; per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quoꝝ unius diameter ſit m n, & alteri9 o p, eritq; o p maior circulo m a, & qa cir culi illi æquediſtãt baſibus pyramidis, patet p 100. huius, qm̃ à uerticibus abſcindunt pyramides, quarum axes ſunt a k & f l, quæ ex præmiſſis ſunt æquales. Idemq; penitus ac cidit in lateratis pyramidibus aſſumptis trigonis, & ductis lineis æquediſtantibus baſibus trigoni, hoc eſt lateribus baſis datæ pyramidis & lineis ad axes æquediſtantibus, q- buſdam lineis, ꝓductis à trinis laterum baſium ipſarum py ramidum ad punctum terminantem axem ſuper baſem, pa tet ergo propoſitum per 99. huius.





Si

CX.

Si pyramis rotunda ſphæram interſecet, nec eius conica ſuperficies à ſu perficie ſphæræ interſecetur, cõmunis ſectio ſuperficierum ſphæræ & pyra midis erit circumferentia circuli baſis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius ſuperficies plana ſecundũ circulum ſecat ſphæram, ba ſisq; pyramidis ſuperficies plana eſt, quia circulus, palam, q̃ illa baſis ſphærã ſecundum circulum interſecabit, interſecat autẽ pyramis ſphæræ ſuperficiẽ ſecundum totam ſuam baſem; quia ſuperficies eius conuexa conica à ſuperficie ſphæræ non interſecatur, ut pa tet per hypotheſim. patet itaq;, q̃ cõmunis ſectio ſuperficieꝝ dictarũ, erit circumferen tia circuli baſis pyramidis, ſuperficiesq; illa circumferentia contenta, quæ eſt circulus, q eſt baſis pyramidis, erit ſuperficies cõmunis. & ſi aliàs corpuſculũ, qd̃ eſt pars ſphæræ re ſectum à ſphæra per illam ſuperficiẽ, ſit corpus uterq; dictorũ corpoꝝ cõmune.

CXI.

Si pyramis ſphæram interſecet, ſit ut circulus baſis pyramidis in ſphæræ ſuperficie circulo maiori ſphæræ æquediſtet, diametrum ſphæræ ſuper illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli baſis pyramidis orthogonali ter tranſire neceſſe eſt, ex quo manifeſtum eſt, diametrum ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui eſt baſis pyramidis, cõmunis eſt ſphæræ, ſi cut pyramidi, tunc per 68. huius patet, ꝓpoſitum, quia enim circulus, qui eſt baſis pyra midis, æquediſtat circulo magno ſphæræ, & ij circuli æquediſtantes ſunt ambo in ſuper ficie ſphæræ, erit diameter ſphæræ centrũ circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſi ens, tranſit enim orthogonaliter centra amboꝝ illorum circulorũ, & qm̃ à termino ali cuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogo naliter ſuper ipſam inſiſtentes, ſ. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter ſphæ ræ, ut præmiſſum eſt, patet ex 14. primi, qm̃ illæ duæ lineæ coniunctæ, ſunt linea una, dia metrum ergo ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam neceſſe eſt, & hoc eſt quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendicularĩũ ſuper periferiam oxigoniæ ſectio nis productarũ, trans eius ſuperficiem unica eſt, perpendicularis ſuper ſecti corporis axem, & ipſa eſt minima diametrorum ſectionis.

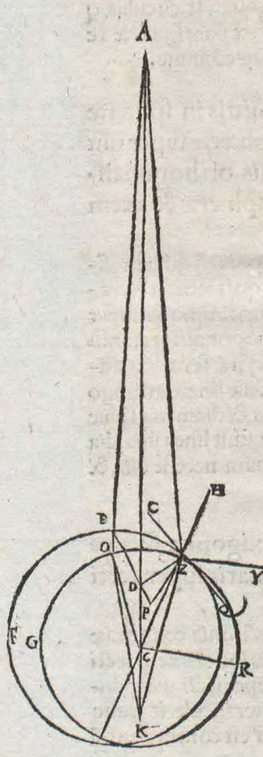
Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis ſectio ſuꝑficiei ipſius ſectionis oxigoniæ & circuli ſecundũ idem punctum axem ſecantiũ, eſt linea orthogonalis ſuper axem ſecti corporis, in alijs autem omnibus punctis ſectionis, perpendiculares ſuper ſectionẽ, ꝓductæ, oblique incidunt axi, quoniã ſi aliqua ipſaꝝ ipſi axi ꝓpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis ſuper ſuperficiẽ ſectionis ꝓpendicularis erit, qd̃ eſt contra naturã ſectionis, patet ergo propoſitum.

CXIII.

In ſectione pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyrami dis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in ſuperficie ſectionis, ductam ſuper ſuperficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſe ctionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionẽ contingentem ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto ſuperiori ſu per axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Eſto pyramis, cuius uertex ſit a, & eius axis ſit a c k, ſitq; in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e, quẽ ꝓtranſeat ſectio pyramidalis quæ ſit b f, e z, in qua

etiam ſit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis cꝫ ſit punctus e, contineatcꝫ linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ. Dico cꝙ ſi ducatur à puncto z linea ꝓpendicularis ſuper lineam in illo puncto z, ipſam ſectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, cꝙ illæ duæ perpendiculares concurrẽt ſub axe a c b, ſit enim, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſuper punctum z æquediſtanter baſi, & hoc quidẽ per 100. huius, ſecabit eam ſecundũ circulum, ſit ille circulus g b r z, cuius centrum ſit c, cõmunisꝙ ſectio huius circuli & ſectionis oxigoniæ ſit diameter ut corda circuli, qꝫ eſt g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per ſignata in ſuperficie pyramidis puncta e & z lineæ lõgitudinis pyramidis quæ ſint lineæ a z & a e, & ꝓducatur linea a e, donec ipſa ſit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo cꝙ eſt linea longitudinis, & quia punctus ꝓpinquior eſt uertici pyramidis cꝫ ſit punctus z, cadat ergo linea a c producta in punctũ circuli o, & à puncto dato qui eſt e, ducatur linea ꝓpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius concurret cum axe pyramidis qui eſt a c k, concurrat ergo in puncto d, & ſit illa perpendicularis e d, copuletur quoqꝫ linea z d, continens angulũ acutum cum ꝓpendiculari e d, qui ſit angulus z d e, & qm̃ linea d z eſt in ſuperficie ſectionis per 1. undecimi, ſicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝓpendicularis ſuper lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, qd' eſt c ſemidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a eſt acutus, patet, cꝙ perpendicularis ſuper lineam a c ducta à puncto o, cadet ſub centro circuli qd' eſt c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & ſit o k æquediſtans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens ſectionẽ in puncto z quæ ſit c q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per 16. tertij, quæ ſit z u, & ducatur diameter circuli quæ ſit b c z, & à centro c ducatur ſemidiameter perpendicularis ſuper diametrum b c z, quæ ſit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur ſuper centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis ſuper axem a c k, qm̃ eſt ſemidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a c z ſecantem pyramidem per axem. Sed & linea c r eſt æquediſtans lineæ contingenti circulũ in puncto z, qui eſt y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a c z, linea ergo t q contingẽs ſectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. patet cꝙ linea t q non eſt ꝓpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ a c z, uerum, quia punctus k, qui eſt punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poli factam, in principio eſt polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z ſunt æquales, & axis a k cõmunis, ſed & linea a o eſt æqualis lineæ a z per 89. huius, cum ſint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmiſſa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k ſunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & qm̃ angulus a o k eſt rectus, ideocꝫ linea o k ducta eſt perpendiculariter ſuper lineam a e, ut patet per præmiſſa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z ſit perpendicularis ſuper lineã a z, quæ eſt linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis ſup ſuperficiem contingentem pyramidẽ ſecundum lineam a z lineam longitudinis, ſed linea t q eſt in ſuperficie illa contingente, quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingentis, & ſuperficiei ſectionis b f e z, qm̃ eſt in ſuperficie contingente pyramidẽ ducta, contingens ſectionem, eſt igitur linea k z perpendicularis ſuper lineam t q per diffinitionẽ lineæ

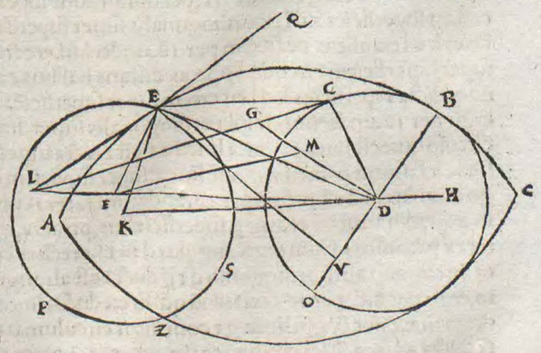


lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. ducatur quoqꝫ à puncto z in ipſa ſuperficie ſectionis per 11. primi, ꝓpendicularis ſuper lineã t q, quæ ſit linea z h. Cum itaqꝫ linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam cꝙ ipſa ſecabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaqꝫ lineæ k z & h z in una ſuperficie per 2. undecimi, ſuperficies ergo k z h ſecat ſuperficiem ſectionis ſuper lineã eis ambobus cõmunẽ, quæ eſt h z, & per 19. huius, & ſecat lineam t q in puncto z, & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam cõmunem ambobus illis ſuperficiebus, qꝫ eſt linea h z p. Verum linea d z e eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſupra patet, & ſecatur à linea k e in puncto z, & punctus t eſt ſupra ſuperficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita ſuperficies k z h ſecat ſuperficiẽ d z q ſuper lineam cõmunẽ, quæ eſt ꝓpendicularis ſuper lineam t q, & eſt linea z h, quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, & ſuper eam eſt perpendicularis linea t q, ut patet ex præmiſſis, & qm̃ ſuperficies h z k ſecat ſuperficiẽ d z q. & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, fit ex parte ſemidiametri z c, erit linea quæ eſt cõmunis ſectionis illarum ſuperficierũ, & eſt linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ eſt à puncto z ducta ꝓpendiculariter ſuper lineam ſectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝓpendiculari e d ſub axe a c b, qm̃ perpendicularis e d ſecat axem pyramidis, quæ eſt a c k in puncto d, cꝙ autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra ſectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e eſt acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d ſub puncto d, & ſit cõcurſus punctum p, patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in ſectione columnari ſignatorũ ducta perpendicularis ſuper axem columnæ in ipſa ſuperficie ſectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari ſuper axem columnæ continente, ſi ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari ſub axe, & ſub puncto concurſus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit ſectio columnaris quæ a e, b e, in qua ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt b & e, ſitcꝫ columnæ, in cuius ſuperficie cadit illa ſectio, axis linea h d k, & ab altero ſignatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipſa ſuperficie ſectionis linea b d, perpendiculariter ſuper axem incidens puncto d, & ducatur item in ſuperficie ſectionis à reliquo dato rum punctoꝝ qd' eſt e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui ſit e d b, ſitcꝫ linea contingẽs ſectionem in puncto e, quæ ſit exempli cauſa linea l e q. Dico cꝙ perpendicularis à pũcto e ducta ſuper lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d ſub axe b k, & ſub puncto d, qꝫ eſt punctus concurſus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius ſuper puctũ ſectiõis qd' eſt b circulus æquediſtans baſibus columnæ, qui ſit b c o, cuius centrũ ſit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ ſit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d in ipſa circuli ſuperficie. palam ergo, cꝙ ſuperficies h d g cũ ꝓ axem tranſeat, quæ erecta eſt ſuper circuli ſuperficiem, perpendicularis ſuper eandem circuli ſuperficiem per 18. undecimi, Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



æquedistans superficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta â punc
to b est æquedistãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs
super punctum b, est æquedistans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus
ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est
rectus per 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 15. undecimi. igitur superficies
in qua sunt lineæ l e & e c, non est æquedistans superficiei h d g per 24. huius, qm̃ superfi-
cies contingens sectionẽ oxigoniam in puncto b, non est æquedistans superficiei contin
genti eandem sectionẽ in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionẽ, & linea
longitudinis quæ est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d
g non æquedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g p
3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ necessario erit contingens circulum b c o, cuius su-
perficies, in qua ipsa ducitur columna, fit contingens. ducta autem linea c d, erit angu-
lus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d est semidiameter circuli, & linea g t con
tingit circulum in puncto t. fiat quoq; ut prius super e punctũ sectionis circulus æquedi
stans basibus columnæ, qui sit e s z p, & centrũ huius circuli sit punctus axis qui k, & du
catur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ secabit superficiẽ e s p, secet ergo illam
in puncto f, quia itaq; punctũ d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hy
pothesi, & punctũ l, qd̃ est punctum lineæ contingentis sectionẽ, est in eadem superfi-
cie sectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l est in superficie sectionis, punctum ergo f
est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e est in ambabus superficiebus,
ergo per 1. undecimi linea e f, pducta erit in ambabus illis superficiebus, ergo per 19. hu
ius secundũ lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p. ducatur itaq; linea
k f, & â puncto f ducatur linea ppendicularis super superficiẽ circuli b c o per 11. unde-
cimi, quæ sit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmissis, & ducatur linea
t m. palam ergo, qm̃ linea k d æqualis, & æquedistans est lineæ f m per 25. huius. Sunt
enim lineæ k d & f m ambæ ppendiculares super superficiem circuli b c o & super super
ficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquedistant per 32. huius, utraq; enim ipsaꝝ
æquedistat ambabus basibus columnæ per 100. huius, quia itaq; linea f m est æqualis &
æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquedi-
stans est lineæ d m, & similiter erit linea f m æqualis & æquedistans lineæ longitudinis
quæ est e t per 30. primi, quoniã linea t e est æqualis & æquedistans axi k d per 92. huius,
cum sit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquedistans lineæ d t, & li
nea e f æqualis & æquedistãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam superficies k
d l s, quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super supfi
ciem sectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ superficiei erectæ super superficiem, &
eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, qm̃ enim illa sup-
ficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo &
super superficiem circuli e s p, æquedistans basibus c a, est eadem superficies k d f, quia
itaq; dicta superficies k d l est erecta super superficiẽ sectionis oxigoniæ & circuli e s p,
ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam cõmunem dictæ sectioni &
circulo quæ est linea e f, quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est
linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ super supficiem erectæ, angulus e f k est rectus, er-
go angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neq;
in æquedistantibus circuloꝝ superficiebus ptracta, æqualia sunt & æquedistantia, ut pa
tet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. ter
tij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem ppendicularis quæ t
m, ergo per 8. & per 16. sexti illud qd̃ fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, est æquale qua-
drata lineæ m t, & qm̃ linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingen
te ducta ad punctum contingentiæ qd̃ est t, palam, quoniam linea l g est æquedistans
axi k d, qm̃ enim superficies secundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ est
l e t g, & superficies secans columnã trans axem quæ est h d g l sunt erectæ super basiũ co
lumnæ superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com

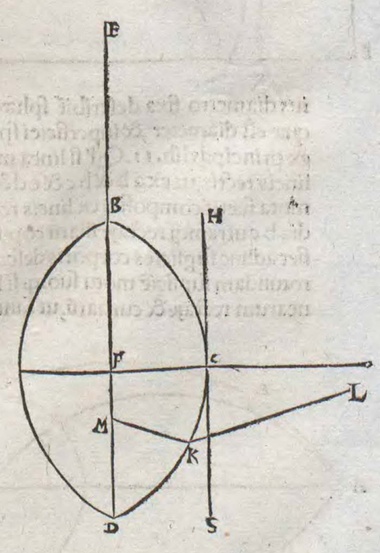
munis

munis sectio, quæ est in pposita linea l g super easdem supficies basium, ppendicularis
erit. æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. pri-
mi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquedistat basi l g, patet per 2. sexti, q linea f m
secat illa latera pportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ
d m ad lineam m g, ergo pmutatim per 16. quinti erit pportio lineæ d f ad lineam d m,
sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est qm̃ linea d m per 19. primi, qm̃ in trigono
d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior qm̃ linea m g, er-
go illud qd̃ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qd̃ fit ex ductu lineæ d m
ad lineam m g, ergo & quadratũ lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis,
ergo illud qd̃ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo tri
gono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit per
pendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud qd̃ fit ex ducto lineæ d f in line-
am f l æquale quadrato lineæ e f. restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam cõ
tingentem sectionẽ a e b c, quæ est q l, ducta â puncto e, cadat sub linea e d, non peruені-
et in puncto d, sit ergo illa ppendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & an-
gulus d e b est acutus, qm̃ angulus u e q est rectus. ergo per 14. huius lineæ e u & d b pro-
ductæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea b d,
qd̃ est euidens, patet ergo ppositum. perpendicularis enim super lineam sectionẽ con
tingentem, est ppendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem fa-
ctam in principio huius libri.

CXV.

**Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, ta-
liter diuidet sectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum sit
punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.**

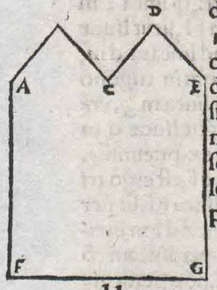
Esto oxigonia quæ a b c d, quã ppendicularis e b d secet in duas partes quæ sint b c d
& b a d. Dico q unaquæq; illaꝝ partium est unicus tantum punctus, â quo ducta con-
tingens æquedistat ppendiculari e b d, quoniã enim
ppendicularis e b d diuidit sectionẽ, diuidatur eius
pars b d, cadens intra sectionẽ per æqualia per 10.
primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat̃ per 11.
primi, ppendicularis super lineam b d, quæ pducta
ad periferiam sectionis in punctũ c sit f c, & â pũcto
c ducatur ppendicularis super lineam f c quæ sit g c
h, eritq; linea g c h contingens sectionẽ, quoniã ad
utranq; partem pducta, non secabit illam. palã itaq;
qm̃ linea g c h æquedistat ppendiculari super sectio
nem quæ est e b d per 28. primi. Qd̃ si ab alio aliquo
puncto partis sectionis quæ b c d, ut â puncto k pro
ducatur linea contingens sectionẽ quæ sit k b, patet,
quoniã illa concurret cum linea g c h per 14. huius,
quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad il
lud aliud punctũ k, fient anguli c k l & k c g minores
duobus rectis, ideo, q angulus f c g est rectus, & li-
nea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet
angulũ rectum, ut forte cum linea k m, quia itaq; an-
guli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo p
2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum
ppendiculari e b d, similiter quoq; in parte sectionis
quæ est b a d facta deductione, patet ppositum.



CXVI.

**Omnes oxigoniæ pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyra
midis, qd̃ non accidit in columnis.** Hoc

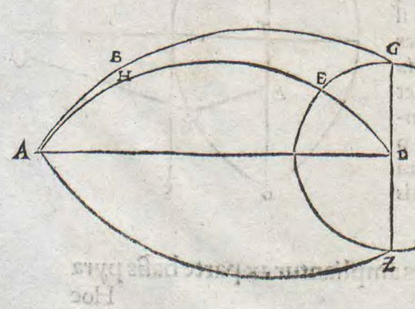
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim ſecundū punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝓpendicularis ſuper ſectionem pyramidalē ꝓpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imaginetur columna, cuius baſis ſit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit ſuperiorē partem pyramidis, & ſic inferior pars ſectionis pyramidalis continebit inferiorē partem ſectionis columnaris, & ſuperior pars ſectionis columnaris continebit ſuperiorē ſectionis partem pyramidalis. Partes autē ſectiōis columnaris ſunt æquales propter æqualitatē corporis & angulorum ſuper axem per 92. huius, patet ergo propoſitum.



CXVII.

Omnis ſuperficiei planæ ſuper axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota deſcribit ſuperficiem corporis ſibi ſimilē, cuius ſuperficiei corporis & ſuperficiei planæ ipſum corpus per axem ſecantis, cōmunis ſectio eſt linea ſimilis motæ lineæ illā ſuperficiē cauſante.

Qđ hic ꝓponitur, patet ſatis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum lineaꝝ circa axem aliquā mota deſcribit ſuperficiē, cuius omnes lineæ ſunt ſimiles ipſi lineæ motæ, cauſante motu ſuo illam ſuperficiē, hoc enim patet in ſuperficie rectangula, quæ uno latere fixo ſuo & aliis tribus motis deſcribit columnā rotundam, cuius ſuperficiē & ſuperficiei planæ columnā per axem ſecantis, cōmunis ſectio eſt linea ſimilis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu ſuorum duoꝝ laterum fixo tertio efficit pyramidē rotundam, ut patet p 90. huius. omnis ſuperficiei planæ ſecantis ipſam pyramidē per axem, & ſuperficiei conicæ pyramidis, cōmunis ſectio eſt triangulus continēs lineas ſimiles prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiā in ſemicirculo motu, cuius diametro fixa deſcribit ſphæra, & omnis ſupficiei planæ ſecantis ſphærā per axem, quæ eſt diameter, & ſuperficiei ſphæricæ cōmunis ſectio eſt circulus, ut patēt hæc oīa ex principijs lib. 11. Qđ ſi linea mota circa axem fixum, quæ ſit f g, fuerit compoſita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel ſi linea mota fuerit compoſita ex lineis rectis & curuis actu, ut ſi a b & c d ſint rectæ, quarum media b c utramqꝫ rectaꝝ illarū copulans ſit curua, fiatq́ motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc ſupficies corporis deſcribi ſimiles habens lineas ipſis lineis cauſantibus illam rotundam ſupficiē motu ſuo. ꝙ ſi linea mota fuerit compoſita eſſentialiter ex natura linearum rectaꝝ & curuarū, ut ſunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua ſectio conica, ut ſi ſectionis ꝓbolæ medietas quæ mouetur ſit a b g, cuius axis a d, & ſit linea g d ꝓpendicularis ſuper ipſam axem a d, figuraq́ axis a d, & reuoluat a b g, donec redeat ad locum à quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ ſuperficies cōcaua uel conuexa, cuius baſis erit circulus ꝓueniēs ex motu lineæ rectæ quæ eſt d g, ſitq́ ille circulus g e z, & eius centrū eſt punctū d, qm̄ punctum g motu ſuo illius circuli periferiā deſcribit, eritq́ uertex illius



illius cauſati corporis punctum a, egreditur quoq́ ex axe illius corporis quæ eſt a d ſupficies plana, utcunqꝫ illius ſit poſſibile accidere, & ſecet illius corporis ſuperficiem, palam itaqꝫ per 3. undecimi, qm̄ illius ſuperficiei & ſuperficiei corporis cōmunis eſt linea quæ ſit a h e. Dico ꝙ linea a h e eſt ſectio ꝓbola æqualis & ſimilis ſectiōi a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri ſectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctū g ꝓuenit ad punctum e, cooperit tota ſuperficies a b g d totam lineā a h e d, & fient ſupficies una, & quoniā ſectio a b g d facit euenire ſuperficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d ſemper ubicunqꝫ reuoluatur ſectio, eſt cōmunis differentia inter ſuperficiem ſibi continuam & inter ſuperficiem planam ſecantē. Cū itaqꝫ ſupponit ſectio a b g d ſectiōi a h e d, erit cōmunis ſectio inter ſuperficiem ſecantē & ſuperficiē corporis linea a b g d, ſed & eadem cōmunis ſectio eſt linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d ſibi adinuicem ſuperpoſitæ ſunt linea una, linea ergo a h e eſt periferia ſectionis ꝓbolæ æqualis & ſimilis lineæ a b g, ſuperficies ergo a h e d eſt ſectio ꝓbola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ ſunt cōmunes ſectiones ſuperficiei planæ ſecantis corpus per axem a d, & omnis ſuperficiei illius corporis, patet ergo ꝓpoſitum in illis ſectionibus conicis quibuſcunqꝫ. patet etiam eodem modo ꝓpoſitum de quacunqꝫ linea regulari uel irregulari, & hoc eſt propoſitum principale.

CXVIII.

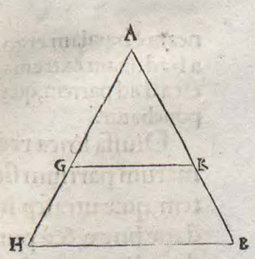
Omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis, aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis eſt in qualibet ſui parte, aut eſt circulus, aut linea recta. Circulus uero motu ſuo facit ſphæram, quoniā ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu ſuo nō poteſt cauſare niſi pyramidē, cum eſt latus trigoni, uel columnā, cū eſt latus quadranguli, qm̄ in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, eſt angulus cauſans diuerſitatē formæ in ſuperficie figuræ ꝓductæ, non ergo efficit conuexam ſuperficiem uel concauam regularē, patet ergo, ꝙ omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis eſt talis, ut proponitur.

CXIX.

Lineam datam ſecundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi ſecundum ꝓportionem duarum datarū lineaꝝ c d & e f, & à puncto itaqꝫ a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abſcindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ ſit a g, & à puncto g incipiendo, abſcindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducaī linea æquedi ſtanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaqꝫ ꝓducta ſecabit lineam b per 2. huius. ſecet ergo in puncto k. linea itaqꝫ a b indiuiſa ꝓpoſita erit diuiſa ſecundū modum diuiſionis lineæ a h diuiſæ, erit enim per 2. ſexti ꝓportio lineæ a k ad lineam k b, ſicut lineæ a g ad lineam g h, ergo ſicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc eſt propoſitum.

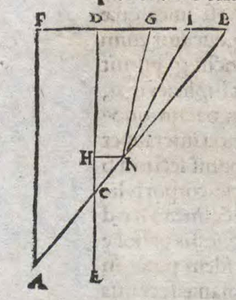


CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam ſecundū datam proportionem partium illarum linearū ſecante, ab eodem puncto inter eaſdem rectas, quæ prius diuiſam ab eiſdem terminis ſeruata denominatione proportionis, ſecundum eandem proportionem ſecet aliam lineam duci, eſt impoſſibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, ſecet lineam d e in puncto c ſecundū aliquā datā ꝓportionē. Dico ꝙ à puncto a non poteſt duci alia linea ad lineam d e, quæ ipſam ſecet ſecundum eandē datam ꝓportionē, ita, ut denominato ꝓportionis, ſeruetur ab eiſdem terminis lineæ d e. ſi enim à puncto a lineam aliam duci taliter ſit poſ

sibile, fiat super punctum d terminū lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uersus punctum b terminū lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq; angulus c d b obtusus, & p-

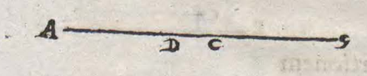


ducatur linea d b in continuū uersus punctū a, & à puncto a ducat linea ꝓpendicularis super lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g secans lineā e d in puncto h secundū ꝓportionem prius datam, quæ est lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquedistans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior q̄ linea h s per 18. primi, angulus itaq; i g h est maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus est maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h est per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h est maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h est maior q̄ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquedistans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, sed linea b c est maior q̄ linea k b, ergo linea c b est maior q̄ linea h i, ergo c b est maior q̄ linea h g, sed & linea h e maior est q̄ linea c e, q̄m totum maius est sua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, q̄ lineæ g h ad lineam h e, non est ergo eadem ꝓportio qđ est cōtra hypothesim, aut sequitur lineam e c esse maiorem q̄ sit linea e h per 14. quinti, quia totū est impossibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h sit minor q̄ linea d c, & a e sit maior q̄ c e, per 9. ergo huius concludat ut prius, non est ergo possibile à puncto a duci aliam lineam secantem lineam d e secundum datam ꝓportionem, quod est propositum.

CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium sit similis proportiōi alterius extremæ partis ad eam partē quæ utraq; interiacet sectiones.

Esto data linea a b, quā secundū modū ꝓpositum debemus diuidere, diuidatur itaq; secundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, q̄ sit diuisa in puncto c, & sit pars eius a c maior q̄ pars eius c b, quia itaq; ꝓpositæ sunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandē

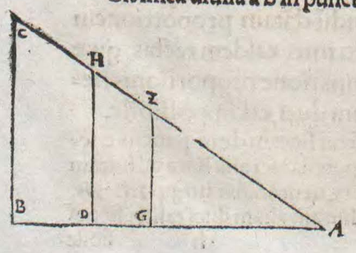


119. huius linea a c secundū ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq; diuisio in puncto d, ita, ut sit proportio lineæ a d ad lineam d c, sicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, q̄ linea a b est modo ꝓposito diuisa, est enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremaꝝ suarū partium quæ est c b, sicut reliquæ suæ partis extremæ quæ est a d ad partem, quæ utraq; interiacet sectiones quæ est d c, patet ergo factū esse qđ ꝓponebatur.

CXXII.

Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis portioni partis alterius extremæ ad eam sui partem, quæ utraq; interiacet sectiones, si fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis sectionū æquedistantes inter se, à terminoq; reliquo datæ lineæ producatur linea secans illas tres æquedistantes, erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa.

Sit linea diuisa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b sit ꝓportio, sicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui est b, & à punctis sectionū g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquedistantes quæ sint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ est a, ꝓducatur linea secans illas æquedistantes in punctis z h c, quæ sit a z h c. Dico q̄ linea a c secundū hanc ꝓportionem cum linea d h sit æquedistans lineæ g z ex hypothesi, erit ex 2. sexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, sicut lineæ a g ad li-

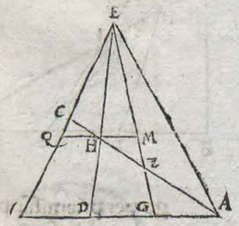


ad lineam d g. & cum linea b c sit æquedistans lineæ d h, erit per eandem 2. sexti, & per 5. proportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a c ad lineam c h. Sed ex hypothesi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ h g ad lineam d g, erit ergo per 11. quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h, linea ergo a c quæ producit à puncto h termino lineæ datæ, secat ductas lineas æquedistātes b c, d h, g z, & secatur ꝑ illas secundū ꝓportionē partium diuisionis lineæ datæ a b, & hoc est propositum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem, quæ utraq; interiacet sectiones. si ab uno termino unius lineæ, & à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas, erit linea producta secundum prædictum modum proportionabiliter diuisa.

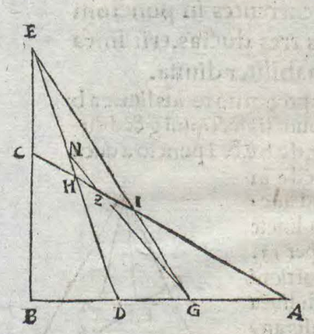
Esto linea ꝓposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, & à puncto b, & à punctis sectionū g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctū e, quæ sint g e, d e, b e, & à puncto a ducatur linea quæ sit a c, secans illas tres lineas. s. g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico q̄ erit proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h. ducatur enim à puncto h lineæ æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit q h, palam ergo per 13. huius, q̄m proportio lineæ a b ad lineam b d, constat ex proportioni bus lineæ a b ad lineam h q, & lineæ h q ad lineam b d. Sed q̄m linea q h æquedistat lineæ a b, erit per 29. primi angulus c q h æqualis angulo c b a, sed angulus c b a est cōmnis ambobus trigonis a b c & q h c, ergo per 32. primi illa trigona sunt æquiangula, ergo per 46. sexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineā q h, sicut lineæ a c ad lineā c h. similiter q̄q; trigona q e h & b e d sunt similia. est ergo ꝓportio lineæ q h ad lineā b d, sicut lineæ h e ad lineā e d. Proportio ergo lineæ a b ad lineā b d per 13. huius cōponit̄ ex ꝓportiōe lineæ a c ad lineā e h, & lineæ h e ad lineā e d, ꝓducit̄ itaq; in directū linea q h ad lineā g e, quā secet in pūcto m, ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineā g d ꝑ 13. huius, cōstat ex ꝓportiōe lineæ a g ad lineā g d, & lineæ h m ad lineā g d. Sed cū angulus e m h sit æqualis angulo z g d per 29. primi, erit per 13. primi ꝑ eandem 29. primi angulus h m z æq̄lis angulo z a g, ergo per 15. & 32. primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4. sexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z, sicut lineæ a g ad lineam h m, sed triangulus h e m, ut supra patet, similis est triangulo g e d, erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g, sicut lineæ h e ad lineam d e, ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex ꝓportione a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineā e d. Sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d, quæ lineæ a g ad lineam d g, proportio lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineam e d. constat aūt ex proportione lineæ a c ad lineam c h, & lineæ h e ad lineam e d, ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e. Restat, ut si eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̄ lineæ a z ad lineam z h, & hoc est propositum. Non tamē oportet, q̄ lineæ a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suaꝝ partium, q̄m cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h, & linea q h sit maior q̄ linea b d ꝑ 4. sexti, palam per 8. quinti, q̄m minor est proportio lineæ a b ad lineam b d q̄ sit linea a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionabiles secundū generalem similitudinē proportionis. Eadem quoq; demonstratio est, quæcunq; lineæ ducantur à puncto a, secantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas, ut supra e, uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, semper enim linea ducta à puncto a, secans illas tres lineas, secabitur modo dicto, patet ergo propositum.



CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuiſisq; ſic ambabus, ut cuiuslibet ipſarum proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſicut alterius extremæ partis ad illam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi producta baſi à punctis diuiſionis unius ducantur lineæ ad puncta diuiſionis alterius, non æquediſtantes adinuicem, neq; baſi, neceſſe eſt productas lineas ambas cõcurrere cum baſe, producta in puncto uno.

Sit data línea a b taliter, ut proponitur diuiſa in punctis d & g, ſ. ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq; ſibi angulariter linea a c, eodem modo diuiſa in punctis h z, ita, ut ſit ꝓportio lineæ a c, ad a h, ſicut lineæ a z, ad z h, ſi producatur baſis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis ſectionũ unius ad punctum ſectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq; omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non ſunt æquediſtantes, ex hypotheſi patet, ꝙ neceſſario concurrent, cõcurrant ergo in puncto qd ſit e, línea quoq; g z neceſſario concurret cum illis. Cum non æquediſtet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, ſic habemus propoſitum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, ſit illud punctũ n, in quo concurrit cum línea d e, ducatur itaq; línea e g, ſecabit ergo línea e g lineam a c in alio puncto q̃ in puncto z, quoniã in puncto z ſecat ipſam línea n g, ſit illud punctum l, erit ergo per præmiſſa proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypotheſi proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam h z, ergo ꝑ 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, ſicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, ſicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qd̃ eſt impoſſibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, qm̃ à puncto g productæ ſunt quatuor lineæ ſecantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto q̃ in puncto e, quod eſt propoſitum. Similiter ſi ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonſtrandũ, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & ſi lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eiſdem in eodem puncto e, patet ergo propoſitum.

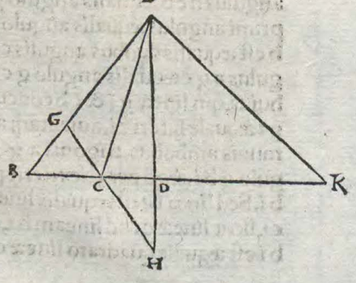


CXXV.

Linea taliter diuiſa, ut ſui totius ad alteram ſuarum extremarũ partium ſit proportio, ſicut alterius ſuæ partis extremæ ad eam ſui partẽ, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi à puncto concurſus linearum à termino, & à duobus punctis ſectionis productarum in puncto concurſus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, neceſſe eſt ipſam ſuper mediam productarum perpendicularem eſſe.

Sit línea b k in punctis c & d taliter diuiſa, ut proponitur, ſitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, producaturq; à punctis b c d lineæ nõ æquediſtantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, ſit punctus concurſus z, & lineæ productæ ſint b z, c z, d z, ſitq; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k eſt rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquediſtans lineæ z k quæ ſit c h, quæ producta ſecabit lineã z b per 2. huius, ſecet ergo ipſam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & ſit concurſus punctus h, quia igitur ex hypotheſi eſt ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ b k ad

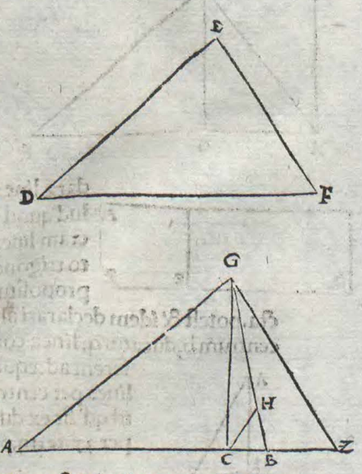
b k ad lineam b c, ſicut lineæ k d ad lineam c d, ſed per 29. primi trigona b z k & b g c ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ eſt lineæ z k ad lineam g c, ergo ꝑ 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, ſicut lineæ k d ad lineam d e. Sed quæ eſt proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem eſt lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. ſexti, quia trigona k d z & c d h ſunt æquiangula, habet itaq; linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionẽ, ergo per 9. quinti linea g c eſt æqualis lineæ c h, ſed per 3. ſexti eſt proportio lineæ g c ad lineam c h, ſicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z e diuidat angulum g z h per æqualia. eſt ergo linea g z æqualis lineæ z h, & quoniã linea g c eſt æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z eſt cõmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterq; ergo ipſorum eſt rectus, ergo per 29. primi k z c eſt rectus, lineæ z k & c k ſunt æquediſtantes, patet ergo propoſitum.



CXXVI.

Diuiſa línea per inæqualia, poſſibile eſt minori ſuæ parti lineã adiungi, ita, ut ſi illud quod fit ex ductu totius lineæ diuiſæ cum adiecta in ipſam adiectam, æquale ſit quadrato eius, quæ conſtat ex minore & adiecta.

Sit data línea a b diuiſa per inæqualia in puncto c, ſitq; línea a c maior q̃ línea b c. Dico ꝙ eſt poſſibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipſi lineæ b c, id efficiat, ut hoc qd̃ fit ex ductu lineæ compoſitæ ex línea a b, & ex adiecta in ipſam adiectã ſit æquale quadrato lineæ quæ conſtat ex b c parte minore, & ex adiecta, aſſumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor línea a b, quæ ſit d e, & quæ eſt proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem ſit proportio lineæ d e ad quandã aliam lineam per 3. huius, quæ ſit e f, aſſumaturq; línea d f æqualis lineæ a b, & qm̃ ex lineis d e, e f, d f quæcũq; duæ ſimul iunctæ maiores ſunt tertia, ut patet ex præmiſſis, poſſibile eſt conſtitui triangulũ per 25. primi, conſtituatur ergo & ſit d e f, ſuper terminũ itaq; lineæ a b quæ eſt a, conſtituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui ſit g a b, & reſecetur linea a g ad æqualitatẽ lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f ſit æqualis lineæ a b, & línea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b ſit æqualis angulo e d f, erit línea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaq; línea g c, & qm̃ proportio lineæ d e ad lineã d f, ſicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, ſicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. ſexti angulus a g b diuiſus eſt per æqualia: palam autẽ, ꝙ angulus g c b eſt acutus, ſi enì ſit rectus, tũc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniã ad punctum g duorũ ipſorũ anguli ſunt æquales, ergo latera eorũ ſunt ꝓportionabilia per 4. ſexti, erit ergo proportio lateris a c, ad c b, ſicut lateris g c ad ſeipſum: æqualis eſt ergo línea a c lineæ c b, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile. Si uero angulus g c b detur eſſe obtuſus maior angulo g c h, palam per 32. primi, qm̃ angulus g b c eſt minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius eſt latere a g, & quia eſt proportio lineæ l g ad lineã g a, ſicut lineæ b c ad lineã c a, erit per 5. huius ꝑ, ꝓportionẽ. ſ. econtrario latus b c maius q̃ latus a c, qd̃ eſt contra hypotheſim, palam ergo, qm̃ angulus g b c eſt acutus. ducaẽ itaq;



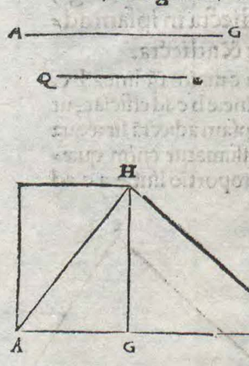
per

per 31.primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a,secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29.primi angulus g c b æqualis angulo c g a,ergo & angulus c g h,erit ꝙq; angulus h c b æqualis angulo g a c.Super punctū itaq; g terminū lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c,ergo & angulo h c b qui sit b g i,& quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g,ut patet ex præmissis,& per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b,& qm̄ angulus g c b est acutus:palam,quia ergo p 14. huius,qm̄ lineæ g i & c b concurrent,sit punctus concursus i,ergo per 6.primi erit latus g i æquale lateri c i,quia itaq; angulus b g i est æqualis angulo g a i,& angulus g i a cōmunis ambobus trigonis a g i & b g i,erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i,ergo per 4.sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g,sicut lineæ i g ad lineam b i.Sed linea i c est æqualis lineæ g i,ergo per 7.quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i,sicut lineæ c i ad lineam b i,ergo per 16.sexti illud qd̄ fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i,est autē linea b i lineæ b c adiecta,palam ergo ꝓpositū.

CXXVII.

Propositis duabus lineis,possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere,ita,ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia:Proponantur duæ lineæ q e & a g,dico ꝙ possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandā aliam lineam cuiuscunq; sit quantitatis,ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e,cū adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45 primi,& sit eius quadratū a h,& linea a g producta resecetur in puncto f,ita,ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturq; linea b f,palam,qm̄ triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h,est ergo paralellū a h duplum trigono a h g per 41.primi,& trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1.sexti,hac ergo triangula superficie ꝓposita,& linea q e possibile est per 18.sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilatere a h f æquum parallelum constituere,qd̄ addat super cōpletionē datæ lineæ q e superficiem quadratā dato quadrato a h simile,sit ergo constituta,& paralellū sit q m æquale trigono a h f constitutū super lineam q e,addens super completionem datæ lineæ q e quadratū e m simile quadrato a h.palam ergo, ꝙ illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e,cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z,uel eius æqualem lineam z m,est æquale proposito trigono a h f,ergo & eius æquali.s.quadrato lineæ a h,& hoc est propositum,qm̄ lineæ e z est lineæ q e taliter,ut proponitur adiuncta.potest & idem declarari aliter:describaī enim circulus,cuius diameter sit q e,& eius centrum b,ducaturq; linea contingens circulū,ut contingit in puncto g per 16.tertij,referent ad æqualitatem lineæ a g,& sit g a,& ab eius termino a ducatur linea per centrum b,secans periferiam circuli in puncto e & q,quia ergo id qd̄ fit ex ductu lineæ q e in lineam a e.est æquale quadrato lineæ a g per 35.tertij,patet ꝙ lineæ q e est adiecta linea e a,ut proponebatur.

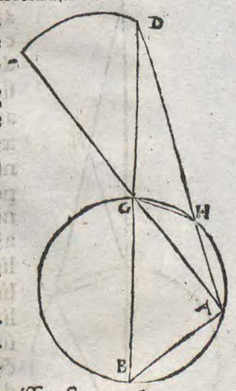


CXXVIII.

Sumpta circuli diametro,& sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri,possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam,extra circulū ducere lineam rectam,quæ à circumferentia circuli extra circulū usq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Esto data linea q e,sitq; g b diameter dati circuli quæ sit a b g,& sit a punctus

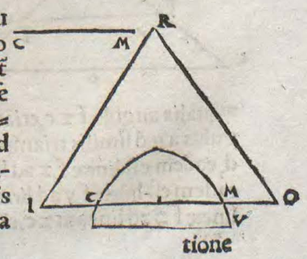
punctus datus in circuli circumferentiā æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b.Dico ꝙ possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq; ad eductā diametrū g b,quæ sit æqualis datæ lineæ q e.ducaī quoq; duæ lineæ a b & a g,illæ ergo necessario erūt æquales ex hypothesi,qm̄ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b,& adiungatur lineæ q e linea talis,ut illud qd̄ fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctā æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ,& fit adiuncta e z.Cū ergo id qd̄ fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qd̄ fit ex ductu lineæ a g in seipsam,erit linea q z maior q̄ꝫ linea a g,& linea e z minor illa,si enim linea e z fuerit maior,uel æqualis lineæ a g,tunc est impossibile,ut id qd̄ fit ex ductu q z in lineam e z,sit æquale quadrato lineæ a g,qm̄ linea q z est maior q̄ꝫ linea e z,ut totum parte.Si autē linea e z sit minor q̄ꝫ linea a g, palā,quoniā linea q z est maior q̄ꝫ linea a g,,pducaī ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3.primi,& sit a g e,posito ergo pede circini super punctū a,fiat circulus secundū quantitatē lineæ a g c,qui circulus secabit diametrum b g eductā,secet ergo ipsam in puncto d,& ducatur linea a d,quæ necessario secabit circulū, ꝙniā concurrit cum diametro:si enim non secet circulū,contingens erit & æquedistans diametro g b,nunq; concurrens cum eadem,quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales,& punctum a æqualiter distat ab utriusq; terminis diametri.s.b & g,secet ergo d a circulum a g b in puncto h,& ducatur linea g h, palam ergo,ꝙ cum superficies a b g h sit quadrāgulum super circulum descriptum,ꝙ duo eius anguli oppositi.s.a g b & g h a ualent duos rectos per 21.tertij,sic a g b æqualis est angulo a b g per 6.primi,angulꝰ ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos.Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos,palā,quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a,& angulus a h g cōmunis est totali triangulo a d g,& partiali trigono,qui est h a g,restat ergo per 32.primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a,& totalis triangulus d g a æquiangulus triāgulo g h a,ergo per 4.sexti latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia,est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g,sicut lateris a g ad latus a h.Illud uero qd̄ fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c,per diffinitionē circuli,ergo linea d a est æqualis lineæ q k a,q̄niam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qd̄ fit ex ductu lineæ d a in lineā h a est æquale quadrato lineæ a g,qd̄ ex præmissis est æquale ei qd̄ fit ex ductu lineæ q z in lineā e z,ꝓ illud patet,q̄d fit ex ductu lineæ a d ad lineā h a, est æq̄le ei q̄d fit ex ductu lineæ q z in lineā e z,& linea d a est æqualis lineæ q z, reliquit ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z,erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e , q̄ est data linea,est aūt à dato in periferia circuli pūcto a ad cōcursum diametri b g sic ꝓducta, patet ergo ꝓpositū.



CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum , & datum punctum sit cuicunq; datæ lineæ,& insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterā coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa:Sit,ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur,quæ sunt f r & c r concurrētes in puncto r,inter quas sit datus punctus m,& sit data linea m c , proponit nouus,ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r,secans illas in puncto o uel l,ita,ut eius pars quæ est l m,sit æqualis datæ lineæ a c,& insuper reliquæ suæ parti quæ est m o. ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandū, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit , & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imagina



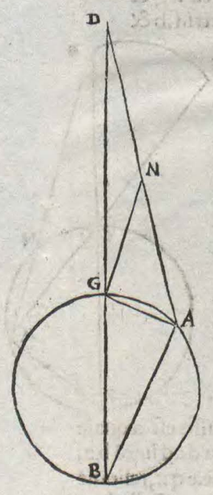
tione

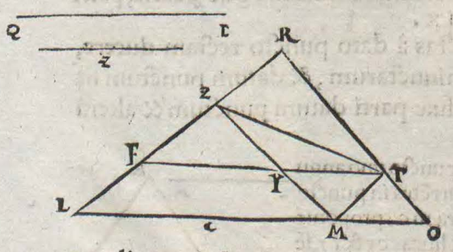
tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imaginet mœchanice quisq; nobis accidat res quæsita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum lineárum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

CXXX.

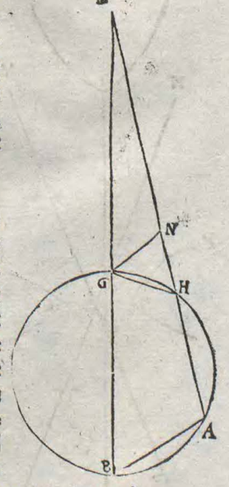
Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi q̃ punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo q̃ punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahaẽ ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o. & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumaẽ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q e lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducat̃ linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi, hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ s, qd̃ est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p lineã a n d, palã aũt, q̃ hæc linea cõcurret cum pducta diametro g d, cũ enĩ angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g est æq̃lis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est pportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est pportio

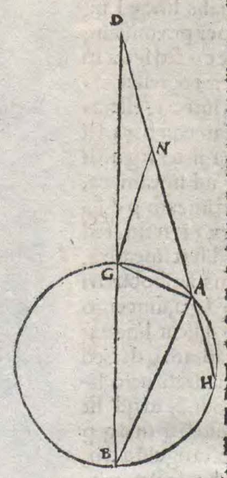




portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m est æquedistans lineæ f l, & linea f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedistãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, qm̃ linea f t est æqualis lineæ l m, quasi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniã linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam, linea ergo c m addita utriq;, adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed linea m o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m est æqualis lineæ t o, restat ergo, ut linea f y sit æqualis lineæ c m, sicut linea c m ex præmissis est æq̃lis lineæ i, est autem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diameter b g ad lineam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi. quia linea n g æquedistat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g d ad n d, ergo p 16. sexti erit id qd̃ fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id qd̃ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a est æquale ei qd̃ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi. & id qd̃ fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qd̃ fit ex ductu b g in d g p 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, restat id qd̃ fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qd̃ fit ex ductu lineæ b g in d g, eritq; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundã, sicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã. ostensum est autem supra, q̃ est proportio lineæ a n ad lineã g d, sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, qd̃ est propositum, qm̃ ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis, interiacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, q̃ est contingẽs circulum. Qd̃ si linea a d non sit contingens, sed secans circulum, aut igitur linea a g est maior cẽ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc linea a g maior cẽ linea b a. palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, secabit circulũ in arcu a g. sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ductam lineã h g, galam ita q̃, cum quadrangulũ a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquedistans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis angulo n h g, angulus uero n g d est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo p 16. sexti illud qd̃ fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato g d. & illud qd̃ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qd̃ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud qd̃ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qd̃ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei qd̃ fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utriscq;. s. quadrato a g ex una parte in illo qd̃ fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qd̃ fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei qd̃ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundũ, sicut b g tertij ad d h quartũ, sed probatum est in præcedentibus, q̃ proportio lineæ a n ad lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h est æqualis lineæ e q, qd̃ est ppositum. Si uero linea a g a g sit minor cẽ linea h a, secabit linea d a circulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,



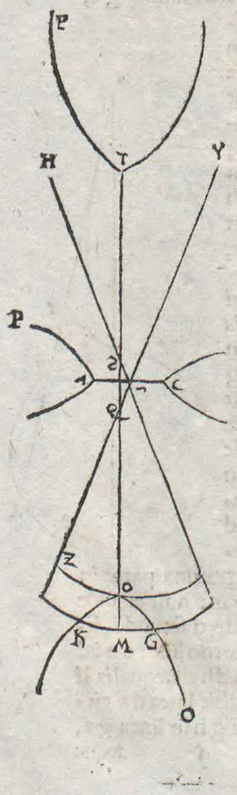
æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis ãn gulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoni am ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiã circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis an gulo a h g per 26. tertij, qm̃ ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circũ ferentiam circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angu lus n d g cõmunis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. sexti illd quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qd̃ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei q̃ fit ex ductu h d in d a. Illud autem qd̃ fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei qd̃ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qd̃ fit ex ductu li neæ b d in d g per 3. secũdi, ualet illud qd̃ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex du ctu h d in n a æquale ei, qd̃ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius pro portio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam ostẽ sum est supra qd̃ est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est ꝓ positum, qm̃ à puncto a dato, ducta est linea secans circulum, cuius pars à puncto sectionis usq; ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.



CXXXI.

Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem prio ri oppositam designare, ex quo patet, ꝙ cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ in teriacens unam sectionum, & reliquã lineam æqualis suæ parti aliam sectionũ, & reliquã lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demõstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autẽ sectiones ampligoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarũ sequit̃ gibbo sitatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambarũ diã metri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secẽt se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligo nia quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, ꝙ diametri quarumlibet oppositarũ ambarũ sectionum illarũ sint in una linea quæ sit t c, à uer tice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ necessario est minima omniũ linearum inter illas duas sectiones productarũ, & ex ijs decla rauit Appollonius illud qd̃ correlatiue proponitur. s. ꝙ si linea t c se cet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, ꝙ linea t q erit æqualis lineæ c f. & si linea t c pertranseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appollonũ demon strato, & propter conformitatẽ portionis sectionum respectu linearum se intersecantium, patet ergo propositum.



CXXXII.

In uertice alterius conicarum sectionum posito pede cir cini

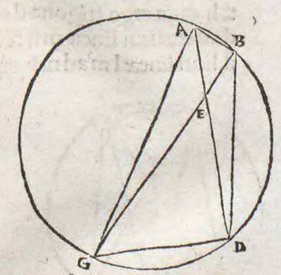
cini immobili, secundum quantitatẽ lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, describatur circulus sectionem reliquã continget, secundum uero ma iorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

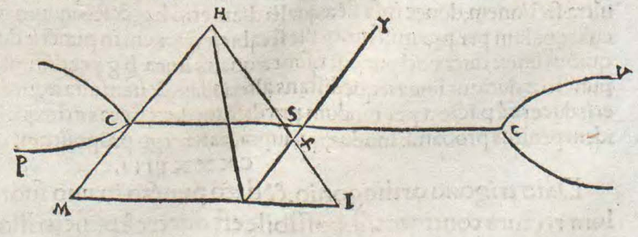
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽ ti propositione duæ sectiões conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices. s. ambarũ sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in alte ro puncto ꝛ t uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quan titatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̃ꝫ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in pũcto c, patet ergo primũ propositoꝛ, ꝙ si linea t g semidiame ter circuli sit maior q̃ꝫ linearũ minima, sunt oppositas sectiones productaꝛ ut est t c, pa tet, qm̃ illa minima linea inter superficiẽ sectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies cõmunis erit circulo & sectioni, circulus ergo & se ctio secabunt, hæc itaq; sectio nõ erit nisi in duobus tantũ punctis g & k, qd̃ per modũ 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

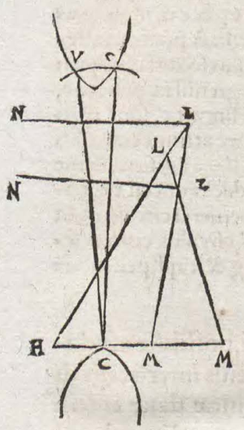
A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, possibile est du cere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens di ametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmisso modo, sed harum linearum æqualium ab eo dem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

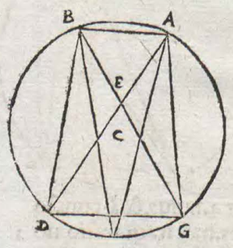
Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & pũctus datꝰ ĩ sui circũferẽtia sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, p̃misso modo possibile inscribi circulo. Dico, ꝙ à puncto a possibile est ducere lineã trãseuntẽ p diametrũ b g, cuiꝰ pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã sit æq̃lis lineæ datæ q̃ h z, ducanť enĩ in circulo lineæ b a & a g, & sup punctũ h li neæ datæ h z, fiat angulus æq̃lis angulo a g b, q sit m h z, du cta linea m b sup̃ idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta linea h l, & à pũcto z ducať linea æque distãs lineæ h m q̃ sit z n, q̃ qdẽ secabit lineã h l. sit ut secet ip sam in pũcto x, & à pũcto z iteꝛ ducať alia linea æquedistãs lineæ h l quæ sit z c, secans lineã h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 131. huius. hæc itaq; sectio nõ contingit aliquã lineaꝛ z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem li neas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas se ctiones dictaꝛ omniũ linearũ minima ducta à puncto t ad sectioem c u sit linea t c. hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundũ semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u contin get. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundũ quantitatẽ lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. sit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad sectio=





nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, necessario secabit linea t c illas ambas lineas, quas si in puncto x, qui est punctus cõmunis sectionis illarum linearũ secauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, ꝙ si ipsas in alijs punctis secuerit, secet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquedistans ipsi lineæ t c, quæ per 2. huius secabit lineas h m & h l, sicut etiã sua æquedistans t c, secet ergo eas in punctis l & m, & sit ipsa linea m z l, super diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b fit rectus ꝑ 30. tertij, ꝙ alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis est illis duobus angulis, est rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m est æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonoꝝ g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. s. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h. sit aũt punctus in quo linea a d secat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b est æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmissis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, ꝙ angulus d b g est æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. s. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4. sexti proportio lineæ b d ad d e, sicut lineæ m h & h z. ostensum est autẽ superius, ꝙ est proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ ꝓportio lineæ b g ad d e, sicut lineæ l m ad h z. Sed sicut per 131. huius declaratum est, patet ꝙ linea q t est æqualis lineæ f c, sed linea t q est æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellũ m t q z sit æquedistantiũ laterum, ut patet ex præmissis. est igitur linea m z æqualis lineæ f c, sed per eandem 34. linea z l est æqualis lineæ t h, est igit̃ totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti est proportio lineæ t c ad h z, sicut lineæ l m ad h z, est ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, sicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c sit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipsi h z datæ lineæ, quod est ꝓpositum. Si autem linea t c sit minor diametro b g, producaẽ ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro b g, & secundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmissam, ꝙ ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, sunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquedistans alteri illaꝝ, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.



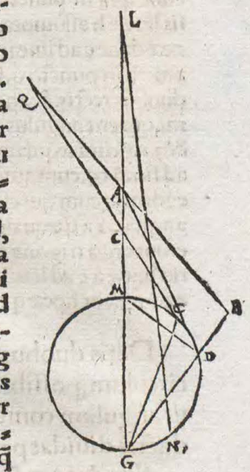


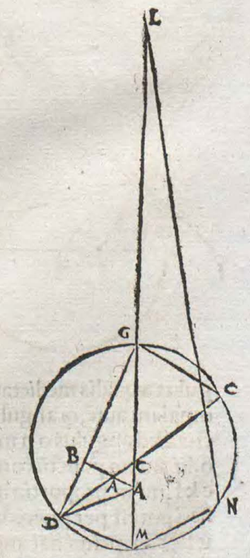
CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentiũ, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam secantẽ basem, ita, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus, & in latere illius b g sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintq; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ à puncto d possibile est ducere lineam secantẽ basem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ secantis interiacens latus a b & basem a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineã z. Sit enim primo pũctus d in ipso trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit d m, & fiat circulus super tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d est æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d, secetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, sitq; angulus d m n, quæ autem est ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem sit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineã b, & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrũ g m quæ sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiã circuli & diametrum quæ est c l, sit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q̃ sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, si producatur necessario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est æqualis angulo g a b per 29. primi: palam ꝙ angulus g c d est æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l. per 15. primi est æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q secat lineã a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g sunt æquianguli, ergo ꝑ 4. sexti erit proportio lineæ q t ad t g, sicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmissis est æqualis angulo t a d, qm̃ enim anguli g m d & t a b sunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij est æqualis angulo n m d, quia angulus n c d est æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui est contrapositus angulo n c d, est æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l est cõmunis duobus trigonis. s. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d sunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ t a ad lineam t c, sicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autẽ ostensum superius, ꝙ est proportio lineæ t q ad lineam t g, sicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, sicut lineæ q c ad t g, sed linea l c est æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineã t g, sicut lineæ e ad lineã z, quod est propositum. Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ est b g extra triangulũ producto, ducatur prius à puncto d linea æquedistans lineæ a b, & sit d m, & ducatur linea a g donec cõcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter istius circuli, & ducatur linea a d, erit quidã angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



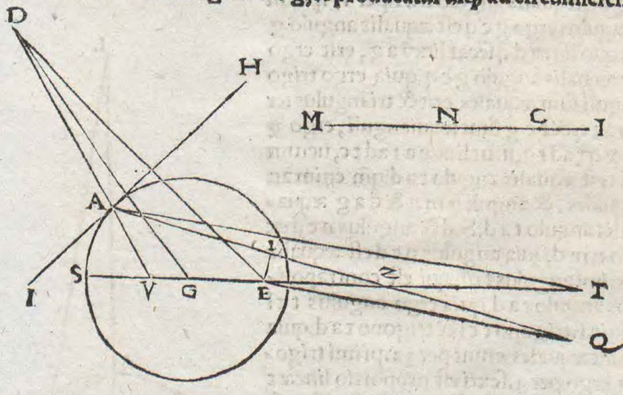


a d per lineam m n qui sit angulus d m n, & à puncto n, qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea ad eductã diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l, & secans periferiã circuli in puncto c, ita, ut lineæ c l sit æqualis lineæ h assumptæ ut prius. sit per 3. huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datam z, & ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t, & lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13. primi, qm̃ erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d p 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. sexti, pportio lineæ d a ad lineã c l, sicut lineæ t a ad lineã t c. cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales, qm̃ cadũt in eodem arcum qui est d g, angulus uero t a q per 29. primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, sed & anguli q c a & g c t sunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a c ad lineã c l, sicut lineæ q t ad lineã t g, est ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, sicut lineæ q t ad lineam t g, quod est propositum.

CXXXV.

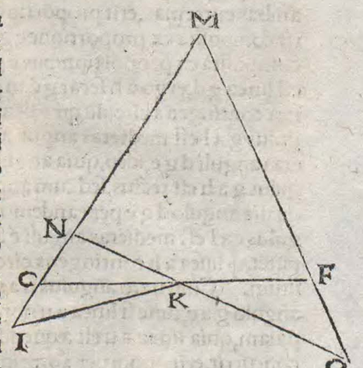
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ e & d, quoꝝ unum qui sit e primũ sit in circulo, & reliquũ extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico q̃ possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulũ contentum à lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia, ducat̃ enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producatur usq; ad circumferentiã & sit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmissis linea e g minor q̃ linea d g, assumatur quoq; linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut, pportio lineæ l t ad lineam c m, sit sicut lineæ d g ad lineã g c per 119. huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n, à quo super lineã m l ducatur perpendicularis per 11. primi q̃ sit n o, & super punctũ m per 23. primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m o: palam autẽ, q̃ angulus i m o erit minor recto, qm̃ angulus d g s est minor duobus rectis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. sit autem punctũ concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui sit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineã f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineã g s, qd̃ fieri potest per præcedentẽ. ducatur quoq; linea m k, & super punctũ g terminũ lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineã usq; ad circumferentiã producta, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico q̃ a est q̃situs punctus, ducãtur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineã f m, est sicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m, sicut lineæ e g ad lineam g a



æqua-

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis triãgulo m f k per 6. sexti igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igitꝝ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k, & sic linea a z quæ necessario concurrat cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f, sic cõcurret linea a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & producatur linea a z usq; ad punctũ q, donec linea a c se habeat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 31. primi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. primi, & quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duobus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos, concurret linea a c necessario cum linea e z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z p 4. primi quæ sit e l, erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32. primi, erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, qa uterq; est rectus, sed etiam angulus a e g est ex præmissis æqualis angulo m k f. Restat ergo per 13. primi, ut angulus l e z sit æqualis angulo n k c, & angulus e l z rectus est æqualis angulo k n c recto, erit ergo per 32. primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13. primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i: palam ergo ex præmissis, q̃ angulus a e g est æquiangulus triangulo f m k, & triangulus e a l æquiangulus est triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c, & triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c, est igitur per 4. sexti proportio a z ad e z, sicut m c ad c k, est autem proportio q z ad z a, sicut proportio i c ad c m, ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti, pportio q z ad z e, sicut i c ad c k, est ergo triangulus q z e per 6. sexti æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n z, erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n, est ergo per 4. sexti proportio e l ad l q, sicut k n ad n i, & similiter est proportio a b ad l e, sicut m n ad m k, erit ergo per 22. quinti proportio n m ad n i, sicut a l ad l q, sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi, ergo linea a l est æqualis l q, ergo p 4. primi linea e q erit æqualis e a, & angulus l q e æq̃lis angulo l a e. Sed & angulus e q z p 29. primi est æqualis angulo t a l, angulus ergo e a l est æqualis t a l, quia angulus e q z est æqualis angulo t a l, & angulus e z q est æqualis a z t per 15. primi, igitꝝ tertius tertio, eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, est ergo p 4 sexti proportio q z ad z a, sicut e z ad z c, & sicut e q ad a c, est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a, ergo per 7. quinti est proportio q z ad z a, sicut a e ad a t, sed q z ad z a est ex præmissis sicut e g ad g d, igitur per 11. quinti est proportio lineæ a e ad a c sicut e g ad g d. Fiat autem super punctũ a angulus æqualis angulo g a e, qui sit u a g, producta linea a u, si possibile fuerit, usq; ad lineã g l: palam ergo ex præmissis, qm̃ angulus g a l est medietas anguli u a t, cum enim angulus e a q ex præmissis & per 5. primi, ideoq; lineæ a e & e q sunt æquales, angulus e q c, qui per 29. primi est æqualis angulo q a t: patet q̃ angulus e a l est æqualis angulo l a t, sed angulus g a e est æqualis angulo u a g est ergo angulus g a l medietas anguli u a t, sed angulus g a l, cum sit ex præmissis æqualis angulo f m c, qui cõstitutus est æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n. angulus uero u a t est æqualis angulo d g u, sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t, quia duo anguli t u a, d g b sunt minores duobus rectis, igitur linea a b concurret cum linea d g per 14. huius. Dico autem, q̃ concurrent in puncto d, efficiet enim linea u a producta



ad li-

ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum ſimilem triangulo a b t, quoniam iſti trigoni habent angulum a u g cõmunem, & angulus t a u eſt æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti eſt proportio a u ad a c, ſicut u g ad lineã, quã ſecat a u ex g d, & proportio e a ad a u, eſt ſicut e g ad g u per 3. ſexti, qui angulus u a g eſt æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmiſſis eadem ſit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t ſit compoſita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̃ p 13. huius proportio extremoꝝ componitur ſemper ex proportione cuiuſcunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d compoſita ex eiſdem proportionibus, quia erit compoſita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineã quã ſecat u a ex linea g d, ſed eſt compoſita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quã ſecat a b ex g d, eſt linea g d, ergo a b ſecat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulũ quæ ſit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l eſt medietas anguli a g b, ut patet ex præmiſſis, igitur angulus l a h eſt medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h eſt rectus, ſed cum angulus t a u ſit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h eſt medietas anguli t a d, & angulus e a l eſt medietas anguli e a t, igitur angulus e f l eſt medietas anguli e a d, quia patet, q̃ linea a h contingens circulũ diuidit angulum e a d per æqualia, quod eſt propoſitum. Cum uero angulus u a g ſuper punctum a terminũ lineæ g a factus ſit æqualis angulo g a e, tunc ſi linea a u non cadit ſuper lineã e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u eſt æquediſtans lineæ e s, quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, ſed per præmiſſa angulus g a e eſt æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e eſt æquale lateri e g. ſimiliter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, ſunt enim coalterni lineæ æquediſtantiũ ex hypotheſi. Sed iam oſtenſum eſt, q̃ angulus t a d eſt æqualis angulo d g t, ſed angulus a t g eſt æqualis angulo d g t. & ſimiliter duo anguli a d g & d g t ſunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g ſunt æquales, ſed & duo anguli t a d, a g t p̃ 29. primi ſunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ipſorum ſunt proportionabilia, ſed a g eſt cõmune, æquale ſibiipſi, ergo latus a d eſt æquale lateri g t. Sequitur ergo ex iis, q̃ linea quã ſecat a b ex linea g d ſit æqualis lineæ a t, & iam præoſtenſum eſt, q̃ linea e g eſt æqualis ipſi a e. eſt ergo per 7. huius ꝓportio lineæ c g ad lineã quam ſecat a b ex d g, ſicut a e ad a c. Etiam oſtenſum eſt, q̃ a e ad a t eſt ſicut e g ad d g, igit linea quã ſecat a b ex d g eſt g d. & cum ex præmiſſis angulus c a d ſit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut ſupra patuit. & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod eſt propoſitum. Eodemq; modo demonſtrandum, ſi ambo puncta e & d data ſint extra circulum, patet ergo propoſitum totum.

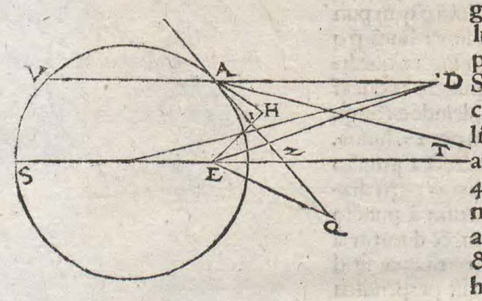
CXXXVI.

Dato circulo & in eo diametro, puncto q̃ extra circulum, poſſibile eſt à dato puncto ad diametrum ducere lineam ſecantem circulum ſic, q̃ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti ipſam & centrum.

Eſto datus circulus, cuius centrum ſit g, & in eo data diameter ſit x g b, ſit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico q̃ poſſibile eſt duci à puncto e ad diametrũ x g b lineam ſecantem circulũ ſecundum prædictũ modum, ducatur enim à puncto e perpendicularis ſuper diametrũ x g b per 12. primi, quæ ſit e c, & ſit exempli cauſa ut cadat illa perpendicularis ſuper ſemidiametrũ b g, & ducatur linea e g, & aſſumatur linea q t æqualis lineæ e t, & fiat per 32. tertij ſuper lineã q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadẽs in hanc portionem, ſit æqualis angulo e g b. & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qd' ſit i ſuper ipſam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte uſq; ad circumferentiã circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli

culi illius per 1. tertij, & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, ſecans ipſam in puncto f, & producatur uſq; ad p punctũ circũferentiæ, ita, ut eius pars quæ s p ſit æqualis medietati lineæ g b ſemidiametri dati circuli, q̃ fiet per 133. huius, & ducanꝫ lineæ p t & t f, & ducatur à puncto p linea p b æquediſtans diametro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2. huius, & à puncto u ducatur linea æquediſtans lineæ q t, q̃ ſit u o, ſecans diametrum f l in puncto m, & lineã p q in puncto o, & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineã p q per 12. primi, quæ ſit t n, & à puncto t ducatur linea æquediſtans lineæ p q per 31. primi quæ ſit t s, & à puncto u ducatur perpendicularis ſuper lineam p q, quæ ſit u h, deinde ex angulo b g e ſecetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius. qui ſit b g d, ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z. Dico q̃ linea d z eſt æqualis parti diametri quæ eſt z g, ſicut proponitur, ducatur enim à puncto d perpendicularis ſuper lineam b g, quæ ſit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit d k: palam ita q̃, cum ex præmiſſis diameter f l ſit perpendicularis ſuper lineam q t, & ſuper eius æquediſtantem o u per 29. primi, linea uero p u ſit æquediſtans illi diametro, q̃ angulus o u p erit rectus per eandem 29. primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 2. ſexti. & per 29. primi, eo q̃ linea q t ſibi æquediſtans ſimiliter eſt diuiſa, erunt per 4. & per 29. primi triangulo f m & u f m æquianguli, ergo per 4. ſexti cum latus f m ſit æquale ſibiipſi, erit d m æquale m u, & f o æquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32. primi, ideo q̃ angulus p u o eſt rectus, ut patet ex præmiſſis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo f p u, ideo, quia ut præmiſſum eſt, angulus k o u æqualis eſt angulo f u o. Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præoſtenſum eſt, & angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum, eſt ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia ſi ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur &c. eſt ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u, erit ergo f p æquale ipſi f o, ſic ergo erit linea p o æqualis ſemidiametro g u, ergo & ipſi g d per diffinitionẽ circuli, & ita erit per 7. quinti proportio lineæ e c, quæ eſt æqualis lineæ q t ad lineam g d, ſicut lineæ q t ad p o æqualem g d. Sed cum angulus k d g ſit rectus p̃ 17. tertij, æqualis eſt ipſi angulo recto g i d, & angulus i g d eſt cõmunis, erit ergo p̃ 32. primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ g d ad d i, ſicut lineæ g k ad k d, ſed angulus k g d eſt æqualis angulo q p u, & angulus g d k qui rectus eſt per 17. tertij, eſt æqualis angulo recto o u p, erit ergo per 32. primi tertius tertio æqualis, & triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p, eſt ergo per 4. ſexti proportio lineæ b g ad k d, ſicut lineæ o p ad o u, & qm̃ ex præmiſſis eſt proportio lineæ g d ad d i, ſicut lineæ o p ad o u, & quoniã ex præmiſſis eſt proportio lineæ g k ad k d, ſicut lineæ g d ad d p, ergo per 11. tertij eſt proportio lineæ g d ad d l, ſicut lineæ o p ad o u. Fuit autem ex præmiſſis proportio lineæ e c ad g d, ſicut lineæ t q ad p d, ergo per 22. quinti erit proportio lineæ e c ad d i, ſicut lineæ q t ad o u, ſed proportio q t ad o u eſt ſicut t f ad f u per 29. primi & per 4. ſexti, cum triangulus t f q ſit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s eſt æqualis angulo h f u per 29. primi, eſt enim coalternus illi inter lineas æquediſtãtes, q̃ ſunt h q & f c. Sed & angulus u s t eſt rectus æqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis eſt angulo s u t per 15. primi, erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ t u ad u f, ſicut lineæ s u ad u h, ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, ſicut s h ad h u, ſed linea t u æqualis eſt lineæ s h per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ t n

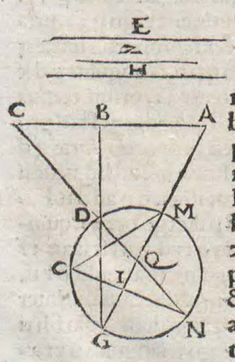
ad lineam h u, ſicut lineæ e f ad f u. Sed ſicut patuit ex præmiſſis, quæ eſt proportio lineæ c k ad f u, eadem eſt lineæ q t ad u e per 4. ſexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o eſt ſicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e c ad d i eſt ſicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u ſit rectus, eſt æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmiſſis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, eſt ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ i d ad d g, ſicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, ſicut lineæ t u ad u p.



Sed cum angulus c g e ſit æqualis angulo e p c ex hypotheſi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ e g ad e c, ſicut lineæ p t ad n t, eſt igitur proportio lineæ g e ad g d, ſicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, ſed & angulus d g e æqualis eſt angulo u p c ex hypotheſi, quia enim angulus q z t eſt æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e eſt æquiangulus triangulo u p t per 6. ſexti, ergo angulus g u x æqualis eſt angulo p u t. Reſtat ergo per 13. primi, ut angulus g d z ſit æqualis angulo f u p, ſed in trigonis g d z & p f u eſt angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, eſt ergo ꝓportio per 4. ſexti lineæ d z ad z g, ſicut lineæ u f ad f p, ſed linea u f eſt æqualis ipſi f p, ex præmiſſis igitur linea d z æqualis eſt ipſi z d, qđ eſt ꝓpoſitum. Eſt autem uniuerſalis hæc proportio ſiue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, ſiue ad ipſam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis ſemidiametro, ſiue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, ſit ꝙ linea â puncto quo tangit circuli periferiam ſit æqualis parti diametri quã abſcindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt ſecundum quantitatem anguli k g d, hoc eſt propoſitum.

CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoꝙ aliquo puncto in maiore ſuorum latera rum rectum angulum continentium, poſſibile eſt à dato puncto ducere lineam ad baſem ex alia ſui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ ſe habeat ad inferiorem partem abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & ſit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g ſit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli cauſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ poſſibile eſt à puncto d ad baſem g a ducere lineam ſecantem baſem a g cum puncto q, & ex alia ſui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, ſit ut ipſa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquediſtans lineæ d a per 31. primi, quæ ſit d n, & fiat circulus tranſiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & qm̃ angulus g d m eſt rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g eſt rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, ſit quoꝙ h quædam linea a d, ad quam ſe habeat linea d a ſicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g ſit æqualis angulo b a g, ſecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & ſit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec ſecet circumferentiã in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & uſqꝙ ad circumferentiã quæ ſit linea c n, ſecans diametrũ m g in puncto l taliter, ꝙ linea l n ſit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c ſit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui eſt d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l eſt æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. ſexti erit proportio lineæ a q ad q n, ſicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g ſit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, eſt autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaqꝙ t punctus, in quo linea d m cõcurrit cum a b, eritqꝙ per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a q ad lineam q n, ſicut lineæ t q ad lineam q g, eſt igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, ſicut lineæ a d ad lineam n l, ſed linea n l eſt æqualis h aſſumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, eſt ſicut lineæ e ad lineã z, eſt ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, ſicut lineæ e ad lineam z, ꝙd eſt ꝓpoſitũ. Et ſi cõtingat ꝙ â pũcto c poſſint duci duæ lineæ ſimiles lineæ c l n, erit poſſibile â pũcto d duci duas lineas ſimiles lineæ t q, ita ſimiliter, ut utriuſqꝙ ad partẽ quã ſecet ex baſe a g ſit ꝓportio ſicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõſtratio. Plures aũtꝫ huius lineas ꝙ duas nõ eſt poſſibile duci, ut patuit ꝓ 133. huiꝰ, patet ergo ꝓpoſitũ, & licet hoc qđ hic ꝓponit nõ uideaꝫ penitus uniuerſale quantũ ad quælibet pũcta data, & quaslibet lineas datas, ad quaꝫ ꝓportionẽ fieri debeat ipſius baſis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓpoſito theoremate niſi modo cõuenienti & poſſibili in ſequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

VNiuerſalibus huius ſcientiæ axiomatibus mathematicis præmiſſis, in hoc ſecundo libro, ut præmiſimus, uniuerſali actioni ſenſibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium ſuper diuerſas figuras corporum, & de proiectione umbraꝫ, & de figuratione lucis cadentis per feneſtras aggrediamur tractatum, ut de ijs ſine quibus ſermonem uiſibilium formaꝫ aggredi conueniens non fuit, prout in proceſſu poſtmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota ſenſui ſunt iſta.

DIFFINITIONES.

Corpus luminoſum, dicitur omne corpus qđ eſt ſui luminis diffuſiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet tranſitus. Corpus umbroſum dicitur corpus, per quod lumini non patet tranſitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit ſecundã, ſicut lux intrans domum per feneſtrã, & illuminans domum reſiduam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux ſecunda. Lux miníma dicitur, quæ ſi diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminoſa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffuſio formaꝫ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius baſis eſt in ſuperficie corporis ſuam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuſcunqꝫ. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

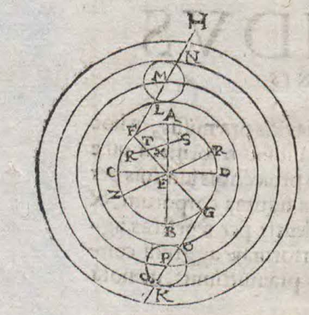
Petimus autem hæc, ut per ſe ſenſui nota, lucem compreſſam fortiorem eſſe luce diſ-

gregata. Item lucẽ fortiorẽ uehementius illuminare,& longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itẽ aliquã umbram in sui termino acui,& ad punctum terminari. Item lucem ad omnẽ positionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illarum coloribus colorari,ut patet de luce transeunte uitrias fenestras,quæ illoꝝ uitrorum coloribus informantur,secum formas illoꝝ colorũ super obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil frustra agit,sicut nec deficit in necessarijs.

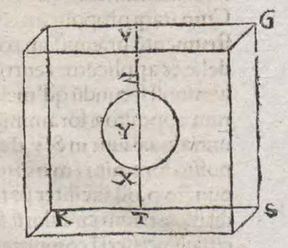
THEOREMA I.

Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qđ hic proponitur,nõ demonstratione,sed instrumentaliter potest declarari,diuersitas tamen antiquoꝝ ad hoc probandũ pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qđ hic subscribimus,ꝙ regularius huic ꝓposito credimus cõuenire. Aſumatur itaq; uas æneum rotundum conuenienter spissum,ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti,uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorũ digitoꝝ perpendicularis super basem uasis,& in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimũ rotundũ columnare,cuius lõgitudo sit æqualis latitudini trium digitoꝝ,latitudo uero eius sit minor uno digito,& ponaſ hoc uas secundũ sui puncta media in tornatorio,& tornetur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis,& adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare qđ est in medio dorsi,fiat rotundum. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes,quæ sint a b & c d: palam, qm illæ diametri transeunt per centrum circuli fundi ꝙ sit e, deinde signeſ in basi oræ istius uasis,qui est circulus a c d,in distantia extremitatis alterius diametroꝝ productarũ, ut diameter a b secundũ latitudinem unius digiti punctũ qđ sit f,& ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e,quæ sit f g,& à duobus terminis istius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinseca superficie oræ uasis,quæ necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi lamine,ideo, ꝙ superficies oræ,in qua perpendiculares istæ producantur,sunt erectæ sup superficiem fundi,ut patet supra. Illæ quoq; perpendiculares sint f h & g k,& in altera istaꝝ linearũ ut in f h signentur tria puncta æquedistantia secundũ quantitatem medietatis grani hordei,quæ sint l m n,quoꝝ primũ qđ est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatẽ medietati grani hordei,& deinde reducatur uas ad tornatoriũ,& signentẽ in ipso tres circuli æquedistantes,transeuntes per illa tria puncta l m n,qui circuli diuident lineam g k,istæ diuisæ lineæ quæ est f h oppositam proportionaliter prius diuisæ per 17. undecimi,sintq; diuisiones lineæ g k puncta o p q,& fient in unoquoq; istorũ trium circuloꝝ duo puncta opposita,quæ sunt extremitates alicuius diametri illorũ circuloꝝ in puncto diuisionis lineæ f h,qđ est punctum l,opponitur in linea g k puncto o,& fit linea l o diameter circuli æquedistantis circulo a b c d.& similiter linea m p fit diameter alterius circuli,& linea n q fit diameter circuli tertij,diuidatur itaq; medius istorũ circuloꝝ in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta,deinde super lineam f h alteram duarum linearũ ppendiculariũ quæ sunt f h & g k punctũ medium qđ est m,pforetur foramen rotundũ,& sit medietas diametri foraminis secundũ quantitatem distantiæ circuloꝝ quæ est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos,& medius circuloꝝ diuidet circulum foraminis per æqualia,qm̃ transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulũ spissa,& sit eius spissitudo sicut horæ ipsius instrumenti,& eius longitudo sit duorũ digitoꝝ sicut & ora uasis,& eius latitudo sit prope hoc,& sit æquedistantiũ superficieꝝ,planeturq; adeo,ut cõmunis sectio superficieꝝ suæ latitudinis & spissitudinis sit linea recta,quæ sit e s,diuidaturq; in duo æqualia per 10. primi,& ab



ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quæ sit t u,& hæc,ut patet ex præmissis & per 29. primi,necessario æquedistabit ambabus lineis longitudinis,diuidens superficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ est t u,& à parte lineæ r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuicem secundũ quantitatem medietatis grani hordei quæ sint x y z,& à medio istorũ punctoꝝ quæ est y perforetur lamina foramine rotundo,sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta p tingat,eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semidiameter uasis fundi quæ est f e,cuius extremitati in hora uasis superstat una lineaꝝ ꝓpendicularium quæ est f h,sitq; punctus diuisionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis sup eãdem diametrũ quæ sit k t s,deinde ponatur basis paruæ laminæ super hanc lineã,donec linea quæ est differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ est r t s, supponitur lineæ isti ꝓpendiculari ductæ super diametrũ quæ similiter est r t s,sitq; punctus diuidens lineã laminæ,quæ est cõmunis differentia superficieꝝ latitudinis & profunditatis,qui est punctus t,superpositus puncto t,signato in linea f e semidiametro uasis,deinde consolidaſ parua lamina fundo uasis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina,quæ est r u s, directe oppositum foramen l m a,quæ est in uasis ora, & erit linea recta m y,copulans centra istoꝝ foraminum in superficie circuli medij trium circuloꝝ prius signatorũ,cuius diameter est linea m p,eritq; linea m y æquedistans diametro uasis quæ est f e, deinde resecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter se secantes, quæ sit pars 4. proxime sequens quartã illam in qua est foramen,cui foramen laminæ opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d. & planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis,& ducta 4. circuli quæ sit a d,secundũ quantitatem circuli horæ diuidatur per 90. grad. & diuidantur grad. in minuta,& isti uasi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipit regula ænea quadrangula,cuius longitudo sit unius cubiti,& sint 4. superficies ipsam continentis latitudinis duorũ digitoꝝ,& adæquatur superficies eius,donec fiant æquales rectangulæ. Deinde in medio puncto longitudinis regulæ, & in medio alicuius illarũ superficieꝝ fiat foramen rotundũ cuius amplitudo sit capax corpis,qđ est in dorso instrumenti,& sit foramen perpendiculare super superficiẽ regulæ transiens ad aliam partem superficiei oppositæ,fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipso instrumentũ non letui reuolutiõe,ponaturq; instrumentũ super regulam immisso corpore,ꝙ est in eius dorso in foramen regulæ,donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulæ,eritq; longitudo regulæ æqualis diametro instrumenti, fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ,sed longitudinis plusq; unius digiti,quæ consolidentur super extremitates regulæ,ita,ꝙ ipsorũ præeminentia super extremitates regulæ sit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ consolidatæ sint sup superficiem regulæ non perforatã,& quia latitudo regulæ est duorũ digitoꝝ, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitoꝝ,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,sicut in astrolabio,& imittaſ cuspis continens regulã cum instrumento. Deinde assumatur alia regula ænea,cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uero sit æqualis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti,& longitudo eius sit æqualis medietati cubiti,fiatq; hæc regula recta & uera,& eius superficies æquales & æquedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique,donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ,ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto sectionis ducatur linea æquedistans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29. primi. Cum itaq; hæc re-



gula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei fundi inſtrumenti taliter, ut eius ſpiſſitudo ſit orthogonaliter erecta ſuper fundum inſtrumenti, & ſuperficies latitudinis applicetur ſuperficiei fundi ipſius inſtrumenti, tunc eius ſuperior ſuperficies in ſuperficie circuli mediĳ trium circulorum in ora inſtrumenti protractoꝝ, cuius diameter eſt linea m p, ideo, quia ſpiſſitudo regulæ eſt æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ eſt n l, eſt æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiē planam inſtrumenti, quæ eſt linea m f, cui adiacet linea ſpiſſitudinis regulæ æqualis ipſi. Cum itaq; propoſitam concluſionē experimentaliter placuerit declarare, opponatur inſtrumentū præmiſſum corpori ſolari, uel alteri corpori luminoſo cuicunq;, uel etiam candelæ, & applicetur centrū foraminis inſtrumenti qđ eſt punctū m, oppoſito corporis luminoſi ſecundū qđ melius fuerit poſſibile, tranſibitq; radius luminoſus centra amborum oppoſitoꝝ foraminū unius in ora inſtrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ ſunt m & y, deſcribaturq; circulus luminoſus ex parte horæ inſtrumenti oppoſito foramini l m n directe per diametrū m p, eritq; centrum illius circuli luminoſi in puncto p. qđ faciliter patere poteſt, ſi à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli mediĳ illoꝝ trium circulorū, ſecundū gradus & minuta diuiſi, partes interiacentes luminoſi circuli periferiā computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, eſt ergo punctum p centrum illius circuli luminoſi, linea itaq; m p, ſecundū quā incidit radius, tranſiens per centrū circuli utriuſq; foraminis, & per centrū circuli luminoſi, tota eſt in ſuperficie plana circuli mediĳ illorū trium circuloꝝ, & eſt diameter illius circuli, eſt ergo linea recta. & ſi aliqđ corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ inſtrumenti, ita, ut lumen ſolis uel alterius corporis tranſiēs per illud corpus, poſtmodum incidat foraminibus inſtrumenti, & tranſeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmiſſarum ſuppoſitionū, circa punctum p in ora inſtrumenti deſcribet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtū cum lumine diffudit formā ſuam ſecundū lineas rectas, ſicut & ipſum lumen: patet ergo, ꝙ radiĳ quorumcunq; luminum & multiplicatiōes formaꝝ ſecundū lineas rectas ꝓtenduntᵉ, & hoc eſt ꝓpoſitum.

II.

Lumen non impeditum, per totum ſibi proportionatum medium in inſtanti neceſſarium eſt deferri.

Sit linea ꝓportionata delationi luminis fortioris, ut eſt in lumine ſolis mundi diameter, quæ ſit linea a b c d, & ſit corpus fortiter luminoſum in puncto a. ſi ergo dicatur, ꝙ lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in inſtanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b. & in minimo tēpore ſenſibili feretur per minimā partem ſenſibilē lineæ a b, quoniā ſi in tempore ſenſibili feretur per ſpaciū inſenſibile, contingeret ſpacium ſenſibile ex inſenſibilibus componi, ſicut tempus menſuratū poſt illud ſpaciū compoſitū ex temporibus ſenſibilibus in ſuis partibus feretur, ergo in tempore minimo ſenſibili per minimū ſpacium ſenſibile, ſed in eodem tempore feretur per idem ſpacium forma luminoſi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoſo, qm̄ minimo ſpacio ſenſibili non eſt aliq̄d ſpaciū ſenſibile minus, etiā minimo tempore ſenſibili non eſt aliqđ ſenſibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, ꝙ eſt impoſſibile, qm̄ implicantur contradictoria, eſt ergo impoſſibile lumen in tēpore per ꝓportionatū ſibi mediū diffundi. neceſſe eſt ergo ꝙ illa diffuſio fiat in inſtanti, qđ eſt ꝓpoſitum. Ad hoc etiam aliquæ deſeruiunt naturales rationes Ariſtotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia ſufficit nobis hoc unum inconueniens ſecutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoſo ad corpus oppoſitū, eſt linea naturalis ſenſibilis, latitudinem quandam habens, in qua eſt linea mathematica imaginabiliter aſſumenda.

Lux enim non procedit niſi à corpore, qm̄ non eſt niſi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ ſumi poteſt, eſt latitudo: qm̄ minimā lucem dicimus, quæ ſi diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uiſibilis, ſed utraq; pars extinguetur, quia

quia neutra pars eiꝰ erit lux, neq; apparebit ſenſui. Eſt ergo in linea radiali, ſecundū quā fit diffuſio luminis, aliqua latitudo, ꝓpter quā ineſt ei ſenſibilitas, & in medio illius lineæ eſt linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquediſtantes erunt, & qm̄ lux minima ꝓcedit ad minimā corporis partem quam lux occupare poteſt, neceſſe eſt, ꝙ ꝓceſſus eius ſit ſecundū lineam mathematicā, quæ eſt in medio lineæ ſenſibilis, & ſecundū lineas extremas æquediſtātes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicū corporis oppoſiti, ſed in punctum ſenſibilem correſpondentē omnibus prædictis mathematicis indiuiſibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipſius lineæ poſſunt terminari, & ob hoc utemur in demonſtrandis paſſionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in proceſſu.

IIII.

Corpora diafona ſunt apta penetrationi luminis & coloris ſine eſſentiali ſui traſmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris ſe penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed fit per illa diffuſio lucis & coloris ſecundum lineas rectas per primā huius, quaꝝ aliquæ ſunt æquediſtates, aliquæ ſecantes ſe, & quædā diuerſi ſitus, & omnium iſtarū lineaꝝ diſtinctio fit per diſtinctū ſitum corporis luminoſi, à quo fit diffuſio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extenſæ à coloribus diuerſis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipſaꝝ ſecundū lineam rectam, & pertranſibunt ad corpora oppoſita. Corpus uero diafonū non tingitur per luces uel colores, ſed ſolum penetratur, neq; enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt ſuas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris poſt receſſum lucis uel coloris ab ipſaꝝ oppoſitione. nō ergo tranſmutantur illa corpora eſſentiali tranſmutatione per luces & colores, quod eſt propoſitum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiſcentur adinuicem, ſed penetrant diſtincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ cauſa, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter diſtinctæ, & ſint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurū, & opponatur foramini in loco obſcuro aliqđ corpus non diafonū, Luces itaq; candelaꝝ apparent ſuper illud corpus diſtincte ſecundū numerū candelaꝝ, & quælibet illarū apparet oppoſita uni candelæ ſecundū lineam rectam tranſeunte per foramē & per medium luminis lumen candelæ, & ſi cooperiatur una candela, deſtruetur unum lumen oppoſitū illi candelæ tantū, & diſcooperta candela, reuertitur lumen: palam itaq;, ꝙ luces in medio foraminis, ubi ſe interſecant omnes uel plures in puncto uno, non admiſcentur in eodem puncto, ſed ſunt diſtinctæ per ſui ipſaꝝ eſſentias, & ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur, tunc ſecundū locoꝝ, quibus incidunt, diuerſitatē localiter diſtinguuntur, & qm̄ lux res coloratas pertranſiēs, illarū coloribus coloratur, ut ſuppoſitū eſt: palā, ſi lumen penetrat diſtinctū & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt diſtincti, patet ergo propoſitum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminoſi ad totū corpus luminoſum, eſt ſicut determinatæ partis uirtutis ad partē corporis ſibi ꝓportionabilē.

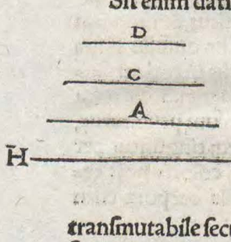
Sit corpus aliqđ luminoſum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, eſt ſicut ꝓportio partis uirtutis q̄ eſt a, ad partem corporis quæ eſt a. Si enim nō eſt iſtorū eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: ſit primū maior, & ſit uirtus totius corporis a b ſignata per lineam g d, ſitq; g uirtus partis corporis quæ eſt a & d, ſit uirtus partis corporis quæ eſt b: quæ eſt ergo ꝓportio g ad a, eadem eſt d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctim g d ad a b, ſicut g ad a. Si ergo ꝓportio g ad a eſt maior ꝓportione g d ad a b, erit

A B G D

erit quoq; maior ꝓportio g d ad a b, q̄ g d ad a b, qđ est impossibile, non enim potuerint esse unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarū una maior alia, idem quoq; accidit impossibile danti, ꝙ minor sit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ est a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est, ꝓportio g ad a q̄ g d ad a b, & quæ est g ad a, eadem est d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ est impossibile, est ergo ꝓportio g ad a, sicut g d ad a b, & hoc est ꝓpositum, & est uniuersale, nisi forte aliq̄d conferat unio uirtuti, q̄m uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto agunt in ipso toto non actualiter distincte, cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit signat potentiā non actum, & de hoc completius in alijs sermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio æqualis & uniformis.



Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a, & sit corpus æquale & omogeneū eidem oppositū b g, & sit impressio uirtutis a in b g corpora signata per c. Dico ꝙ a semper imprimit in corpus b g impressionem c, quæ est semper æqualis sibijpsi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoq; imprimit in b g impressionem quæ est c, q̄nq; uero nō imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d, tunc cum corpus obiectum sit omogeneū & uniforme, erit diuersitas impressionis non à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se, hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positū sit intransmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est ꝓpositum.

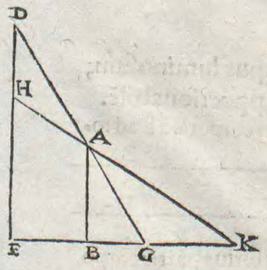
VIII.

Necesse est terminū lōgitudinis cuiuslibet umbræ radiū lumiosum esse:

Quod hic ꝓponitur, satis patet per præmissa principia, quoniam enim per tertiam suppositionem solum in absentia luminis fit umbra, & p 4. suppositionē in allatione luminis umbra deficit, tunc necessario oportet in tanto spacio umbram causari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea sit luminosa, est ergo illa linea radius luminosus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpositum.

IX.

A terminis æquedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem projcit umbram q̄ ex lumine altiori.

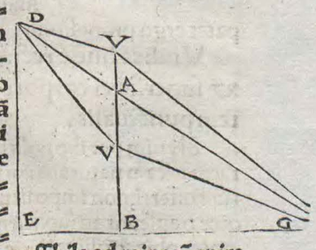


Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscūq; linea a b, & sit altitudo alia illi æquedistās ipsius corporis luminosi, quæ sit d e, sitq; linea d e maior q̄ linea a b, ꝓducanturq; lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquā partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineā g d, sicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquedistat lineæ d e ex hypothesi: palam ergo per 29. primi, q̄m angulus g b a est æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoq; b g a cōmunis est ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. sexti est ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, sicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est ꝓpositum, quoniā eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, q̄m eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem projcit umbram q̄ ex lumine altiori. Esto enim ꝙ aliq̄d corpus luminosum sit in puncto h, cadatq; radius h a in punctum lineæ e g, qđ sit k, eritq; ꝙ præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b est minor q̄ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor q̄ e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, ꝙ umbræ lunares semp sunt lōgiores q̄ umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunq;, patet ergo ꝓpositum.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

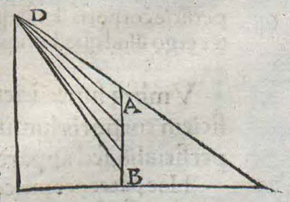
Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, qa utiq;, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in ꝓposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea fit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet causam impedimenti in progressū, & linea a g similiter est recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: subtendatur illi ergo angulo utcunq; contingat basis à punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel abscindatur linea a b, trigonum itaq; e d b g diuiditur per lineā d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est, ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo p 11. quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, qđ est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorē enim maior, & ad maiorem minor est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori p 9. quinti, hoc autē est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.



XI.

Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrā projciūt usq; ad incidentiā radij per rei densæ uerticē ꝓducti.

Quia enim in corporibus densis nō diafonis natura diafoneitatis & transparentiæ est impedita per admixtionē corporū opacoq; terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impediant, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliq̄ talium umbrosoq; corporū, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius q̄ linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaq; in tota linea a b incidentes, impediuntur à transitu ꝓpter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus sup radiū d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumē, deficit ergo umbra, & patet propositum.

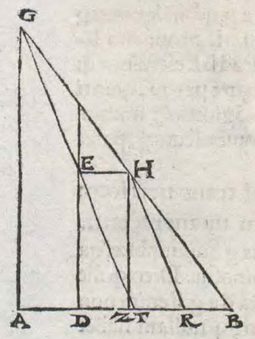


XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, ꝙ sit altius duobus corporibus umbrosis, cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g, sintq; duorum corporoq; umbrosorū æquales altitudines erectæ sup lineam a b, productam in ipsa superficie horizontis quæ

ſint d e & z h, quarum d e ſit propinquior corpori luminoſo a g & z h remotiore, ducatur̃q; per uerticẽ corporis d e radius g e t, quí erit línea una p 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmiſſam corporis de umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q̃ umbra d e t eſt minor q̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquediſtans lineæ e t p 31. primi, quæ ſit h k: palam q̃ per 2. primi huius, quoniã linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquediſtans quæ eſt linea e t, & quoniã líneæ h b & e t concurrũt in puncto g ſupremo puncto corporis luminoſi, cadet ergo punctũ k p 2. & p 14. primi huius inter duo pũcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ p 33. primi ex hypotheſi æqualis & æquediſtans erit lineæ d z. Sed p 34. primi lineæ e h & t k ſunt æquales, líneæ ergo t k & d z ſunt æquales, addita ergo linea z t, utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo p primam ſe xti umbra z h eſt æqualis umbræ d e t, quoniã ſunt eiuſdem altitudínis ex hypotheſi, ſed umbra z h k eſt minor q̃ umbra z h b, q̃niam eſt pars eius, ergo & umbra d e t eſt minor q̃ umbra z h b, patet ergo propoſitum.



XIII.

Vmbra líneæ rectæ perpendiculariter corpori luminoſo oppoſitæ, infixæ ſuperficiei corpori denſi nulla eſt, eleuatæ uero eſt linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per ſuppoſitionẽ 3. in abſentia luminis ſit umbra, tunc patet, q̃ ſi líneã mathematicam naturalis corporis ſupficiei infixam, accidit luminoſo corpori ppendiculariter offerri, non impedietur, niſi unita linea radialis à tranſitu cum alijs lineis radialibus quæ tranſeunt ad ſupficiem illius corporis, nulla uero aliarum líneaq; radialiũ impeditur ,ppter obiectũ illius lineæ, aliàs enim accideret duas uel plures líneas radiales cum una linea ppendiculari ipſis obiecta in uno puncto cõcurrere, qd̃ eſt impoſſibile, quia indiui ſibília in nullo ſe excedunt. Cum autẽ radius non ſit aliud q̃ línea luminoſa, ut patet per diffinitionem, palam, q̃ radius ad modũ lineæ incidit ſupficiei corporis ſecundum punctum, ergo & impedit ſecundũ punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. ſuppoſitionẽ, quía ergo unicus radius eſt impeditus, & ille incidit ſecundũ punctum, palam q̃ non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur ſuper denſi corporis ſuperficiem, ubicunq; ſub línea ponatur denſa ſupficies, umbra inuenitur: & ſi per diuerſa puncta fiat deſcenſus, palam, quía umbra proijcitur linearis, eo, q̃ intra quælibet duo puncta eſt líneam mediam ducere, apparet autem ſemp punctualis in concurſu ſui cum ſuperficie corporis denſi, quia ibi ſolũ cum umbra denſitatis ſuperficiei commiſcetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra ſuperficiei planæ cuiuſcunq; figuræ perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis luminoſi infixæ, corpori denſo nulla eſt, eleuatæ uero eſt ſuperficialis, ſed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentẽ, ad q̃dlibet enim punctũ lineæ terminantis quãcunq; datam ſuperficiẽ corpori luminoſo ppendiculariter oppoſitam, contingit ducere líneam p pendiculariter oppoſitam corpori luminoſo. Vmbra ergo cuiuslíbet illarum líneaq; ſuperficie ,ppoſita exiſtente infixa corpori denſo, nulla eſt, ergo nec̃q; umbra totius ſuperficiei fit aliqua eleuata niſi ſuperficie oppoſita ab illo denſo corpore, umbra cuiuslíbet illarum líneaq; p præcedentẽ ,ppoſitionem eſt punctualis, aggregata uero talia puncta, uidentur líneam conſtituere, apparet ergo umbrã ſuperficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & q̃niam ſupficies circulares ex ſuis diametris ex alijs ppendiculariter ſuper corpus luminoſum ,pductis, non accipiunt niſi puncta umbraq;, quæ ad líneam rectam inferius concurrunt, quía impediunt tranſitũ rectæ lineæ ipſarũ umbra linearis recta, non enim cauſant̃ umbræ à figura quorũlibet obiectaq;, niſi ſecundũ q̃ tranſitus luminis impeditur, cuiuſcunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ,ppoſita ſuperficies, umbra apparens ſemp erit ſuperficialis, uidebitur autem linearis ,ppter præmiſſas cauſas, patet ergo propoſitum.

XV.

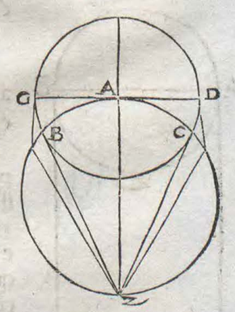
Omnis corporis denſi, cuius æqualis uel amplior eſt baſis contrapoſita ſibi ſuperficie perpendiculariter corpori luminoſo oppoſito infixi corpori denſo, umbra nulla eſt, eleuati uero eſt corporalis, uidetur aũt ſuperficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis uel amplior ſupficie illius eiuſdẽ corporis contrapoſita ipſi baſi, ſi ipſius corporis ſuperficies terminetur ad unum punctũ, ut eſt in pyramide, q̃ infigatur ſupficiei alicuius corporis ſolídi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoſo, dico q̃ uerum eſt qd̃ ,pponebaẽ. Si enim illud corpus ſit columna rotunda uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei contrapoſitæ baſi, & aduerſæ corpori luminoſo ,patet, qm̃ radíj luminoſi ex omni parte ſecundũ líneas longitudinis perueniunt ad baſem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, ſi illud corpus ſit pyramidale, uel ſi baſis ſit maior ſibi contrapoſita ſupficie aduerſi corporis luminoſi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, q̃ tñ accideret, ſi ſuperficies aduerſa corpori luminoſo eſſet amplior ipſa baſi corporis umbroſi, tunc enim impedito tranſitu luminis cauſaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis exiſtente, ſi ipſum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra ſuperficialis: ſuperficies enim ſecantes corpus, & ppendiculariter ſuperficiei corporis luminoſi incidentes, umbram conſtituunt línearem per præmiſſam, & quía tota ſuperficies corporis oppoſita luminoſo corpori per tales ſuperficies exhauritur, líneæ uero tales cõiunctæ ſuperficiem conſtituunt, palam, omnis corporis ſic diſpoſiti umbram ſuperficialẽ apparere, erit autẽ illa umbra neceſſario corporalis, quoniã erit dimenſionata dimenſionibus corporis, qd̃ poteſt declarari ut prius, patet ergo propoſitum.

XVI.

Longior radius ad ſphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens, quaſi línea contingens eſt.

Sit circulus magnus ſphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ, qui d g, cuius centrum ſit punctum a, & diameter g d, & qm̃ lumen ad omnem differentiã poſitiõis ſe diffundit, ſicut patet p 6. ſuppoſitionẽ, ſit punctum corporis luminoſi z, cuius lumen ſe diffundit ſup circulum d g, ducatur̃q; línea z a à puncto corporis luminoſi ad centrum illuminati circuli, & ſecundũ diametrum a z deſcríbatur circulus, ſecans circulum d g in punctís e & b, & copulentur radíj z e, z b. Dico q̃ radíj z e & z b ſunt contingentes ſphæram, uel aliud aliorum corpor̃, & q̃ nulli radíj longiores illis poſſunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qd̃ eſt punctum a, ad puncta ſectionum b & e, líneæ a e & a b, palam ergo p 30. tertíj, q̃niam duo anguli z e a & z b a ſunt recti, ergo per 15. tertíj patet, q̃ líneæ z e & z b contingunt circulum g d, ,pductæ ergo non ſecabunt circulum g d: ſunt itaq; líneæ z e & z b longiores líneæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci poſſunt. Si enim detur, q̃ aliquí longiores radíj duci poſſunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertíj, q̃ illæ nõ cadent in arcum e b, ipſæ ergo productæ ſecabunt líneas z e & z b prius q̃ pueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; líneæ rectæ includent ſuperficiem, qd̃ eſt impoſſibile, & hoc quidem nõ ſolum demõſtrabile eſt in corporíbus illuminandis, ſed etiam per eundem modum demonſtrari poteſt de corporibus luminoſis, quía & ab illis longior radius obiecta corpora incídens, ipſa corpora luminoſa eſt contingens, patet ergo ,ppoſitum.

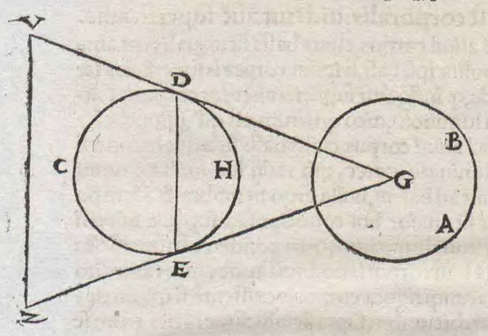


XVII.

Impoſſibile eſt, ut lumen egrediens à corpore luminoſo, egrediatur tantum à centro corporis luminoſi, ex quo patet, q̃ neceſſe eſt à quolibet puncto ſu-

cto ſuperficiei corporis luminoſi diffundi radios luminoſos.

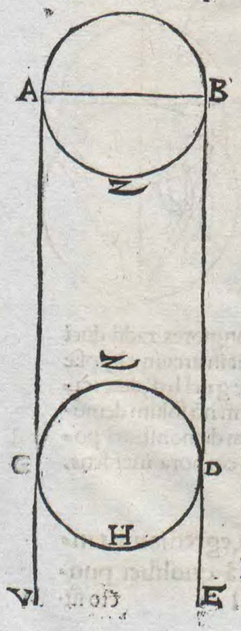
Si enim dicatur ꝙ radij luminoſi tantum egrediuntur à centro corporis luminoſi, ſit corpus luminoſum circulus a b, cuius centrum g, ſitq; corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminoſi egrediuntur duo radij longiſſimi, qui poſſunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmiſſam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ ſint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ ſint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquediſtanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati ſuper quã cadit lumen pars d h e, & pars obſcura ſuper quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars ſupra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ps contenta ſub terminis u d c p e z eſt umbroſa, obſcurans lineas d e & u z æquediſtãtes: ſunt itaq; per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e eſt cõmunis ambobus trigonis, eſt ergo ꝑ 4. ſexti, ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, ſicut lineæ d e ad lineam u z, ſed linea z g eſt maior ẽꝫ linea e g, ergo linea u z eſt maior ẽꝫ linea d e, umbra ergo corporæ omniũ cuiuſcunq; ſint, ꝓportionis ipſarũ diameter ad diametros corporis luminoſi ſemper eſt maior corpore umbroſo, & ſemper augmẽtatur ſecundũ modum q̃ elongãtur ultra corpus umbroſum, cuius contrariũ notũ eſt ſenſui. Vnde fuit ſuppoſitũ in principio aliquã umbram in ſui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo eſt, ꝓpoſitum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoſo, & non ſolum à centro, ut oſtendimus, manifeſtum eſt corollariũ, quoniã à quolibet puncto ſuperficiei corporis luminoſi neceſſe habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminoſum ſecundũ qd' huius unigeneum eſt, unde qua ratione dabitur ab uno puncto ſuæ ſuperficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, pater ergo propoſitum.



XVIII.

Impoſſibile eſt, ut à ſuperficie corporis luminoſi egrediantur radij ſolum æquediſtanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur eſſe neceſſarium, tunc ſequereꝫ euidens impoſſibile. Sit enim corpus luminoſum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & ꝓducanꝫ à corpe luminoſi duo radij lõgiores, q̃ per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ ſint a g e & b d h, & ſint æq̃diſtantes ex hypotheſi, pars q̃q; illuminata ſuper quã cadit lumẽ ſit g z d, & pars ſup quã cadit umbra ſit g h d, umbra ergo cõtineꝫ à duabus lineis e g & d u, quæ ſint æq̃diſtãtes. Si ergo unicuiq; corpori illuminãdo correſpõdeat æqualis ſibi pars corporis illuminãtis, tũc enĩ ſolũ ſecundũ lineas æquediſtantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni ſui parte æqualis erit ſuæ rei umbroſæ, igitur nõ augebitur umbra, neq; minuetur, ſed ꝓtendetur ſuper in infinitum, qd' eſt contra ſuppoſitionem, habet enim aliqua umbraꝫ terminũ acutum, eſt ergo hoc impoſſibile, oppoſitum eſt ergo neceſſarium, & hoc eſt, ꝓpoſitum.

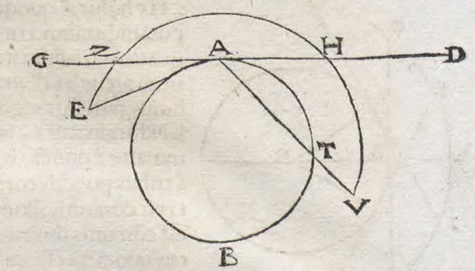


XIX.

Oĩs punctus corporis luminoſi eam partẽ corporis umbroſi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas poſſibile eſt

le eſt produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminoſi corporis non illuminat omne umbroſum corpus.

Sunt enim corpora luminoſa unigenea in ſuis partibus, non ergo diuerſificatur effectus ſuarum partium, neq; eſt poſſibile, ut ab una parte illumineꝫ, & non ab alia, non tamẽ ab uno puncto corporis luminoſi ad q̃dlibet punctum umbroſi corporis poſſunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, ſed illuminantur corpora umbroſa à diuerſis punctis corporis luminoſi. Sit enim corpus luminoſum circulus a b, qd' contingat linea d g ſup punctum a per 16. tertij, ſitq; corpus illuminatum concauũ arcus e b, & ſecet ipſa linea d g ſuper duo puncta z & h. Dico ꝙ poſſibile eſt omnẽ arcum z h illuminari à puncto a corporis luminoſi, qm̃, ut patet, poſſibile eſt, ut ab omni pũcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a eſt impoſſibile ꝑ 15. tertij, qm̃ inter lineam g d contingẽtem circulum a b aliquã lineam rectam intercipi eſt poſſibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctoꝝ illorum arcuũ ducatur ad punctum a, illa neceſſario ſecabit circulum, ſicut linea u a ſecat circulũ a b in puncto t priuscꝫ pueniat ad punctum a, & ſimiliter eſt de oĩbus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctũ a ꝓductis, omnes enim ſecãt circulum a b in alio puncto ab ipſo puncto a priuscꝫ pueniant ad punctum a: radius itaq; exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, ſed ſolum arcum h z, ſed illos arcus ab alijs punctis luminoſi corporis circuli a b, à quibus ad eoſdem arcus recte poſſunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et ſimiliter eſt de alijs quibuſcunq; corporibus illuminantis, qm̃ ſi corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ poſſint ab uno puncto illuminari, non illuminãtur ab uno puncto coporis luminoſi, ergo multo minus corpora recta plures planas ſuperficies habentia, uel corpora ſphærica, uel alia cõuexa, poſſunt ab uno puncto luminoſi corpis illuminari, patet ergo, ꝓpoſitũ & eius corollarium.



XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſecundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitã ſuperficiẽ duci poteſt, unica tantum linea perpendiculariter ſuperficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminoſi ſecundum pyramidem illuminationis diffundi.

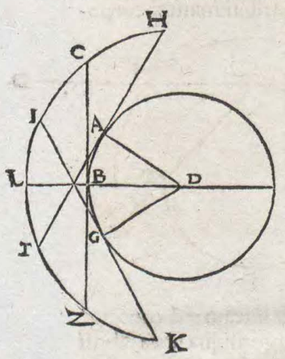
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminoſi diffundatur ſecundũ omnem lineã ducibilem ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis obiecti ad omnem poſitionis differentiam, hoc patet per præmiſſam. Qd' autem unica tantũ lineaꝫ ab aliquo uno puncto corporis luminoſi, ꝓductarũ ad ſuperficiem unam corporis oppoſiti ſit perpẽdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit ſuperficiei ſibi oppoſitæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidũt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminoſi lumen ſecundũ pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex eſt in pũcto corporis luminoſi & baſi in ſuperficie corporis obiecti, & hoc quidã inſtrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim tranſeunte foramen inſtrumenti, cuius centrum eſt punctũ m, & diffuſio in ipſo in partem oppoſitã oræ inſtrumenti ſecundum circulũ, cuius centrum eſt punctũ p, erit circulus p maior circulo m, qd' ſenſibiliter poteſt uideri. Computatis hinc inde partibus in ora inſtrumẽti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo, ꝓpoſitum.

XXI.

Corporis umbroſi pars, cui à pluribus partibus corporis luminoſi lumen

incidit, plus illuminatur, ꝙ pars cui à paucioribus, ex quo patet unūquodꝙ umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentē plus illuminari.

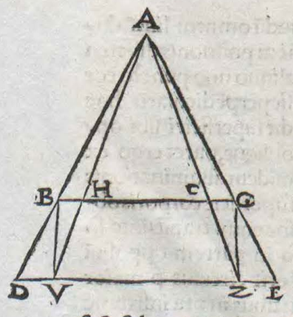
Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitꝙ arcus sui concauitate respiciens corpus illuminandū qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pūcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulū linea i k, & in puncto a linea t h, sitꝙ corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducaī quoꝙ linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritꝙ hæc ꝓpendicularis super lineam c z, cōtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæꝙ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, ¶ similiterꝙ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusꝙ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaꝙ l illuminaī à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cōmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i est cōmunis duabus tantū illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoꝙ z t est similiter cōmunis duabus tantū illuminationibus punctoꝝ l & g, qm̄ est cōmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantū ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantū puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatū habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus aljs arcubus illuminatur arcus t i, quī est circa lineā ꝓpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorū arcuū z t & c i est æqualis, qm̄ à totidē punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorū uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorū arcuum c h & z k, eritꝙ semper ¶ ꝓportio excessus illuminationis secundū numerum punctoꝝ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaꝙ ex ijs, qm̄ semper id qđ est ¶ ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namꝙ plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpoꝝ quocunꝙ, exemplificauimus autem istū in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ¶ ꝓpositum.



XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ¶ ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatū sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaꝙ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aērem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitꝙ linea b g ¶ ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti ꝙ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur ꝙ corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q̄ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaꝙ lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpns b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primā sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniā basis b g est maior basē h t, plus itaꝙ luminis diffusum est in trigono a b g, ꝙ in trigono a h t, in quolibet enim istorum trianguloꝝ puncto est lumen æqualiter diffusum

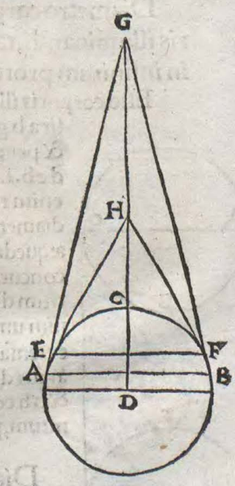


diffusum. Lumē ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat ꝙ corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, ¶ ꝓportio enim uirtutis luminis incidē tis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor ¶ ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus u z per 8. quinti, qm̄ ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut ¶ ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ¶ ꝓportio uirtutis perueniētis ad lineam h t, ad uirtutem perueniētē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionē factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ pueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaꝙ ¶ ꝓpinquius corpori luminoso fortius illuminatur ꝙ remotius ab eodem, & hoc est ¶ ꝓpositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi ꝙ puncto propinquiori.

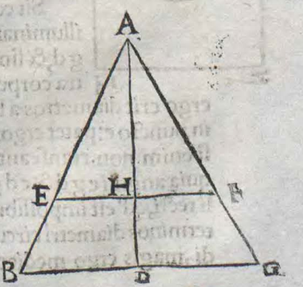
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur ꝓpendicularis d g, in qua signentē duo puncta g remotior, & h ¶ ꝓpinquior. Dico ꝙ puncto remotiori qui est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi ꝙ ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctū h, erunt itaꝙ per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingāt itaꝙ radij incidentes puncto g in pūctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, qm̄ puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaꝙ punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab aljs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniā punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabiī à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē ¶ ꝓpter radiorum fortitudinē quæ sequūtur ipsoꝝ breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs ꝙ punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radioꝝ multorū oblique incidentiū & debiliū, sed in puncto propinquiori fortificabiī lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat ꝙ spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat ꝙ domum uel cameram maiorē, potest tamē idem figuraliter demōstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaꝙ spacium totum b g secūdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaꝙ à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaꝙ linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij perueniētes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in ſpacio e f cꝫ in ſpacio b g, fortiores ergo fiunt cū ſint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt cꝫ in ſpacio b g, in quo ſunt diffuſiores, plus ergo illuminatur ſpacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, cꝫ ſpacium maius illo, & hoc eſt propoſitum.

XXV.

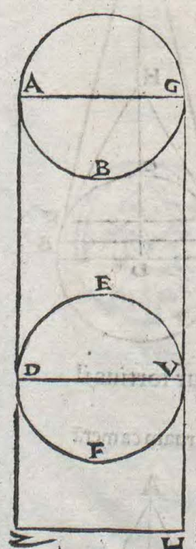
Omnis axis uel diameter corporis umbroſi non perpendiculariter reſpiciens ſuperficiem corporis ſphærici luminoſi, alicui diametro illius corporis æquediſtat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbroſi linea a b, non perpendiculariter reſpiciens ſupficiem corporis luminoſi ſphærici, cuius centrum ſit punctum c. Dico ꝙ linea a b æquediſtat alicui diametrorū corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminoſi, & ſuper punctum c terminū lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ ſit d c a, ꝓducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquediſtant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d eſt ducta à centro corporis luminoſi, patet ꝙ ipſa eſt pars diametri ſphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet ꝙ ipſa æquediſtat lineæ a b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXVI.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illumimatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protenſa.

Eſto corporis illuminātis diammeter a g, cuius pars aſpiciens corpus illuminandū ſit a b g, diameter uero corporis illuminandi ſit d b æqualis ex hypotheſi, & per præmiſſam æquediſtans diametro a g, & ſuperficies illuminata ſit d e b. Dico ꝙ d e b eſt medietas ſuperficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaq; diameter a g eſt æqualis & æquediſtans diametro d u ꝓ hypotheſim & per præmiſſam, palam ꝙ radij a d & d u ſunt æquediſtantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum ꝓtracti nunq; concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & eſt extenſa intra lineas d z & u h, & eſt linea z h æqualis lineæ d u, portio itaq; arcus d f u, quæ eſt medietas totius ſuperficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbroſæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propoſitum.



XXVII.

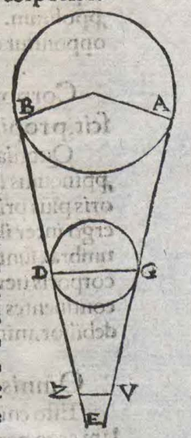
Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente maiore diametro corporis ſphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & baſis umbræ eſt minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminoſum contentum circulo a b, & ſit corpus umbroſum illuminandum contentum circulo g d, & ſit diametros a b maior diametro g d, & ſint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij neceſſario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquediſtabunt, neceſſarium ergo erit diametros a b & g d eſſe æquales, qd eſt contra hypotheſim, concurrunt itaq; in puncto e: patet ergo, ꝙ radij a g & b d non traſeunt terminos diametri circuli g & d: ſi enim non tranſeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e ſunt duo anguli recti, qd eſt impoſſibile & contra 32. primi, palam ꝙ radij a e & b e non tranſeunt per terminos diametri circuli g d, ſed ultra illos contingunt ſuperficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius ſphærici corporis continet umbram, patet ꝙ baſis umbræ minor eſt magno circulo corporis illuminati, quod eſt propoſitum.

XXVIII.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente minore diametro corporis illuminandi ſphærici minus medietate illuminatur, & eſt umbra multo maior corpe illuminato in infinitū ꝓtēſa.

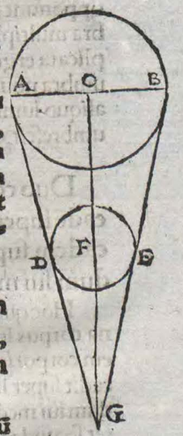
Sit corpus luminoſum, cuius maior circulus ſit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus ſit a b, & ſit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaq; radij g a & d b ultra corpus luminoſum g d p præmiſſam diametroꝝ portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrū corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, qa ſi ſic erunt ut in præmiſſa per 15. tertij trigoni a b c duo anguli recti, qd eſt impoſſibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ꝓtenſa ſemper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere ſit impoſſibile, patet ꝙ umbra extendetur in infinitū, & hoc eſt qd proponitur, & per hæc præmiſſa penitus ſimiliter in columnis & pyramidibus poteſt demonſtrari, idem enim in illis eſt demonſtrandi modus.



XXIX.

Superficiem planam ſuper medium umbræ erectam corpus umbroſum & corpus luminoſum per æqualia diuidere eſt neceſſe.

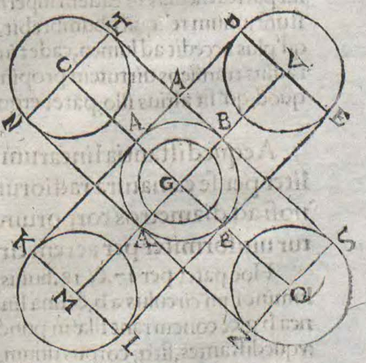
Sit corpus luminoſum a b, cuius centrum e, & corpus umbroſum ſit d e, cuius centrum f, ſitq; pūctum in medio umbræ qd ſit g. & copuletur linea e f g, cadet itaq; linea f g in medio umbræ, ſuperficies itaq; erecta ſuper medium umbræ, neceſſario erit erecta ſuper lineam g f, tranſit ergo illa ſuperficies centrum corporis umbroſi & centrum corporis luminoſi, neceſſario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ oſtenſa ſunt in principio huius, patet ergo propoſitum.



XXX.

Superficiem planam corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidentem, ſuper medium umbræ erigi eſt neceſſe, ex quo patet tot eſſe umbras eiuſdē umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

Sit corpus ſuper qd cadit lumen qđ continetur à circulo a b, cuius centrū eſt g, & ſit unum corporū luminoſoꝝ cōtentum à circulo d e, cuius centrū aliud corpus luminoſum contentum à circulo z b, cuius centrum eſt t, uidebit itaq; umbra oppoſita luminoſo corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus ſit m. Cum ergo aliqua ſuperficies diuiſerit corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia, illa neceſſario tranſibit per lineā u g m, ſecabit ergo per æqualia ipſam umbram, quia perpendiculariter erecta tranſit per ipſius corporis centrum qd eſt pūctum g. Similiter q̄q; ſuperficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b tranſit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, ſed eadem pertranſit centrum umbræ cōtentæ ſub lineis a n & u s ſecundum punctū medium ipſius qui ſit q, illa ergo ſuperficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram p duo æqualia, & qm̄ ſuperficies planæ ſecantes corpora umbroſa & luminoſa hinc inde per



m æqua-

æqualia ſunt diuiſæ, patet ꝙ ſecundum ipſas numerantur etiam & umbræ, patet ergo ꝓpoſitum. Vniuerſaliter enim tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

XXXI.

Corporis umbroſi remotioris à corpore luminoſo umbra minus umbreſcit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbroſum corpori luminoſo ꝓpinquius illuminatur fortius corpore plus diſtante, patet ꝙ umbra corporis ꝓpinquioris plus priuat luminis, radij quoq; ipſam terminantes ſunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbreſcit, quoniã radij terminantes illas umbras ſunt plus luminoſi, ꝓpter qd̃ etiam plus apparent umbræ in præſentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoſo umbra minus priuat luminis, radij quoq; continentes ipſam umbrã ſunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbreſcit, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbreſcit.

Eſto enim, ut ſit unũ corpus umbroſum obiectũ pluribus corporibus luminoſis, palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponunt luminoſis corporibus. Si itaq; accidat, ut umbræ ſe interſecent, dico ꝙ umbra multiplicata plus umbreſcit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, ſed remanet ſimpliciter umbra, ergo illa ſimplex profunditur aliquo lumine qd̃ ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbreſcit, qm̃ plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ꝓpoſitum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ ſecundum ſui medium in eadẽ ſuperficie erecta, ſuper corpus luminoſum conſiſtere neceſſe eſt: & ſi in eadem ſuperficie propinqua adinuicem conſiſtunt, unum reliquum ſecundum ſui medium obumbrabit.

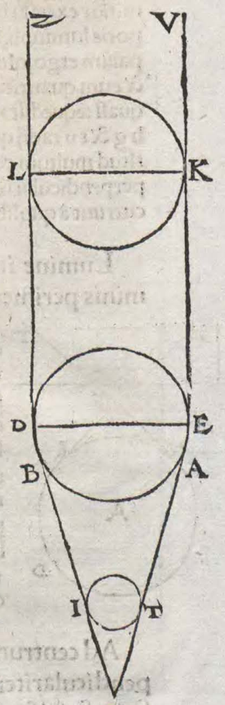
Hoc quaritum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim ſuperficies plana corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidens, erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, & ipſa erigitur ſuper medium umbræ rei umbroſæ, umbra uero cadit ſuper lumen corporis obumbrati, ergo oportet ꝙ illud corpus obumbratũ ſecundum ſui medium ſit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, ex hoc patet ſecunda pars præſentis theorematis, qm̃ ſi duo corpora ꝓpinqua adinuicem ſecundũ ſui partes medias in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem illuminoſi corporis conſiſtunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit ꝓpinquũ illi qd̃ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qd̃ eſt ꝓpinquius lumini, ut quando idẽ radius tranſiens uirtutem propinquioris, tranſit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, qd̃ ſit altius illo, patet ergo propoſitum.

XXXIIII.

Aequediſtantia linearum radialium, uel ipſarum concurſus non eſt totaliter per ſe ex natura radiorum, ſed ex proportione diametri corporis luminoſi ad diametros corporum umbroſorum, ex quo patet, ꝙ lumen diffundi tur uniformiter per aẽrem circumſtantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & poteſt ſic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminoſum circulus a b, & una lineaꝝ radialiũ ab ipſa egredientiũ ſit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, ſit tunc una linea e u, & alia h z, & ſint e u & h z æquediſtantes, ſitq; corpus unum, cuius diameter ſit minor diametro corporis luminoſi ſuper qd̃ cadit lumen poſitum inter duo a g & b g ſe contingentes, cuius maior circulus ſit

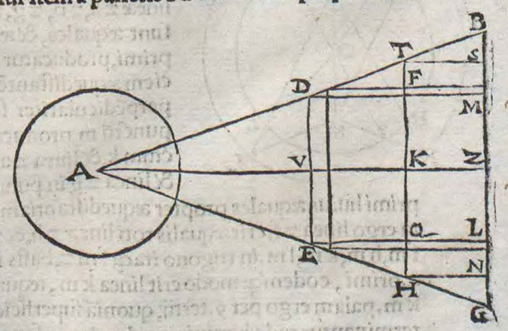
ſit t i, & contingat ipſum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoſo, ſuper qd̃ cadit lumen, ſit poſitum inter duas lineas æquediſtãtes e u & u z, illud corpus cõtingentes, cuius diameter ſit k l, contingatq; â linea e u in puncto k, & â linea b z in puncto l, umbra itaq; ꝓueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q ſunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur â duabus lineis l g & t g, & ſupficie corporis t i, quæ eſt â parte g, umbra ergo finitur apud punctũ g, umbra uero corporis k l, ptenſa inter lineas æquediſtantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminat ad aliqd punctũ, quoniã illæ lineæ cõtingentes umbram in infinitũ protractæ, non cõcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipſis priꝰ cõtenta ſecundum diuerſitatẽ ꝓportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrũ corporis b a, & ex hoc patet, ꝙ radij per ſe non ſunt lineæ, neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquediſtantes, neq; concurrentes, ſed accidit eis lineatio per reſpectũ ad corpora in quibus incidunt, & æquediſtantia & concurſus accidunt eis ꝓ proportionẽ diametroꝝ corporum umbroſorũ ad diametros corporis luminoſi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totũ aẽrem circumſtantem, ita, ut omnis punctus aẽris, â quo poſſibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctũ corporis luminoſi, illuminetur â lumine corporis luminoſi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝓpoſitum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

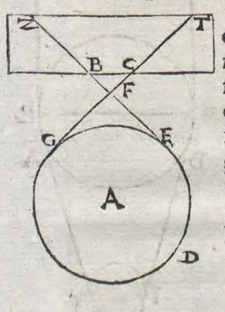
Eſto ut â puncto medio corporis luminoſi qd̃ ſit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq; baſis b g, & ducatur linea d e ſecans trigonum a b g, erit medium ſui lateris a g æquediſtanter baſi b g per 10. & 31. primi, ꝓtrahatur â puncto a linea a z ꝓpendiculariter ſup baſim b g per 12. primi, quæ ſecet lineam d e in puncto u, diuidatuŕq; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducatuŕq; linea h t, linea ergo h t erit æquediſtans baſi g l per 2. ſexti, ſecabit ergo lineam u z per 2. primi huius, ſit punctus ſectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares ſuper baſem b g, quæ ſint e l, d m, h n, t s, ſecabit quoq; perpendicularis e l lineam h t, ſit punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, ꝙ linea h t eſt maior cꝫ linea d e, quia itaq; trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. ſexti latera ipſorũ ꝓportionabilia, quia ergo ut patet ſupra linea a e eſt maior cꝫ linea e h, erit ergo linea e u maior cꝫ linea h q. Sed linea h t eſt maior cꝫ linea e d, ut præoſtenſum eſt, ergo per 9. primi huius maior eſt proportio lineæ e ꝫ ad lineam e d, cꝫ lineæ q h ad lineam h t, eſt enim ꝓportio lineæ e u ad lineã e d, ſicut lineæ h k ad lineam h t per 4. ſexti, & per 16. & 18. quinti, ſed linea h q eſt pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor eſt ꝓportio h q ad h t cꝫ h k & h t, minor eſt ergo proportio lineæ h q ad h t cꝫ e u, eodemq; modo demonſtrandum, ꝙ lineæ g n ad lineã g b



minor eſt proportio q̃ lineæ h q ad lineam h t: exceſſus itaq; baſis g b ſuper baſem h t eſt minor exceſſu baſis h t ſuper baſem d e: & quanto baſes ſunt remotiores à puncto a corporis luminoſi, tanto exceſſus remotiorũ baſium ſuper baſes uiciniores plus minuũtur, palam ergo, quia in remotiori diſtantia radij quaſi ad æquediſtantiam plus procedunt: & cum quantitas exceſſus baſium ſit quantitatis non ſenſibilis, tunc lineæ radiales erunt quaſi æquediſtantes, quoniã enim linea b g ſenſibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt h g & t u radij quaſi æquediſtantes ſecundum ſenſum, & hoc eſt propoſitum: & forte ad iſtud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ ſemper ut poteſt approximat ſuæ perpendiculari, ꝓpter qđ radij omnium punctoꝝ totius corporis luminoſi ſemper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & ſic conſtituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per feneſtram ſuper corpus oppoſitũ ſolidum, erit luminis perimeter amplior perimetro feneſtræ.



Eſto corpus luminoſum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & ſit diameter feneſtræ b c, ſitq; linea t z in ſuperficie corpis ſolidi oppoſita lumini cui incidit radius, producant q̃q; lineæ radiales tangẽtes periferiã feneſtræ, quæ ſint e b g c, hæ itaq; lineæ ſecabunt ſe in aliqua parte medij, ſit punctus cõmunis ſectionis f, & hæ lineæ productæ incidant ſuperficiei corporis oppoſiti lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z eſt maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius eſt trigono b c f, & quoniã per omne punctum periferiæ feneſtræ ſic incidunt radij ſe ſecantes, ideo, ꝙ à quolibet puncto corporis luminoſi in totam feneſtram fit miſſio luminis per 10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori ſolido oppoſito feneſtræ, eſt maior perimetro feneſtræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

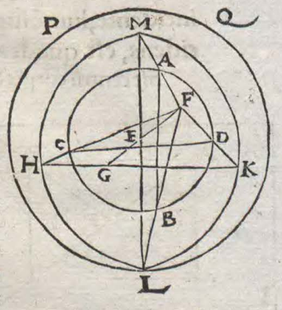
Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminoſi perpendiculariter incidente, lumen in ſuperficie denſi corporis æquediſtantę ſuperficiei foraminis eſt uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e ſit æquediſtans ſuperficies ſolidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ a b g d circuli, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, ſit centrũ corporis luminoſi, dico quod lumen incidens ſuperficiei f h k l, eſt uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam ſunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad ſuperficiem æquediſtantẽ circulo foraminis, quæ eſt f h k l, incidetq; perpẽdiculariter ſuper illã per 14. undecimi, ſit ut incidat in punctũ m, producaturq; linea z b ad ſuperficiẽ f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, erũtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25. primi huius æquales propter æquediſtantiam ſuperficierum & æqualitatẽ angulorũ, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanť quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, baſis f m erit æqualis baſi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã ſuperficies f h k l, eſt circularis, & ipſa eſt ad quam terminantur radij luminis incidentis per feneſtrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoſo oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem feneſtræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Eſto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui ſit ſuperficies æquediſtans h m k l, & ſit f centrum corporis luminoſi, ſitq; primo ut linea f e oblique cadat ſuper ſuperficiẽ a b c d, hæc itaq; producta incidet ſuperficiei h m k l ſimiliter oblique propter æquediſtantiam ſuperficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli: ſit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtuſus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. ſecũdi, & quadratũ lineæ b f, eſt maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e ꝑ 12. ſecũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale eſt quadrato lineæ a e, quia ſunt æquales ſemidiametri, & quadratũ lineæ f e, eſt cõmune, patet quod quadratum lineæ f b eſt maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b eſt maior quàm linea k a, productiſq; lineis f a & f b ad ſuperficiem h m k l, ſi linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatiſq; lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius tranſiens centrũ foraminis feneſtræ, erit quoq; per 2. ſexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, ſicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illarum proportio eſt ad inuicem, ſicut lineæ g f ad lineam f e, eſt ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, ſicut lineæ b e ad lineam e a, ſed linea b e eſt æqualis lineæ e a, ergo linea l g eſt æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter ſuper a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq; ad ſuperficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ f e & a b, ſola eſt erecta ſuper circulum feneſtræ, quoniã omnes aliæ ſuperficies in quibus eſt linea f e, incidunt illi ſuperficiei oblique, ſic enim accipimus lineã a b, erit ergo ſuperficies a f b erecta ſuper ſuperficiem circuli feneſtræ, palam ergo quia angulus f e d eſt æqualis angulo f e c, eſt ergo ꝑ 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, ſed & f g, eſt communis, quia linea h k eſt perpendicularis ſuper lineam m l, & ſuper lineã f g, palam ꝑ 4. undecimi, ꝙ linea h g k eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ f g & m g, ergo ꝑ 18. undecimi, erit ſupficies h m k l erecta ſup ſuperficiẽ f m g, ergo & ſuperficies f m g eſt erecta ſuper ſuperficiem h m k l. imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ eſt f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta ſuper illum circulum & ipſa eſt obliqua ſuper ſuperficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l ſectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie f m l erecta ſuper ſuperficiem h m k l, patet ergo propoſitum. Et ſi ſuperficies feneſtræ circularis ſit baſis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminoſi ſit polus circuli feneſtræ, & axis erectus ſit ſup ſuperficiẽ feneſtræ, ſupficies uero ſolidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædiſtãs ſuperficiei feneſtræ, adhuc erit figura luminis ſectio pyramidalis, qđ eſt præmiſſo modo demonſtrandũ, ducta enim ꝑ 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, ꝙ eſt f l ſup ficie æquediſtante ſuperficiei feneſtræ, patet ꝑ 100. primi huius quod illa ſuperficies ſecabit pyramidem illuminationis ſecundũ circulum quæ ſit l p q, ergo ſuperficies h m k l ſecat ipſam ſecundũ pyramidalem ſectionem, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

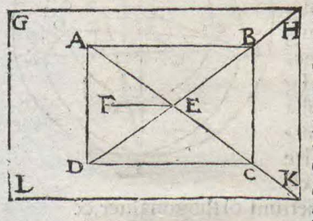
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt, patet ꝙ anguli radij ſecundum foraminum angularium diſpoſitionem ipſis angulis incidentes ſe applicant æquediſtantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius ſuperficiei foraminis incidentis, retrahũt ergo ſe ab angularitate,& ſic lumẽ ſuperficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari,& quoniam ut patet per 20. huius â puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſuper omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitã ſuperficiem duci poteſt: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipſi in quolibet puncto ſe interſecent,& radij inferiorũ punctorũ corporis luminoſi in punctis linearum feneſtræ alio radio ſuperiorũ punctorum ſecant & ultra, ptenduntur,& ſic lumen hoc feneſtram pertranſiens rotundatur, qd̃ non ab eo accideret, ſi ſolum ab uno puncto luminoſi corporis egrederentur radij feneſtram penetrantes. patet ergo propoſitum.

XL.

Radio luminoſo medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumẽ ſuperficiei corporis æquediſtantis ſuperficiei foraminis incidens, eſt quadratum ad circularitatẽ aliquam accedens.

Sit centrũ corpis luminoſi e,& foramẽ quadratũ ſit a b c d, cuius puncto in eo qui ſit f incidat perpendiculariter radius e f, ſit hæc ſuperficies corporis denſi æquediſtãti ſuperficiei foraminis quæ eſt g h k l, dico quod lumẽ incidens illi ſuperficiei erit figuræ quadratæ: fiunt eñ duæ pyramides unam uerticem habentes pũctum e, quarum maioris baſis eſt g h k l, minoris uero baſis eſt a b c d,& earum baſes ſunt æquediſtantes, ſunt ergo ſimiles per 99. primi huius, quia ergo baſis a b c d, ex hypotheſi eſt quadrata, patet quod & baſis g h k l eſt quadrata,& eſt hoc propoſitum primũ quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquã æquediſtantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compreſſionẽ radiorũ, uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearum terminantiũ feneſtræ, ut diximus in præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XLI.

Per mediũ quadrati foraminis radio oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis.

Eſto ut in præmiſſa centrũ corporis luminoſi punctũ e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pũcto qui ſit f, oblique incidat radius e f, ſitq; ſupficies corporis denſi ſubſtrati illi foramini quæ g h k l, cui ſimiliter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in ſubſtrata ſuperficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidis illuminationis, ſed ſolum ſecantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, ſiue earum ſuperficies æquediſtãt ſiue non æquediſtant, ſunt figuræ altera parte longiores, quoniã illæ figuræ quæ ſecundum illa puncta quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus aliquæ incidũt pyramides, ſunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, ſecundũ illa pũcta axi incidentes ſunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ꝓpoſitum primũ,& qm̃ ut patet per 35. huius radij longiores quaſi ad aliquam æquediſtantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, ſicut & in duabus præmiſſis declaratum eſt,& hoc eſt propoſitum.

XLII.

Per medium ſecũdi diafoni denſioris primo radius perpendicularis ductus â centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiẽ obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpoſitionis probati plus experientiæ inſtrumentorum innititur, quàm alteri demonſtrationũ, cum ergo quis experiri uoluerit modũ fractionis radiorũ luminoſorum in medio ſecundi diafoni denſioris primo, ut in aqua quæ eſt denſior aëre, aſſumat uas

uas rectarum orarum qualiſcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non maior diametro inſtrumẽti, ut faciendũ præmiſimus in prima huius, & planentur oræ illius uaſis donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana, & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratũ uiſibile numiſma uel tres picta diuerſi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum ꝓpendiculariter, piecerit ſuper medium numiſmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipſorũ ſitum & partium ordinationem eo modo quo ſunt ſecundum ſe ordinata ſi in aëre uiderentur, conſideret ergo experimentator illum ſui corporis ſitũ, ſiue ſit ſtans ſiue ſedens, & ſui diſtantiam â baſe,& ſitum ipſius uaſis,& omnia circũſtantia: ponatur itaq; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol,& ſiſtatur uas taliter ut ſuperficies circũferentiæ uaſis ſit æquediſtans horizonti, hoc aũt patet perpẽdi ex hoc, ſi ſuperficies aquæ ſit æquediſtãs periferiæ uaſis. Deinde imponaſ inſtrumentũ in hoc uas, ita quod pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtentes ſuperponaſ oræ uaſis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inſtrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet centrũ inſtrumenti,& reuoluaſ inſtrumentũ in circuitu uaſis donec oræ ſuper aquam obumbrent alias ſub aquam, & tunc retenta regula cũ altera manuũ reuoluatur inſtrumentum cũ reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumen ſolis pertranſeat foramen l m n, quod eſt in ora inſtrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad ſuperficiem aquæ, quia lumen pertranſiens foramen rotundũ ampliatur ſem per per 36. huius. Siſtatur quoq; taliter inſtrumentũ, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis quod eſt x y z, ſitũ habeat æqualẽ,& tunc experimẽtator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundũ omnem ſitũ & modum quo prius aſpexit numiſma inſpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inſtrumenti, cuius ora eſt abſciſa, quæ eſt a d, in ueniẽtq; lumen pertranſiens ex duabus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illoꝝ circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorũ, ex quo patet quod mediũ punctum huius luminis cadit in aliquod punctũ medij circũferentiæ circuli illorum trium circulorũ, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutũ in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter,& tunc inſpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppoſitæ, per undecimã huius diuides eã per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & eius quæ eſt intra aquã, & uniuerſaliter ſecũdũ quã ꝓportionẽ acus periferiã foraminis ut corda aſcindit, ſecundum eandẽ ꝓportionẽ umbra acus periferiam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eſt in medio lucis intra aquam exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis exijt â puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis,& quod punctus medius huius lucis, erit â luce quæ eſt in centro foraminis ſuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ ſunt centra amborum foraminũ tranſeuntes, & huius linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorũ, et eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, tamẽ ſit æquediſtans diametro circuli in baſe inſtrumenti exiſtentis quæ eſt f e g punctus ergo qui eſt in medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ exiſtentis, eſt in ſuperficie huius medij circuli, ſed & punctus p in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erũt in ſuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod ſi lux quæ eſt in ſuperficie aquæ non fuerit manifeſta, mittatur regula minor in aquam,& ſuperficies eius in aqua ſignata eſt linea diuidens ſuperficiẽ eius latitudinis p æqualia ſupficiei, applicetur aquæ, ut fiat una ſuperficies cũ illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumenti, palam ergo ex præmiſſis in prima huius, quia linea, quæ eſt in ſupficie regulæ in ſupficie medij circuli m & y centrum

duorũ

duorum foraminum tranſeuntis, apparebitq; lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ ſuper ſuperficiem regulæ, & medium luminis lucis ſuper lineam, quæ eſt in medio regulæ, & ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris, obumbrabitur linea, quæ eſt in medio regulæ, & ſi acumen acus ponat ſuper centrũ foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ eſt ſuper regulam, & ablata acu redibit lumen, ſic ergo apparebit, lumen cadens ſuper ſuperficiem aquæ apparitione manifeſta, & patebit quod lux incidens centro foraminis ſuperioris, ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centrum duorũ foraminum, & quoniam ſuperficies aquæ tranſit centrum inſtrumenti, & ſuperficies regulæ eſt una cũ ſuperficie aquæ, ſuperficies itaq; regulæ tranſibit centrum inſtrumenti, erit ergo remotio, cẽtri lucis à centro inſtrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrum inſtrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia ſit in centro luminis, quod eſt intra aquam, acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij & lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ, & erit illa linea ſemidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipſius ſit in pũcto anguli regulæ. Secabit quoq; umbra acus lucem, quæ eſt intra aquã, eritq; umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ eſt in medio lucis, et ſic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit ſitum ad uniuerſas partes lucis, umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis; idẽ quoq; accidit in quocũq; puncto lineæ, quæ eſt in ſuperficie regulæ poſitum ſuper acumen acus, ex quo patet quod lux exiſtens in aliquo puncto lucis intra aquam, pcedit à puncto ſibi ſimili in luce quæ eſt in ſuperficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ ſuper aquam ad medium punctũ lucis inter aquam, ptenditur radius ſecundum lineam rectam, quæ eſt medium regulæ; ex quo patet, quod tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per primam undecimi, & hoc eſt quod circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio ſecũdi diafoni, quod eſt denſius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diafoni ſecundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ppoſitum theorema poteſt declarari. Oppoſito enim foramine ſuperiori ipſius inſtrumenti oblique ipſi corpori ſolari, ita, ut radius oblique incidat ad oram inſtrumenti oppoſitã foramini, & pertractato per modum quo in præmiſſa centro lucis, quæ eſt intra aquam, ſignetur illud per puncturã ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumenti, & inuenietur illud centrũ non in linea g k ppendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſito lineæ f h, in qua eſt foramen oræ inſtrumenti, ſed declinabit ab illa linea ad partem in qua eſt ſol, eritq; inter hoc centrũ lucis & punctum p, qd' eſt cõmunis differentia lineæ g k, perpẽdicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti, & circũferentiæ circuli medij tranſeuntis per m & y centra foraminũ diſtantia ſenſibili, mutatur itaq; regula in aquã, & applicetur ſuperficiei laminæ, ita, ꝙ terminus latior regulæ ſit ſupra diametrũ laminæ, & moueatur regula quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quo ad ſenſum, erit itaq; centrũ lucis, qd' eſt intra aquam & inter acumen regulæ, & lineã g k perpendicularẽ ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti, patet ergo ex hoc, ꝙ hæc refractio eſt ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ. Hæc ita inuento ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatoꝝ circulorũ ſuper punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ ſignum fixum per ferri duri puncturã; & quia patuit per præmiſſam, ꝙ inſtrumento directe ſoli oppoſito & radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente, lux quæ ꝓuenit ad centrũ lucis, quæ eſt intra aquam, eſt lux extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquediſtantis ſuperficiei baſis inſtrumen

ſtrumenti, & eſt diameter illius, ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram inſtrumenti, tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti, & perueniet ad lineã g k perpendicularem ſuper diametrum f g, in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qñ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam, tunc patet quod lux oſtenſa à medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit ad medium lucis, quæ eſt intra aquam, ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis ꝑ centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo, declaratum eſt autem per primã huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis, quæ eſt intra aquã, eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiẽ aquæ, qd' eſt ꝓpoſitũ.

XLIIII.

Per mediũ ſecũdi diafoni rarioris primo radius ꝓpendiculariter incidens à cẽtro corpis luminoſi ſup ſuperficiẽ corporis obiecti penetrat irrefractus.

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitũ theorema poteſt declarari, aſſumant ẽm uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtũ longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumẽti, & fiant planæ ſuperficies eorũ æquales & æquediſtãtes, & latera ipſorũ ſint recta & multum poliantur, deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum, quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti, ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k, & producatur illa linea in utranq; partem ſuper ſuperficiei circuli baſis, & ſit z e x, ponatur itaq; unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti, & applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ, quæ eſt z e x, taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrũ inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti, quæ eſt f g, per mediũ ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti, applicetur itaq; uitrũ baſi inſtrumẽti fortiter applicatiõe per bitumen firmum, taliter tamen quod poſſit auferri quãdo placuerit, deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum, ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur ſecũdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterũ ſecũdi uitri, & applicet baſi inſtrumẽti, & ſic fiat de pluribus uitris quouſq; perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti aut prope, ſcilicet uerſus pũctum t, cum itaq; intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum, palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti, quæ eſt f g, tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti, & altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti, & ſuper diametrum eius f g, unaquaq; enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierũ uitrorum ppendicularium ſup diametrum baſis inſtrumẽti, eſt æqualis lineæ m f, ſcilicet perpendiculari exeunti à cẽtro foraminis ſup ſuperficiem baſis inſtrumenti, linea ergo q̃ tranſit centra amborũ foraminũ tranſibit centra ſuperficierum uitrorũ perpendicularĩ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti; accipiatur ergo regula ſubtilis, cuius formã præmiſimus, & erigatur ſuper oram inſtrumẽti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri, quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta tranſiens p centra amborum foraminum, & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ppendiculariter, & tranſibit ad punctum g, tunc itaq; ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuũ aqua, & ponatur in ſole directæ oppoſitũ centro ſolis, ut accipiat radiũ ppendicularem, hoc aũt poteſt fieri, ſi moueat inſtrumentũ quouſq; lux ſolis tranſeat p ambo foramina, & fiat apud ſecundũ foramen lux æqualis, & aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro, & uidebit lux

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiē ipsius regulæ, & illud umbrosū q̄d circūdat lucē in supficie regulæ, obumbrabit̄ p umbrā oræ instrumē ti, erit̄q̄ centrū uisus ipsius aspiciētis sup lineā quæ est in superficie regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpēdicularis sup centrū foraminis, cadet̄q̄ tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in linea quæ est in superficie regulæ, tunc itaq̄ signetur punctus illius umbræ cū incausto subti liter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup centrū infe rioris foraminis, cadet̄q̄ iterū umbra extremitatis acus sup punctum signatum in sup ficie regulæ. Ablata quoq̄ acu lux reuertitur: ex quo patet, qm̄ lux quæ est super punctū quod est in superficie regulæ transit p cētra amborū foraminū, deinde cū incausto signe tur nota nigra in pūcto in medio superficiei uitri ex parte regulæ, potest aūt ille pūctus inueniri p 40. primi huius, qm̄ ille punctus est cōmunis sectio duorū diametrorū super ficiei uitri, & tūc intuens lucem quæ est super regulā inueniet umbrā puncti, quæ est in medio uitri, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc q̄m lux quæ trā sit per centra duorū foraminū, transit per punctū quod est in medio uitri. Deinde euel latur uitrum primū, quod est super centrū instrumenti punctū e, & in superficie secūdi uitri signetur punctū medium, ut prius factū est in superficie uitri primi, & cōponatur instrumentū secūdo, & moueatur quousq̄ lux transeat per duo foramina, perueniet̄q̄ lux transiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulæ, patet itaq̄ ex hoc quod lux per transiens centra duorū foraminū transit per punctum quod est in medio superficiei secūdi uitri, & quod lux quæ transit per centra duoꝝ fora minū in prima experimentatione, transit & per punctū q̄d est in medio secundi uitri. Extrahatur itaq̄ secundū uitrū & opponatur tertiū, & sic de cæteris usq̄ ad ultimū, & patet uniuersaliter q̄ lux transiens per centra duorū foraminū perueniens ad superfi ciem regulæ, transit etiā per centra superficierū uitrorū omniū positorū sup superficiē laminæ, & sunt omnia centra superficierū uitrorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū: lux itaq̄ per transiens centra foraminū tam in corpore uitri q̄m extra corpus in aëre, extēditur secundū lineam rectā cōtinuantem centra duorum fora minū, & est illa linea m p, ꝓpendicularis super superficies omniū uitrorū oppositas fora mini per 14. undecimi, illa enim linea m p, est æquedistans lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpēdicularis super superficiē uitroꝝ, cum sit perpēdicularis sup differentiā cō munem superficiei uitri, & superficiei laminæ, & si oīmbus uitris uel ipsorū aliquo præ misso modo super fundum instrumenti disposito in fundatur aqua uasi usq̄ ad conca uum superficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis semp penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radioꝝ perpendicularū aduā uetur per cubicā figurā uitri, accipiatur medietas sphæræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctū c & centrū laminæ q̄d est punctū e, & inueniatur centrū basis eius super quod signetur linea subtilis cū incausto. Deinde ex hac linea ex pte cētri sphæræ separetur linea æqualis lineæ l m, diametro fo raminis oræ instrumēti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē huius lineæ separatæ à diametro ꝓducatur perpendicularis ad utrāq̄ partē superficiei sphæricæ, q̄d potest fieri per undecimā primi, & secetur sphæra uitrea secūdū illā lineā planeturq̄ superficies uitri secti donec sit penitus æqualis, fiat̄q̄ ꝓpendiculariter erecta super superficiem planā hemisphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiei erectæ, & superficiei ba sis sphæræ linea recta, super quā erit perpēdicularis linea prius à cētro sphæræ ꝓducta ergo etiā erit perpēdicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q̄ est cōmunis sectio fiat signū cū incausto, deinde uitrū illud politū optime super hanc super- ficiē sectā ponat̄ super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineæ quæ est cōmunis sectio duaꝝ superficieꝝ planarū uitri, applī cetur centro laminæ, & figatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitroꝝ cubitorū, ita q̄ superficies regulæ in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & ꝓpe illud: de inde imponitur instrumentū in uas prædictū, & ponitur uas in sole uacuū aquæ, & mo ueatur instrumentū donec lux solis transeat ambo foramina, cadet̄q̄ lux sup superficiē regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrū superioris forami nis, cadet̄q̄ umbra extremitatis acus super centrū lucis, ablato quoq̄ stilo reuertetur lumē ad locum suū. Idem quoq̄ accidit ponēti extremitatē acus super centrū foraminis secūdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrū sphæræ uitreæ, cadet̄q̄ umbra ex tremitatis acus super centrū lucis, ex quo patet, quia lux trāsiens p centra duorū forami nū trāsit & per centrū sphæræ uitreæ, & per mediū superficiei lucis quæ est in cōuexo ui tri, patet etiā ex his q̄d lux transiens in corpus uitri extēditur secundū rectitudinē lineæ transeūtis per cētra duorū foraminū, & est illa linea semidiameter sphæræ. Nam ꝓpen dicularis exiens à centro basis uitri ad laminā, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiē laminæ, & quoniā hæ duæ perpendiculares cadūt super diametrum laminæ, palam q̄d linea transiens per centra duoꝝ foraminū cū extendit̄ in rectitudinē peruenit ad centrū sphæræ uitreæ, est ergo in illa linea diameter huiꝰ sphæræ uitreæ, est ergo ꝓpendicularis sup superficiē huius sphæ ræ p. 72. primi huius, qm̄ enim trāsit centrū sphæræ, patet quod ipsa est perpēdicularis super cōuexam superficiē sphæræ, sicut superius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaq̄ regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentū secūdo in uas ut prius, & moueatur q̄usq̄ lux transeat per duo foramina. Inuenietur q̄ lux super oram instrumenti, & inuenietur centrū lucis in pūcto p, quod est differentia cōmunis inter cir cūferentiam circuli medij, & lineā g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in ex tremitate diametri circuli medij, quæ est in p, transeuntis per centra duoꝝ foraminum m & y, ex quo patet, qm̄ lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrū eius, ꝓ- diens q̄ in corpus aëris, extenditur secundū lineā, quæ extendebatur in corpore uitri, cū enim linea recta transiens centra amboꝝ foraminū perpēdicularis sit super superficiē uitri, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiē aëris tangentis ui tri superficiē. Itaq̄ si uasi infundatur aqua remanente uitro in sua positione donec aqua superfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrū lucis super extremitatē diametri cir culi medij, & si sphæra media transuertatur, ita ut conuexū eius situetur ad secundū fo ramen, & plana superficies ad centrū instrumēti, scilicet punctū e, siue aqua superfundat siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm̄ semp radius tran siens per cētra amboꝝ foraminū, transibit & per centrū sphæræ. Ex his omnibus p uitra cubica & sphærica, patet q̄d suū mediū secundi diafoni fuerit densius uel rarius, dū tamē linea per quā extenditur radius fuerit perpendicularis sup superficiem secūdi corporis, quod lux extēditur in secūdo corpore secundū rectitudinē lineæ, per quā extēdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpositum, corpus enim uitri est densioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio secundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficie secundi diafoni à perpendicu lari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Hoc quod nūc ꝓponitur est cōformiter prioribus per instrumentalem experientiā declarandū. Assumatur em̄ illud uitrum sphæricū, quo iam in præcedēti ꝓximo theore mate usi sumus, & ponatur super lineā instrumenti, ita q̄d superficies plana ipsius respi ciat foramina, & quod mediū lineæ rectæ, quæ est ī ipso sit super centrū laminæ, & linea quæ est cōmunis sectio superficierū planaꝝ uitri, cadat oblique super diametrū laminæ quacūq̄ obliqua ratione, palam ergo qm̄ linea transiens cētra duoꝝ foraminū obliqua est super superficiē planā uitri, cōiungatur itaq̄ uitrū laminæ instrumenti secundū hūc sitū firmiter, & ponat̄ instrumentū in uas, & uas in sole, moueatur q̄ instrumentū donec lux transeat per duo foramina, cadet̄q̄ lux in interiori oræ instrumenti, & centrū lucis

erit in circunferentia medij circuli, sed extra illum punctũ p, qui est cõmunis differentia circũferentie medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti quæ est g k. & erit declinatio eius ad partẽ in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis â loco refractionis super superficiẽ sphæricã uitri, & qm̃ hæc lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per primã huius, & hæc linea in hoc situ puenit ad centrũ sphæræ uitreæ, & est obliqua sup superficiẽ sphæræ planã, palã ergo quia terminatio extensiõis illius lucis, & est in centro uitri, extendit̃ ergo lux in corpus uitri secundũ lineã rectã exeuntẽ â cẽtro sphæræ ad circũfererentiã, quæ linea cũ sit diameter per 72. primi huius, quoniã ipsa est perpẽdicularis super sphæricam superficiẽ uitri, ergo & super cõcauam superficiẽ aëris continentis sphærã uitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipsius, refringitur ergo apud centrũ uitri, quia fuit obliqua super superficiẽ eius planã, in qua est centrũ uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qd̃ est, etiã superius declaratũ, sed qm̃ lux si fuerit extẽsa in corpe subtiliori oblique incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractio ad partem perpẽdicularis super superficiem sphæricã corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquã, erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeuntis â loco refractionis super superficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractio ad perpendicularẽ, qđ si uitrũ ecõuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphærica & cõuexa respiciat superius foramẽ, & punctũ mediũ lineæ, quæ est cõmunis differentia superficierũ planarũ, quod est centrum sphæræ uitreæ sit super centrũ instrumenti, cadatq; hæc linea oblique super diametrum laminæ, ducaturq; in ipsa superficie laminæ â cẽtro laminæ linea perpendicularis super lineã, quæ est cõmunis sectio illarum planarũ superficierũ, quæ necessario erit perpendicularis super superficiem planã uitri erectam super superficiẽ laminæ, ponatur itaq; instrumentũ in uase sine aqua, & moueatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrũ lucis in circũferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k, perpẽdicularis super superficiẽ laminæ ductæ in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quæ est m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendicularis educta â loco refractionis super planam superficiem uitri, hæc aũt lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quoniã illa linea cum per centrum sphæræ uitreæ transeat est in illa diameter sphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum sphæræ uitreæ, quoniam lux transiens centra amborum foraminum fit oblique super superficiem planam uitri, & super superficiem aëris contingentis uitrum, & si aqua infundatur uasi quousq; supereminеat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quàm aqua, & aqua subtilior uitro, maior fiet distantia circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminæ, scilicet ut linea quæ est communis differentia duarũ superficierum planarum ipsius uitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminæ secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum uitreæ sphæræ super centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ subtilis super superficiem laminæ erecta super oram eius, in quo est linea ex parte uitri, & terminus regulæ secet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphæræ, sed per illud punctum superficiei planæ ipsius uitri, & erit obliqua super sphæricam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ est in superficie regulæ, sed declinabit oblique extra lineam, quæ transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicularis ex-

ris exeuntis â loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphæricam, eritq; linea pertransiens centra duorũ foraminum perpendicularis super superficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est æquedistans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur secundũ rectitudinẽ ad planam inter superficiem, palam q̃ tunc extenderetur secundum rectitudinem in aëre. Sed centrũ lucis, quæ est in regula, cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ, patet q̃ lux nõ extenditur in eius rectitudinẽ ad superficiẽ planam uitri, est ergo lux refracta, sed nõ refringitur in aëre, neq; in corpore uitri. Refringit̃ itaq; apud sphæricã superficiẽ uitri, incidit enim oblique super sphæricam supficiẽ, qm̃ linea transiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, & hæc lux egrediens â plana superficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qđ si uitrum econtrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, q̃ cõmunis differentia sit super lineam secantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertransiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, sed per alium punctũ illius planæ superficiei, & est perpendicularis super illam superficiem, moueat̃ itaq; instrumentũ in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq; centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipsius instrumenti in periferia medij circuli extra punctũ p, qđ est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partem in qua est centrũ uitreæ sphæræ, & linea quæ egreditur â centro huius sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiẽ huius sphæræ, est ergo perpendicularis super superficiem aëris continentis superficiẽ sphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariã illi, in qua est perpendicularis exiens â loco refractionis super superficiem aëris continentis sphæram. Lux uero transiens centra duorũ foraminũ pertransit corpus uitri recte, cum sit perpẽdicularis super superficiem planam uitri, sed non est perpendicularis sup superficiẽ conuexam, cum nõ trãsit centrum sphæræ, ergo etiam non est hæc lux ꝓpendicularis super supficiem aëris contiꝫnentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam superficiem sphæræ uitreæ, q̃ si aqua tunc infundetur uasi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrũ uitri: hoc autẽ est ad partẽ contrariam illi, in qua cadit ꝓpendicularis exiens â loco refractionis, quæ extenditur in corpore aëris perpendicularis super concauam ipsius aëris superficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cõsistere est necesse.

Sed & id qđ nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ est in supficie aquæ, & â centro lucis existentis super superficiem aquæ, qđ est centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, q̃ est in circumferentia circuli medij, transit per centra amborum foraminũ, quæ similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̃ linea secundũ quã lumen incidit superficiei aquæ per medium aërem, & secundũ quã refringitur in aquæ medio, sunt in eadem superficie, qm̃ utraq; ipsarũ est in superficie medij circuli triũ assignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, non qm̃ fuerit ꝓpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumẽti â centro sphæræ aquæ nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiem aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, & hanc superficiẽ dicimus superficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmissis propositionibus, quoniã omnis lux pertransit quacunq; corpora diafona secundũ lineas rectas: & q̃diu lineæ sunt ꝓpendiculares super superficies corporũ, quæcunq; etiã diuersæ sint diafoneitatis, semper extendit̃ secundũ rectitudinẽ eiusdem lineæ, & non refrin-

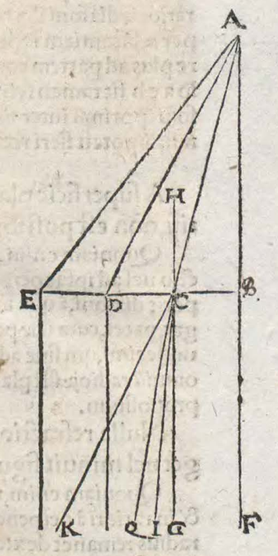
gitur. In corpore uero diuersæ diaphoneitatis omnis lux superficiei secundi corporis obliq; incidens, refringitur secundum lineas rectas alias ab illis, secundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ semper erunt in eadem superficie plana, imaginate secare utrunq; illorum corpor̃, & hæc superficies in spectione instrumenti est medius circulus trium circulor̃ signatorũ in interiore parte oræ instrumenti, cuius diameter est linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius, refringet̃ ad partem ꝓpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ est ꝓpendicularis super superficiem grossioris secundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ super superficiem corporis secundi, scilicet subtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diaphonum penetrante, radius obliq; incidens in medio secundi diaphoni densioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ super secundi diaphoni superficiem, & in medio secundi diaphoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qđ de particularibus experientijs hactenus instrumentaliter probatum est, naturali demonstratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt secundum lineas ꝓpendiculares, sunt fortiores, qm̃ coadunant̃ uirtute uniuersali cœlesti secundum lineam rectam breuissimã, omni subiecto corpori influente. Impulsiones, ꝓiectionũ factar̃ ꝓpendiculariter sunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & similiter percussiones, quæ fiunt perpendiculariter, sunt omnibus obliquis percussionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores sunt illæ quæ plus accedũt ad ꝓpendicularitatẽ, quia itaq; omnis corporis densitas impedit transitũ luminis, necesse est lumen imaginari repelli à transitu per resistentiã corporis densi, & plus per resistentiam corporis densioris: & per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitatẽ actiuam, quæ est lumen, intelligimus quendã motum motionis luminis per medium corpor̃ resistentium, quæ secundũ plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, non q̃ in transmutatione locali ipsius luminis sit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodẽ instrumenti secundũ diuersitatẽ medior̃ se plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertransiens corpus diaphonum, motu uelocissimo & insensibili pertransit, sic tamen, q̃ per magis diaphona uelocior fit motus q̃ per minus diaphona. Omne enim corpus diaphonum plus & minus resistit penetrationi lucis secundũ qđ est participans diaphonitatẽ plus uel minus, grossities enim corpor̃ resistens est semp luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransiret corpus aliqđ diaphonum oblique, & occurrerit corpori alij diaphano grossiori, tunc corpus grossius resistit luci uehementius, q̃ prius corpus rarius resistebat, necesse est ergo q̃ ꝓpter resistentiam illius corporis densioris motus lucis transmutetur: & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ cõtrariam refringetur, quia uero nõ resistit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ ad quã mouebatur. Si uero resistentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diaphoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariã partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quã inceperat, sed mutabitur in situ: cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diaphonis & quacunq; diuersæ diaphoneitatis, non mutabitur, sed directe omnia penetrabit, qm̃ perpendicularis fortior est omnibus, & oblique uicinior̃es perpendiculares sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diaphono grossiori lux incidit, oblique extenditur secundũ lineam rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diaphoni grossi- ꝓductam super superficiẽ corporis grossioris, ideo, quia facillimus motuum est secundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit super lineam perpendicularẽ, transibit recte ꝓpter fortitudinẽ motus super perpendicularẽ. Et si radius inciderit obliq; ue, tunc non poterit transire ꝓpter debilitatẽ motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quã facilior sit transitus, q̃ per illam partem, ad quã per lineam incidentiæ mouebatur: facilior autẽ motuũ, & plus adiutus cœlesti influentia

tia est super lineam perpendicularem: qđ enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij q̃ plures per medium a b super superficiem alterius diaphoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiẽ, palam itaq; secundum rationẽ præmissam fortitudinis perpendicularium, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, qm̃ radius incidens secundũ lineam a b penetrat perpendiculariter totũ corpus b e f. Radius uero incidens secundũ lineam a c, si directe trãseat corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diaphoneitate corpor̃ a b e & b e f, qđ est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandẽ lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, q̃ difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̃ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, frustra ergo incidebat. natura autẽ frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diaphoneitatis rarioris q̃ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinẽ actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam q̃ prius, & quia formarum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinẽ omnis capacitatis materiæ: patet, q̃ radius a c non procedit secundũ lineam a c, quia sic dispositio diaphonor̃ corporum secundũ resistentiam ad receptionẽ luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nõ ad ꝓpendicularẽ c g, quoniã illa refractio non fit ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam q̃ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partẽ contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secũdi diaphoni densioris, quæ est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniã enim transitus perpẽdicularis est fortissimus & facillimus motuũ, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebit̃ ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniã illi motui resistit̃ ꝓpter grossiciẽ medij, & etiam ꝓpter naturã alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctũ b, semper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diaphoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundũ lineã c l propinquiorẽ perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctũ q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctũ h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝓpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cũ æquedistante eius lineæ c g in puncto c. Cũ uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resistentiæ,



tiæ,erit motus eius uelocior & magis sui diffusiuus, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam,ut coadunetur ad ꝑpendicularē lineam â puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam,quæ est c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor ꝙ̄ prima,fit ergo motus lucis ad partem â qua per resistentiam repellebatur motus maior,mouetur ergo lux in corpore diafono rario re plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita,ꝙ angulus g c k sit maior angulo a c h.fit tamen semper motus lucis a c in reflectione â corpore secundo rarioris diafoni ꝙ̄ primū inter lineas c g & c e,quoniam cum angulus g c e sit rectus,angulus g c k nunꝙ̄ potest fieri rectus,patet ergo propositum.

XLVIII.

A superficie plana corporis diafoni omniū radiorū illi supficiei incidentiū,non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

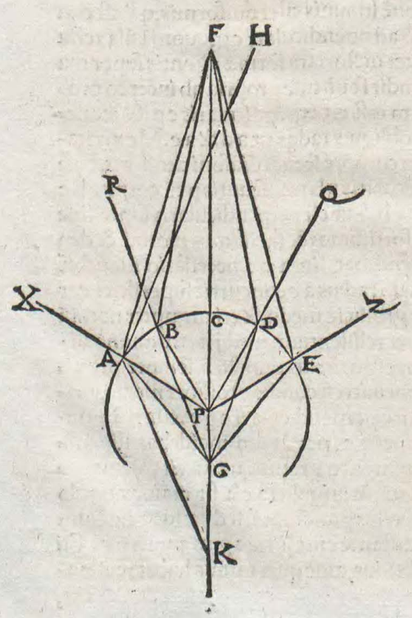
Quoniam enim,ut patet per præmissas,in omni corpore diafono semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas â punctis incidentiæ radij super superficiē corporis diafoni,à qua fit refractio,uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunq; hoc contingat,patet,cum illæ perpendiculares super planam superficiē sunt æquedistantes per 6. undecimi,qm̄ siue ad ipsas ꝑpendiculares,siue ab ipsis fiat refractio,nō est possibile,ut omniū radiorū illi planæ superficiei incidente,refractio fiat ad punctū unum,patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ,sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim,ut patet per 47.huius,omnis refractio fit in medio secundi diafoni & in rariori â perpendiculari, in densiori uero ad ꝑpendicularē,palam ꝙ semper dexter radius remanet dexter,& sinister sinister,& similiter de alijs differentijs positis.Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur,sed semper permanent,modo suo autē à perpendiculari fit fractio,augetur forma secundū dilatationē. Et cum ad perpendicularem fit refractio,minuitur,qm̄ anguli ipsam continentes,angustantur,patet ergo ꝑpositū.

L.



In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum æquales angulos incidentes,secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionū,& si minores, minores.

Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à superficie sphærica,& alia â plana,siue â parte dispositionis diafonoꝝ,quoniā alia fit refractio à rariori diafono,alia à densiori,ut patet per plures ꝑpositiones libri huius, siue attendatur â parte angulorꝝ incidentiæ, patet semper ꝙ angulis incidentiæ existētibus æqualibus,secundū modum ꝑpositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis,si et ergo semper refractio secundū angulos æquales,& hoc est ꝑpositum primū. Et est huius exemplū,ut si uni corpori sphærico diafono densiori ipso aēre medio,in cuius superficie

ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p,& â puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales,quæ sint a f,b f,c f,d f,e f,incidatq; radius f c perpendiculariter,& alij obliquè:patet ꝙ omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni,refringentur per 47.huius.Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum,ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g,& ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ,quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico ꝙ si angulus incidentiæ,qui est f d q,sit æqualis angulo f b r,ꝙ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum.Similiter quoq; dico,ꝙ si angulus f d q sit maior angulo f a x,ꝙ angulus p d g erit maior angulo p a g,fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23.primi,qui sit angulus h a x,refringaturq; radius h a in puncto a,concurretq; cum linea f g in puncto b, eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g:est autem angulus p a k maior angulo p a g,nō enim est æqualis,quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales,qd̄ est contra hypothesim,sunt enim suppositi esse inæquales,sed neq; minor,quoniā sic fieret refractio irregularis,& est contra 43 & 45.huius,est ergo maior,ergo & angulus p d g est maior p a g. Idem quoq; potest demonstri facilius,ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij,utpote si arcus a c & c e assumantur æquales,tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales:angulus uero p d g minor est angulo p e g, ꝙ patet,etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summarie loquimur,quoniam ipsam in 10 huius libro,ubi locum proprium habet perfectius persequemur,patet ergo propositum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b,quam proponimus,quanta sit cognoscere sole apparente; & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis,ducatur in illa super ficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b,qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b,qui sit a,ipsi puncto d,& sit a d,ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b,ut si z e sit baculus notæ quantitatis,erit ergo trigonus d z e per 29.primi æquiangulus trigono a b d,ergo per 4.sexti,uel per 9. huius erit proportio d z ad z e,sicut d b ad b a,sed d z ad z e proportio est nota,quoniam cum z e sit assumpta nota,potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota,ergo d b ad b a proportio est nota,sed d b potest mensurando fieri nota,ergo & a b erit nota,quod est propositum,ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.

Libri Secundi Finis.

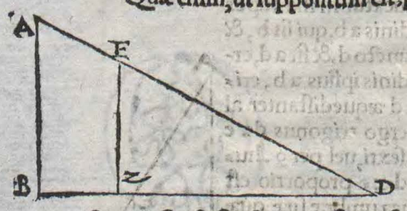
LIBER TERTIVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cõsequentia intendimus declarare. Volentes autẽ formarũ naturaliũ actiones sub triplici uidendi modo prosequi. s. illo qui fit per simplicem uisionẽ, & eo qui per reflexionẽ & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionẽ ꝓpriã organi uisiui. Supponimus aũt hæc quæ sequunt in locis aliꝭ declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item ꝙ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hypostha sis colorũ, alia uero per accidẽs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cõtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dẽsitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed aliꝭ sensibus cõprehenduntur. Item petimus lucẽ fortẽ ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundũ situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul dissam secundũ situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itẽ ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itẽ ꝙ color nõ est motiuus uisus nisi secundũ actũ lucidi. Item sine contactu uisionẽ nõ fieri, sicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. Item uirtutẽ uisiuã finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cũ sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior cꝫ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formã coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarũ rerum apud uisum per alternationẽ lucis orientis

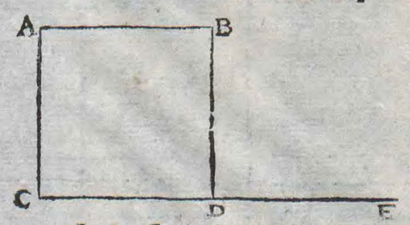


super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet ꝙ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.

II.

Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, semper necesse est inter quodlibet punctũ superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ secundũ quodcunꝫ propositũ modum ꝓduci possunt, fit uisio, nisi forte ꝓpter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaꝫ uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cũ aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionẽ, reuertetur sensus, quoniã ab aliꝭ partibus cꝫ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus, patet ergo ꝓpositum.



III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico ꝙ non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet ꝙ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundũ ipsas ꝓpendiculares uidenẽ, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus est omnibus cõmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas perueniẽtia ad uisum. Sit itaꝫ superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & fit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiẽ uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaꝫ lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & qm̃ linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior cꝫ linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana, sed necꝫ alterius figuræ cꝫ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine cꝫ sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

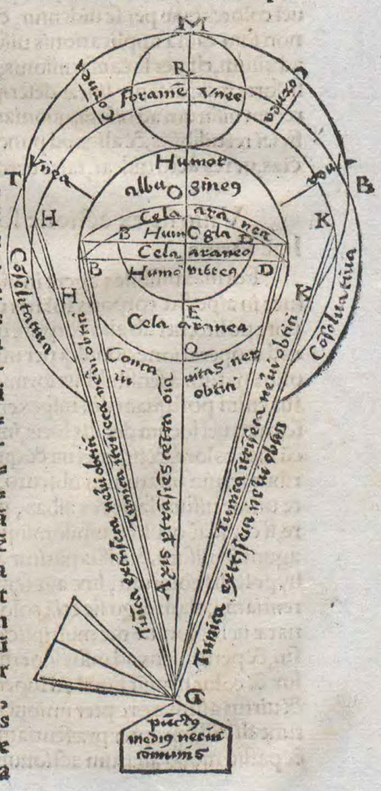
Oculus est organũ uirtutis uisiuæ sphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organũ negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, ꝙ aũt sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ ꝓpositoinẽ, & etiã ex eo ꝙ est naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Qđ autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaꝫ humorũ istoꝝ cristallinus uel glacialis, qui ꝓprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estꝫ sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteꝫ pfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendit nutriri, nondũ plene in formis substãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ assimilatũ necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicit alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustra eo, & quia in omni qđ nutritur, semꝫ purũ ab impuro separatur, illud qđ ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniẽs, separat ad partẽ oppositã parti nutrimẽtali, hoc est, ad anterius cristallini humoris, ꝓfluit, & est diafonũ, quoquo mõ assimilatũ humori cristallino, nondũ tñ suæ pfectæ consistentiæ in densitate, eo ꝙ est supfluũ nutrimenti corpis densioris, patet ꝙ necessario est diafonũ liquidũ, unde uocatus est humor albugineus, qa simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enĩ humor

mor alb9,clar9,tenuis,diafon9,& habet humorẽ ad ptẽ anteriorẽ,ſicut & uitreũ humorẽ ad partẽ poſteriorẽ pro cuſtodia humoris criſtallini,ne ab extrinſecis occaſiõibus uel intrinſecis citi9 patiat,& cadat ab officio organi uiſiui naturæ ſagacitas deputauit. Cõtinet aũt primũ duos hũores.ſ.criſtallinũ & uitreũ,tela ualde tenuis & ſubtilis ſeparãs eos ab albugineo,& circũdans ambos eos,cuius etiam telæ aliqua pars deſcendens per medium ſeparat criſtallinũ â uitreo,& hæc tela ,ppter ſui ſubtilitatem tela aranea nominatur. Cum aũt humor albugineus ſit liquidus,per ſe non conſiſtens,neceſſariũ fuit ipſum per aliquod ſolidũ pro oculi cuſtodia retineri,circũdedit ergo ipſum natura pelle uiſcoſa ſolida forti,non multũ diafona,quæ ſui denſitate melius retineat,& ſui caliditate humorem albugineum temperet,ne criſtallinus congeletur,& fiat inhabilis receptioni uiſibiliũ formaꝝ,& quia ,ppter eius tunicæ denſitatẽ & uiſcoſitatẽ formæ uiſibiles ad humorem criſtallinũ undiq; tali tunica circundata non pueniſſent,ideo in anteriori parte oculi,ubi eſt locus receptionis formaꝝ uiſibilium,natura hanc tunicam intercidit,factumq; eſt foramen rotundũ,cuius diameter eſt quaſi æqualis lateri cubi deſcriptibilis intra illã ſphærã,uel lateri quadrati inſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ,& eſt hoc foramen ideo rotundũ,ut ſit magis apta ſuſceptioni omniũ formaꝝ pertranſiẽs uſq; ad eiuſdẽ tunicæ concauũ,& ob hoc hic tunica dicta eſt unea,quia aſſimilabit unæ in aſpectu,& eſt hæc tunica plurimũ nigra,ſæpe tñ uiridis,& qñq; glauca,& corpus illius tunicæ eſt tenue denſum non rarum,ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ,& ut non impediatur operatio uirtutis uiſiuæ,neceſſarium fuit naturæ foramini uneæ ſubponere uelamen diafonũ ſolidum ad modũ cornu albi clari, dictaq; eſt hæc tunica cornea,ubi uero coniungit hæc tunica aliis partibus corporis circũpoſitis oculo, ibi ceſſat diafonitas,fitq; alterius diſpoſitionis tunica ſolidior cẽ cornea non diafona,ipſa tamen cornea complens ſphæram unam,quæ eſt ſphæra totius oculi,& illius ſphæræ poſterior pars nõ diafona,ſed carnoſa fit alia tunica,& hæc dicit cõiunctiua uel conſolidatiua, qm cõiungit oculũ,& cõſolidat ipſum cũ partib9 corpis uicini,erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9,ſe ad inuicẽ cõſequẽtes,& oĩa iſta ſunt diafona ,ppter meliorẽ formaꝝ uiſibiliũ receptionẽ. A ſubſtãtia cerebri ,pdeũt humores & tunicæ oculi,qm ex anteriori parte cerebri â duabus ptibus ipſius creſcũt duo nerui optici.i.cõcaui cõſimiles habentes duas tunicas ortas â duabus telis cerebri,& ,pcedunt ij nerui ad mediũ anterioris partis cerebri,ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ,pceſſu iterũ diuidit in duos neruos obticos cõſimiles & æquales,q tranſmutatis ſuis ſitibus,ita,ut dexter fiat ſiniſter,& ſiniſter dexter,ſunt ,pcedẽtes ad cõuexa duoꝝ oſſiũ cõcauoꝝ cõtinentiũ oculos,qm in mediis iſtoꝝ duorũ oſſiũ cõcauoꝝ ſunt duo foramina æq̃liter pforata,q̃ dicunt foramina giratiõis neruoꝝ cõcauoꝝ,& qm illa duo foramina ſunt rotunda,punctus uero medius cuiuslibet illoꝝ foraminũ dicitur centrũ illius foraminis,illi ergo nerui intrant iſta duo foramina,& exeũt ad cõcauitatẽ duoꝝ oſſiũ p̃dictoꝝ,& illic dilatãtur & ampliãtur,& efficit extremitas cuiuſq; ipſoꝝ quaſi inſtrumẽtũ ponẽdi uinũ in doleis,hoc eſt admodũ pyramidis rotũdæ cõcauæ,& qlibet oculoꝝ cõponit ſup unã extremitatẽ iſtius nerui,& cõſolidatur cũ ipſo;cõſimiliter & à tunicis iſtorũ neruoꝝ oriunt tunicæ oculoꝝ,nã tunica cornea orit ex tunica extrinſeca duaꝝ tunicaꝝ iſtius nerui,& tunica unea oritur ex tunica intrinſeca duarũ tunicaꝝ duoꝝ neruoꝝ, intra iſtã tunicã uneã ordiat humor criſtallinus ſup extremitatẽ cõcauitatis nerui medi ante uitreo humore,q ambo ex medullari ſubſtãtia cerebri oriunt,& int humores iſtos & tunicã uneã ex ſubtiliſſimis filis tunicæ uneæ texit tela aranea,quã alij uocant tunicã retiã,qa eſt cõtexta ad modũ retis.Sphæricæ ſe interſecãt humores & tunicæ oculi,quia eni tunica unea nõ pueniret intra oculũ ad cõplementũ ſphæræ,cũ ſicut præmiſſum eſt, in anteriori ſui parte ſit foramẽ rotundũ,qd tegit à cornea tunica,ſphæra ergo tunicæ corneæ neceſſario ſecabit ſphærã uneæ,& cõis ſectio ſuaꝝ ſupficieꝝ ſphæricaꝝ eſt circũferẽtia illi9 foramis,& eſt linea circularis p 79.primi hui9,in anteriori q̃q hũoris criſtallini ,ppter meliorẽ formaꝝ receptionẽ eſt cõpreſſio ſupficialis pua minoris curuitatis, cẽ ſit ſupficies cornea cõtinẽs illã:ſpicitas.n. ſupficiei hũoris criſtallini aſſimilat cõpreſſioi ſu

perfi

ficiei ſeticulæ,ut patet ex cõſiderãtibus anathomiã oculi, ſupficies ergo anterior ipſi9 eſt portio ſupficiei maioris ſphæræ cẽ ſit ſphæra unea continens ipſam,& hæc compreſſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis,quod eſt in anteriori parte uneæ,quia ſitus eius ab eo eſt conſimilis,ſicut autem foramen rotundum,quod eſt in anteriori parte uneæ,eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quẽ collocatur oculus, ſi etiã in parte poſteriore cõcauitatis uneæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſup extremitatem concauitatis nerui,& foramen,quod eſt in anteriori uneæ, eſt oppoſitũ foramini concauitatis nerui,quoniam neruus opticus interſecat tunicam coniunctiuã & uneam,& penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam,quæ pyramidẽ nerui interſecat,ſicut & humor uitreus,q̃ in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur, itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici,& ſphæræ criſtallinæ,eſt circulus p 109. primi huius,ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui optici,& in foramine poſteriori uneæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium ſphæræ glacialis,& eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem â cerebro ad oculum,& per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias inſtrumenti,& eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile,& conſolidatur unea cum glaciali in circulo continente foramẽ rotundum in poſteriori uneæ. Interſecant quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ,ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cõuexo alterius, ſicut eã ſunt diuerſæ naturæ & diafonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarũ ſphærarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi huius.Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici,& interſectionis eiuſdem pyramidis,& ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uneæ ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis earundem ſphærarum. Corpus uero cõſolidatiue cõtinet partem pyramidalem nerui,quæ eſt intra foramẽ oſſis per quod tranſit neruus, & intra circunferentiam ſphæræ glacialis,& continet ſphæram uneam. Ex his itaq; patet humorem glacialem proprie eſſe organum uirtutis uiſiuæ,nam huius ſolius diafonitas eſt receptibilis formarũ uiſibiliũ,& eſt in medio omniũ & humorũ & tunicarum collocatus,& ſi alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat leſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxilio medicinæ recipit oculus curationẽ, & ſanatur ac reſtituitur uiſus: Ipſa uero corrupta,corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicinalis:eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante diligentius conſeruatũ, & cõſtituit natura duos oculos ,ppter perfectionem bonitatis uiſionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi ſphæricæ ſe interſecant,& patet declaratio diffinitionis propoſitæ oculi ſecũdum omniũ eorum experientiã qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt.Hæc autẽ omnia, quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi, in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrũ oculi punctũ a,& ſuperficies conuexa ipſius glacialis arcus b c d,& ſuperficies cõuexa ipſius uitreæ arcus b c d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius ſit arcus b e d,tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipsam uitreã posterius sit b q d, exterior quoq; tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoq; uneæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus sit corpus b l d o, superficies q; intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaq; est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra cõiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut â uisu aliquid corporeum exiens impleat totũ spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nõ sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactũ uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios p se esse causam uisionis, nisi forte radij dicãtur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata â superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum â corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut â sua cadat operatione quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur â sensibilibus formis, retinet enim quandoq; in se fortes eaꝝ impressiões: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locũ obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce colore, & figura sua & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudat oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aũt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiã colores diffundi: cum itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicat lumẽ uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscẽs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agẽtium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet passi

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo punctorum rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unũ superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit aũt actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formaꝝ uisibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ superposita foramini uneæ, quæ primo aẽri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uneæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cõgelationem, uel alio modo â formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisiuo imprimi non potest: forma itaq; uisibilis ueniens â re uisa per medium lucidum usq; ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem uisiuam ex foramine, quod est in anteriori uneæ, & peruenit ad glacialem, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut â formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patiatur â formis uisibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentiæ corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hãc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoq; ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cõmune centrum propositarum sphærarum. Si enim detur quod centrum sphæræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares sup superficiem sphæræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphæræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerũ uisibiliũ obliquatas, & declinantur â suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidẽtes medio secundi diafoni densioris secundũ lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularẽ, ut patet per 47. secũdi. Substantia uero humorũ & tunicarum oculi densior est aëre circunstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractio alia quàm in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestũ est enim, quod lineæ obliquæ incidentes supficiei uisus magis obliquãtur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium comprehendit

prehendit glacialē ſecundū eius ſitum, & figuram quam habuit extra uiſum, hoc autem eſt impoſſibile, quoniam patet manifeſte per ſuppoſitionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uiſibilium ſecundum ſitum & figuram quæ habent in rebus extra. Eſt ergo neceſſarium quod lineæ quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, erunt ergo ſuperficies oculi, & glacialis ſuperficies ſphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates. omnium linearum imaginatarum produci â quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ perpendiculariter ſup ſuperficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniā ſuperficies corneæ anterius complet oculi ſuperficiem ſphæricam, & fit cum illa una ſuperficies ſphærica, patet, qm̄ centrum oculi eſt centrum corneæ per diffinitionem ſphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ ſunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod eſt centrum ſuperficiei exterioris ipſius corneæ, & centrū ſphæræ glacialis ſunt unum cum centro totius oculi ex omnibus ſuis humoribus & telis conſtāte, conuenientius naturæ eſt ut centrū glacialis ſit ipſum centrum ſuperficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū ſuperficierum oppoſitarum foramen uneæ ſit unum punctum cōmune, & ſuperficies concaua corneæ ſphæræ fiat æquediſtans eius ſuperficiei conuexæ, ſic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes â centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper omnes ſuperficies oppoſitas foramini, & augebitur bonitas uiſionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, ſuperficies intrinſeca corneæ æquediſtans eſt ſuperficiei extrinſecæ ipſius, cū ipſarum ambarum ſit idem centrum, humor uero albugineus ſecundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmiſſum eſt per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, ſuperficies cōuexa humoris albuginei erit pars ſuperficiei ſphæricæ ſecundum eius cōuexum ſuperficiem concauam ſphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ ſuperficiei humoris albuginei & concauæ ſuperficiei corneæ eſt idem centrum, & hoc eſt propoſitum.

VIII.

Sphæram uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, ſphæra cornea ſecundum eius ſuperficiem manifeſtam ſit continua cum ſuperficie totius oculi, & pars ſphæræ ipſius, & totus oculus ſit ſphæra maior quàm ſphæra unea, quoniam intra ſe continet maximum circulum ſphæræ uneæ, patet per diffinitionem ſphærarum ſe intrinſecus interſecantium, quod ſuperficies ſphæræ corneæ, eſt maior ſuperficie ſphæræ uneæ, palā itaq; ex diffinitione ſphæræ maioris, quæ ſemidiameter corneæ eſt maior ſemidiametro uneæ, & quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuppoſita foramini uneæ, eſt ſuperficies cōcaua ſphærica æquediſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, eo quod tota cornea eſt æqualis ſpiſſitudinis, ut oſtenſum eſt in præcedenti, ideo quod centrum ſuperficiei intrinſecæ corneæ, idē eſt cum centro ſuperficiei manifeſtæ conuexæ eiuſdem corneæ, ſed ſuperficies concaua corneæ cecat ſuperficiem ſphæræ uneæ ſuper circunferentiā foraminis, quod eſt in anteriori parte uneæ, ut præmiſſum eſt in 4. huius, & declaratum p. 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum ſphæræ continentis ſphæram uneam neceſſe eſt remotius eſſe in profundo quàm centrum ſphæræ uneæ, patet ergo, qm̄ ſphærā uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod eſt principale propoſitū, & ex hoc etiam patet correlariū, qa cū ſphæra uneæ non ſit in medio cōſolidantiæ ſed anterius ad partem ſuperficiei manifeſtæ oculi, & cū ſuperficies manifeſta ipſius oculi ſit pars ſphæræ maioris, palam ut præmiſſum eſt, quia centrum eius erit remotius in profundo centro

uneæ

uneæ, manifeſtū uero oculi eſt ſuperficies ipſius corneæ extrinſeca conuexa, cui æquidiſtat eiuſdem ſuperficies intrinſeca concaua, centrū ergo tam ſuperficiei concauæ quā ſuperficiei conuexæ ipſius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrū uneæ, & quia ſuperficies concaua corneæ cōtingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anteriori foraminis uneæ, & ſuperponitur ei, patet ex præmiſſa, & per 70. primi huius, quoniā ſuperficies cōuexa humoris albuginei eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrū eſt centrū ſuperficiei ſibi ſuppoſitæ, ſuperficies ergo cōuexa corneæ, & ſuperficies cōcaua ipſius, & ſuperficies cōuexa humoris albuginei attingens cōcauum corneæ, cū ſint ſupficies ſphæricæ æquediſtantiū ſphærarū, palam p. 73. primi huius, quia centrū ipſarū omniū eſt unus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia ſuperficies anterioris glacialis eſt ſphærica cū cētricato totali oculo per præcedentē, & etiam quia ſuperficies ſphæræ glacialis conuexa ſecat ſuperficiem ſphæræ uneæ intrinſecus, patet per 84. primi huius, cum ſuperficies glacialis ſit portio ſphæræ maioris quàm ſuperficies ſphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorū oculi, qui ſunt anterioris partis oculi ad partem aēris extrinſecam reſpicientes amplius eleuatur, quod eſt totum propoſitum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circuli ſectionis uneæ, & medium cōcauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit.

Oſtenſum eſt per 7. huius, idem eſſe centrum totius oculi & centrum corneæ, ſed linea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmiſſa figura oculi in 4. huius eſt linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cōmunis earū ſectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, ſecundū cuius periferiā illæ ſphæræ ſe interſecant: ſuperficies enim concaua corneæ, & ſuperficies conuexa uneæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe ſecundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea, producta peruenit ad duo media duarum ſuperficierum corneæ inter ſe æquediſtantium ſuppoſitarū illi foramini uneæ, cuius foraminis periferia eſt circunferentia circuli ſectionis, & quoniam foramen quod eſt in anteriori uneæ eſt directe oppoſitum foramini, quod eſt in poſteriori uneæ, quod eſt extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit, & hoc eſt centrum circuli baſis pyramidis obtici concaui, patet ergo propoſitum.

X.

Inter centra ſphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrū circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea neceſſario pertinget, & ſuper illius circuli ſuperficiem erecta erit.

Patuit ex præmiſſis in 4. huius, quoniā ſphæra glacialis interſecat ītrinſecus ſphæram uneam, linea ergo per centra iſtarum ſphærarum tranſiens, quæ eſt linea a n, p. 82. primi huius, erit perpendicularis ſuper centrum circuli cōmunis ſectionis ipſarū. Iſte uero circulus ſectionis, aut eſt circulus diſtinguens finē conſolidationis harum ſphærarum ad inuicem, aut æquædiſtans ei. ſuperficies enim quæ eſt in anteriori parte glacialis oppoſita eſt foramini, quod eſt in anteriori parte uneæ, & ſitus eius ab eo eſt ſitus cōſimilis, ut patuit in 4. huiꝰ, terminus ergo iſtius ſupficiei, qui eſt circulus ſectiōis inter duas ſuperficies ſphæræ glacialis & uneæ, aut eſt ipſe circulus conſolidationis iſtarum ſphærarum cum unea, aut æquediſtans ei. Si ergo circulus ſectionis inter duas ſuperficies, glacialis. ſ. ſphæræ & uitreæ, fuerit ipſe circulus cōſolidatiōis ipſarū cū unea, Iſte ergo circulus, eſt circulus ſectiōis inter ſuperficiē glacialis & uneæ, & tūc ut prius per 82. primi, patet, ppoſitū, qd' ſi circulus ſectiōis inter ſuperficiē ſphæræ glacialis & ſupficiē ſphæræ uitreæ, nō fuerit ipſe circulus conſolidationis ſphærarū criſtallinæ, & uitreæ cū ſphæra unea, ſed fuerit æquediſtans circulo conſolidationis earum cum unea, tunc ſuperficies ſphæræ glacialis ſi imaginetur extendi intellectu mathematico, ſuper id quod

forma naturalis ſuæ ſphæræ extenditur, ſecabit ſphæram uneæ ſuper circulum æquedi-
ſtantem iſti circulo ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iſte circulus æqualem
habet ſitum à circunferentia ſphæræ uneæ, & quia iſte circulus eſt æquediſtans circulo
conſolidationis, erit neceſſario circulus ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperfi-
ciem uneam, aut ipſe circulus conſolidationis, aut æquedistans ei, quod ſi circulus iſte
fuerit ipſe circulus conſolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea tranſiens per
centrum glacialis, & per centrum uneæ, tranſibit perpendiculariter per centrum iſtius
circuli, eo quod iſte circulus eſt circulus ſectionis inter duas illas ſuperficies ſphæricas.
Sed ſi iſte circulus fuerit æquedistans circulo conſolidationis, & eſt æquedistans circulo
ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uneæ, eſt ergo cum circulo ſectiõis
inter ſuperficiem glacialis & uitreæ, in ſuperficie una ſphærica, quæ eſt ſuperficies gla-
cialis, & eſt æquedistans circulo dictæ ſectionis. Sed ſi in aliqua ſphæra duo circuli fue-
rint æquedistantes, linea tranſiens perpendiculariter centrum unius, neceſſario tranſi-
bit perpendiculariť centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur
quæ tranſit per centrum uneæ & per centrum glacialis, tranſit per centrum circuli con-
ſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea ſecundum omnes diſpoſitiones
ſphærarum & illorum circulorum, eſt ergo illa linea erecta ſuper ſuperficiem illius cir-
culi per 66. primi huius, quod eſt propoſitum. Sunt tamen neceſſario hi tres circuli cir-
culus unus, quamuis etiam ſi ſint diuerſi circuli, & æquedistantes eidem, propoſita oñi
bus occurrunt, ſecundum eundem enim circulum ſecant ſe glacialis & uitrea, & ambæ
illæ ſecant uneam, & conſolidantur ſecundum eundem circulum cum illa, & eſt ille cir-
culus baſis concauitatis nerui optici, & ſic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circuloꝝ.

XI.

Sphæram uitream neceſſe eſt ſphæræ glaciali ecentricam eſſe, centrũq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim ſuperficies ſphæræ glacialis, & ſuperficies ſphæræ uitreæ ſunt duæ ſu-
perficies ſphæricæ ſecantes ſe, centrum ergo ſuperficiei anterioris regulæ manifeſti ocu
li, eſt remotius in profundo quàm centrum ſuperficiei, poſterioris per 84. primi huius,
poſterior uero harum duarum eſt ſuperficies ipſius uitreæ, ut præoſtẽſum eſt in 4. huius,
patet ergo propoſitum.

XII.

Lineam tranſeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici neceſſarium eſt tranſire.

Quia linea recta tranſiens centrum ſphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmiſſa figu
ra oculi eſt linea a n, producta ſuper cẽtrum circuli conſolidationis glacialis, cum unea
perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli cõſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ
cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem eſt circulus interſectionis
glacialis cum uitrea aut æquedistans ei, quocunq; uero iſtorum modorũ exiſtente, ſem-
per erit prædicta linea perpendicularis ſuper circulum ſectionis ſphæræ glacialis cum
uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipſa trãſit per centrum ſphæræ uitreæ,
quia ergo linea iſta tranſit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipſa ne-
ceſſario centrum circuli cõſolidationis perpendiculariter tranſibit: extenditur ergo in
medio concauitatis nerui optici ſuper quẽ componitur oculus, quoniam circulus conſo
lidatiõis eſt baſis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero
oſtenſum eſt ſupra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta li
nea centrum circuli ſectionis uneæ, & medium concauitatis nerui optici neceſſario pe-
netrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici ſuper eandem ſuperficiem plures
perpendiculares non poſſunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam li-
nea eadem per centrum circuli ſectionis ſphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ &
centrum oculi, & ſphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli conſolidationis eſt
tranſiens, patet itaq; ex præmiſſis, quod una & eadem linea eſt, q a f, tranſit per medium
cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppoſitarum foramini uneæ,

et eſt

& eſt ipſa per 74. primi huius, perpendicularis ſup ſuperficies omniũ tunicarum oppoſi
tarũ foramini uneæ, & eſt perpendicularis ſup ſuperficiem foraminis uneæ, & eſt ppen
dicularis ſup ſupficiem oculi conſolidationis, & extẽditur in medio concauitatis nerui
obtici ſup quod cõponitur oculus, & ipſa eſt axis totius oculi quæ in propoſita figura-
tione eſt linea g a f.

XIII.

Viſus nõ comprehendit res uiſas niſi corpore medio diafono exiſtente.

Quia eñ, ut patet per 9. ſexti huius, uiſio nõ eſt niſi ex actione formæ uiſibilis ueniẽ-
tis à re uiſa ad uiſum, formæ uero nõ extendunť niſi in corpibus diafonis conſimilis dia
fonitatis, in quibus ſit lucis & formæ extenſio ſecundum lineas rectas, ut patet p̃ pri-
mam ſecũdi huius, cũ ergo lineas ꝓductas à reb9 uiſilibus ad uiſum nõ abſcindit aliqd̃
corpus mediũ non diafonũ, tunc perueniunt formæ ad uiſum, & uiſio compleť, quod ſi
aliquod corpus nõ diafonũ interuenerit, impediť multiplicatio formæ ad uiſum, patet
ergo propoſitum.

XIIII.

Non fit uiſio corpore uiſibili exiſtente ſimilis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uiſibile ſit diafonum, tunc non eſt coloratum, nec eſt habens for-
mam lucis, ſed ſolum lucidi, ergo non uidetur, quoniã ut patet per 4. ſecundi huius, lux
nõ figitur in corporibus diafonis taliter ut ipſas tingat, uel quod eis præſtet actum uiſi-
bilis, cum ergo diafonitas corpori uiſibili fuerit ſimilis diafonitati aëris, tunc erit eius
diſpoſitio ſicut diſpoſitio aëris, & non apprehenditur à uiſu, ſicut nec aër, & ſimiliter eſt
de alio medio quocunq;: nullum enim taliũ uidetur, cum diafonitas rei uiſæ non fuerit
ſpiſſior corporis mediį diafonitate. Si uero corpus uiſum fuerit diafonum, ſed minus
quàm medium: ſicuti criſtallus reſpectu aëris: tũc res uiſa quoniam habet aliquam colo-
rem reſpectu ſuæ ſpiſſitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam
cum lux oritur ſuper ipſum figetur in ipſo aliqua fixione, ſcilicet ſecundum id quod eſt
in ipſa de ſpiſſitudine, & tranſibit in eo ſecundum ſuam diafonitatem, & eſt in eo forma
in aëre ſecundum colorem & lucem quæ ſunt in ſua ſuperficie, & illa forma cum perue
nerit ad uiſum operabitur in uiſum, & ſentiet uiſus rem uiſam, patet ergo propoſitum.

XV.

Inter uiſibile & oculi ſuperficiem diſtantiam mediam neceſſariũ eſt eſſe.

Non enim apprehendit uiſus rem uiſibilem, niſi quãdo fuerit aliqua lux media per
primam huius, hoc aũt non eſt niſi per mediam diſtantiam, quando ergo uiſibile fuerit
ſuppoſitum uiſui ſine medio, tunc ipſum non uidetur, res enim per ſe luminoſæ non poſ
ſunt immediate ſuperficiei uiſus applicari, talia enim ſunt, ut ſtellæ & ignis, quæ uiſui
immediate non poſſunt applicari, quoniam ex eorum applicatione ſequeretur corru-
ptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminoſa ſi uiſui applicentur, illa ſine lumine
non uidebũtur, relinquitur ergo media diſtantia inter illa corpora, & inter ſuperficiem
ipſius uiſus, in qua ſe diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam cor-
poribus uiſibilibus ipſi uiſui immediate applicatis, tunc corpus oculi ſecundũ ſitum ſuũ
prohibetur à uiſuali operatione, quia enim uiſio non fit, niſi ex parte oppoſita foramí-
ni uneæ, ut patet per 4. huius, ſi ergo uiſus comprehẽdat rem uiſibilem per immediatam
applicationem, non comprehẽdit illam niſi ſecundũ partem applicatã foramini uneæ,
& non comprehendet reſiduum rei uiſæ, & ſi imaginetur res uiſa moueri ſuper oculi ſu-
perficiem quouſq; uiſus totam illam rem contingat, nõ propter hoc erit iudicium p̃ ui-
ſum, ſed potius per tactũ, nec enim ſic aget in uiſum forma uiſibilis, quæ eſt forma mul-
tiplicata extra rem ſenſibilem, ſed res ipſa, non ergo erit uiſio niſi inter uiſibile & ocu-
li ſuperficiem ſit aliqua media diſtantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Viſio non fit ſine dolore & paſſione à ſubſtantia oculi abĳciente, ex quo patet uiſum oportere conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut complete exerceat uiſionem.

Quoniam enim glacialis recipit formã lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamuis quandoq; non sentiat ille dolor, ut cum non est ualde fortis, luces uero fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiã quod quãdoq; latet dolor ipsum sensum, semp tñ illa passio quantumcunq; insensibilis abijcit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cõplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundũ fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius lædũtur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formã uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiei uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quo libet puncto superficiei uisus transeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibilium oppositorũ uisui in illo tempore, quoniã suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ aliorũ punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatẽ tunicarũ uisus secundũ lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiã ex quolibet pũcto superficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis super superficiẽ uisus, qm cum sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis sup superficiẽ unius, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. sicut aũt ex eodem pũcto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiẽ uisus, & pertransit foramini uneæ, exeũt lineæ aliæ infinitæ transeuntes in foramen uneæ, & q̃d peruenientes ad superficiẽ uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. secũdi huius, peruenerint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibiliũ oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarũ linearũ occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiã secundũ nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ nunq; ordinabunt in sensu secundũ modũ ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentient, tũc distinguentur in ea puncti q̃ sunt in superficiebus uisibiliũ, nec erit differẽtia situs & ordinatiõis formarũ uisibiliũ in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, q̃ sunt extra; qm aũt secũdũ suppositi onem

onẽ nostrã formæ uisibiliũ perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extra, patet q̃ secundũ solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatũ in superficie rei uisæ, patet ergo propositũ. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarũcunq; uisarũ formarũ, quæ sunt perpendiculares sup superficies tunicarũ uisus, continenẽ in pyramide, cuius uertex est centrũ uisus, & cuius basis est circulus foraminis uneæ, uel pars superficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiũ intra illam pyramidem, extendũtur in rectitudinem linearũ radialiũ, & pertranseunt tunicas oculorũ refractas & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibiliũ, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq; incidunt per aliquã illarum linearũ perpendicularium, sed forte accidit ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiẽ uisus oppositam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarũ uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisiuam, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistincte in concursu. ipsarũ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nũc superficiem uisus illam partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis uneæ. q̃ añt uisus cõprehẽdat q̃nq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidẽ radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem, quæ ualde subtilis est, qm pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circũdant oculũ, uidebitur tamẽ superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibiliũ peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialẽ, patet ergo q̃ formæ rerum taliter situatarũ respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiẽ uisus per refractionẽ factam in superficie uisus ab aëre, qui est rarioris diafoni, q̃ sint tunicæ ipsius uisus. q̃ aũt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarũ oblique uisui incidentiũ, patet etiam in illis, quorũ formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidẽ radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foramini uneæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cũ secundũ ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe, non perueniat ad superficiẽ ipsius uisus, peruenit aũt, ut patet, qm uidetur: palam ergo, qm peruenit per refractionẽ factam in superficie ipsius uisus, omnia aũt hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidẽ radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarũ formæ distincte & perfectius q̃ prius: fit ergo uisio distincta solum secundũ perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiẽ productas, indistincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidẽ, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediũ extrinsecũ ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctũ oculi, quia tñ oculorũ tunicæ sunt alterius diafonitatis q̃ aër extrinsecus, solæ illæ lineæ formarũ à supficie rei uisibilis ad superficiẽ oculi productæ, quæ protractæ centrũ oculi penetrant, cũ sint perpendiculares super supficiem oculi, non refringũtur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam. aliæ uero lineæ omnes refringũtur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundũ illas, qm aũt sola glacialis proprie est organũ uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphæræ corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialẽ, & quia non est possibile, ut

uisus comprehendat rem uisam secundū suum esse, nisi quando apprehendit formā unius puncti rei uisæ ex uno tantū puncto suæ superficiei, qm̄ ut in præmissa ostensum est omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundū suum esse, nisi quando cōprehendit colorē uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantū puncto superficiei uisus uenientē ad se: & cū centrū oculi & centrū sphæræ glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctū, necesse est q̄ omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uisibilīū super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glacialī, erūtq; quidē diametri in superficiebus tunicaꝝ oculi ꝓpendiculares super ipsas tunicas oculi, eritq; quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glacialī in puncto uno, & una tantū perpendicularis transit per puuctū aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiē corneæ superpositā illi puncto glacialī, quæ sit perpendicularis super superficiē rei uisæ, qm̄ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphæram unam una tantū perpendicularis duci potest, unde cū superficies rei uisæ fuerit æquedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis sup superficiē uisus & super superficiē rei uisæ: aliæ uero lineæ omnes sunt obliq̄ super superficiem rei uisæ, q̄uis productæ ad centrū uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundū lineam unam perpendicularē productam ab eo ad superficiē uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctū, super quē nō occurrit ei aliqua formaꝝ punctorū aliorum rei uisibilis. Productis ergo á quolibet puncto superficie rei uisibilis ad centrū oculi lineis, palam, qm̄ istæ lineæ ꝓductæ in diuersis punctis oculi superficiem sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctū qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, qm̄ omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficie rei uisæ, erit enim forma cuiuscū q̄ puncti superficiei rei uisæ extensa secundū rectitudinē lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrū uisus, & omnes tunicaꝝ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, qm̄ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidē quasi æquedistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glacialī, & uertex ubi prius & bases illarū pyramidū fiunt q̄asi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qd̄ uideē sub angulo uideri quē continent lineæ radiales cōcurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicaꝝ uisuū ad locum girationis concaui nerui, super quē componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qd̄ est in anteriori uneæ, & per centrū ipsius uneæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, qm̄ uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam, & q̄ ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis partem in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet ꝓ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primū membrū sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrū sentiens non sentit foramen, nisi q̄n pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quātitatis sensibilis respectu totius oculi, qm̄ uirtutes sensus sunt finitæ, & non extenduntur in infinitū, unde sunt secundū unum aliquem terminū ad quē peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nō est quantitatis sensibilis apud totū membrū sentiens, tunc nō sentit membrū actio-

actionem quā agit forma rei uisibilis in illa parte, ꝓpter paruitatem ipsius, quare nō eō prehendit formam rei tam paruæ, solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amboꝝ neruorū opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & diudicans omne uisibile, ꝓpter qd̄ in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet q̄ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili uniretur uirtuti sentienti, quæ est in cōcauo cōmunis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formaꝝ uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ in superficie rei uisæ, & ex suppositione huius res uisa secundū situm, figuram & ordinem suaꝝ partiū uideē, necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo, qm̄ secundū modū ordinationis quo est recepta in superficie glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreū alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorū duoꝝ corporū glacialis. & humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundi huius, & per 17. huius, qm̄ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundū lineas radiales concurrēt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per præmissam, uisio non completur nisi postq̄ ordinatio formæ, quæ recipiē in superficie glaciali, peruenit ad neruū cōmunē, situs aūt partiū formæ secundū suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruū cōmunē nisi per extensionem eius in concauo nerui, sup quam componiē sphæra glacialis, qa aliter est ipsam impossibile peruenire: forma uero non potest extendi à supficie glaciali ad cōcauū nerui cōmunis secundū extensionē linearū rectaꝝ, & conseruare situs suaꝝ partiū secundū suū esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteq̄ ꝓueniat ad centrū oculi, qm̄ si nō sit mediū alterius diafoni cōmunis, istæ lineæ cōcurrent apud centrū oculi, & efficiē quasi unum punctū, & quia hoc centrū oculi est ante locū unionis neruorum otpicorū, patet per 91. primi huius, q̄ si illæ lineæ ultra centrū oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarū intersectio in centro, & post cētrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundū positionem & situm priori pyramidis modo cōtrario se habebunt. conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter, ut illud qd̄ est in superficie glaciali dextrū, fiat sinistrū apud sensum, & econtrario, & superius fiat inferius & econtrario, nec peruenit aliquid formæ directe ad neruū communem nisi solū unum punctū quod est in extremitate axis pyramidis: omnes ergo res secundū modum suo naturali situi contrariū uidētur, quod est contra suppositiōem, & manifeste contra id qd̄ accidit in sensu, patet ergo q̄ necessarium est, q̄ isti humores sint diuersæ diafonitatis, qd̄ est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse, humoremq̄ uitreū & spiritū uisibilē eiusdē quasi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in præmissa ostensum est, q̄ necessarium est q̄ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrū oculi, quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erūt necessario formæ conuersæ, quoniā

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formæ, refractio uero cum solũ fiat ad perpendiculare, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partiũ, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ secundũ rectitudinem, tota est unius diafoni, refractio uero non fit nisi medio alterius diafoni: palam, quia non potest fieri refractio formæ nisi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti ostensum est, diuersæ est diafonitatis â corpore glaciali: hic ergo humor necessario antecedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum priusq; perueniãt ad ipsum centrũ oculi, qd̃ est idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium linearũ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ sunt omnes ꝓpendiculares super superficiem glacialis, acideret quoq; illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundũ situm per 91. primi huius, ut præmissum est, & qa hoc est impossibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrũ glacialis, cuius itaq; glacialis, in qua est principiũ sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundũ rectitudinem, eo ꝙ impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus ꝓpter magnitudinem rei uisæ, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cõprehensio rei uisæ secundũ suum esse: peruentus tñ formarũ ad ultimum sentiens non indiget tantũ extensione formarũ secundũ rectitudinẽ istarũ linearũ, qm̃ receptio formarũ in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarũ in corpore diafono, membrũ enim sentiens recipit istas formas ꝓpter suam diafonitatem, & sentit eas ꝓpter eius uirtutem sensibilẽ, & sic recipit formas secundũ receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad representandũ ipsas uisui, non aũt ad sentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formarũ in humore uitreo secundũ lineas refractas, est ꝓpter diuersitatẽ suæ diafonitatis â corpore glaciali & ꝓpter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, qd̃ est in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, qd̃ corpus nominat spiritus uisibilis, qm̃ in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, qm̃ formæ rerum uisibiliũ quando peruenĩt in corpus humoris uitrei, extendit̃ sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundũ extensionẽ sensus extendunt̃ formæ ordinate secundũ suam dispositionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiũ corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ superficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concauitate nerui in quo extendit̃ corpus sentiens, & erunt formæ omniũ punctorũ consimilis ordinationis adinuicem: corpus itaq; sentiens qd̃ est in concauo nerui, erit necessario diafonũ ꝓpter receptionem formarũ uisibiliũ, eritq; diafonitas eius quasi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosæ formæ apud puentũ earũ ad ultimã superficiẽ uitrei uicinantẽ qd̃ corpi est in cõcauo nerui, pertranseũt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq; ultimũ qd̃ est in neruo, qd̃ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorẽ ex eius coloratione, qm̃ horũ formæ transeunt & figuræ in ipso: fit aũt refractio formarũ apud humorẽ uitreũ tam ꝓpter diuersitatẽ qualitatis receptiõis sensus, q̃ ꝓpter diuersitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorũ corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundũ rectitudinẽ linearũ radialiũ ꝓpter consimilitudinẽ diafonitatis, & esset refracta ꝓpter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora, & sic fient formæ aut monstruosæ, aut essent duæ formæ, qñ uero ꝓpter diafonitatis diuersitatem fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma post obliquationẽ refractionis, forma una ordinata secundũ suarũ partiũ situm figuram & ordinem, quã habet forma in re extra, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente, extenso â superficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq; ad concauũ nerui cõmunis

munis, qd̃ est ultimũ corpus sentiens, quoniã in ipso constituta est uirtus sensitiua, sunt itaq; humor uitreus & corpus qd̃ est in cõcauitate nerui eiusdẽ quasi diafonitatis, qa inter ipsa nõ fit refractio aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatẽ uirtutis sensitiuæ ad unitatẽ simplicis extensionis formæ post refractionem in superficie uitreæ, & qm̃ in ijs ambobus corporibus fit progressio formarũ ultra centrum oculi, patet ꝙ illa refractio facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utrũq; ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis sectiõis sphæræ glacialis & uitreæ, necesse est planã esse, aut ꝑtẽ sphæræ maioris, cui sit sphæra glacialis & ecẽtricã superficiei oculi.

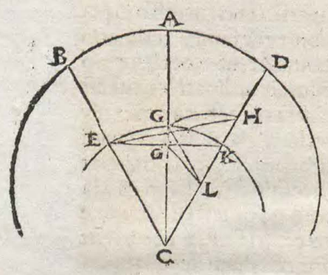
Istarum sphærarũ glacialis. s. & uitreæ cõmunis sectiõis superficies est necessario plana, aut talis qualis ꝓponitur, qm̃ oportet superficiẽ huius sectionis esse similis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinent̃ in cõsimili & eadem distantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõstruosæ per refractionẽ: superficies cõsimilis ordinatiõis, aut est plana, aut est sphærica, hæc aũt superficies nõ potest esse ex sphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ sunt perpẽdiculares super superficiẽ glacialis, perpendiculares etiã super ipsam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formarũ, sed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõstruosæ, sicut per præmissam ostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphæræ, necessario ecentrica oculo, ergo nõ potest esse ex sphæra minore cui sit sphæra ecentrica oculo, qm̃ ratione diuersitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ suũ ad centrum oculi, minoris enim sphæræ minor est diameter quantum est de natura sphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem sphæræ uitreæ super glacialẽ quæ ostensa in præmissa, refringerent̃ formæ ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphæræ minoris in superficie cõmunis sectionis frangerentur ad perpendicularẽ, sic ergo efficerentur formæ monstruosæ, qm̃ ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione suæ perpendicularis super superficiẽ sphæricã, quæ perpendiculares semper transeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur â perpendiculari: ista ergo superficies est aut plana aut sphærica, utpote pars sphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita ꝙ sphæricitas eius cõueniat ordinationi secundũ proportionẽ refractionis â perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis secundum rectitudinẽ linearũ radialium quousq; peruenerint ad istã superficiẽ, tunc reflectuntur apud ipsam secundũ lineas consimilis ordinatiõis secantes lineas radiales: forma itaq; perueniens in aliqd̃ punctũ superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineæ ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, â quibuslibet ergo duobus pũctis cõsimilis situs in respectu duorũ neruorũ extẽduntur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntẽ per centrũ foraminis uneæ super superficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & super posteriorem superficiem uitreæ perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquã istarũ superficierum, accidet diuersificatio ordinationis formarũ peruenientiũ ad illam superficiẽ, & mutabuntur dispositiones illarũ formarũ propter declinationẽ axis, solum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisæ in superficiẽ glacialis ordinata secundũ ordinẽ partium superficiei rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatẽ axis in superficie rei uisæ, ad punctũ qd̃ est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares super istã superficiẽ,

& quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiē glacialem, quæ eſt cōmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana aut ſphærica, & centrum eius nō eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiē, & nō eſt perpendicularis ſuper ipſam, nō exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiē, niſi una tm̄ ſuperficies, illa. ſ. quæ tranſit p̄ inæqualitatē maximam angulorū, quæ patet per 29. primi huius, & omnes ſupficies reſiduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duæ ſuperficies uel plures exeuntes ab axe, ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiē, cū illæ ſuperficies de neceſſitate ſe interſecent, & ſua cōmunis differentia ſit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiē: datum autē fuit q̄ eſſet declinans, ſit itaq̄ centrum oculi punctum c, in ſuperficie quoq̄ oculi, ſiue in



ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquediſtat ſuperficiei ipſius oculi, ſit linea b a d, & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialē ſit linea e g f, ſit̄q̄ axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo ſuperficiē a b c d exeuntem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialē trāſeuntē per centrū oculi, qd' eſt c, & hæc ſuperficies erecta ſit etiam ſuper ſuperficiē humoris uitrei, quæ eſt e g f, ſit̄q̄ cōmunis ſectio huius ſuperficiei erectæ a b c d, cum ipſa ſuperficie glaciali linea b a d, & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à puncto a, qd' ſit terminus axis pyramidis uiſualis, & ſit cōmunis ſectio eius cum ſit humoris uitrei linea e f; exeunt quoq̄ duæ lineæ à centro c, quæ ſint c b & c b, erūt ergo iſtæ duæ lineæ c b & c d, & cū axe c a in ſuperficie cōmuni perpēdiculari ſuper ſuperficiē e g f per primā undecimi, qm̄ omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie, eruntq̄ ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d æquales, q̄ patet per 8. primi, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendant̄ cordæ b a & d a, ſint quoq̄ lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt cōis ſectio dictæ ſuperficiei erectæ & ſuperficiei uitreæ ſuper duo puncta e & f, ſecet̄q̄ axis c a eandē lineā e f ſuper punctū g. Si ergo ſupficies, q̄ eſt cōis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, eſt plana, & differentia cōis, quæ eſt e g f, linea erecta, & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiē uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiē e g f, tunc neceſſario erit axis c a declinans ſuper lineā e f, erūt ergo anguli e g c & f g c inæquales. qm̄ linea à puncto g ꝓpēdiculariter ꝓducta ſuper lineā e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cū linea e f. Cū itaq̄ anguli e g c & f g c ſint inæquales, angulus q̄q̄ c g f ſit exempli cauſa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales, erūt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, eſt enim linea e f breuior q̄ linea e c: ſi enim illæ lineæ ſint æquales, cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c cōmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qd' eſt cōtra datum, cū axis a c ſit declinans ſuper lineā e f, ſit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmiſſis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l ſuper lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitum angulo recto in triangulo h l g, eſt maius latere g l, ergo per 19. eiuſdem primi erit linea g h maior q̄ linea g f: cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g l f recto, palam q̄ angulus g f h eſt obtuſus, eſt ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ eſt æqualis lineæ g h, maior q̄ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g, & iſta duo puncta e & f ſunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis. ſ. b & d, quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe: pūcta itaq̄ æqualiter diſtātia ab axe in ſupficie glaciali, inæq̄liter diſtāt à pūcto axis incidētis ſupficiei uitreæ, q̄ cū ita ſit, palā, qa cū forma puenerit à ſupficie glaciali ad ſupficiē hūoris uitrei, erit ordinatio formæ nō ſcūm eſſe qd' habet in ſupficie glaciali, nō ſecūdū ſuū eſſe ī ſupficie rei uiſæ: qm̄ ergo axis fuerit declinās ſup ſupficiē planā, q̄ eſt cōis ſectio ſupficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̄ eſt differētia cōis cuiuslibet ſupficiei exeū

tis

tis ab axe erecte ſuper ſuperficiem uitreæ & ſuperficiei ipſius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterq̄ in una tantum ſuperficie, quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntē per decliuitatē axis, qm̄ huius tantū ſuperficiei cōis differētia cōtinebit cū axe angulos rectos: & cū duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrū glacialis æquales, erūt duæ partes differentiæ cōis, quæ eſt in ſupficie uitrei, inæquales: formæ ergo ſecundū iſta puncta q̄ ſunt in extremitatibus iſtarū differentiarū puenientes ad ſuperficiē uitreæ, erūt diuerſæ diſtātiæ à pūcto axis q̄d eſt in iſta ſupficie, ſed qa puncta iſtarū linearū in ſupficie glaciali æqualiter diſtāt à pūcto axis, in eadē ſupficie uidebunt̄ formæ nō ſecundū ſuā ordinationē in ſupficie glaciali & in reſiduæ ſupficie. Similiter q̄q̄ demonſtrandū ſi ſupficies uitreæ fuerit ſphærica, & fuerit axis declinās ſuper ipſam, tunc enī axis nō tranſibit per centrū uitreæ, & cū trāſibit per centrū glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quorū diſtātia à pūcto axis in ſuperficie glaciali eſt æqualis, cōtinent cū axe apud centrū glacialis angulos æquales, & quia centrū glacialis nō eſt centrū uitreæ, ut patet per 11. huius, diſtinguēt iſtæ lineæ ex ſupficie uitreæ arcus inæquales. Cū enim linea e c, ut prædictū eſt, ſit maior q̄ linea e f, ſit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, ſuper quā deſcripta portio oculi e g f quæ ſit g h, erit æqualis portiōi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g eſt æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior q̄ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ eſt e g æqualis lineæ g h, erit maior q̄ linea g f recta, arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cōtinentes cū axe angulos rectos & exeuntes cū linea a c, in eadem ſuperficie diſtinguūt ex ſuperficie uitreæ duos arcus æquales, niſi duæ tantum lineæ, quæ ſunt in ſuperficie, ſecante orthogonaliter ſuperficiē erectā ſup ſuperficiē uitreæ. cū ergo axis fuerit declinās ſup ſuperficiē uitreæ, formæ peruenientes ad ſupficiē uitreæ, erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreæ plana ſiue ſphærica: cū uero axis fuerit ꝓpendicularis ſuper ſuperficiē uitrei, erit perpēdicularis ſuper oēs differētias quarūcunq̄ ſuperficierū planarū ductarū per lineā a c, & ſupficiei ipſius uitreæ, & erūt q̄libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali q̄ eſt unus punctus axis, cōtinentes cū axe angulos æquales, & diſtinguentes ex differētia cōi, quæ eſt in ſuperficie uitreæ duas partes æq̄les, ſiue ſit ſuperficies illa plana ſiue ſphærica, & cōprehenduntur formæ à ſenſu ſecundū ſuā ordinationē in ſuperficie glaciali & in ſuperficie rei uiſæ, & qa talis eſt comprehēſio formarū, ut patet ex ſuppoſitiōe, palā, qa ſemp axis pyramidis uiſualis eſt perpēdicularis ſup ſuperficiē hūoris uitrei anteriorē & poſteriorē, qm̄ eadē eſt cauſa & eodē modo demōſtrādū: oēs uero aliæ lineæ erūt declinātes ſuper has ſupficies, qm̄ ꝓcedunt ac ſi ſecare poſſint axem ſup centrū glacialis, & nulla ipſarū trāſit per centrū uitreæ ſi fuerit ſphærica, niſi axis tm̄ per 72. primi huius, qm̄ ſola illa eſt perpēdicularis ſuper ipſam, patet ergo ꝓpoſitū. XXV.

Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſſibili, non eſt poſſibile ſitū ſuarum partium mutari.

Oſtenſum eſt in 4. huius foramen eſſe in concauo oſſis, per qd' tranſit neruus opticus, ſed inter hoc foramen oſſis & inter circūferentiā glacialis coniunctā cū unea, eſt ſpacium aliquantulū, & neruus opticus extenditur in illo ſpacio ex fine foraminis uſq̄ ad circumferentiā glacialis ſecundum pyramidalitatē, & amplificatur quouſq̄ perueniat ad circumferentiā ſphæræ glacialis cum qua conſolidatur. Cū ergo iſte neruus declinat̄, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipſius oſſis, & quoniā concauitas oſſis continet totum oculū, declinato ſic neruo, & oculus mouebitur ſecundū totum in iſta cō cauitate, conſolidatiua enim quæ conſolidatur cum eo, q̄ eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motū oculi non eſt niſi à poſteriore totius oculi, non eſt ergo poſſibile ſitum partium oculi mutari, qm̄ ut per 7. huius patuit, centrū ſupficieꝝ tunicarū uiſus oppoſitaꝝ foramini uneæ ut corneæ, eſt idē cū centro oculi, ſicut ergo cū mouebit̄ oculus nō mutabit̄ centrū ocu-

li, quoniam ſphæra aliqua aliqualiter mota, non propter hoc mutatur ſitus centri, ſic nec centrũ ſuperficieꝫ tunicaꝫ oppoſitarũ foraminis uneæ mutat, ergo neq; ſitus tunicaꝫ oculi mutat, quia enim linea tranſiẽs per centra omniũ tunicaꝫ & humorũ oculi, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta ſuper baſem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius: & linea quæ tranſit orthogonaliter per centrũ circuli baſis alicuius pyramidis, neceſſario attingit uerticẽ pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur, neceſſe eſt moto oculo ſecũdũ ſe totũ partes eius nullo modo mutari, qm̃ linea quæ tranſit per centra illoꝝ partiũ, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9. huius, ex quo patet, ꝙ partes oculi nullo modo mutant. Declinatio enim partis pyramidalis nerui ſuper ſuperficiẽ circuli conſolidationis eſt ſemper declinatio cõſimilis, partes ergo oculi ſecundũ ſuũ ſitum nõ mutantur, & hoc eſt ꝓpoſitũ, & qm̃ oculi ambo ſunt cõſimilis diſpoſitiõis in ſuis tunicis & partibus, & in figuris ſuarũ tunicaꝫ, & in ſitu cuiuslibet tunicarũ reſpectu totius oculi, patet ꝙ nõ eſt diuerſitas inter illos quo ad hoc qd̃ ꝓponit̃ de ſuarũ partium ſitus mutatione ipſis oculis motis, ſitus enim linearũ ambaꝫ trãſeuntiũ per centra tunicaꝫ uiſus in utroq; oculoꝝ eſt ſemp ſitus conſimilis in oĩbus diſpoſitionibus oculoꝝ, patet itaq; illud qd̃ ꝓponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, neceſſe eſt alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim ſitus partiũ oculi non mutatur in utroq; oculoꝝ, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis oſſis, motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis, quoniã ſemper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliqd̃ fixum: motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amboꝝ oculorũ, in quo eſt uirtus animæ ſentiẽtis & mouentis, & qm̃ illa uirtus eſt indiuiſibilis & uniformis & principiũ, quo primo mouet eſt corpus naturale ſecundũ ſui formã naturalẽ indiuiſibile: palam ꝙ mouendo unum oculũ mouet & alterum, nec enim eſt maior ratio qua unum oculũ moueat, q̃ qua alterũ: uno itaq; oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouet̃, ut ſicut ab eodem puncto motus amborum incipit, ſic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & ſicut ab uno indiuiſibili incipiunt, ſic ad unum diuiſibilem terminenter, palam eſt ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uiſibus uno uiſibili directe oppoſitis, neceſſe eſt duas figurari pyramides, quarum cõmunis baſis eſt ſuperficies rei uiſæ, & axis cuiuslibet tranſit per centrũ foraminis uneæ, & per centrum ſui uiſus.

Qm̃ enim, ut patet per 17. huiꝰ, ſitus partiũ ſuperficiei rei uiſæ peruenit ad ſuperficiẽ utriuſq; uiſus, & in illa figurat̃ ſecundũ lineas ꝓpẽdiculares ab omnibus punctis ſuperficiei rei uiſæ ad oculi illius ſuperficiem productas, quarum omniũ concurſus ſecundũ puncta ſuarum incidentiũ reſpicit centrum oculi cuius ſuperficiei incidit, & demum poſt refractionem quælibet illarũ figuraꝫ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis, ambarum itaq; illaꝫ formarũ concurſus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaq; centra duorum uiſuum ſunt duo, palam, quia in uiſione eiuſdem rei à duobus oculis duæ pyramides uiſuales modo propoſito figurantur, Superficies enim rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſæ æqualiter ad uiſum, & axis cuiuslibet earum tranſit per centra foraminis uneæ ad centrum ſui uiſus. Sicut enim uiſibile directe opponitur uni uiſui, ſic directe opponitur & alteri, ex hypotheſi, & quoniam ambo uiſus æqualiter mouent̃ ad aliquid uidendũ, per præmiſſam patet, ꝙ ſemper in uiſione unius rei mediũ punctũ ſuperficiei uiſus oculi opponit̃ medio puncto ſuperficiei rei uiſæ, uel ꝓpinquo illi, medium aũt punctũ ſuperficiei uiſus uel oculi eſt centrũ foraminis uneæ per 4. huius: forma ergo illius puncti mediꝰ ſuperficiei rei uiſæ uel puncti ꝓpinqui illi, per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ ſuũ uiſus, & hoc eſt ꝓpoſitum.

Duo

XXVIII.

Duobus exiſtentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut priùs pluries dictũ eſt, forma recepta in ſuperficie glacialis pertranſit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus ſubtile, quod eſt in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo eſt ſentiens ultimũ, quod eſt uirtus ſenſitiua, comprehendens ſenſibilia, cuius uirtutis oculus eſt inſtrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo ſentienti, ſic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius nerui ſitus à duobus oculis eſt ſitus conſimilis, demum completur uiſio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uiſa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harũ formarum comprehendit ultimũ ſentiens formam rei uiſæ, & ſic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, niſi forte per aliquam occaſionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aſpiciẽs mutauerit ſitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus ſitus duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia ſitus ipſorũ ab una re uiſa eſt ſitus conſimilis, peruenerit forma ab una re uiſa in duo loca conſimilis ſitus, & cum ſitus unius oculorum fuerit declinans, tunc diuerſatur ſitus oculorum ab illa re uiſa, & ſic peruenĩunt duæ formæ illius rei uiſæ diuerſi ſitus, ſed hoc non ineſt uiſui naturaliter, ſed ſolum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas conſuetudini naturæ: quando itaq; ſitus oculorum fuerit naturalis, tunc ſemper ambobus uiſibus unius rei unam formam accidit uideri, quod eſt propoſitum. Duæ ergo formæ uiſi puncti inſiguntur in duobus mediis duarum ſuperficierum amborũ uiſuum, & quilibet punctus alius formæ uiſæ inſigetur in duobus locis conſimilis poſitionis in duobus uiſibus. Deinde duæ formæ uiſæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, ſecundũ quas fit uiſio ad punctum, quod eſt in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſibus perueniẽt ad idem punctum punctorum circunſtantium, punctum qui eſt in axe communi, ſic ergo duæ formæ totius rei uiſæ ſuperponuntur ſibi & efficiuntur una forma, & ſic uiſum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ ſuperficiebus uiſuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere eſt neceſſe.

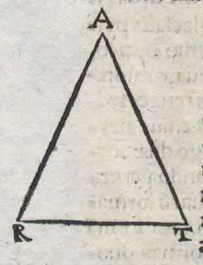
Quoniam enim quælibet axium tranſit per centrũ foraminis uneæ ad centrum uiſus, ut patet per 27. huius, ergo & pertranſit centrum ipſius ſphæræ uneæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uneæ centrum circuli ſectiõis uneæ, & medium punctum concauitatis nerui neceſſario penetrabit per 9. huius, palã ergo cũ perpendicularis ſemper maneat inconfracta per 47. ſecundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere eſt neceſſe, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam mediꝰ punctus nerui cõmunis eſt tantũ unus, palam quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt, patet ergo propoſitum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſem æquales eſſe, ex quo patet quod liniæ illæ productæ ſunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, ſitq; mediꝰ punctus nerui communis a, & conſtituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, cum enim poſito duorum neruoꝝ

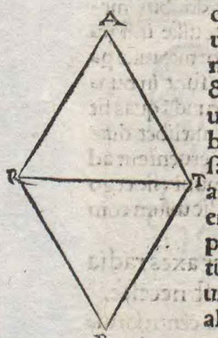
in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autē est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propositum.



XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborū uisuū perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis uneæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motū oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorū centris ad centra foraminum uneæ protenduntur, partes aūt superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ pueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundū modum unum, cū itaq; aliæ partes illorū axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uideā, patet per primā undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nō sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter cōiunguntur, quod est propositum, & licet axes præmisso modo refringātur, formatio tamen pyramidū uisualium fit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, nec; accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

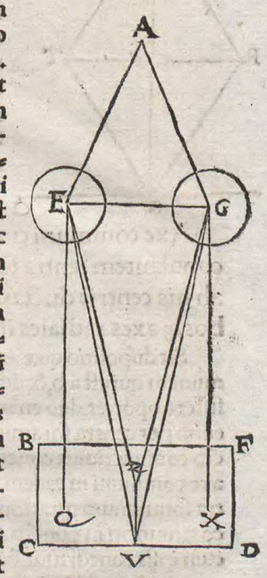


XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uneæ semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis pūctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exēpli causa æquedistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à cētris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctū u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uisualiū transeuntes per centra foraminum uneæ coniunguntur in pūcto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud pūctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorū terminos linea

linea z u producatur, & quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut nec; concurrunt si super perpēdiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno, alter ergo oculorū mouetur superflue, cum unus oculorum secūdum sui axem oīnia puncta lineæ z u, possit interceptiliter transcurrere: cōstituit aūt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisiōis et complemētum eius, ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud pūctum unum lineæ z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionē, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis, impossibile aūt nunquam accideret, si incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum ui suum semper est necesse, quoniam operatio amborū uisuum est uniformis, cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam, tunc uterq; uisus mouebitur super illud, & axes cōgregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uno ambo mouebūtur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorū procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & si alter uisuū quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterū quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum uisuū, palam ergo propositum, dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.

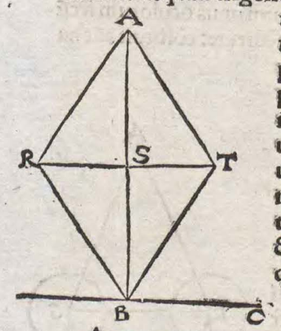


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint oīnia disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s, sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus q̄d sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producatur à puncto a, quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æqui angula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producatur item linea a s, usq; ad punctum coniunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum parciale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniã tota linea a b, cuiuscũq; puncto uiso incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem communem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborũ axiũ in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoq; ab ipso communi axe.



XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem amboscq; axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

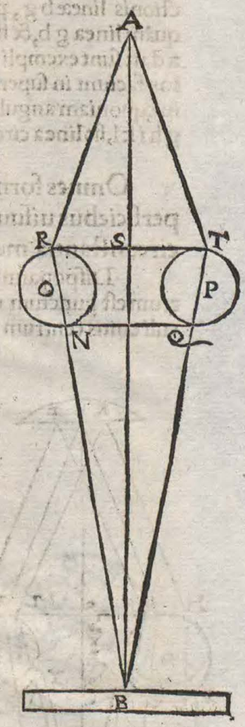
Sit dispositio quæ in proxima, dico ꝙd linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie cõsistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeũt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cõnectens centra foraminum girationis neruoq;, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, secant lineas r t & a b, in pũctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundũ undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pũcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuũ æquales esse, superficiebusq; amborũ uisuũ nec nõ superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundũ totũ non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producãtur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum eñ lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindãtur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedistat

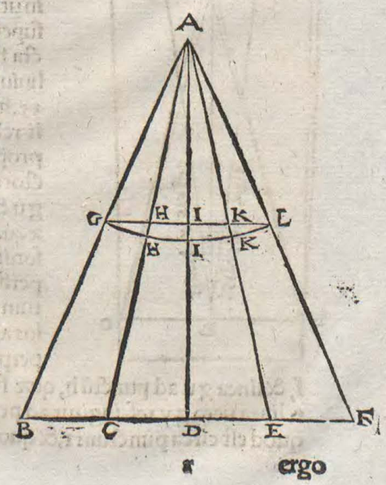
stat lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis est angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p præmissam, patet ergo quoniã axes radiales superficiebus ui suum æqualiter incidunt & secundũ angulos æquales, & si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea quæ est interduo centra oculoq;, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales; aliâs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisuum, & uniformẽ receptionem formarũ ꝙdlibet puncti multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ oẽs sensibiliter sunt æquales, eodẽ quoq; modo demõstrari potest, quia anguli qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo ꝓpositũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit secundum angulos minores: remotiorũ uero secundum angulos maiores: æqualiter uero distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a secũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, secundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes iste lineæ concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: sit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, est rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. primi, linea a g est maior quàm linea a h, & quia â puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & similiter angulus b g h cangulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i,

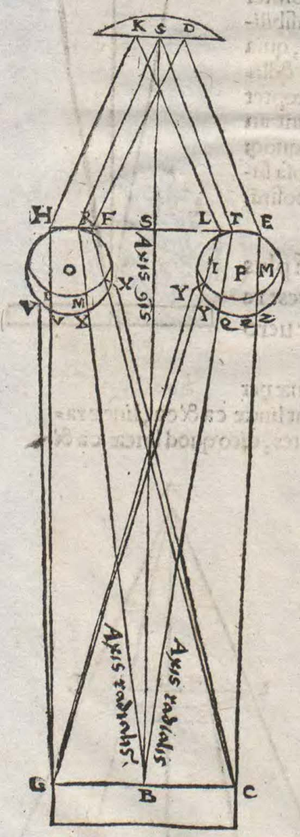


ergoꝫ penultimã ſecundi huius angulus refractionis lineæ c h eſt minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur ſecundum minorem angulum quàm linea g b, & ſimiliter eſt de linijs e k & f l, & quia lineæ æqualiter diſtantes ab axe a d, ut ſunt exempli cauſa liniæ a c & a e, ſecundum modum præmiſſum æquales angulos faciunt in ſuperficie uitreæ, qui ſunt c h i & e k i, patet per penultimam ſecundi huius, quoniam anguli refractionis ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quoniam linea g h i k l, ſiu linea circularis, erit eodem modo demonſtrandum per 50. ſecundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunſtantium puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt, ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter contingunt.

Diſponantur omnia alia ut in 35. huius, ſignenturꝙ in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum o, ex utraꝙ parte puncti etiam duo puncta u & x, & in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum p, ſignentur ex utraꝙ parte pũcti q, duo puncta y & z, ſitꝙ ſuperficies rei uiſæ oppoſita uiſibus, in qua ſit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius ſit b, & extremi puncti g & c, incidantꝙ axes radiales qui ſunt r b & t b, cũ axe communi qui ſit a b, ipſi puncto b, qui ſit punctus coniunctionis omniũ trium axium, protrahãturꝙ â punctis u & x, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt o, ad puncta g & c, ſuperficiei rei uiſæ duæ lineæ rectæ, quæ ſint u g & x c, & â pũctis y & z, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pũctorum ſuperficiei rei uiſæ quæ ſunt g & c, quæ in ſupficie oculi o incidunt in punctis u & x, in ſuperficie oculi p in punctis y & z, nõ peruenient ad medium punctum nerui communis quod eſt a, ſed circunſtant ipſum punctum a, ſimilis diſpoſitionis ut puncta c & g, diſpoſita ſunt ad punctum b, in ipſa ſuperficie rei uiſæ taliter, ut pũctus qui eſt dexter, ad punctum h, qui eſt punctus coniunctionis axium in ſuperficie rei uiſæ ſit dexter pertingens ad punctum a, & ſiniſter ipſi puncto b, fiat ſiniſter ipſi pũcto a, & ſic de alijs differẽtijs poſitionũ, qđ eſt ſurſum ad pũctũ b ſit ſurſum ad pũctũ a, & qđ eſt deorſum punctũ b, deorſum fiat ad punctũ a, producatur eñ in utroꝙ oculorum linea l m, recta uel curua, diſtinguens ſuperficiẽ uitreæ â ſuperficie glacialis, & hæc linea ſiue recta fuerit ſiue curua, quorum alterum eſt neceſſarium p 23. huius, ſemper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̃ & eadẽ de illis eſt demonſtratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmiſſam, & ideo quia propter conformitatem uiſuum & æqualem diſtantiã punctorum g & c, â puncto b, ex hypotheſi, ſequitur trigona y g u & x c z, eſſe æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, ſunt æquales, ſed & figuræ oculorum ſunt penitus ſimiles, et diaphonitas eſt conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in ſuperficie refractionis conformis refractio, & ſimiliter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & ſecundum angulos æquales, quilibet ergo ipſarum refringitur æqualiter â perpendiculari, ſit ergo ut linea t x refringatur ad punctũ f, & linea g u ad punctũ h, quæ ſunt puncta foraminis girationis termini circa punctũ r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pũctum alterius foraminis, quod eſt circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum ſecundũ lineas rectos bre-

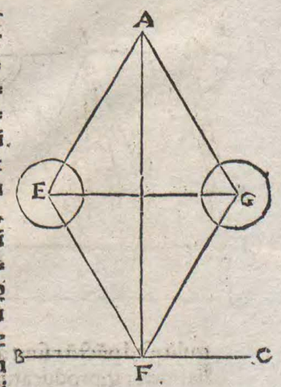


bruiſſimas refringuntur â perpendiculari in r, palam quia non concurrunt cum illa, ſed directe diffundentes ſe ad puncta nerui communis ſimilem ſitum & diſpoſitionem recipiunt eis quæ habent in ſuperficie rei uiſæ, quæ eſt baſis pyramidis uiſionis, linea ergo x f, quæ uenit â puncto c, rei uiſæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud â pũcto a quod ſit d, & linea u h quæ uenit â puncto g, rei uiſæ, refringitur ad punctum aliud â puncto a quod ſit k, & quoniam unius diſpoſitionis ſunt ambo uiſus, & oculorũ diſtantia eſt res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ â uiſibus ambobus ſunt æquales, & anguli incidentiæ ſunt æquales per 35. huius, anguli quoꝙ refractionis ſunt æquales per præmiſſam, palam quia linea u l, quæ eſt formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiuſdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoꝙ z c, quæ eſt formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. ſimiliter quoꝙ demonſtrandum de quibuslibet duobus punctis ſuperficie rei uiſæ, æqualiter diſtantibus â puncto coniunctionis quod eſt b. Omnes ergo formæ punctorum rei uiſæ æqualiter circunſtantium, puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter pertingunt, & ſeruatur figura & diſpoſitio totius ſuperficiei rei uiſæ in partibus ſuis, & in remotione â puncto quod eſt in axe ſecundum modum diſtantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur â puncto coniunctionis in ſuperficie rei uiſæ ſecundum diſpoſitionem angulorum refractionis in ſuperficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ inſiguntur in duobus punctis conſimilis poſitionis apud ſuperficies duorum uiſuum, peruenient ad illum eundem punctum concauitatis nerui cõmunis, & ſuperponuntur ſibi in illo puncto, & erunt una forma: lineæ quoꝙ obliquæ ſuperficiebus uiſuum incidentes, quæ in ſuperficie ipſius uiſus refringuntur, ad eandem ordinationẽ formæ poſſunt peruenire, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXXVIII.

Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe cõmuni concurrentes in ſuperficie rei uiſæ cum linea æquediſtante lineæ connectenti centra oculorũ uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

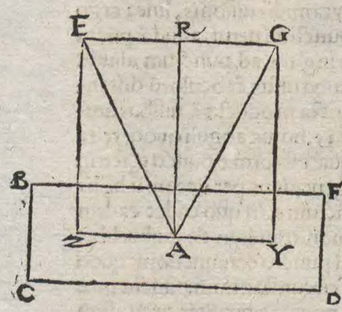
Sunt enim ambo oculi æqualis diſpoſitionis per 4. huius, patet etiam ſenſui quod ſunt diſtantiæ modicæ ab inuicem, & axis ſemp in quolibet oculo una tantũ linea transiens per centrum foraminis uneæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: ſit ergo ut lineæ b f c æquediſtat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, ſitꝙ medius pũctus nerui communis qui a, & ſit ut forma puncti ſuperficiei rei uiſæ quod ſit f, per axes f e & f g, peruenĩat ad centra oculorũ quæ ſunt e g, connexa per lineam e g, pertingatꝙ ad punctum a, quod ſit punctus medius nerui communis, & ſit axis communis qui a f, incidens ſuperficiei rei uiſæ in pũcto f, ſecundum angulos rectos, quoniam ſuperficies in qua ſunt omnes aſſignatæ lineæ axium & pũcta per 34. huius, erecta eſt ſuper ſuperficiem rei uiſæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorũ lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui eſt æquediſtans, ergo & lineæ uel ſuperficiei illi æquediſtanti p 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e eſt æqualis angulo a f g, erit ergo reſiduum duorum rectorum contentorũ ab axe & linea b c, quæ eſt communis ſectio rei uiſæ, & ſuperficiei axium inter ſe hinc inde æquale, axes ergo radiales incidũt ſupficiei rei uiſæ ſecundũ angulos æquales, & hoc eſt propoſitũ, quoniam angulus e f b ſit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquediſtantem lineæ connectenti centra oculorum in ſuperficie rei uiſæ illi æquediſtante protrahere.

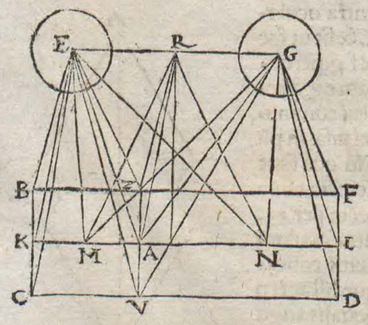
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur línea e g, ſitq; ſuperficies rei uiſæ b c d f, à cuius puncto dato quod ſit a, línea æquædiſtans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; línea e g, per æqualia in puncto r, p 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur línea a r, ducantur líneæ e a & g a, quæ ſint axes uiſuales concurrentes in puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis eſt axi g a, per 35. huius, & línea e r eſt æqualis lineæ g r, & línea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo línea a r perpendicularis ſuper lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uiſuum e & g ducantur æquediſtantes líneæ r a, per 31. primi, quæ ſint lineæ e z & g y. hæ ergo inter ſe ſunt æquales & æquediſtantes per 25. primi huius, & ſunt in eadem ſuperficie per primam primi huius, & quia cõmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei rei uiſæ tranſit per punctum a, & eſt per 33. primi æquediſtans lineæ e g, palam quod ipſa linea z a y, eſt linea quæ quæritur, eſt ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes líneæ productæ ab ambobus uiſibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis neceſſario ſunt æquales.

Verbi gratia ſint ut ſupra in proxima præcedente centra duorum uiſuum puncta e & g, & ſuperficiei rei uiſæ ſint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq; partem producatur línea una quæ ſit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; à centris uiſuum líneæ e u, g u, e z, g z, dico qd' líneæ e u & g u, ſunt æquales inter ſe, & líneæ e z & g z, æquales inter ſe, quoniam enim axes uiſuum æquales ſunt per 35. huius, palam quod axis e a eſt æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipſorum eſt rectus ex hypotheſi: ſed línea a u, línea eſt communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi baſis e u æqualis baſi g u, & ſimiliter erit baſis e z æqualis baſi g z, & eodem modo in punctis omnibus líneæ z u, accidit, palam ergo eſt quod proponitur. Poteſt et hæc aliter demonſtrari, ducaẽ enim à puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, in quo concurrunt axes, línea æquediſtãs lineæ e g, quæ eſt inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ ſit línea k l, eritq; illa línea k l, in ſuperficie rei uiſæ, ducatur quoq; línea z a, perpendicularis ſuper lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pũcto a, línea orthogonaliter ſuper líneam e g, quæ ſit línea a r, líneæ e g per æqualia in pũcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, qm̃ eñ axes e a & g a, ſunt æquales, erũt anguli ad baſem æquales, et línea r a cõmunis ambob9 trigonis e a r, anguliq; ad pũctũ r ſunt æquales, qa erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. ſexti, línea e r æqualis líneæ r g; producaturq; línea r z, erit ergo per 29. primi línea r a perpendicularis ſup líneam k a l, & qm̃ per 34. huius líneæ e a, g a & r a ſunt in eadem ſuperficie, & línea z a eſt perpendicularis ſup líneas e a & g a, ut patet ex hypotheſi, ergo per 4. undecimi línea z a eſt perpendicularis erecta ſuper illam ſuperficiẽ in qua ſunt líneæ e a, g a, r a, ergo & ſuper líneam r a. Item per 4. undecimi línea k a erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi línea e r perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiẽ r z a ex diffinitione, ergo líneæ erectæ ſuper ſuperficiẽ erit línea e r perpendicularis ſuper líneã r z, qa ergo duoq; trianguloq; e r z & g r z anguli ſunt æquales, qa erecti, & línea e r æq̃lis eſt líneæ r g, & latus r z cõmune erit per 4. primi, línea e z æqualis líneæ g z, & eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum líneæ z u demonſtrandũ, patet ergo ꝓpoſitum.

XLI.

Omnes líneæ productæ ab ambobus uiſibus, ad idem punctũ líneæ cũ ambobus axibus angulos obliquos facientis, neceſſario ſunt inæquales.

Sit omnimoda diſpoſitio ut ſupra in præcedente. Dico omnes líneæ ab ambobus uiſibus ad idem punctũ extra líneam u z, quæ ſola cum ambobus axibus facit rectos, ſemp ſunt inæquales, ſignentur enim in líneam k l ut oportet, ſecante líneam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, diſtantia quæ fuit m & n, & ducantur líneæ e m & e n, dico q; líneæ e m & g m ſunt inæquales, & líneæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctũ m línea quæ ſit r m, qm̃ ergo angulus e r a eſt rectus, ut patuit in præmiſſa, palam, quia angulus e r m eſt minor recto, angulus ergo g r m eſt maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m eſt commune, & línea e r æqualis eſt líneæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & ſimiliter eſt de omnibus alijs punctis extra líneam u z argumentandũ, patet ergo ꝓpoſitum. Iſta tamen inæqualitas illarum líneaꝝ minus eſt ſenſibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniũctionis.

XLII.

Omnes líneæ ad puncta æquediſtantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uiſibus ꝓductæ, neceſſario ſunt æquales, & æquales cũ illis lineis angulos cõtinentes.

Sit omnis diſpoſitio ut ſupra in duabus præmiſſis, & ſint m & n, puncta in línea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter diſtantia à puncto a, qd' ſit punctũ coniunctiõis axium, ita qd' línea m a ſit æqualis a n. Dico q; protractæ líneæ ab alterius uiſibus ut e n & g m & e m & g n ſunt æquales: cũ enim axis e a eſt æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui eſt angulus e a m, æqualis eſt angulo incidentiæ axis g a, qui eſt angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n ſunt recti, anguli quoq; r a e & r a g ſunt æquales, ut hæc patent ex prædemonſtratis in præmiſſis duabus ꝓpoſitionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: ſed & axes e a & g a ſunt æquales, & línea m a æqualis eſt líneæ n a ex hypotheſi, erit ergo línea g n æqualis líneæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi baſis e m æqualis eſt baſi g n. Et ſimiliter demõſtrari poteſt in omnibus alijs punctis ſimilibus, líneæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut ſic nominantur, & ut ab alternis uiſibus ad puncta æqualiter à puncto a diſtantia producuntur, neceſſario ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quocunq; etiam alijs líneis modo ſimili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarũ fit certa cõprehenſio à uiſu, magis autem ſecundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uneæ tranſeuntem.

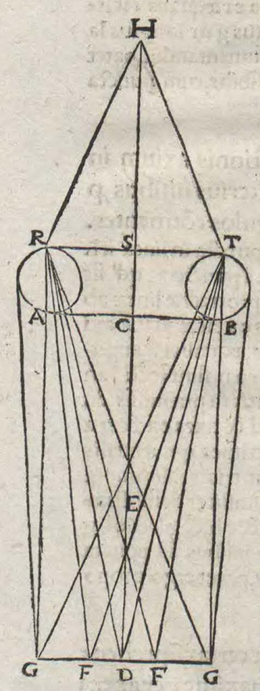
Solus enim huius axis extendit ſecundũ rectitudinem quouſq; perueniat ad locũ gírationis concaui nerui, & omnes aliæ líneæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uiſæ oppoſitæ medio ſuperficiei uiſus, peruenit ad glacialẽ & uitreum ſecundũ extenſionem uſq; ad locum gírationis neruí concaui: formæ uero quæ ueniunt ſecundũ líneas alias obliquantur, & quia diſpoſitio formaꝝ obliquataꝝ nõ eſt ſicut diſpoſitio formarũ extenſaꝝ recte, qm̃ obliquatio neceſſario ipſas alterat aliqua alteratiõe in certitudine comprehenſionis: punctus ergo formæ perueniens ad locũ gírationis concaui ner-

ui,qui extenditur ſecundū rectitudinē axis,eſt magis uerificatus omnibus punctis formarum,& quia obliquatio linearū uicinarū axi eſt minor,& remotio maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis ſuper quas ueniunt formæ,& ex ꝓpendicularibus ſuper axem ꝓductis in ſuperficie obliquationis linearū uicinarū axi,ſunt acutiores, & remotio minus acuti,ut patet per 36. huius:formæ uero,quarū obliquatio eſt minor,magis manifeſtantur,ꝙ formæ quarū obliquatio eſt maior:punctus ergo,qui eſt ſuper axem,perueniens ad locum girationis nerui concaui,eſt manifeſtior omnibus alijs punctis, & certioris comprehenſiōis,& qđ eſt propinquius illi,eſt manifeſtius remotiore ab illo:& ſimiliter eſt de forma perueniente in neruum cōmunem,ex quo comprehēdit uirtus ſenſitiua formas rerum,patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cōmuni exiſtente,certiſſima fit uiſio, propinque uero illi axi ad hæc certa,remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminū uneæ quæ a b,& ſit linea c e axis cōmunis,pūctus quoq; coniunctionis in ipſa linea c e ſit d,in quo cōcurrant axes a d & b d,& ſit medius punctus concauitatis nerui cōmunis punctū h. Dico ꝙ puncto d exiſtente in linea c e,tunc certiſſima fit uiſio:formæ enim uiſæ peruenientes ad ſuperficiē uiſus,ſunt tunc magis cōſimiles,eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminū uneæ,quæ ſunt ſignata ꝑ puncta a & b,formæ punctoꝝ circumſtantiū punctū d diſtincte,& conſimiliter incidunt circa illa centra,& qm̄ axis cōmunis qui eſt e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius,& per 29. primi,ideo quia linea cōnectens centra foraminum uneæ,eſt æquediſtans lineæ r t,cōnectenti centra foraminū girationis neruorū concauorū,ut patet ex præmiſſis,& per 4. huius:unde per 31. huius patet,ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineā a b,& eſt perpendicularis ſuper illam,eſt ergo palam per 4. primi,qm̄ axis a d eſt æqualis axi b d,& angulus d a c æqualis angulo d b c,ſed per 30. huius anguli h a c & h b c ſunt æquales,& qm̄ axis cōmunis,qui eſt e c, pertingit ad h punctū mediū cōcauitatis nerui cōmunis, ad qđ formæ à pūctis a & b diffunduntur:palam per 26. primi,qm̄ anguli c h a & c h b ſunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipſis axibus a d & b d ꝓpinque,quæ ſunt æquales quaſi ad ſenſum,ut patet per 40. huius:hæ enim lineæ radiales quaſi æqualiter incidunt punctis æqualibus ſuperficiei nerui cōmunis per 37. huius. Formæ itaq; punctoꝝ taliter uiſorū ſunt magis cōſimiles, unde fit tunc uiſio certior. Sed cū punctus coniunctionis fuerit modicū extra cōmunē axem,ut in puncto f,ſiue remotio illa fit ad partē ſiniſtrā uel dextram,ſurſum uel deorſum,ſiue ad alias utcunq;, tunc ad hæc duæ formæ quæ infigunt̄ duobus uiſibus, non multum habent diuerſitatis:unde punctū formæ,cui duo axes infiguntur ipſi puncto h,medio.ſ.puncto cōcauitatis nerui incidente,reſidua puncta formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus ipſis uiſibus incidentes,in concauitate nerui cōmunis circa punctū h uniuntur,non tamē ſecundū perfectionem prioris diſpoſitionis:uidetur itaq; & tunc res certa uiſione,non tn̄ in gradu certitudinis prioris:cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem,qui eſt c e,ut in puncto g,ad quācunq; differentiam poſitionis hæc contingat,tūc ad hæc punctus rei uiſæ,in quo duo axes concurrūt,infigetur ipſi puncto h. Sed formæ reſiduoꝝ punctorū illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h,non recipient diſpoſitionē prioribus duabus ſimilem,neq; erit illorum punctorum uiſio bene uerificata,ſed remanet minus certa,patet ergo propoſitum.



Omne

XLV.

Omne uiſum in puncto coniunctionis duorū axium uiſualium certius uidetur,eo ꝙ per radios axibus propinquos,& ſecundū remotionē ab axibus gradus certitudinis decreſcit,ex quo patet,ꝙ puncta ſuperficiei rei uiſæ æqualiter diſtantia à puncto coniunctionis,ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur.

Quoniā enim,ut patet per 43. huius,ſecundū omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis ſit certa cōprehēſio formæ uiſibilis à uiſu,magis aūt ſecundū lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrū foraminis uneæ tranſeuntem:in puncto aūt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius,palam ergo,cum uirtus duplicata ſit fortior ſui medietate,ꝙ in puncto coniūctionis certior fit uiſio ſecundū totam ſuperficiem rei uiſæ, quæ eſt baſis ambarū pyramidū uiſionis,& ſecundū proportionē dupli ad duplū,quæ eſt ſimpli ad ſimplū,ſecundū lineas uero radiales quæ ſunt propinque axibus fit minus certa uiſio ꝙ per axes,quoniā formæ punctoꝝ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, non perueniunt directe ad mediū cōmunis nerui,unde non fit adeo perfectū de illis iudiciū, ut de formis peruenientibus per ipſos axes:ſecundū remotionē uero illarū linearū ab axibus gradus certitudinis uiſionis decreſcit,quia cum partes ſuperficiei rei uiſæ quibus axes incidunt,& partes illis proxime manifeſtius uideantur per 43. huius ſecundū partes remotiores illius ſuperficiei,quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis,eſt debiliſſima certitudo uiſionis,& ſecundū alias partes medias fit media diſpoſitio certitudinis,ſecundū qđ plus accedunt axibus,uel ſecundū ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpoſitum,& per hoc patet corollariū,qm̄ in punctis ſuperficiei rei uiſæ æqualiter à puncto coniunctionis diſtantibus eadem eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & inde,quoniam illarum formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus,& ex conſequenti in ſuperficie nerui cōmunis ſemper figurantur,patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uiſum in quo concurrunt duo axes uiſuales,uel radij illis propinqui,uidetur ſemper unum.

Quoniā enim formæ per axes radiales peruenientes ad uiſum æqualiter incidunt uiſibus ambobus per 35. huius,per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui,concurrūt ergo ambæ illæ formæ ad punctū unum,& una ipſarum ſupponit̄ alteri,& ſiunt forma una,& qm̄ omnia uiſa nobis aſſueta ſemp̄ ſunt oppoſita ambobus uiſibus,& ambo uiſus aſpiciūt ad qūlibet illorū uiſibiliū,propter qđ duo axes duoꝝ uiſuū ſemper cōcurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32. huius, & poſitio radioꝝ reſiduorū qui circūincidūt cōmuni puncto ipſoꝝ eſt poſitio cōſimilis per 37. huius, maxime qm̄ non differūt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter hoc ergo quodlibet uiſorū aſſuetoꝝ uideť ambobus uiſibus unum, & qa ut p̄miſſum eſt, patet per 37. huius,qm̄ omnes formæ punctoꝝ æqualiter circūſtantiū puncta,quæ ſuperficiebus uiſuū incidūt ſecundū axes radiales ad puncta æqualiter circūſtantia mediū punctum nerui cōis conſimiliter pertingūt:lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uiſualibus, quia nō multū oblique incidunt uiſibus,ideo nō multū oblique refringunt̄,qm̄ ipſarū refractio eſt ſecundum angulos minores per 36. huius,directius ergo peruenīūt ad concauitatem nerui,& contingūt ergo ſe circa medium punctū concauitatis nerui,& ſuppo nuntur ſibi adinuicem,fiuntq; forma una,& hoc proponitur.

XLVII.

Omne uiſum in quo concurrit axis communis,& unus axium uiſualium comprehenditur ſemper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehenſionis,& axis uiſualis unicus unam tantum formā regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui cōmunis,uidetur ergo una tantum forma,quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquā partē nerui diſtinctā ſecundū partē uel ſecundū remotionē,patet ergo ꝓpoſitum.

Nullū

XLVIII.

Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim ſiue aliqd uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illam, ſemper punctum eius cui incidũt axes uiſuales certius uidetur, q̃ puncta quibus incidũt radij ꝓpinqui, & illa puncta certius uidentur, q̃ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullũ uiſum totum ſimul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipſius cõmuniter per oẽs tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi trãſcurſa fuerint, tũc ſolum æqualiter eſt totum uiſum, quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendeẽ tunc partium æqualitas adinuicem in oĩbus diſpoſitionibus ſuis, tũc ergo tota res æqualiter uidebiẽ: nullus aũt motus eſt in inſtanti, ſed ſolũ in tempore, palam ergo, ꝙ nullũ uiſoꝝ ſimul totum æqualiter uidebitur, ſed bene eſt poſſibile ipſum totũ ſimul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ oppoſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt ꝓduci ad uiſum, ſimul multiplicanẽ ad uiſum, q̃uis ſecundũ diuerſitatẽ angulorꝝ diuerſimode ſecundũ diuerſas partes uideanẽ: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorũ æqualius uidenẽ, q̃ corpora diametroꝝ maiorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, q̃ ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene certificata; hæ enim comprehenduntẽ per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpoſitũ.

XLIX.

Impoſſibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

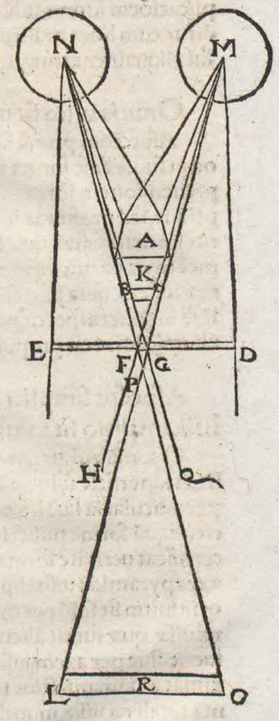
Quãuis enim uiſus quandoq̃ eodẽ tempore opponaẽ multis uiſibilibus diuerſi coloris, inter quãlibet quarũ & uiſum produci, poſſunt lineæ rectæ in aëre cõtinuato medio inter eas & uiſum, peruenianteq̃ formæ lucis & coloris, quæ ſunt in rebus uiſis ad ſuperficiẽ uiſus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipſaꝝ ad quãlibet partem ſuperficiei uiſus ꝓpter earũ directam oppoſitionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic ĩ tota ſupficie uiſus ſint multa lumina diuerſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiẽ uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit diſtincta uiſio niſi ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas, & ſecundũ hæc diſtinguunt formæ ſecundũ diſtinctionẽ partium ſuperficiei uiſus, in quas ſolum incidunt perpendiculares, & licet ſic peruenĩant ad ſuperficiẽ uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tñ comprehendit omnes formas ſecundum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſſibile plura ſimul uidere, ſed inæqualiter & indiſtincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundũ ſuũ eſſe, & figuram ordinatã in ſui ſuperficie ſecundũ ordinem quã habet in ſuperficie rei uiſæ, extra poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarũ rerum uiſarũ præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias huius rei partes, & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecundum ſuũ eſſe, & ſentire ſitus eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud qd̃ uidet ſecundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uneæ ipſi centro uiſus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt ſecundũ alia puncta ſuperficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorũ enim omniũ axes ſunt longiores, etiã ſi ab eadem diſtantia ꝓcedant: aſpiciens itaq̃ qñ fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus, inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus manifeſtiorẽ illis quæ ſunt à parte laterum illius mediĳ, & qd̃ eſt propinquius medio & manifeſtius, & qd̃ eſt remotius, erit minus manifeſtum, ut hæc omnia patent per 43. huius, eſt ergo impoſſibile plura ſimul æqualiter uideri, qm̃ impoſſibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntẽ per centrũ uneæ ſimul pluribus punctis neq̃ ſuꝑficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propoſitum.

Inter-

L.

Interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotiorum quandoq̃ ſecundum aliquid uiſio impeditur.

Exempli cauſa ſint duo puncta n & m centra duorum uiſuũ, & ſit r punctum cuiuſdam rei uiſæ, quæ ſit l o, remotior ab ambobus uiſibus q̃ ſit res uiſa, quæ ſit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uiſuales, quæ ſunt m k & n k, ſitq̃ punctum r taliter poſitum, ut ipſum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq̃ eius capiaẽ per interpoſitionẽ rei uiſæ quæ eſt b c, ſit aũt uiſibile e d remotius q̃ ſit ipſum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter diſpoſita, ita ꝙ lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipſo p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ ſit f g: lineæ uero m p & n p interſecantes ſe in pũcto p, ꝓtractæ contingẽt periferiã corpis, in q̃ eſt punctũ r in pũctis l & o, ſit uero a q̃ddam uiſum ꝓximũ uiſui cadens inter axes m k & n k, dico qñ uiſus cõprehendit in eadẽ hora in ſimul formas uiſibiliũ q̃ ſunt b c & c d & r, qd̃ qñ q̃ impediẽ ſecundũ aliqd uiſio ipſius e d, qm̃ impediẽ ſecundũ ſui partẽ quæ eſt f g, quæ cũ ſit obumbrata uiſui per interpoſitionẽ uiſibilis qd̃ eſt b c, patet ꝙ forma illius partis nõ pueniet ad uiſum, neq̃ ſeruabiẽ in neruo cõi: forma uero uiſibilis remotioris ꝙ eſt l o, in quo eſt punctũ r, qm̃ ipſum cadit inter lineas n b & m c, ſecantes ſe in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, ſuis terminis l & o incidũt, patet ꝙ ꝓueniet ad uiſum, nõ impediente uiſibili b c, qa tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uiſuales, forma eius uidebiẽ inordinate ſecũdũ ſitũ earũdem partiũ ipſius formæ, q̃ ſibi directe nõ ſupponenẽ, ut oſtenſum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate ſecundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis, ꝓpter diuerſitatẽ incidẽtiæ ipſaꝝ lineaꝝ, per quas ad ueniũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut ſunt lineæ m l & n l reſpectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o reſpectu formæ puncti o, pars tñ uniuerſi, quæ attẽdiẽ ſecundũ dextrã uel ſiniſtrã, ſurſum uel deorſum ptiũ ipſius formæ nõ mutatur, uiſum eniĩ b c cũ ſit minus uiſo l o, in quo eſt punctũ r, qm̃ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uiſi b c ſit in duobus locis duaꝝ uiſuũ conſimilis poſitionis, & forma uiſi ꝙ eſt l o diuerſificabitur ſecundũ ſitum partiũ ſuæ formæ, & ſecundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, qm̃ eſt magna diuerſitas in angulis reflexionis ſuaꝝ partialiũ formaꝝ, ſicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere poteſt per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuerſi, quia formæ partiũ ſuo ordine diſponenẽ, ut ſunt in re, & res uidebitur una, ꝙ nõ accidit in forma uiſi. ſ. ipſius a, ꝙ propinquius uiſui eſt, ſi ipſum paruæ fuerit quantitatis, & nõ ſit in illorũ corpoꝝ poſitione differentia ſenſui, ita ꝙ corpus a cadat inter axes m k & n k, qñ itaq̃ ambo uiſus ambas res uiſas, in quibus ſunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi ſunt in uiſo b c, ſecundũ loca nõ obumbrata inſtituũtur illarũ rerum uiſarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uiſuum, & fiunt conſimilis poſitionis in parte uniuerſi, & nõ in remotiõe à pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt conſimilis poſitionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiſo uero a, ꝙ eſt proximũ uiſibibus, qm̃ ipſum cadit inter axes m k & n k, & eſt ꝓpinquius uiſui, quia eniĩ figuntur in ipſo axes, poteſt fieri poſitio eius in reſpectu amboꝝ uiſuũ diuerſa in parte ipſius uniuerſi, ita, ut nec uideatur ad ſiniſtrã nec ad dextrã, qm̃ forma ipſius quantum eſt de ſe ad nullam partium uniuerſi ſecundũ reſpectum puncti mediĳ ipſius nerui concaui, cui axes



uiſuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uiſu exiſtente fixo interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotioꝝ quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur, ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſoꝝ, in ſimul tũc formæ omniũ uiſibiliũ cõprehẽdent ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe. & comprehendent ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ: huius aũt rei totius ratio eſt hæc, quia certitudo uiſionis ſit ſecundũ axes, & uiſio fit per multiplicatiõem formæ uiſibilis in uiſum, quæ uero nunq; tunc per corpus interpoſitũ impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam ui ſui aliqualiter attingit, & hoc eſt quod uolebamus.

LI.

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ, uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum, quo primo ſimpliciter recipitur in oculi ſuperficie forma rei uiſæ: intuitionem uero dicimus illũ actum, quo uiſus ueram cõprehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit, non contentus ſimplici receptione, ſed profunda indagine: uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit intentiones manifeſtas, quæ ſunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui, & certificat omnes diſpoſitiões illius formæ uiſæ, & quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione, cuius intuitio non poteſt eſſe ſine ſimplici aſpectu, patet q̃ omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſibili, intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.

Quoniã enĩ, ut patet p̃ præmiſſam, aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibilis in ſuperficie uiſus, palam q̃ ipſa ſit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ, quælibet enim ꝓpendiculariũ ſiue lineaꝝ radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17. huius, adducit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus: quia uero intuitio certificat ueritatẽ formaꝝ cõprehenſarũ, certificatio uero oĩm formaꝝ uiſibiliũ pl9 fit p̃ axes pyramidũ uiſualiũ, cuius per aliquã aliarũ lineaꝝ illius pyramidis per 43. huius, patet q̃ intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud qd̃ opponitur medio uiſus ex illa re uiſa fuerit, ſiue per axem uiſualem aut prope illum, tunc erit ipſum qd̃ eſt in axe, uel q̃ approximat axi, manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ: ſi itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ, mouebit ambos uiſus, donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorũ, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, tunc ſentiens comprehendet totam formam cõprehẽſione qualicũq; per 43. huius, & partem quæ eſt apud extremũ axis comprehendet uera comprehenſione, deinde mutatis axibus ad aliud punctũ, tunc idem punctum uerius cõprehendet, & tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehenſio totius formæ, & etiã illoꝝ punctoꝝ qbus prius axes incidebãt, & ita ſcd̃m numerũ punctoꝝ qbus incidũt axes, numeratur cõprehẽſio totius formæ, ſem per tñ punctus, cui axes incidũt, certius alijs pũctis cõprehendet. Sic ergo intuens p̃ motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ, & inſup reiterat frequentationẽ cõprehenſionis totius formæ ſcd̃m numerũ punctoꝝ qbus incidũt ipſi axes, apparet ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non certificabitur forma rei uiſæ, niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ, nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in re uiſa, apparent uiſui niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut radialium linearum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ, & etiam ſi res fuerit

infimæ

infimæ paruitatis, & non fuerit oppoſita uiſui, nõ intuebitur illam uiſus intuitione perfecta, niſi donec moto uiſu axis radialis tranſiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei, ſic ergo fit ſolum intuitio ſecundum axis pyramidis radialis incidentiam, cuius aſpectus ſimplex fiat ſecundũ omnes lineas radiales totius pyramidis uiſualis, patet ergo propoſitum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipſius oculi ſemper manet fixus in ſuo ſitu, quoniã ille motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis.

Motus enim axis ſuper partes rei uiſæ non eſt per girationem axis à loco centri ipſius uiſus, & per motum eius per ſe ſuper partes rei uiſæ, patet enim per 24. & 12. huius, q̃ linea axis extenditur recte uſq; ad locum girationis nerui, ſuper quem componitur oculus, & q̃ ſitus eius à uiſu non mutatur, ſed cum totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ, & medium oculi, in quo eſt ſenſus uiſiuus, opponitur cuilibet partium rei uiſæ, tũc axis tranſit per quamlibet partium rei uiſæ, & ſecundum iſtum modum tota forma cuiuslibet partis rei uiſæ extenditur ad uiſum ſemper ſecundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco ſuo reſpectu omnium partium & tunicarum oculi, ſed cum girabitur axis in concauo oſſis cum motu totius oculi, & cum uiſus uoluerit intueri rem uiſam, & inceperit intueri in extremitatem rei uiſæ, & tunc extremum axis ſuper extremitatem rei uiſæ, eritq; in diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſuperficiei uiſus, declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem ſuper quã eſt axis, quoniam forma eius erit in medio uiſus & in loco axis, eritq; reſiduũ formæ obliquũ ad aliam partem ab axe: & cum uiſus poſt illam diſpoſitionem mouebit ſuper aliquã diametrũ rei uiſæ, trãsferẽ axis ad partẽ ſequentẽ illã partẽ rei uiſæ, & erit forma primæ partis declinans ad locũ aliũ oppoſitũ loco ad quẽ mouebit axis, & nõ ceſſabit forma declinare q̃diu mouebit axis ſup illã diametrũ, quſcq; axis pueniat ad ultimũ illius diametri rei uiſæ, q̃ eſt pars alteri9 rei uiſæ, & ſic erit forma toti9 rei uiſæ in iſta diſpoſitiõe obliqua uiſui & puncto oppoſito ipſi axi, etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuerſis incidente, præterq; ultima pars & extrema ipſius rei uiſæ quæ remanebit ſup axem, & in medio uiſus & axis, in iſto toto motu erit fix9 in ſuo ſitu q̃tũ ad trãſitum uniformẽ omnium tunicarum oculi, patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

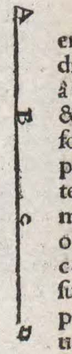
Axis in motu intuitionis nunq; fit baſis anguli quem reſpicit ſuperficies rei uiſæ, neq; ſemper ſecat angulum quẽ reſpicit aliqua diametrorũ rei uiſæ.

Quia enim iam oſtenſum eſt in præcedente theoremate, q̃ axis in toto motu oculi ad intuendum ſemper manet fixus: ſi ergo axis fieret baſis angulo quẽ reſpicit ſuperficies rei uiſæ, oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes, & moueri axem, hoc autem nõ eſſet poſſibile, niſi quoniam axis moueretur per ſe toto oculo quieſcente, & quia hoc eſt impoſſibile per præcedentem, totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius, & moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur: incidente enim axe radiali diuerſis punctis ſuperficiei rei uiſæ, licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem baſis ſit. Variato tamen axe, cauſatur ſemper noua pyramis, quamuis uideatur ſemper una, ideo quia motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis: per hunc itaq; motũ comprehendit uiſus quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſæ uiſui medio in puncto ſcilicet axis, & per hunc modum mouetur forma rei uiſæ ad ipſam ſuperficiem uiſus, & mutatur pars ſuperficiei uiſus in qua prius fuit forma, quoniam forma rei uiſæ apud motum axis erit in una parte ſuperficiei uiſus poſt aliam partem ſuperficiei uiſus, quotiens enim comprehenderit uirtus ſentiens partem rei uiſæ, quæ eſt apud extremum axis, totiens comprehendet cum hoc totam ſuperficiem rei uiſæ, & comprehendet totam illam partem ſuperficiei uiſus, in qua puenit forma totius rei uiſæ, quæ ſemper eſt alia & alia, quãdiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uiſæ non terminantiũ ipſam

diametrum,tunc axis diuidit angulum,cui in centro uisus subtenditur illa diameter,sed cum incidit ipsi termino diameter,tunc ipse axis fit una linearum continentium illũ angulum,nõ ergo secat semper illũ angulũ,quod est propositum.

LV.

Necesse est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.



Si enim fiat aspectus simplex in tempore,quantumcunq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis,& quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu,palam tunc, ꝙ secundum spacium distantiæ uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus,producatur itaq; linea a b c d,& sit uisus ad punctum a & aliqd' uisibile sit apud punctum b. Cum itaq;,ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum,si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili,sit aliud uisibile in puncto c,& sit spacium a c multiplex spacio a b,erit ergo tempus,in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori,in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a,& si hoc tempus nondũ sit sensibile,sicut in ulteriori puncto uisibile d remotiori à uisu à,cẽ est ipsum c,sitq; spacium d a multiplex spacij c a,ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a:forma itaq; puncti d multiplicabit' ad uisum a in tempore multiplici temporis,in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requirit' in ipsa operatione uisiua plus temporis,cẽ in spacio a b:apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua,neq; enim est sensibilis differentia temporis,quo mouetur res proxima,aut aliqua stellarum fixarum,cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium:impossibile est ergo uisionem,quæ fit aspectu simplici,fieri in tempore,sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem,fieri in instanti & subito,eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri est necesse,tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim,ut patuit in 51. huius,intuitio sit actus uirtutis uisiuæ,quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciẽdo perquirit,& semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueant̃,ut declaratum est per 52. huius:cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili,ideo,quia ut alibi declarauimus,tempus est proportionale motui,palam, quia omnium intuitionũ in tempore sensibili fieri est necesse: tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formaꝝ uisibilium eorum,quæ quis intuetur,cuius exemplũ est, ut si uisus comprehendat animal longũ multoꝝ paruorũ pedũ,qd' moueatur,tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius,& per motum comprehendit ipsum esse animal,deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multorum pedum,ex comprehensione distantiæ inter pedes,non tñ cognoscit numerũ ipsoꝝ pedũ,& deinde diligentius intuens cognoscet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu:cõprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore,& cõprehensio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori,in quo cognitũ est ipsum esse animal:numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illoꝝ temporũ, oportet enĩ uisum intueri quemlibet illoꝝ pedũ,& numerare illos,erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ scdm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ,& hoc etiã patet p diuersitatẽ aliaꝝ uisibiliũ intẽtionũ:tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uisibiliũ formaꝝ,q̃rũ una est numerus,diuersat̃ secundũ diuersitatẽ intẽtionũ formaꝝ intuitarũ,patet ergo propositum. LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici,sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum eñ formæ uisibilium sint cõpositæ ex multis intentionibus particularibus,qui busdam illarum existentibus grossis,primo aspectui se offerentibus,quibusdã uero subtilibus ualde,ut sunt lineatiões minutæ & colores minutatim dispersi,& similia quæ primo aspectui qui est instantiuus per 55. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur,& non prius: uisus enim nõ comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omniũ intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones,non comprehenditur à uisu secundũ ueritatem sui esse primo aspectu,sed post intuitionem diligentem,& quoniam etiam in formis in quibus nõ sunt subtiles intentiones,uisus illarum carentium à primo aspectu dijudicare nõ potest, ideo etiam tunc est opus intuitione,nec enim potest certificare ueritatẽ formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ:palã itaq; quia uisus nũquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem,& hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam,& fuerit certificata forma eius apud sentientem,tunc forma illius rei uisæ remanet in anima,& figuratur in imaginatione ipsius uidentis,ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ,tũc est forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ,quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam,sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animã,& renouatur forma prius uisa apud animã, & si aliquid ex intentionibus illius formæ oblitioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima aũt,per formam secundam rememoratur formæ primæ,& cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam,erit anima magis rememorans illam intẽtionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata,quia in prima uisione,in qua forma rei uisæ uenit ad animam,forte anima nõ comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neq; certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit,& quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat,& cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum,magis certificabitur sibi esse totius formæ,patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores,ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum luces & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia,sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus,unde ipsa sine alijs offerũtur uisui,ut sine situ figura et magnitudine et similibus,alia uero nõ offeruntur uisui sine illis,uisibili enim actu lucem non participiante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius,circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis,lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur à uisu secũdum suum esse per se ex ipso sensu,lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ in solo sensu uisus,lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatiõe corporis sentientis quod est de substantia oculi,et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis,quæ est hypostasis coloris: sicut enim sentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam,ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuiſibilium, quoniam illa quaſi pluria à pluribus ſenſibus ſentiuntur, et ſine aliqua ipſo rum ſolo ſenſu uiſus ſentiãtur, & non alijs ſenſibus particularibus hoc accidit, uel ex iſto rum aliqua participatione, uel iſtorum priuatione, ſicut eſt in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus neceſſaria eſt ratio cõferens hinc inde, quæ non eſt neceſſa ria in comprehenſione lucis & coloris, patet ergo propoſitum.

LX.

Omne uiſibile aut comprehenditur à uiſu ſolo ſimpliciter, aut cum ratio ne & diſtinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per ſe ſimpliciter comprehẽdit ſolus uiſus, ſunt tamen plura aliorũ quæ de numero uiſibilium ſunt ſuppoſita, quæ uiſus quidem comprehendit non tamen ſimpliciter per ſe ipſum, ſed alijs actionibus animæ accedentibus, & ſunt plura talia uiſibilia, quorum comprehenſio non eſt puro ſenſu uiſus, quoniam uiſus quando comprehendit duo indiuidua eiuſdem ſuperficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod ſunt ſimilia, ſed ſimilitudo duarum formarum non eſt ipſæ formæ ambæ neq; una ipſarum, ſed neq; forma tertia propria conſimilitudini, ſed eſt conuenientia illarũ duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ ſimilitudo niſi ex operatione unius ipſarum ad alteram, non fit ergo ſimilitudinis comprehenſio per ſolũ uiſum, ſed ex po tentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuerſas formas uiſas ad inuicem comparantem, et etiam quando uiſus uidet duos colores albos, quorũ unus eſt albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum eſt fortioris albedi nis, comprehendet ergo ſimilitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuerſita tem illorum in fortitudine & debilitate: diſtinctio uero inter illas duas albedines nõ eſt ipſe ſenſus albedinis, quoniam ſenſus albedinis eſt ex albatione ſuperficiei uiſus, quæ fit ab utroq; albedine, diſtinctio autem illarum albedinum fit propter diuerſitatẽ actio nis illarum duarum albedinum in ipſum uiſum, non eſt ergo illa diſtinctio à ſolo ſenſu, ſed eſt ab alia uirtute animæ, quam dicimus diſtinctiuam: & ſimiliter eſt de comparatione & diſtinctione aliarum ſenſibilium formarum: nihil enim illorum accipitur ſolo uiſu, ſed ratione & uirtute diſtinctiua coadiuuantibus: uiſus enim per ſe non habet uirtu tem diſtinguendi, ſed uirtus diſtinctiua animæ diſtinguit omnia illa mediante uiſu, pa tet ergo propoſitum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium ſæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuerſalis exiſtens uiſui principiũ co gnoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei.

Quia enim quodlibet uiſibilium indiuidualium habet formam & figuram, in qui bus conueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei, quæ diuerſantur ſolum intentionibus particularibus cõprehenſis p ſenſum uiſus, & forte erit in oĩbus illis indiuiduis color unius modi, ut quaſi uniuerſaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & ſi milibus, in qbus eſt uniformitas coloris conueniens toti ſpeciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ur ſum album, ſi itaq; forma & figura & color & omnes intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui ſpeciei, eſt forma uniuerſalis totius ſpeciei, & uiſus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium il lorum intentionẽ, quæ conueniunt illi ſpeciei, tunc anima iudicabit illud particulare ui ſum eſſe indiuiduum illius ſpeciei, non tamen propter hoc cognoſcet unum indiuiduũ ab alio indiuiduo eiuſdem ſpeciei diſtinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuerſantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipſa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo priuſ uiſorum indiuiduorum ipſi uiſui occur rente per intuitionem indiuiduorum illius ſpeciei, cuius forma eſt apud animam, itera bitur à uiſu intuitio illius formæ uniuerſalis quæ eſt illius ſpeciei, cũ diuerſitate formæ particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuerſalis per intuitionem alterius indiuidui

indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quieſcet, ex diuerſitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uiſum cũ formis uniuerſalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuerſitatem indiuiduorum eiuſdem ſpeciei, et per conuenientiã accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis cõprehendet, quod for ma in qua conueniunt oĩa indiuidua illius ſpeciei eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua, & eſt illa forma uiſui principium cognoſcendũ omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad il lud quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatũ & de intentiõibus par ticularibus ſenſibilibus quibuſcunq;, patet ergo propoſitum.

LXII.

Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intui tionem, aut per intuitionem cum ſcientia præcedente.

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehendũtur uiſibilia ex tranea, ut quando uiſus comprehendit rem uiſam quam antea non perceperit nec in ſe nec in ſua ſpecie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes diſpoſitiones & for mam eius ueram, non tamen cognoſcit formam eius, quia ipſam antea non percepit, uel non recolit: ſic ergo comprehendetur illa forma uera comprehenſione per ſolam in tuitionem, comprehenſio aũt uera formarũ uiſibilium alia ab alia quæ fit per ſolam in tuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quãdo uiſus com prehendit formam alicuius rei uiſæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ in tentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ eſt ſcientia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formã uniuerſalẽ quam comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionem formæ in anima per rememora tionem illius rei uiſæ ſpecialiter, & deinde intuens intentiones reſiduas quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit particulare formam illius ipſi uiſo indiuiduo appropriatam, & ſi fue rit rememorans illius formæ particularis, ut priuſ per uiſum comprehenſæ, tunc cogno ſcet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uiſa comprehenditur uera compre henſione, niſi aliquo iſtorum modorum, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Eſt enim cognitio comprehenſio ſimilitudinis duarum formarum ſcilicet formæ quam comprehendit uiſus apud cognitionem, quando ſentit ſe cognoſcere rem quam uidet, & formæ quieſcentis in anima priuſ comprehenſæ, unde non fit uiſualis cognitio niſi per rememorationẽ, quoniã ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & præ ſens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam: ſemper itaq; fit cognitio ex aſſimilatio ne formæ quieſcentis in anima ad formam poſtea uiſam extra, ſiue forma quieſcens ſit forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi, uiſus itaq; comprehendit multas res p cogni tionem, cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equum eſſe equum, & Socratem eſſe Socratẽ, & cognoſcit alia ſibi aſſueta, & arbores & plantas & lapides, quæ priuſ uidit, & cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quã titates omniũ rerum ſibi conſuetarum, quæ non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59. huius, nec tamen cognoſcit uiſus omne quod uidit priuſ, niſi quando fuerit rememorans for mæ priuſ uiſæ, non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationem formã præſentis rei uiſæ formæ priuſ uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem, nunquam enim poteſt fieri cognitio niſi per comparationem formæ quieſcentis in anima ad for mam uiſam extra, ſic ergo patet, quoniam comprehenſio uiſualis per cognitionem ſem per fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt neceſſe

neceſſe, ſed in minori quàm ſit tempus comprehẽſionis per ſolã intuitionẽ.

Quoniã em̃ ſicut in p̃cedente ꝓpoſitione præmiſſum eſt, oĩs uiſualis cognitio fit p̃ intuitionẽ & formam in anima quieſcentem rememoratam & applicatam formæ, nũc per diligentem intuitum perſpectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uiſæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per diſcurſum animæ per formas quas apud ſe habet in imaginatione, quæ ſi quærenti animæ ſtatim occurreret, non eſſet rememoratio ſed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, ſcilicet intuitio & rememoratio, uel ipſorum alterum fit in tempore, patet etiã qd' omnis comprehẽſio uiſualis cognoſcitiua fit neceſſario in tempore, ſed in minori quam ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem, quoniam intuitiones exiſtentes in anima præſentis memoriæ non indigent ut cognoſcantur omnes intentiones quæ ſunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, ſed ſufficit in comprehenſione eorum comprehenſio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, eſt ſignans ſuper illas formas, ut quãdo uiſus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, ſtatim comprehendit quod ſit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ ſuæ faciei uel partium aliarum, ex comprehenſione ergo quarundam intentionum quæ appropriãntur formæ hominis, comprehendit quod idem uiſibile ſit homo ſine indigentia cõprehenſionis partium aliarũ, quas comprehendit ſolum per cognitionẽ præcedentem ex formis reſidentibus in anima, per comprehenſionem alicuius intentionis propriæ illi individuo, ut per glaucitatem oculorum uel oris groſſiciẽ aut arcuitatem ſuperciliorum aut ſimilibus, cõprehendit totalis illius individui intentiones, & ſimiliter cognoſcet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & ſcriptor ex quorundam comprehenſione linearum cognoſcit oĩmes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehenſio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõſiderationẽ omniũ partium rei uiſæ, & omnium intentionem quæ ſunt in ea, cõprehenſio uero per cognitionẽ fit per conſiderationẽ ſolum quarundam intentionũ quæ ſunt in illa forma, palam quod uiſio quæ eſt per cognitionẽ eſt in minori tempore, quàm ſit uiſio per ſolam intuitionẽ, & propter hoc uiſus cõprehendit uiſibilia aſſueta uelociter in paruo tempore quaſi latente ſenſum, & maximæ illa quæ à ſui primordio cognoſcere cõſueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perſeuerauit, patet ergo illud qd' ꝓponebatur.

LXV.

Viſio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehenſionem.

Quoniam enim uiſio per cognitionem præcedentem non eſt niſi circa totalitatem & uniuerſitatem rei uiſæ ſuperficialiter & in groſſo & per quædam exteriora ſigna illius rei uiſæ, & uirtus diſtinctiua comprehendit intentiones particulares quæ ſunt in illa re uiſa ſecundum modum quo cognouit res uiſas ex prima forma illius rei uiſæ in anima exiſtente, ſed omnes particulares intentiones uiſibiliũ, quæ ſunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uiſus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uiſæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifeſta nec cõprehenſibilis à uiſu primo aſpectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote ſi in homine mundæ faciei prius cogniti accidat poſtmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ ſit manifeſta, cum enim poſtea longo tẽpore uiſo illo homine non cognoſcet ipſum uidens ſecundam formam ſui quam prius memoriter ſeruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, niſi poſt intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius ſecundũ ſuũ eſſe: & ſimiliter eſt ſi macula ſemper in facie ipſius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uiſui multũ manifeſta, tũc em̃ licet habeat uidẽs apud ſe formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipſam illius facie maculatæ, & nõ cognoſcet ipſum niſi poſt multã aliarũ intentionum particularium intuitionem, & ſimiliter eſt in aliis individuis uiſibilium & intentionibus diuerſis ipſorum. In omnibus enim ipſis uiſio per cognitionẽ præcedentẽ per modicã intuitionẽ nõ efficit certã formæ rei comprehenſionẽ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXVI.

Nullius entium quidditas per ſe eſt uiſibilis, ſed per accidens mediantibus intentionibus ſenſibilium quæ per ſe uidentur.

Quoniã enim ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, uiſio non completur niſi apud peruentum formarũ uiſibilium ad animã, quæ omnes ſunt de genere accidentis, ut patet per ipſarũ ſingulari enumeratione, palam cũ nullius ſubſtantiæ quidditas ſit de genere accidentis, quod nulla ipſarum per ſe eſt uiſibilis, per accidens aũt quidditas ſubſtantiarum corporalium p̃cipitur à uiſu, ſcilicet per comprehenſionẽ ſuarũ intentionũ uiſibiliũ q̃ per ſe uidentur, ſic ergo quidditas ſubſtantiæ non fit niſi per cognitionẽ intrinſecam animæ, quæ fit ex cõparatione formæ unius poſterius cõprehenſæ, ad formã aliã prius cõprehenſam quieſcentẽ in imaginatiõe: cõprehenſio ergo quidditatis ſubſtãtiæ uiſæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius ſubſtantiæ, nõ eſt niſi ex cõprehenſiõe aſſimilationis formæ rei uiſæ ad aliquã formarũ uniuerſaliũ quieſcentiũ in aia & fixarũ in imaginatione quam uiſus ante cõprehenderat, & quia uirtus diſtinctiua quæ eſt in anima, per quã anima rerũ differentias dijudicat, ut hominẽ nõ eſſe canẽ, & ecõuerſo, naturaliter aſſimilat ipſas formas uiſibiliũ nouiter ſcilicet uiſas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cũ ergo uiſus cõprehenderit aliquã rẽ uiſam, ſtatim uirtus diſtinctiua quærit eius ſimile in formis exiſtentibus in imaginatione, & illa inuẽta cognoſcit per illã rem uiſam, & cõprehendit quidditatẽ eius, & ſi non inuenerit ex formis quieſcentibus in anima formã ſimilẽ formæ illius rei uiſæ, nõ cognoſcet illã rem uiſam, neq; cõprehẽdet quidditatẽ eius: ſic ergo nulla quidditas alicuius ſubſtantiæ comprehenditur per ſe à uiſu, ſed per accidens ut ꝓponitur. Si em̃ aliquã taliũ quidditatũ p̃ ſe cõprehenderetur à uiſu, ergo & oĩs quidditas cuiuslibet uiſibilis ſubſtantiæ eſſet cõprehẽſibilis à uiſu, ſicut patet in lucibus & coloribus, & ſubſtãtiæ quantũ ad ſenſum & ſenſibile oppoſitione exiſtẽtes indiuiſibiles p̃ ſuas quidditates uiderẽtur, qd' non eſt uerũ, oportet em̃ ut corpus uiſibile ſit alicuius quãtitatis reſpectu ſuperficiei uiſus, ad hoc ut ipſum actu uideatur, ut patet p̃ 19. huius. Similiter quoq; patet de oĩbus aliis quorumcũq; entiũ quidditatib9, ſemp em̃ quidditas cuiuslibet cõpoſiti cõpoſita eſt, et eius cõpoſitionẽ uiſus p̃ ſe cõprehendere nõ poteſt, & ſi uiſus aliquã quidditatẽ, ut eſt quidditas, cognoſceret, tunc uiſus omnẽ quidditatem cognoſceret, quarũ multæ tamẽ ſunt inuiſibiles, cũ oĩmes ipſæ ſint per ſe intelligibiles & cum hoc ſit impoſſibile, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Primum quod comprehẽdit uirtus diſtinctiua ex intenſionibus appropriatis formæ uiſibili eſt quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color ſint per ſe ipſa & primo uiſibilia, ipſorum tamẽ quidditates & differẽtiæ eſſentiales ſolo ſenſu uiſus comprehẽdi nõ poſſunt, quidditas enim lucis non cõprehenditur ſolum p̃ uiſum, niſi cooperante uirtute animæ quæ eſt cognoſcitiua, qm̃ uiſus cognoſcit lumẽ ſolis, & diſtinguit inter ipſum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factã & per formã in anima reſeruatã, ſimiliter etiã quidditas coloris non comprehenditur à uirtute diſtinctiua niſi per cognitionem quãdo color rei uiſæ fuerit ex coloribus aſſuetis. Illa autem cognitio diſtinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uiſi ad formas ſimiles illi colori prius cõprehenſas, nõ enim poteſt uiſus comprehendere colorem rubeum & quod ſit rubeus, niſi quia cognoſcit ipſum, quia in ipſa anima uidentis permanſit forma eius ut prius uiſa: ſi enim uiſus nunquam colorem rubeum antea uidiſſet, nunc ipſum uiſum cognoſcere non poſſet, ſed ipſum coloribus illi ꝓpinquius ſibi cognitis aſſimilaret, ut quotidie facit in noua p̃mixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus diſtinctiua comprehendit diuerſitatem lucis ſuper res uiſas & diuerſitatem coloris, comprehendit etiam diuerſitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uiſus ſit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, & quoniam lux & color ſunt prima uiſibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo neceſſe eſt ut primũ quod comprehendit uirtus diſtinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uiſibili, ſit quidditas lucis & coloris, ut ſicut illis primo & p ſe debetur uiſiua comprehenſio, ſic & illorum quidditatibus debetur p ſe & primo operatio uirtutis diſtinctiuæ, ut illis quorũ præſentia prius relucet in organis uiſiuis, quæ omnia ſecundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propoſitum.

LXVIII.

Cõprehenſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior cõprehẽſione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior eſt cõprehenſio omniũ uiſibiliũ in eo quod in ſuo genere uiſibilia ſunt, quàm ſuarũ ſpecialiũ quidditatum.

Viſus enim comprehendit colorem, & ſentit quod eſt color, prius quàm ſentiat cuiuſmodi ſit ille color, ut patet in coloribus fortibus poſitis in locum non multum luminoſo. Ibi enim comprehendit quidem uiſus colores indiſtincte tantum, diſtinguũtur aũt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uiſus ex forma coloris, eſt mutatio membri ſentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uiſum coloratur uiſus, qui ſentiens ſe coloratum ſtatim ſentit colorem, & deinde ex diſtinctione & comparatione ipſius ad colores notos uiſui, comprehendit quidditatem coloris: comprehenſio ergo coloris in eo quod eſt color, eſt ante comprehenſionem quidditatis ipſius coloris, quæ fit non p ſolũ ſenſum uiſus ſed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uiſu comprehenſus, & forma eius eſt in memoria animæ conſeruata, & ſi uiſus comprehendat colorem extraneum, quam nunquã uidit, tunc comprehendet quod eſt color, & tamẽ neſciet cuiusmodi ſit coloris, ſed comparando ipſum coloribus aliis aſſimilabit propinquiori colori ſimili ſibi, & forte plures uidentes illum colorem ſimul in eodem lumine, aſſimilabunt ipſum coloribus diuerſis, ut accidit in colore confecto ex diſſolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum eñ aliquis aſſimilabit uiriditati, quæ eſt ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior comprehenſione quidditatis coloris, & quoniam color eſt primũ uiſibile poſt lucem, patet quod prior eſt comprehenſio omnium uiſibilium in eo quod uiſibilia ſunt, quàm ſuarum ſpecialium quidditatum: prius enim comprehenditur in ſenſu uiſus in genere ipſe ſitus, quàm aliqua ſpecies ſitus, & prius figura in genere, quàm aliqua ſpecialis figura, & ſi contingat in uiſu abſolui in ſpecialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ eſt primi generis, uel illa quæ eſt generis ſecũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuerſarum intentionum uiſibilium per rationem & diſtinctionem fit comprehenſio ſimul in inſtanti, ſimilium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura ſimilia, quando comprehenduntur primo aſpectu, qui ſemper fit in inſtanti temporis per 55. huius, ſtatim ut uiſu præſentant per rationem & diſtinctionem propter uelocitatem rationis in eodem inſtanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ ſunt in illis: uirtus enim diſtinctiua nõ arguit per cõpoſitionem & ordinationem propoſitionum ad formã ſyllogiſticam, ſicut ergo in intellectu qui eſt habitus primorũ in actuali intellectu ꝓpoſitionũ uniuerſaliũ & per ſe manifeſtarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo concluſiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propoſitionis uniuerſalis ſimul accipit concluſionẽ, quæ immediate ſequit ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata eſt ad arguendum ſine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehenſio quæ fit per rationem & diſtinctionẽ fiat per argumentũ, ſicut puerulus ex duobus pulchris diſtinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & conſiderationis eligendorum, hoc itaq; modo ſimili & conformi quatenus eſt poſſibile fit omnium intentionum uiſibilium per rationem & diſtinctionem

ctionem in inſtanti comprehenſio. Diſtinctio eñ & argumentatio uirtutis diſtinctiuæ fit ſtatim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extenſum à ſuperficie primi oculi recipiente formas uſq; ad medium nerui communis, eſt ſentiens & diafonum, & fit per ipſum tranſitus intentionis formarum in inſtanti, cum ſtatim ultra oculi ſubſtantiam fit ſpiritus uiſibilis diafonus, per quẽ uirtus ſenſitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuerſis ſecundum diuerſitatem colorum corporis ſenſati, & corpus quod eſt in concauitate nerui cõmunis, eſt ultimum corpus ad quod peruenium lux & color: cum ergo extenditur forma à ſuperficie prima membri ſentientis uſq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis ſentientis ſentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo ſentiente, & tunc fit diſtinctio formarum, non tamen inter actũ diſtinctionis & actũ primi aſpectus eſt differentia temporalis, quoniam ſicut lumẽ in uno inſtanti ſe multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, ſic etiam formæ ſenſibiles ut oſtenſum eſt per 55. huius, in inſtanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ ſentiuntur comprehenduntur & diſtinguntur, & quoniam uirtus animæ eſt indiuiſibilis, fit hoc totum ſimul in unico inſtanti, quoniam uero intentiones uiſibilium fiunt ſimiles ualde, ut eſt uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipſorum diſtinctio in inſtanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uiſu, ſed poſt compoſitionem unius ad alteram ex poſt facto cõprehenſionis, fit ergo in alio inſtanti, & ſic inter inſtans primi aſpectus ſimplicis & inſtans diſtinctionis ex comparatione neceſſarium eſt tempus medium aſſumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehenſionẽ quidditatis coloris in tempore fieri eſt neceſſe, ex quo patet quod comprehenſio quidditatis omnium ſimilium uiſibilium non fit niſi in tempore.

Fit enim comprehenſio quidditatis coloris poſt comprehenſionem coloris in eo quod eſt color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod eſt color non poteſt comprehendi per aſpectum ſimplicem niſi in inſtanti per 55. huius, cum ergo comprehenſio quidditatis alicuius coloris ſit compoſita ex comprehenſione coloris in eo quod eſt color, & inſuper ex alia diſtinctiua comparatione conſequente, per quam quidditas unius coloris diſtinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent eſſentialem conuenientiam in actu & hypoſtaſi lucis, & inſuper habent plures ipſorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa diſtinctio quidditatis ipſorum colorum completur in alio inſtanti temporis quàm comprehendatur à uiſu, ſed inter quibus duo inſtantia eſt tempus mediũ, quia itaq; cõprehenſio quidditatis coloris fit per diſtinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmiſſam, quoniam illa diſtinctio completur in tempore, ergo & comprehenſio quidditatis neceſſario fit in tempore: uiſus quoq; non comprehendit quantitatem coloris niſi p intuitionem, quoniam ſi color nõ fuerit in aliqua ſuperficie, ita ut ſibi poſſint infigi axes uiſuales in tẽpore ſenſibili, nõ cõprehendit uiſus quidditatẽ coloꝛ, unde in rebus uelociter motis nõ diſtinguitẽ quidditas coloris: ſed ſi plures in re uelociter mota ſint colores uidebunt oẽs indiſtincte unus permixtus color, ut patet in pila diuerſi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehenſionẽ quidditatis ipſius coloris in tempore fieri eſt neceſſe, & ex hoc patet q̃ comprehenſio quantitatis oĩm formaꝝ uiſibiliũ nõ fit niſi in tẽpore. Si eñ uiſus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur ſolo ſenſu uiſus, niſi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus aliorꝝ uiſibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ diſtinctione & cognitione: oĩm itaq; intentionum uiſibiliũ quidditatũ cõprehenſio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; ſit ualde paruum, & hoc ꝓponebat.

LXXI.

Viſus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intenſ

tiones ſpeciales quàm indiuiduales.

Quando enim uiſus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipſum eſſe hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cõuenientia propria formæ hominis cõprehendit ipſum eſſe hominem, quamuis non cõprehendat lineationẽ ſuæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uiſæ non cõprehendetur niſi ex comprehenſione intentionũ particulariũ illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non poſſunt niſi poſt comprehenſionem uniuerſalium intentionum, quæ ſunt ex genere uel ſpecie illius indiuidui omnium aut quarundam, ſed comprehẽſio formæ partialis eſt in minori tẽpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid ſuper ſpecialitatẽ, patet quod indiuidualitas eſt quaſi quædam totalitas reſpectu ſpecialitatis, comprehenſio ergo ſpecialitatis rei uiſæ eſt in minori tempore quàm comprehenſio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones ſpeciales & indiuiduales quorundã uiſibiliũ aſſuetorũ minori tẽpore alĳs intentionibus ſpecialibus & indiuidualibus cõprehendũtur.

Quædam enim ſpecierum uiſibilium aſſuetorum non aſſimilatur alĳs ſpeciebus, ut ſpecies hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium aſſimilatur, & quædam aſſimilantur alĳs ſpeciebus, ut ſpecies equi, quæ aſſimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uiſus comprehẽdit ſpeciem indiuidui hominis, & comprehendit ipſum eſſe hominem, eſt minus tempore in quo comprehendit equum eſſe equum, & maxime quando comprehendit utraq; iſtorum in magna remotione, qm̃ uiſus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, ſtatim comprehendet ipſum eſſe animal, ex motu & ex corporis erectione cõprehendet ipſum eſſe hominem: ſed licet per motũ etiã poſſit cõprehendere quod indiuiduum equi ſit animal, & per numerũ quatuor pedũ comprehendit ipſum eſſe beſtiã, non tñ ꝓpter hoc cõprehendet ipſum eſſe equum, qm̃ intentiones equinæ quæ ſunt à ſpacio remoto uiſu perceptibiles, ſunt in pluribus quadrupedũ, quæ aſſimilantur equo in pluribus eſſentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alĳs. Si itaq; uiſus non cõprehendit aliquã intentionũ propriarũ equo, nõ comprehendet illud eſſe equũ, quia itaq; tempus in quo comprehendit uiſus erectionẽ corporis hominis, non eſt ſicut tempus in quo comprehẽdit formã equi cũ intentionibus particularibus, per quas diſtinguitur equus ab alĳs beſtĳs, ut eſt lineatio ſuæ faciei, & extẽſio colli, & uelocitas motus, & paſſuum amplitudo: comprehenſio igitur ſpeciei hominis eſt in minori tempore quàm cõprehenſio ſpeciei equi, quamuis enim illa duo tempora ſunt parua, tñ unum ipſorum ſecũdum omnes diſpoſitiones eius eſt maius altero, & ſimiliter quia roſæ hortenſi nullus alius flos aſſimilatur in forma ſuæ ſpeciei, uel etiã intentione ſuæ rubedinis, ideo uiſus in minori tempore comprehẽdit eius ſpeciem per rubedinem roſeaceum, quàm ſpeciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum aſſimilantur: & uniuerſaliter quidditates omniũ ſpecierum quæ poſſunt aſſimilari alĳs, non adeo cito comprehenduntur à uiſu, ſicut quidditates omnium ſpecierum, quæ paucis uel nullis aſſimilantur, & ſimiliter etiam eſt de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alĳ aſſimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per ſigna, illud aũt indiuiduum, quod aſſimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus ſenſitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uiſus reſpicit ſuperficies rei uiſæ ſolum ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ.

Quãuis em̃ ordo puræ matheſis ſit in hoc, ut ꝑ quantitatẽ angulorũ ſciaẽ quãtitas partium ſuperficierũ ſphærarũ illis angulis ſubtenſarũ, eo qđ ſicut centrũ eſt principiũ cõſtitutionis totius ſphæræ, ſic ptes angulorũ 8. ſolidorũ, q̃ ſunt circa centrũ ſphæræ, ut circa quodlibet

q̃dlibet uniuerſi ptiũ ſit principiũ diſtinctiuũ oĩs ptis ſupficiei ſphæræ ꝑ 87. primi huiꝰ, tamen in hac ſcientiæ ſenſibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiſcetur, uirtus ſenſitiua ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus, in qua figuraẽ forma rei uiſæ, comprehendit à poſteriori uia ſenſibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uiſus reſpicit ſuperficies præfata: ſenſus enim uiſus naturaliter comprehendit illam ſupficiem, in qua figuratur forma rei uiſæ per diſtinctionẽ lucis & coloris, qui per ſe accidũt in illa parte ab alĳs ſuperficiebus uiſus diſtincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos reſpiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eoꝝ apud centrũ uiſus ſecundũ quantitatẽ partiũ ſuperficiei uiſus illis angulis ſubtenſarũ: anguli aũt tunc non certificantur niſi per motũ uiſus reſpicientis ſuper diametros rei uiſæ, aut ſuper ſpaciũ, cuius uiſus magnitudinẽ uult ſcire: patet ergo propoſitũ: & licet lineæ radiales in centro uiſus non concurrant, qm̃ peruenit interſectio axiũ uiſu alium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ ſuperficiei uiſus ipſius informantur ſecundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipſius uiſus, niſi ipſos refractio in medio ſecundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc eſt notatu dignũ, qm̃ nos in ſequẽtibus utemur centro uiſus, ac ſi lineæ radiales in ipſo angulariter cõcurrant, qa ſcm̃ hoc oĩs uiſio informaẽ.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

TRactauimus in præmiſſo tertio libro de proprietatibus organi uiſiui, & de eſſentialibus modis uidendi, nunc aũt reſtat, ut in hoc quarto libro ꝓſequamur ꝓprietates omniũ uiſibiliũ, quæ ut in principio tertĳ diximus, ſunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. ſ. lux & color ſunt per ſe uiſibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alĳs ſenſibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur niſi ꝓpter luces & colores, ut patet in ſingulis ipſorũ, & qm̃ in præmiſſo tertio libro de uiſione lucis & coloris ſatis præmiſimus, ideo nũc alia 20. uiſibilia reſtant ꝓtractanda: hæc itaq; omnia, paſſiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uiſibus & potentĳs intrinſecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & poſſibilitas noſtra fert, ſub modo demonſtrationis ſuo ordine percurremus, unicuiq; ipſorũ ſuæ uiſionis modũ & in ſe & in ſuis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipſo uel tantũ uirtuti uiſiuæ, uel etiam potentĳs animæ intrinſecis, ut quæ uirtuti diſtinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum ſtudio ſubiũgemus: quæ aũt præmittimus ſunt iſta.

Forma dicit̃ directe uiſibus incidere, à qua producta linea recta ſuper ſuperficiem uiſus eſt ꝓpendicularis incidens ipſi centro foraminis uneæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua ꝓducta recta dicto modo non eſt ꝓpendicularis. Linea directe uiſui oppoſita, dicitur illa cui axis radialis ꝓpendiculariter incidit ſecundũ aliqũod eius punctum.

Linea obliquata ad uiſum, dicitur cui axis radialis ad nullũ ſui punctũ ꝓpendiculariter poteſt incidere. Superficies directe oppoſita, dicitur quando axis radialis ꝓpendiculariter erigitur ſuper illam. Superficies uero obliquata ad uiſum, dicitur quando axis radialis punctis illius ſuperficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppoſitione uiſus eſt, cum axis ꝓpendicularis incidit medio ſuperficiei, uel lineæ oppoſitæ uiſui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ꝓpendiculariter, fuerit medio ſuperficiei aut lineæ, ꝓpinquior, tanto erit ſuperficies uel linea maioris directionis in oppoſitione.

Vera comprehenſio per uiſum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uiſæ non eſt diuerſitas ſenſibilis omnino reſpectu totius rei uiſæ. Remotio unius rei ab altera, eſt priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuſcũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radĳs uiſa eleuatiora apparere, ſub decliuioribus uero decliuiora, & ſimiliter ſub dexterioribus radĳs uiſa dexte-

riora apparere, ſub ſiniſterioribus uero ſiniſteriora. Item ſub pluribus angulis uiſa p̄ ſpicatius uideri. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æque ueloces eſſe. Item omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMA I.

Ex intemperata proportione circumſtantiarū formarū uiſibilium ad uiſum fit deceptio in uiſu, non ſolum ſecundum ſe, ſed ſecundum uirtutem animæ diſtinctiuam.

Ex his quæ declarata ſunt in libro tertio patet 8. eſſe neceſſaria ad perfectam operationem uiſus, quæ ſunt lux, diſpoſitiones, uiſibilia & uiſum, per 1. tertij huius. Item diſtantia uiſibilis à uiſu per 15. tertij huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2. tertij huius, uel ſitus reſpectu axis cōmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis p̄ 19. tertij huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item ſanitas uiſus per 16. tertij huius: quodlibet aūt iſtorū latitudinem habet ꝓportionatā ad rem uiſam: lux enim habet latitudinē, qm̄ lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non educit uiſibilia in actū agendi in uiſum, unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles minutæ non uidenť in luce debili, ſed eſt ibi latitudo in iſs lucibus, quæ eſt magnitudini corporis ꝓportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinē habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plene comprehendiť, & ab alia non plene, & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis illius, & ſecundū ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpacij ſecundū quā ipſum poterit uideri. Similiter cū magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehendūtur particulæ uel notæ paruæ quæ ſunt in ipſo, quæ in parua declinatione corporis uiderenť, & eſt ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruū ſitum extra axem cōmunem uidebitur multū elongatū & occultatū, & idem corpus ſitum circa axem cōmunem uidebitur aperte, palam aūt ꝙ ſitus reſpectu axis cōmunis habet latitudinē, qm̄ habet habitudinē ꝓportionatā ad corporis magnitudinē & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinē: ſi enim partes rei uiſæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uiſæ, occultabūtur uiſui: & ſi fuerint ꝓportiōales totali uiſæ magnitudini, ſit tn̄ corpus totale modicum, ad huc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus uiſu, licet ꝓportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ ꝓportionata debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinē ꝓportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis, illud tamē corpus uideri poterit, ꝙ nō acciderет maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, qm̄ forte color ꝓpter reflectionē uehementem luminis impediret uiſum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis ſolidita tem: & ſi color fuerit obſcurus, tūc forte accidet minus ſolidū debilius uideri colore eius obſcuro exiſtente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinē, quia per flammas & per fumos nō fit uiſio rerum minutarū, ſed forte groſſarū, ſicut ſi per ipſa uidereť carta nō ſcriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus ſubito uiſum pertranſiens, non comprehendiť à uiſu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia eſt uelociſſimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinē habet, in qbuſdā enī ifirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcōdanť, in minori ſpacio p̄cipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vniuerſaliter ergo, quilibet iſtorū motorū, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in rei ueritate, eſt egreſſus à tēperantia ad rem illam uidendā ꝓportionata, & hæc omnia ſe alterutrū reſpiciunt, ſcd̄m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̄dlibet ipſorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat diſpoſitonem, quorum pertractationē relinquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

Impoſ-

II.

Impoſſibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibiliū, quæ ſunt corporales: omnes aut̄ formæ corpales ſunt cōpoſitæ ex multis intentiōibus uiſibilibus particularibus prædictis, ſicut magnitudo non eſt ſine figura, & figura non eſt ſine ſitu, & hæc omnia nō ſunt ſine colore, & color non eſt ſine luce, & lux nō diffunditur niſi in corpore: uiſus itaq; nō comprehendit aliquā iſtarū partium intentionem, niſi ex cōprehenſione formæ uiſibiliū cōpoſitæ ex pluribus intentiōibus particularibus, quarū quālibet ſimul comprehendit uiſus, & qm̄ nulla intentionū per ſe ſola complet aliquā formā corporaliū ſenſibilium: palam ꝙ impoſſibile eſt uiſum cōprehendere aliquam illarū intentionū ſolam per ſe, ſed ſemper ſunt plures illarū intentionū ſimul in forma ſenſibili congregatæ: uiſus ergo cōprehendit ſimul ſemper multas intentiones particulares, quæ ſolū diſtinguūtur auxilio uirtutis diſtinctiuæ per imaginationē, & ſic demum uiſus comprehendit intentionem particularium quamlibet diſtinctam, quod eſt propoſitum.

III.

Non ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentur.

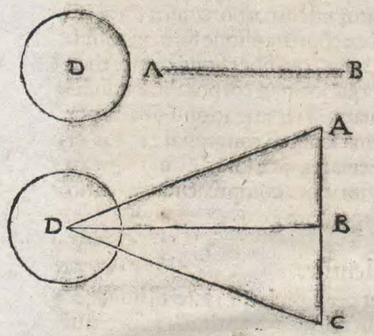
Quod omne qđ uidetur ſub angulo uideatur, patet per correlariū 18. tertij huius, & etiam cū per 19. tertij huius, corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu uiſus ad hoc ut actu uideať, palam ergo, ꝙ ſub angulo contingentiæ, qui eſt indiuiſibilis p̄ 15. tertij huius, non erit poſſibile aliquā rem uideri, omnis enim angulus ſub quo poteſt fieri uiſio, eſt diuiſibilis p̄ axem pyramidis radialis ſuperficiei ipſius uiſus ꝑpēdiculariter incidētem, eo ꝙ omnis uiſio fit per pyramidē uiſualem, cuius baſis ſuperficies rei uiſæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus eſt ſub illa axe, & ſub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum eſt in 54. tertij huius, eſt ergo rectilineus, eſt ergo diuiſibilis per 9. primi, & qm̄ maximus angulorū, ſub quo fit uiſio, eſt quaſi rectus, ideo ꝙ diametrū foraminis uneæ quæ ſubtenditur illi angulo in centro uiſus, eſt quaſi æqualis lateri cubi inſcriptibilis ſphæræ uneæ, uel lateri quadrati iſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ, ut oſtendimus in 4. tertij huius, illi aūt lateri ſemper ſubtendiť angulus rectus per ultimā ſexti, qm̄ eius cordā eſt quarta circuli. Si ergo uiſio fieret actu lineæ radiales in centro uneæ concurrent, tunc maximus angulus ſecundū quē fit uiſio, eſſet quaſi angulus rectus ſolidus, ita ꝙ pyramis uiſualis maxima fieret rectangula, & ſe midiameter baſis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aūt uiſio ac ſi lineæ concurrant in centro uiſus, ut patet per ultimā tertij huius: centrū uero uiſus eſt remotius in profundo ꝯ centrū uneæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus ſecundū quē fit uiſio, eſt minor recto, ſed non multū minor, quia illorū centrorū ſphæræ ſcilicet uneæ & oculi, nō eſt magna diſtantia, & fit axis maximæ pyramidis uiſualis maior ſemidiametro baſis eius, ſed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̄ ſi aliquis ſtet in campo plano erectus, & aperiat oculū ut amplius poteſt, tunc uidebit quaſi quartam circuli maioris ſphæræ cœleſtis per zenith capitis tranſeuntis, & per anguli huius diuiſionem fit uiſio partium illius, & omniū rerum illis angulis ſubtenſarū, quouſq; peruenіať ad angulum minimū, qui ſi diuideretur, non fieret uiſio ſecundū illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus ſit in infinitū diuiſibilis, in angulis tn̄ naturalibus, ſcd̄m quorū diſpoſitiōem fit paſſio operationis ſenſibilis, oportet ut ſit ſtatus in diuiſione, quando minus ſenſibile illo non erit, nec̄ ergo erit uiſio ſenſibilis ſecundū illum, ſed omnis uiſio eſt ſenſibilis, cum ſit actio ſenſitiua, nulla ergo uiſio erit ſecundū angulū minorem illo, non ergo ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidenť, & hoc intelligendum eſt ſecundum lineas radiales perpendiculariter ſuperficiebus uiſuum incidentes non oblique, ſecundum quas obliquas fit incerta uiſio, & confuſio formarū rerum uiſibiliū in uiſu, ut oſtēdimus in 17. tertij huius, patet ergo propoſitum.

Forma

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter ſuperficiei uiſus oppoſitæ non uidetur, quoniã per ipſam ſolum fit diſtinctio punctualis, oppoſitæ uero uiſui ſecundum longitudinem ſecundum ſui formam propriam uidetur.

Eſto ut uiſui, cuius centrum ſit d, ꝓpendiculariter incidat linea a b, quæ ſit aliqua ſenſibilis, utpote corpus longum inſenſibile habens latitudinem, ut pilus, quí licet ſit columna rotunda, uel laterata, baſis tamen eius â uiſu percipi non poteſt, dico ꝙ tale corpus taliter diſpoſitum nõ uidetur, eſt enim angulus in centro uiſus, cui ſubtendit̃ baſis eius diametri penitus inſenſibilis, ſecundũ qd̃ non poteſt fieri uiſio per præmiſſam, in formis tamẽ aliis uiſis fiet per incidentiã formæ huiuſmodi corpis aliqua diſtinctio punctualis inſenſibilis, qm̃ forma puncti illius ꝓpendiculariter incidentis, ſe formis punctoꝝ circũſtantium aliarũ formaꝝ immiſcebit, & cũ non ſit de genere illorũ, neceſſario aliquã faciet diſtinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum ſenſibiliter diſtinguant̃, nec ad naturam continuitatis uniuſ lineæ pertingunt, oppoſita uero linea uiſui ſecundũ longitudinẽ ſiue ſit poſitio directa uel obliqua, ſemper ipſa ſecundũ ſui formam ꝓpriam uidebitur, qm̃ tota eius longitudo ſub angulo uno, & partes eius ſub angulis ſenſibilibus peruenient ad uiſum, ut ſi linea a b c opponatur uiſui d ſecundum ſui longitudinẽ, & ſit diſtantia conueniens, tunc ipſa tota uidebitur ſub angulo a d c, & pars eius a b ſub angulo a d b, & pars eius b c ſub angulo b d c, & ſiue ſit recta uel curua, uel irregularis, ſemper aliqua longitudo ſecundũ latitudinem deſcribetur in oculi ſuperficie, ſecundũ ꝙ eſt in ipſa linea, & per longitudinẽ ſenſibilem & latitudinem non ſenſatam uirtus diſtinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ ſunt ut quidam pili, patet ergo propoſitum.



V.

Superficiei oppoſitæ uiſui taliter, ut imaginata protrahi ſecet oculum per eius centrum una tantum linea, oppoſitæ uero uiſui ſecundum latitudinem forma propria uidetur.

Oppoſita enim uiſui ſuperficie, quacunq; ſuperficie per mediũ quo ꝓponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident ſuperficiei uiſus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã diſtinctionẽ in uiſu per præcedentem, & oĩa illa puncta ſecundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius ſupficiei ſic diſpoſitæ una tm̃ linea uideť, oppoſita uero linea ſuperficie ſecundũ ſui longitudinẽ uiſui forma cuiuslibet ſuæ lineæ uideť ſecundũ ſui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ; tota ergo ſuperficies ſecundũ ſui formã ꝓpriã uideť, qm̃ ſemꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, ſiue illa ſuperficies ſit plana ſiue cõcaua, uel conuexa, qa nõ eſt differentia in illis quantũ ad ꝓpoſitam paſſionẽ, patet ergo propoſitum.

VI.

Corporũ uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu cõprehendunt̃.

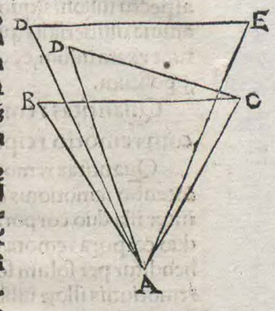
Quia enim â ſolo uiſu corpora uidentur, ſecundũ ꝙ formæ ipſorum uiſui ſe offerũt, & in eius ſuperficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uiſibus non offeruntur, ſed ſolum ea quibus ſecundũ longum & latum lineæ ductæ â centro uiſus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt eſt diſpoſitio ſuperficialis corpoꝝ, ergo uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies â ſolo uiſu comprehenduntur. & ſi una ſit corporis ſuperficies, ſiue ſit illud corpus ſphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur ſuperficies, & ſi plures ſint corporis unius ſuperficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum ſuperficierũ & columnaꝝ rotundarum, & pyramidũ & portionum ſphærarũ quarũcunq; ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur, ac ſi nõ eſſet corpus, ſed quædam ſuperficies ſic extenſa, ſine corporis medij incluſione, patet ergo ꝓpoſitum, quia itaq; paſſio in lineis uiſui accidens, deſcendit in ſuperficierũ uiſionem, & paſſio in ſupficiebus uiſui accidẽs deſcendit in corporũ uiſionẽ, ſola uero corpora per ſe uideantur, quia ſolum corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia, & ſuperficies & lineæ in illis ſunt imaginabilia. Parcendum nobis eſt, ſi uiſuales paſſiones corporum ponimus per modum paſſionũ uiſualium ſuperficierũ uel linearum, quia ꝙ uiſibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini ſolum æſtimamus accidere, & ꝙ ſuperficiebus accidit, corporum longitudini ſimul cum latitudine neceſſarium eſt euenire, unde ſecundũ iſtoꝝ conuenientiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

VII.

Omnium æqualiũ uiſibilium qd̃ à propinquiori uidetur, ſub maiori angulo uideť: qd̃ uero à remotiori, ſub minori.

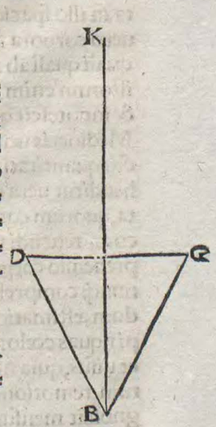
Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, ſitq; centrum uiſus a, ſitq; b c propinquior uiſui a q̃ ipſa d e, dico ꝙ b e c uidetur ſub maiori angulo q̃ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam ꝙ non æquediſtant per diffinitionem æquediſtantium linearũ, ſed neq; concurrent in aliquo alio pũcto q̃ in a, quia ſic duæ rectæ lineæ ſuperficiẽ includerẽt, qd̃ eſt impoſſibile, nunq̃ ergo concurrent alibi q̃ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, ſemper ibunt in diſtantiam, ergo nunq̃ tangunt lineam d e, nec erit uiſio aliquoꝝ punctorũ lineæ d e ſecundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit ſecundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ ſint lineæ a d & a e, ſiue ergo magnitudines b c & d e æquediſtent ſiue non, ducta â puncto d æquediſtante & æquali ipſi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e ſunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angulꝰ partialis d a e eſt minor totali angulo b a c, patet id qd̃ ꝓponebať; & ſimiliter demõſtrãdũ eſt, ſi lineaꝝ b c & c d æqualiũ ſit idem terminus, qui eſt c, uel ſi ſint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit ꝙ prius, totũ tamẽ qd̃ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis, eſt longior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi, unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſificantur, patet ergo ꝓpoſitum.



VIII.

Vnumquodq; uiſorum longitudinem habet ſpacij, ultra quod non uidetur.

Sit centrum oculi b, res autem d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato, dico ꝙ illa res quæ eſt g d in ulteriori ſpacio nõ uidebitur: ſit enim poſitum g d in ſpacio ulteriori, in quo ſit punctus k, ſi igitur g d uidetur in puncto k, neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri q̃ ſub illo minimo, qui eſt uiſui determinatus: nec enim ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uiſum tam diu poteſt diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur niſi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propoſitum.



IX.

Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliqđ spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrũq; extremorũ corporũ & distinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehensio nõ in tempore, sed in instanti, qui escunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cõprehendit remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aĩa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formarũ illarũ pluries in uisu factã, nõ indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehensionẽ illarũ intentionũ, sed statim cõprehendit remotionẽ simul cũ rei cõprehensione, ꝓpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio q̃ illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ꝓpositio, quã etiã aĩa nõ ꝓcipit apud se gescentẽ, & est q̃ oĩa uisibilia sunt extra uisum, & q̃ inter quãlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ꝓpositum.

x.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo q̃ est remotio, q̃m intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorũ duorũ corporũ ꝓpter spaciũ inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omniũ uisibiliũ comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorũ uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporũ, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoq; certificat remotionis mensurã per mensuras illorũ corporũ & per quãtitates spaciorũ, quæ sunt inter extremitates eorũ: spaciũ enĩ qđ est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionẽ quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cũ uisus apprehenderit mensurã illius spacij, comprehendet etiã mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cõprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta dispositа, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cũ ipsorum distantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius q̃ secundum illam lineam à uisibus est remotũ. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à uisu cõprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & spaciorum ipsa interiacentiũ quantitas & mensura à uisu potest comprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cõprehensio corporum continuatorũ & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiõis, nunq; comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationẽ: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde ꝓpinquas cœlo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum re-

ctitu-

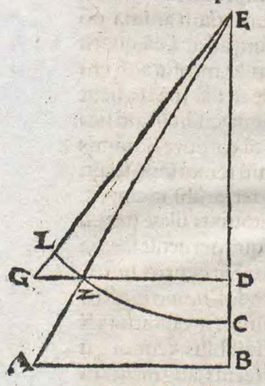
ctitudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem sibi similium ex uisibilibus prius comprehẽsis à uisu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundũ qđ poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliũ, sunt ut plurimũ partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehenduntur à uisu, ut q̃ sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus aũt terræ interiacens illa corpora, mensuratur à uisu ꝓ numerũ pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurantur partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationẽ comprehensionis similiũ partiũ illi parti terræ, quarũ partiũ mensura quiescit in anima, ita, q̃ etiam anima nõ percipit illarũ partiũ quietem apud se ipsam, peruenit aũt hæc mensura ad animã, quoniam quãtitas spaciarũ quæ sunt apud pedes hominũ cõprehenduntur à uisu, mensurant eni etiam sine intentione per pedes hominũ, q̃n frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurãtur per extensiones brachiorũ, & uirtus distinctiua cõprehendit istam ueram mensurationẽ, & certificat ex ea quãtitates partiũ continuatarũ cũ corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principiũ mensurationis omniũ remotionũ secundũ æstimationẽ: cũ enim uisus cõprehendit super quantitatẽ partiũ terræ sibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protensarũ ab extremitatibus illarũ partiũ terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ, & per consequẽs quantitates angulorũ peruenientiũ in centro uisus, quos respiciũt illæ partes superficierũ uisus per ultimã tertij huius: unde si homo erectus aspexerit terrã quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearũ radialiũ erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus cõtingentiæ, ille angulus secundũ quẽ fit uisio, & cũ ꝓspexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primi, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, & quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphæræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiones linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehensionis quantitatũ remotionum quarũcunq;, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimant partibus æqualibus correspondere, & utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compositionis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorũ & augmentatio ipsorũ in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in ꝓportione linearũ lõgitudinis radialiũ quã per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, ꝓpendens q̃ omne totũ est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehẽdit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uisarũ scũm lineas distantiarũ suarũ abinuicẽ & à uisu, sicut etiã uisus q̃nq; per uirtutẽ distinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquorũ corporũ eleuatorũ sup superficiẽ terræ, sicut turriũ, parietum & montiũ, maxime cũ remotio fuerit mediocris, uel etiã altitudo. Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima, tũc partes paruæ, q̃ sunt in ultimo spacij, nõ cõprehendũtur à uisu, nec distinguũtur per uirtutẽ distinctiuã, q̃m parua quantitas in remotione maxima latet uisum, nõ enim facit angulũ sensibilẽ apud centrũ uisus, ꝓpter qđ quantitas illorũ nõ certificat per 3. huius. Nihil itaq; ex quãtitatibus remotionũ uisibiliũ certificatur, nisi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris distantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionẽ rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio apud cuius ultimũ non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem, & cum uidens scit quantitatem anguli secundũ quã uidet remotionem certam cognitã sibi, tũc secundũ excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulũ notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo secundū quantitatē anguli & quantitatē ipsius remotionis,& etiam certificat remotio per motū uisus super corpus respiciens remotiones extremoꝝ alicuius superficiei aut spacij generaliter,aut forma rei uisæ cū forma remotionis rei uisæ,cuius remotio est mediocris,& respiciens corpora ordinata & continuata,peruenient cōmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ,& uirtus distinctiua illā dijudicat modo dicto,patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis,maior est proportio distantiæ maioris ad minorem,q̄ maioris anguli, sub quo fit uisio,ad minorem.

Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines,quæ a b & g d,sitq̄ centrum uisus punctum e,& sit g d propinquior uisui,a b uero remotior,sitq̄ illarum magnitudinum una remota ab altera,& utraq̄ ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq̄ taliter,ut puncta b & d,quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum,sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorū perueniant ad uisum: cum itaq̄ puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent,palam q̄ oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire,& quoniam ut patet per 7.huius magnitudo a b,quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet q̄ linea e a secat angulū g e d,ergo per 29.primi huius ipsa secabit basem g d,sitq̄ punctus, in q̄ linea a e interfecat lineā g d, pūctus z,& centro existente puncto e,fiat arcus circuli ad quantitatē semidiametri e z,qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z,quæ est semidiameter,sit minor illis ambabus lineis,linea .s. e b ex hypothesi,& linea e g per 21.primi,secet ergo lineā e g in puncto l,& lineam e b in puncto c,sitq̄ ille arcus i z t,quia itaq̄ trigonū e g z est maius sectore e z i,& trigonū e z d minus sectore e z t,ergo per 9.primi huius trigonū e z g maiorem habet proportionem ad trigonū e z d,q̄ sector e z i ad sectorem e z t,ergo per 11.primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d,q̄ sectoris e i t ad sectorem e z t.Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z,sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi,ergo per 7.quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio,& quoniam per 29.primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula,quia ambobus ipsis angulus a e b est communis,est ergo per 4.sexti proportio lineæ a b ad lineam d z,sicut lineæ b e ad lineam e d,ergo per 11.quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̄ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t:sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t,ita se habet arcus i t ad arcum z t,q̄ patet per primam sexti,& nos hoc declarauimus in 35.primi huius:est autem proportio arcus i t ad arcum z t,sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti,est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e,q̄ anguli i e t ad angulum z e t,palam ergo q̄ maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, q̄ anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem,& hoc proponebatur.Illud enim q̄ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est,in non æquedistantibus amplius patet,quoniam tunc uisionis anguli minuuntur,ut ostendimus in 7.huius, patet ergo propositum.

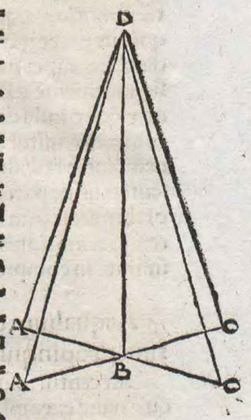


XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis,comprehensionis uisiuæ est causa,sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiōis extremoꝝ lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta,ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c,æqualiter distent à cētro uisus,q̄d est d, & ducatur axis radialis quæ d b,& lineæ radiales quæ d a & d c, tūc patet ex hypothesi,& per 8.primi,quoniam angulus d b a & d b c,sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c,fiūt inæquales,& similiter anguli d b a & d b c,fiunt inæquales & fit uisio obliqua.Si itaq̄ linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui,sentiet uisus directionē eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente,quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ,& per 38.3.huius patet,quoniā ambo axes radiales cōtinēt hinc & inde angulos æquales,& si superficies rei uisæ fuerit obliqua,tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatū remotionum extremoꝝ eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis, eius uirtutem distinctiuā, qm̄ uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionū diametrorū extremorū illius obliqui spacij obliquationē pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionē magnitudinis basis eius,ppter obliquationē,& nō cōuenit secūdū assimilationē quantitas magnitudinis obliq̄ uisui oppositæ quātitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tūc qm̄ cōparatio fuerit ad angulū solum, sed si fiat cōparatio ad angulū & ad lōgitudines linearū radialium interfacentiū uisum & extrema rei uisæ, tunc nullū erit dubiū in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde:remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem,est minor remotissima remotionū mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ proportionē habens sensibilē ad totam rem uisam, tota itaq̄ res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione,& diminuitur quātitas eius in remotiōe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius qm̄ fuerit directe uisui opposita,patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi piseriæ terræ cohærere,distantiæ tamē maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem,qui est circulus terminator uisus ad cœli cōcauam superficiem,& inter extremā terræ periseriā,quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cōprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum,non potest uisus illorum certā remotionem ad inuicem discernere,quoniam ut patet per 10.huius,quātitas remotionis tūc solum comprehēditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ,cum remotio respicit corpora continuata & ordinata,& quia inter periseriam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora,uidetur ergo horizon quasi periseriæ terræ cohærere. Distātia uero periseriæ horizōtis à suo centro quod est centrum uisus,apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizōtis. Quia licet secundum diuersitatē illā, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior,propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt,centrum uisus ponitur centrū mundi,apparet tñ sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante,quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentit inter uisum & horizōta, cū inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorū sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10.huius,necesse est ubi maior quātitas interiacere uidetur,maior distātia iudicetur,multo ergo maior uidetur distantia periseriæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidētis,& similiter est de qualibet parte alia cœli uisa,ppter hoc qd uisus in medio terræ latitudinē cōprehendit,patet ergo ppositum.

XIIII.

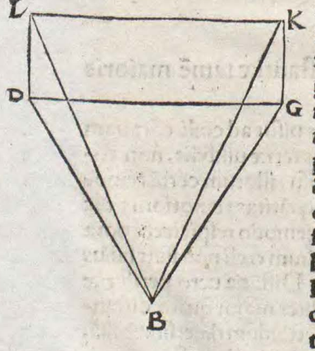
Locus rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex remotione, & ex parte uniuerſi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non eſt ipſa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis eſt priuatio contactus duorum corporum, & ex cõſequenti cõprehẽſio cuiuſdam ſitus rerum ab inuicem remotarum: comprehenſio uero quantitatis remotionis eſt cõprehenſio quantitatis uel magnitudinis ſpacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehenſio loci rei uiſæ non eſt comprehenſio remotionis eius. Conſiſtit autem comprehenſio loci rei uiſæ ex cõprehenſione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuerſi, in qua eſt res illa uiſa reſpectu uidentis, & ex cõprehenſione quantitatis remotionis, quando omnia hæc ſimul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uiſio diſtincta fit ex peruẽtu formarũ ſecundũ lineas perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ oculi incidentiũ ad ipſum uiſum: cũ ergo uiſus ſenſerit formã ſic aduenientẽ, æſtimabit uirtus diſtinctiua rem uiſam eſſe apud extremitatem illius lineæ, & ſecundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uiſæ: locus ergo rei uiſæ comprehenditur à ſentiente ex comprehenſiõe ſitus rei uiſæ apud uiſionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uiſum: cũ itaq; forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, tunc ſentiet uiſus partẽ membri ſentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus diſtinctiua cõprehendet ſtatim locũ rei uiſæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis eſt quieſcens in anima ipſa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ inſimul in comprehenſione formæ ab ipſo uiſu, patet ergo propoſitum.

XV.

Aequalium uiſibilium inæqualiter à uiſu diſtantium æquali intuitu uiſorum propinquioris certior eſt uiſio.

Sit centrũ uiſus b, ſintq; duo uiſibilia g d & k l, inæqualiter diſtantia à centro uiſus b quæ nunc exempli cauſa ponantur æquediſtantia inter ſe, quoniam ſi ſint ſe contingentia uel ſecantia, patet q̃d ipſa in puncto contactus uel ſectionis æqualiter diſtant à puncto b, de alijs uero ipſoq; punctis eadẽ eſt demõſtratio quæ de ipſis æquediſtantibus ipſorum partibus uariatis ſecũdum approximationem uel remotionem à uiſu quantum ad modum certitudinis uiſionis: ponatur itaq; g d & k l, æquediſtare & ſint g d propinquius uiſui, peruenianteq; ad uiſum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, l b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k d, quæ per 33. primi, erunt æquediſtantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans ſe ad uiſum b, non tranſibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, qm̃ ſi ſic, eſſet linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ ſunt æquediſtantes, hoc autem impoſſibile, ſed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uiſum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquediſtanter lineæ k l, palam per ſecundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, poſita autem eſt æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranſeunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uiſionis quæ b k l, ſub quoq; ergo angulo uidetur k l, ſub eodẽ uidetur & aliquid ipſius g d, & non econuerſo, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b eſt maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uiſiuæ applicatur ipſi k l, applicatur etiam ipſi g d, & non econuerſõ, fortius autem patet illud per 108. primi huius, ſub pluribus ergo uiſibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perſpicatius uidetur per ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio libri huius, ipſius ergo certior eſt uiſio, & hoc eſt propoſitum.



Viſioni

XVI.

Viſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit in remotiõis uiſione ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Accidit enim uirtuti diſtinctiuæ in uiſione remotionis ex intemperata lucis diſpoſitione error in remotione rerum uiſarum: exiſtente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, ſi fiat hominum uel aliarumrerum talis diſpoſitio, ut unus poſt alium ſit poſitus, tunc de nocte uel in crepuſculis, & maxime uno uiſo adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ ſibi quaſi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur diſtantia inter illa, & ſi illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, ſemper ſimul moueri putabuntur, & non perpendetur diſtantia inter illa, ſed uidebuntur quaſi res una. Similiter etiam ex nimia diſtantia uirtuti diſtinctiuæ accidit error in rerum uiſarum remotiõe ab inuicem, tamẽ eñ ſi quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet illi plurimũ diſtent inter ſe, uidebunt tamen quaſi coniunctæ uel quaſi propinquæ ad inuicẽ, & ita ſtellæ cœli aliquæ reputantur quaſi coniunctæ, licet plurimũ à ſe diſtent in ueritate, propter egreſſum etiam diſtantiæ à temperantia ſtellæ uagantes æſtimantur fore in eadem ſuperficie cum ſtellis fixis licet plurimum diſtent ab illis. Ex intemperata diſpoſitione etiam ſitus in oppoſitione rei uiſibilis ad uiſum error accidit in remotionis uiſione, ut ſi uideãtur duo corpora, quorum unum ſit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem poſterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uiſa, & ſic remotio temperata nõ multum certa tunc non plene æſtimabitur menſura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uiſus ipſa eſſe ſibi ualde propinqua, & eſt hic error ex ſola ſitus oppoſitionis in temperantia, quoniam ſi unum non occultaret partem alterius, ſed utrunq; totum exponeretur uiſui, ita ut eſſet ſenſibilis diuerſitas inter illa, tunc diſcerneretur diſtantia unius ab alio, & ita patet quod ille error eſt propter intemperantiam ſitus, quoniam ſolo ſitu ad temperantiam reducto nõ accideret error talis. Ex intẽperantia etiam diſpoſitionis quantitatis error accidit in uiſione remotionis, unde ſi ſint duo corpora æqualiter à uiſu diſtantia ſecundum temperatam remotionem non multũ certam, quorũ unũ ſit longe maius alio, æſtimabitur maius propinquius uiſui, quia certius uidebitur, & ſic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intẽperata quoq; ſoliditate corporũ accidit error uiſui in remotiõis uiſione, ſi enim corpus fuerit ualde rarum minime ſoliditatis, ſicut eſt criſtallus pura, & ſit retro ipſum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur criſtallus, ſed quaſi non eſſet inter media comprehendetur corpus per ipſam, & accidit error in comprehenſione criſtalli propter remotionem criſtalli à uiſu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uiſui remotionis uiſione, ſi enim fuerit aër nubiloſus, ſicut accidit plærũq; in crepuſculis, tunc res aliqua ut turris oppoſita uiſui in longitudine temperata æſtimabitur à uiſui plus elongata quàm ſit ſecundũ ueritatem, quia enim tunc propter denſitatem aëris nõ comprehenditur quãtitas terræ interiacens uiſum & rem uiſam, per quam accipitur menſura elongationis turris, fitq; erroris cauſa ex ipſa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperãtia etiã tẽporis fit error uiſui in remotione, ſi enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, q̃d ſtatim uiſui ſubripiatur, tunc uirtus diſtinctiua non poterit plene diſcernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tẽpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uiſam, ſecundum quam per 10. huius, perpenditur menſura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uiſualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum tranſcurrere, unde illam nõ plene comprehendit: & ſic ex breuitate tẽporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uiſus error accidit uiſui in remotione, ſi enim opponãtur uiſui duo corpora, quorum unum quod eſt remotius à uiſu ſit coloris fortis, & alterum quod eſt propinquius ſit coloris debilis, tunc debilitas uiſus incertam faciet collationẽ, & quia apud

fortes

fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quod corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis. Aeſtimabit uiſus debilis illud quod eſt certius eſſe propinquius, & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & ſic fit error in remotione ex uiſus debilitate, & etiã quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarum, ſicut etiam à ſpeculis cum ab uno uiſu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter groſſitudinẽ aëris extrinſecam uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit ĩ remotione ex intemperata diſpoſitione circunſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis, patet itaq; propoſitum.

XVII.

Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei & anguli ſolidi qui fit in centro uiſus.

Pars enim ſuperficiei uiſus ad quam peruenit forma rei uiſæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18.3. huius, fit rei obiectæ uiſio, quod eſt apud centrum uiſus ſemper menſuratur, quamuis uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus eſt per ſe cauſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius partis ſuperficiei oculi ad totam ſphæricam ſuperficiem oculi, ſicut illius anguli ad octo angulos rectos ſolidos per 87. primi huius, cũ em̃ pyramidis radialis baſis ſemper ſit in ſuperficie rei uiſæ per 18. tertij huius, ſecatur tamẽ ipſa pyramis quaſi æquediſtanter ſuæ baſi per ſuperficiem ipſius uiſus, & ſic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis reſectæ per ipſam ſuperficiem oculi. Magnitudo itaq; partis ſuperficiei uiſus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem ſuperficiei uiſus, ſunt ambo radix comprehenſionis magnitudinis rei uiſæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars ſuperficiei uiſus diuerſificentur ſecundum diuerſitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit ſtrictior, & quaſi una pyramidũ radialium, quæ eſt rei uiſæ remotioris, inſcribitur pyramidi radiali quæ eſt rei uiſæ propinquioris: angulus ergo in centro uiſus fit acutior, & pars ſuperficiei uiſus cor reſpondens illi angulo fit minor, & quãto plus approxima tres uiſui, tanto plus ampliat̃ magnitudo: ſemper tñ magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis præmiſſæ ſuperficiei uiſus, & anguli illius ſolidi qui fit in centro uiſus, patet ergo propoſitũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽſæ à uiſu ſecundum oppoſitionem ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium & partium illarum ſuperficierum, nec non ſuorum terminorum & ſpaciorum inter uiſibilia diſtinctorum.

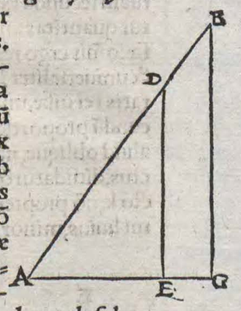
Quantitas enim totius corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu, quoniam uiſus non comprehendit totam ſuperficiem corporis, ſed ſolum illud quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis aut ex ſuperficiebus eius, quamuis corpus ſit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem ſuperficiei uiſus duci poſſunt lineæ rectæ per ſecundam 3. huius: ſic ergo uiſus comprehendit ſolam rei ſuperficiem, & ſi uiſus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, ſed tantum figuram corporeitatis: quod ſi fortaſſe corpus fuerit motum aut uiſus motus, ita quod uiſus comprehendet totam corporis ſuperficiem, tũc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uiſa ſit apud uiſionem, & ſimiliter eſt de partibus corporis: quantitates ergo quas uiſus comprehẽdit per oppoſitionem, nõ ſunt niſi quantitates ſuperficierum & linearum terminantiũ illas ſupficies uel ipſas menſurantiũ

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & ipſarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantia inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficiei uiſus non coloratarum colore uiſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficiei uiſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uiſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uiſa ſub eodem angulo, quorum diſtantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

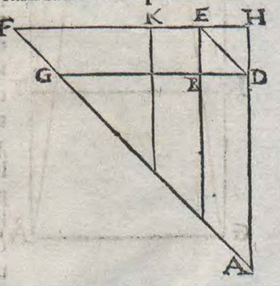
Sit uiſus centrum punctum a, & ſit res uiſa linea b g, ſintq; lineæ ſecũdum quas puncta g & b, peruenũnt ad uiſum g a & b a, uidelicet itaq; linea b g ſub angulo g a b, ſitq; alia res quæ eſt d e cadens inter eaſdem lineas g a & b a, ita ut ipſa uideatur ſub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uiſu, quia enim uiſus a, comprehendit duo puncta d & b, ſuper lineam unam quæ eſt a b, & duo puncta e & g ſuper lineam unam quod eſt a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, ſed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, eſſe aliquam, apparet uiſui punctus d ſuper punctum b, & pũctus e ſuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri ſuppoſitionẽ nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa ſunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, qm̃ ſecũdũ iudiciũ uiſus una ipſarum aliam cooperit, neq; extremitates unius ſuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de ſub nubibus, uel in horis crepuſcularibus, ſi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri ſub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipſius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uiſu, patet itaq; propoſitum.



XX.

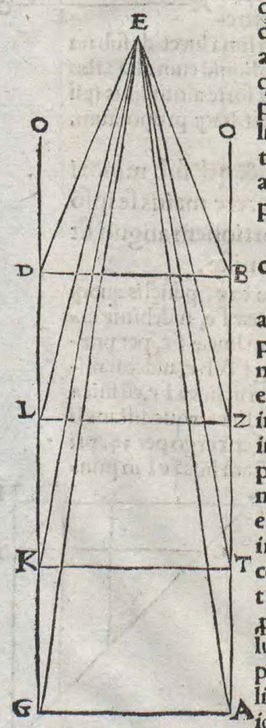
Omne quod ſub maiori angulo uidetur, maius uidet̃, & qd̃ ſub minori minus: ex quo patet qd̃ idẽ ſub maiori angulo uiſum apparere maius ſe ipſo ſub minori angulo uiſo, & uniuerſaliter ſecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel ſub eadem obliquitate uiſæ.

Eſto centrum uiſus in pũcto a, & ſit res quæ f e uiſa ſub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipſas linea g b æquediſtanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b ſub angulo f a e, quam forte accidet uideri eſſe æqualem lineæ f e, per præmiſſam, ut ſi lineas g f & b e, non contingat uideri, ſed uiſis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eſt ſecundum ueritatem per 4. ſexti, linea g b minor quàm ſit linea f e, cũ linea a g ſit minor quàm linea a f, ex hypotheſi: ducatur itaq; à puncto e linea æquediſtans lineæ a g per 31. primi, quæ ſecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducatur̃q; linea a d, ſecans protractam lineã e f in puncto h, eritq; linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eſt maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eſt pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uiſus partẽ à toto diiudicat, ꝙ ergo ſub minori angulo uidetur, minus uidet̃, ſed & quãdoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteſt uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eſt æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiſſis: quod ergo ſub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur ſub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uiſualis qui eſt f a e, ſecundum quam uidetur res remotior, quæ eſt f e, minor & acutior eſt quàm conus pyramidis



x g ad, &

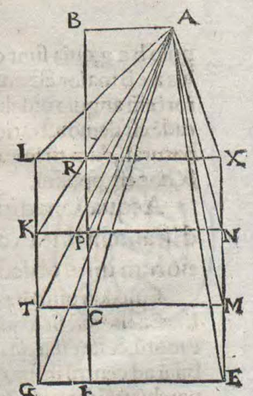
g a d,& quoniã ſuperficies oculi ſecat ambas iſtas pyramides,cũ ipſarum ambárum conus ſit quaſi in cẽtro oculi per 18.tertij huius, neceſſe eſt ergo baſem pyramidis abſciſæ â pyramide f a e minorem eſſe baſe pyramidis abſciſæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius,cũ illæ duæ abſciſæ pyramides æqualis ſint altitudinis,quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad ſuperficiem oculi extrinſecã,eſt axis ambarũ illarum pyramidũ abſciſarum,pars ergo ſuperficiei uiſus ibi figurata p formã rei uiſæ quæ eſt g d,eſt maior quàm pars eiuſdem ſuperficiei figurata per formam rei q̃ eſt f e,uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam ſecundum quantitatem illarum partium ſuperficiei ipſius uiſus uirtus ſenſitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3.huius,patet quod rei quæ uidetur maior,cor reſpondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor cor reſpondet angulus minor,quoniam ſecundũ qd̃ forma rei uiſæ recipitur in ſuperficie organi uiſui,ſecundũ hoc accipitur quantitas anguli ſub quo fit uiſio, & ſecũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uiſæ:oĩs ergo res ſub maiori angulo uiſa maior uidetur ſe ipſa uiſa ſub angulo minori, & uniuerſaliter in rebus directe uiſis ſecundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uiſæ,unde ſub duplo angulo uiſum duplum uidetur,& ſub triplo triplũ, & ſic ſecundũ proportionẽ neruoꝝ. In oblique tñ uiſis,uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non ſic. Si enim trigonũ a e f ſit orthogoniũ,ita ut eius angulus a e f ſit rectus,diuidaturq; angulus f a e per æqualia,producta linea a k,ſecante lineam f e in pũcto k,nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35.primi huius,minor eſt proportio anguli f a k ad angulũ k a e,quàm lineæ f k ad lineã k e,& ſic ſecũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ ſemper fit proportio quãtitatis uiſæ ad quantitatẽ uiſam, neq; em̃ talia uiſa ſecundũ eandem uidenẽ diſpoſitionẽ & ſitũ reſpectu ipſiꝰ uiſus. In cõformibus aũt uiſibilibus ſecundũ diſtantia & ſitum & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũſtantiã uidendi, quæ patent p primã huius,ſemp ſecundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uiſæ,unde etiã illud qd̃ ſub minimo angulo uidetur,minimũ uidetur,& ꝺd ſub nullo uel inſenſibili angulo peruenit ad uiſus ſuperficiẽ, nullo modo uidetur,ut patet p 19. primi huius, patet ergo ꝓpoſitũ. XXI.



Paralellæ lineæ ſecũdum remotiores à uiſu ꝓtes quaſi concurrere uidentur,nunq; tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuerſale eſt qd̃ proponitur uiſui quocũq; modo ſe habente ad illas lineas paralellas,ſiue em̃ uiſus ſit in illarũ ſuperficie ſiue ſupra illam ſiue ſub illa, ſemper eadem paſſio uiſui accidit,ſit ergo primo uiſus in illa ſuperficie,& ſint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝓ primã 3.huius,neceſſario erunt in eadem ſuperficie, ſit ergo in ipſarũ ſuperficie uiſus qui ſit e,uel ꝓpe illam,dico qd̃ ſuperficiei interiacẽtis lineas a b & g d,inæqualis apparebit latitudo,& quod pars ſui propinquior uiſui apparebit latior quàm pars eius à uiſu remotior,& ita lineæ a b & g d,quaſi concurrere uidebũtur: ſignẽtur enim puncta æquediſtanter,& ſimiliter in lineis a b & g d, quæ ſint in linea a b puncta z & t,& in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniunganẽ illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oẽs erũt æquediſtantes ex hypotheſi,& p 33.primi,& ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior eſt angulo z e l, ſicut totum parte, quod patet p 34. primi huius,palã p præmiſſam,ga maior uidebitur linea b d quàm linea z l,& eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k,maiorq; uidebitur linea t k quàm linea a g,et quia ſic diminuuntur in uiſu lineæ latitudinis,palam qd̃ ſupficies interiacens lineas minor uidebitur

uidebitur,lineæ ergo a b & g d quaſi concurrere uidebuntur,nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes,quia ſemp lineæ latitudinis ſub aliquo angulo uidentur, cui in termino uiſiõis ſubtenditur baſis cuiuſcũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes,ſi nota uiſui quæ ſit a,paralellæ ſubiaceant,quæ ſint lineæ l g & x e, ita qd̃ uiſus ſit erectus ſuper ſuperficiẽ horizontis,& lineæ illæ ſint in ſuperficie ipſius horizontis, adhuc illæ lineæ ſecundũ remotiores à uiſu partes quaſi cõcurrere uidebũtur,dimittatur em̃ à uiſu a, ꝓpendicularis ſup ſuperficiẽ horizontis p 11.undecimi,quæ ſit a b,ſintq; ut prius lineæ h e, k n, t m,paralellæ,dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet ſuperficies interiacens lineas l g & x e,& partes linearũ remotiores à uiſu quaſi cõcurrere uidentur, ducat̃ em̃ linea à puncto b,perpendiculariter ſuper lineã x l quæ ſint b r,erũtq; lineæ b r & l x, in eadẽ ſuperficie per ſecundã 11.& producatur linea b r ſuper lineam g e in punctum f, ſecetq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t,& ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a,ſimiliter ducantur lineæ a r,a p,a t,qm̃ itaq; angulus a b r,eſt rectus, palamq; ſuperficies a b c,erecta eſt ſup ſuperficiẽ l x, e g,& earũ cõmunis ſectio eſt linea b f,per 19.primi huius,qm̃ illa linea b f,eſt in ambabus illis ſuperficiebus, quia ergo linea a r ,ptracta eſt in ſuperficie a b c,& ſimiliter lineæ a p & a t,palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p u & a c m,ſunt recti,& ita illi trigoni qui ſunt a b r,& a b p, & a b c, ſunt orthogonij, ſi linea p n eſt æqualis lineæ r x,ex hypotheſi,& per 34.primi,qa uero angulus a b r eſt rectus,erit angulus a r b acutus per 32.ergo per 13.primi angulus a r p eſt obtuſus, linea ergo a p maior eſt quàm linea a r per 19.primi,angulus ergo r a x,per 34.primi huius,maior eſt angulo p a n,maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmiſſam, ſimiliterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p,quoniam eadem eſt demõſtratio,eſt enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ:Si ab æqualibus etc.tota ergo linea l x uidebiꝫ maior quàm tota linea k n,eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m ſuperficiei,ergo l x g e,partes remotiores uiſui uidebuntur ſtrictiores, lineæ ergo l g & x e,uidebuntur quaſi concurrere,non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia ſemper ſub angulo aliquo uidebuntur,& eodẽ penitus modo demonſtrãdum ſi lineæ paralellæ uiſæ ſint uiſu ſuperiores,ut ſi uiſu inferius exiſtente lineæ ipſæ paralellæ ſint in aliqua ſupficie ſuper uiſum, ut accidit in tectis domuum, & ſimilibus uiſu exiſtente inferius, patet ergo propoſitum. XXII.



Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquediſtãtibus obiectis uiſui diſtãtia remotiorũ minor uiſui apparet.

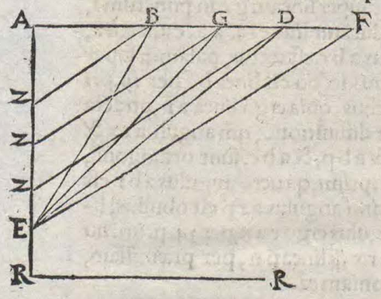
Eſto ut in præmiſſa uiſus,cuius centrum ſit a,erectus in aẽre ſecundũ erectionem uidentis,in ſuperficie quoq; horizontis ſubiaceant uiſui lineæ æquales & æquediſtantes, & ſecundũ æqualẽ diſtantiam ab inuicem diſtantes,quæ ſint l x, k n, t m, g e,hoc ordine poſitæ ut linea b e ſit uiſui ꝓpinquior,aliæ uero ſuæ nominationis ordine ſint remotiores à uiſu, dico quod linearũ k n & t m, diſtantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum em̃ iſtæ lineæ ſint æquales & æquediſtãtes,quæ ſunt l x, k n,& t m,copulatis ipſarum terminis per lineas l g & x e,erit per 30.& per 33.primi, linea l g æqualis lineæ x e,& ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ l x, g e, & facta demõſtratione ut in illa,ſequatur angulum r a p eſſe maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35.primi huius,qm̃ in trigono orthogonio a b f,partes æquales ſunt abſciſæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c,& e f, eſt ergo angulus r a p maior angulo p a c,p 10. quinti,linea ergo r p p 20. huius, uidebiꝫ maior q̃ linea p c,et linea p t maior q̃ linea e f,Remotior ergo iſtaꝝ diſtantiarũ quæ ſunt r p,& p c,et e f,minor apparet

paret uiſui per 20.huius,& hoc eſt ꝓpoſitū. Et uniuerſaliter in omni uiſus diſpoſitione ad datas paralellas poteſt hoc idem ut in præcedenti demonſtrari.

XXIII.

Aequaliū partiū eiuſdē uiſibilis lineæ cōnectenti centra foraminū girationis neruorum cōcauorū æquediſtantis remotior à uiſu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminū girationis neruorum concauorū, ſintq; æquales partes eiuſdē uiſibilis ſupꝓ lineā æquediſtantē lineæ r t collocatæ, quæ ſint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a e, in qua ſit centrū oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b ꝙm b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cū enim perpendicularis e a, ſit breuior oībus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oībus lineis e b, e g, e d, q̄d per

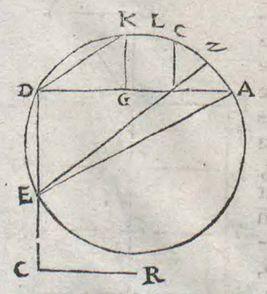


penultimā primi palā eſt, manifeſtū eſt ergo, qm̄ ps a b, eſt ꝓpinquior uiſui oībus illis partibus quæ ſunt b g & g d, d f, ducantur em̄ lineæ ꝓ quas accedunt formæ puncto⁹ ad uiſum quæ ſunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31. primi, linea b z æquediſtās lineæ g e, quia igit̄ in trigono a e g, linea b z æquediſtat lateri e g, palā per ſecundā ſexti, qm̄ eſt ꝓportio lineæ a z ad lineā z e, ſicut lineæ a b ad lineā b g, ſed linea a b æqualis eſt lineæ b g, ex hypotheſi, ergo linea a z eſt æqualis lineæ z e, ſed ꝓ penultimā primi linea z b eſt maior quàm linea z a, ergo linea b z eſt maior ☐ linea z e, angulus ergo z e b p 18. primi, maior eſt angulo z b e, ſed angulus z b e, per 29. primi, æqualis eſt angulo b e g, quia ſunt coalterni inter lineas æquediſtātes, quæ ſunt z b & e g, ergo angulus a e b maior eſt angulo b e g, ergo p 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, ſub maiori em̄ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquediſtāte lineæ e d, eadē eſt demonſtratio. Idem quoq; accidit ſi lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nō ſunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipſas imaginata æquediſtet lineæ g e uel g t, & hoc eſt ꝓpoſitū.

XXIIII.

Aequalium diuerſorū uiſibiliū ſecundum eandem rectam lineam æque diſtantem lineæ connectenti centra foraminum giratiōis neruorum concauorum uiſui obiectorū, quod propinquius eſt uiſui apparet maius.

Sint duo uiſibilia diſcontinuata diuerſa, ſed æqualia a b & g d, oppoſita uiſui ſecūdū lineā a d, quæ ſit æquædiſtans lineæ r t, cōnectenti cētra foraminū giratiōis neruoꝝ cōcauorū, & ſint inæqualiter diſtātes à cētro uiſus qd̄ ſit e, ducāturq; lineæ à terminis uiſibiliū ad centrū uiſus, quæ ſint e d & e a, & ſit linea e a maior ☐ linea d e, dico qd̄ g d apparebit uiſui maius ☐ a b, ꝓducantur em̄ lineæ e g & e b, et circa trigonū a e d, deſcribatur circulus p 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circūferentiā in



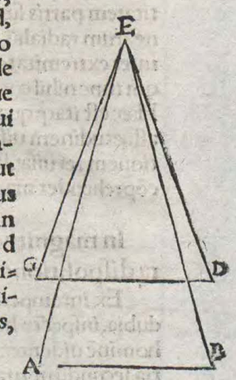
punctū l, & linea a b in punctū z, & à puncto g ducatur perpendicularis ſup a d, p 11. primi, q̄, ꝓtracta ad circūferentiā ſit g k, et à pūcto b ducatur linea b c, æquediſtās lineæ g k, erit ergo p 29. primi linea b c, ꝓpendicularis ſuper lineā a d, ſecetq; periferiā circuli in pūcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulū collocatæ æquales ꝓtes ſunt reſectæ quæ ſunt a b & g d, qm̄ illæ ſunt æquales ex hypotheſi, & à pūctis ſectionū ſunt duæ lineæ ꝓpendiculares ſup lineā d a, ꝓductæ ad periferiā illius circuli, q̄ ſunt g k & b c, erit ergo p 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, ſed & linea a b eſt æq̄lis lineæ g d, ex hypotheſi, & angulus a b c æqualis eſt angulo k g d, qa uterq; rectus, ergo corda k d æqualis eſt cordæ c ā, p 4. primi, ergo p 27. tertij, arcus d k æqualis eſt arcui c a, ſed arcus c a eſt maior arcu z a, ergo & arcus k d maior eſt arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior eſt arcus l d arcu z a, ſed in arcū z a cadit angulus a e z,

a e z, & in arcū l d cadit angulus l e d, ergo p ultimā ſexti angulus l e d maior eſt angulo z e a, ſed ſub angulo a e z, uidebitur linea a b, & ſub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uiſui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod eſt propoſitum.

XXV.

Aequaliū & æquediſtantiū magnitudinū inæqualiter à uiſu diſtantiū, ꝓpinquior ſemꝑ maior uidetur, nō tñ ꝓportionaliter ſuis diſtātijs uidetur.

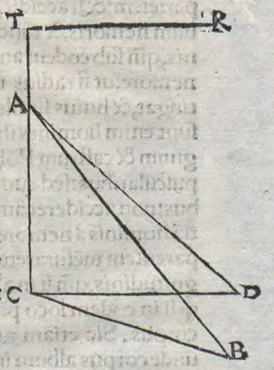
Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo, cuius centrū ſit e, ſitq; uiſui propinquior g d ☐ a b, dico ꝙ maior apparebit g d ☐ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq; g d ſub angulo g e d, qui eſt minor angulo a e b, ut parte ſua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior ☐ linea a b, & hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrū uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis: ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris ſecundū apparentiam ad a b minorem, ſecundū apparentiā ſit ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorē, qm̄ ut patet per 11. huius maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiæ minorē, ☐ anguli g e d maioris ad angulū a e b minorem. Sed quantū angulus g e d eſt maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior ☐ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter ſuis diſtantijs, quoniam diſtantiarum maior eſt proportio, & hoc eſt propoſitum.



XXVI.

Om̄e uiſibile obliquatū à uiſu minus uidetur ſe ipſo ſecundum proximum ſui terminū directe uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorū r t, ſitq; centrum uiſus a, & ſit uiſibile obliquatū à uiſu b c, ducanturq; lineæ a b & a c, & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducat̄ linea e d, æqualis lineæ c d, & æquediſtans lineæ r t connectenti centra oculorū, qd̄ fieri poteſt per 39. tertij huius, illa ergo directe uiſui opponetur per ſuppoſitionē, ducat̄ quoq; linea a d, & quoniam per a huius linea c d ſub maiori angulo uidetur ☐ linea c b, patet per 20. huius, quoniā minor uidet̄ linea c b obliquata ☐ ſua æqualis, quæ eſt linea c d directe uiſui oppoſita ſecundum proximū terminū ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c, & hoc eſt propoſitum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu niſi auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſſis, anguli qui formantur in centro ūiſus, & partes ſuperficierū uiſus, ſecundū quas fit cōprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundū approximationē & remotionem eiuſdē rei, & ſecundū eandem directionem uel obliquationē ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales. Virtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatē ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulū uel ſolum remotionem, qm̄ neutrū illorū per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulū & remotionē ſimul: quā titates ergo ueræ ipſoꝝ uiſibilium nō cōprehendentur niſi per diſtinctionē & cōparationem: hæc aūt cōparatio erit ſimul, & erit ipſius baſis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, eſt ſuperficies rei uiſæ ad angulū pyramidis, & ad quantitatē lōgitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Cōſideratio uero uirtutis diſtinctiuæ ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti cum cōſideratione remotiōis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus, qm̄ quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundū quantitatē illius anguli per ultimā

tertij huius. Nō est autem in illa cōsideratione uirtutis distinctiuæ inter remotiōem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiōis, secundū quantitatē extensiōis istarum linearū à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ, & quomodo cū hoc cōprehenderit quantitatē remotiōis rei uisæ per 10. huius, tunc imaginabit quantitatē lōgitudinū istarum linearū & quantitatē spaciorū, quæ sunt inter ipsarū extremitates, quæ spacia sunt diametri rei ipsius uisæ, qm ergo uirtus distinctiua imaginabit quantitatē anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitatē lōgitudinis linearum radialiū, & quantitatē situs ipsorū adinuicem, & quantitatē spaciorū quæ sunt inter extremitates eorū, tunc ipsa cōprehendet quantitatē rei uisæ secundū suum esse, qm tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incōprehēsum. Hæc est itaq; qualitas cōprehensionis magnitudinis rerum uisarū, & fit plurimū ꝓpter assuetudinem uisus indistinctæ remotionis uisibiliū, qui quando senserit formā & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatē loci & quantitatē remotionis, & ex ijs cōprehendet magnitudinē rei uisæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominē uidentem distantia inter hominē & nemus aut parietē uisum, quāuis illa distantia secundū ueritatem sit plurima, tunc uidebit propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebūtur homo & nemus aut paries eiusdē altitudinis, qm sub eodem angulo uidētur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & æstimata sunt illa uisa fuisse fantasmata à uidentibus: non accideret autē aliquid talium luce existente in temperamento, qm tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundū terminū ipsius apparentem mēsuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm si in aliquo loco statuatur aliqd corpus fortis coloris, nō latebit uisum: q; si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebit illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorū identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positū effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rem uisam, nō uidebit: remota uero albedine spacij interiacentis, statim forma illius albi corpis cōprehendet, fit ergo tunc occultatio ex cōuenientia colorū, qm si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, unde uidebit ipsum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiam lōgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm tunc uidebit res multo minor q; sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti abconduntur uisui, quia nō potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniā plura insensibiliter abscōdita faciunt rei sensibilem ablationē, quæ nō fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm corpus approximatū oculo, uidetur maioris quantitatis q; sit re uera, quoniam ꝓpter magnitudinē anguli corpus uidet maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundū quantitatē enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informat, ut patet per 87. primi huius: unde secundū quantitatē illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantitatis

tatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente ꝓpositione, nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nō sit capax totius quantitatis radialiū linearū, nec potest certitudinaliter mensurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinē. Vera aūt remotio corporis attendit secundum lineam à centro uisus ad superficiē rei præcedentē, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nō facit aliquā sensibilē errorem in longitudinis illius æstimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantiā, tunc fit semidiameter oculi ꝓportionalis distantiæ corporis ꝓportione sensibili, erit enim aliqn maior, aliquando æqualis, aliqn minor ꝓportiōe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi: unde in tali ꝓprietate rei uisæ magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lōgitudinis æstimatæ respectu, uere inducunt sensibilē apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiā situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorū est unum post aliud in ordine dispositū, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qd est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigil stans in turris alicuius eminētia, uidēs homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, ꝓpinquiores sibi æstimat altiorē. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorū unum sit modicū maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipsorum, forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, qm paruitas illius excessus nō sentitur ꝓpter sui paruitatem, nō enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enī angulata corpora angulorū, quia parum solida sunt, qnq; nō uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniā in aëre nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, q; corpus uisum maius apparet q; in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cū tractatū de ijs quæ uidentur per medium secundi diaphani faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens titio sæpius per aliquod spacium uelociter mouetur, apparet totum spacium ignitū, quia nō perpenditur quantitas temporis propter uelocitatē motus titionis, & sic ignis paruus æstimat maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutā, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partiū eius oppositionem ad uisum secundū directionem uel obliquationē, siue dicat ordinationē superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiē ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierū apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciorū, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul cōprehēsa à uisu, semper accepto situ secundū quācunq; istorū modorū: hæc omnia & singula cōprehēdit uisus, ut hæc sunt dispositа in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semp cōprehendit quēlibet motū situs, cōprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ꝓpositū, qm hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam q; oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est,

cōpo

componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus: comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescẽtem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua cõprehendet locum rei uisæ & suam remotionẽ, tunc uisibilis cum illis cõprehendet rei oppositionẽ: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniã uisus nõ cõprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquũ uisui & locum propinquũ ei: uirtus enim distinctiua cõprehendit omnia loca rerum locatarũ per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quã est illa remotio, ut patuit per 14. huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud cõprehensionem rei uisæ, & quoniã uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua cõprehendit q̃ res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorũ in superficie membri sentientis, ad qd̃ perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua, ita loca uisibiliũ comprehendũtur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul: situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarũ extremitatum auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cũm enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiẽ illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus, tũc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatã: & similiter est de sitibus linearum & spaciorũ cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionẽ & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, & ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehendãtur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directũ, quando scilicet non perfecte cõprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiã in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet secundũ modum prædictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamẽ pars illius superficiei, lineæ uel spacij per se directe opponitur uisui, quoniã axes

axes radiales ubicunq; extra unum punctũ perpendiculares incidãt, semp incidũt obliq; que, & secundũ angulos inæquales per 10. primi huius. Si aũt superficies, lineæ uel spacia æquedistẽt axibus uisualibus, nec secenẽ ab illis, opponanẽ aũt uisui, tũc etiã situs ipsoꝝ in directione & obliquatione cõprehenditur à uisu per remotionẽ suarum extremitatũ, & potest fieri proportio istorũ ad superficies, lineas uel spacia quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquedistant, patet itaq; illud quod proponebatur.

XXXII.

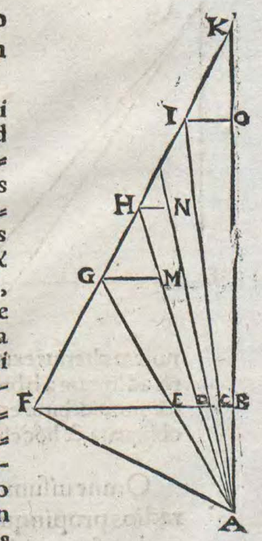
Situs partiũ & situs terminorũ superficiei rei uisæ, aut situs superficierũ eius adinuicem, & situs plurium uisibiliũ simul uisorum ex comprehensiõe diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ puenit ad aliquã partẽ superficiei uisus, ad quã peruenit forma totius rei uisæ: unde cũ superficies rei uisæ fuerit diuersoꝝ colorũ distinctorũ, tunc erit forma peruenies in uisum diuersoꝝ colorũ, & erũt partes eius distinctæ secundũ directionẽ partiũ superficiei rei uisæ, tunc itaq; uisus sentit quãlibet partẽ formæ uisæ ex sensu coloꝝ illarũ partiũ & lucis quæ est in eis, & sentit loca formaꝝ partiũ in superficie uisus ex sensu coloꝝ partiũ illarũ & lucis eaꝝ, & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illoꝝ colorũ ex cõprehensione diuersitatis partium formæ, & ex cõprehensione differentiaꝝ ipsarũ partiũ, & sic cõprehendit aliqd cõtiguũ & aliquid separatũ, similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionẽ & remotionem, uel secundũ præeminentiã unius ipsaꝝ super alterã, & profundationẽ unius ipsaꝝ sub altera cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partiũ secundũ magis & minus: termini aũt superficiei rei uisæ ac superficieꝝ eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsoꝝ cõprehenditur à uisu per cõprehensionẽ partis superficiei eius, in qua puenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eiꝰ & p cõprehẽsionẽ terminoꝝ illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis distinctiuæ, & qm̃ oia, pposita secundũ hunc modum cõprehenduntur, patet ergo illud qd̃ pponebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel superficies rei uisæ directe uisibus uel uisui opposita pfectius uidetur cũ obliquata, & secũdum quãtitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.

Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisæ directe uisibus oppositæ, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f, ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes ꝓducantur ad superficiẽ obliquatam. Incidat linea a e in punctũ g, & linea a d in punctũ h, & linea a c in punctũ i, & linea a b in punctũ k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior cũ linea f d: & si à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ f d per 31. primi, quæ sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior cũ linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquedistans lineæ d c, quæ sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior cũ d t, eodem quoq; modo fit de omnibus

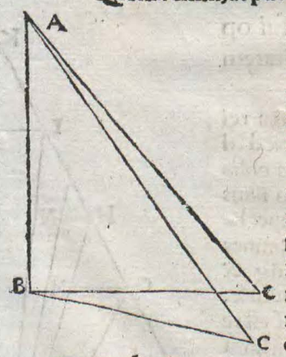


 punctis

punctis lineæ h k, patet ergo q̄ eidem angulo, qui fit in centro uiſus, ſemper ſubtendun-
tur maiores partes lineæ obliquatæ, q̄ę lineæ directe oppoſitæ uiſui: partes itaq; ſuperfi-
ciei rei uiſæ directe uiſui uel uiſibus oppoſitæ æqualiter diſtantes â puncto axis, uel â
puncto coniūctionis, ſimiliter uiſiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ
perfectius tota illa ſuperficies uidetur, & omnes ſubtiles intentiones quæ ſunt in ipſa:
ſuperficies nota obliquata uiſibus, acquirit formam dubitabilem, ſiue per unum uiſum
uideatur ſiue per ambos, & ſiue illa forma per axes perueniat ad uiſum ſiue extra axes;
& etiam ſi diſtantia ſit mediocris ipſius ſuperficiei obliquatæ â uiſu, partes enim ſuper-
ficiei illius æquales partibus ſuperficiei directe uiſui oppoſitæ, ut patet ex prædemon-
ſtratis, ſub minori angulo uidentur, quoniã ſi eſſent directe uiſibus oppoſitæ, quia lineæ
ſuarum extremitatum â centro uiſus productæ, minoribus angulis ſubtenduntur, ſic er-
go totales illæ ſuperficies inſtituuntur in ſuperficiebus uiſus, quaſi congregatæ propter
ſuam obliquationem, angulus enim quem ſubtendit ſuperficies ipſius uiſus, quæ eſt in-
formata ſuperficiei obliquatæ, eſt paruus & ſenſibiliter minor, eo q̄ faceret eadem ſu-
perficies uiſibus oppoſita directe, uel ſuperficies aliqua alia æqualis ſuperficiei obli-
quatæ, quia ergo ipſa ſupeficies uiſus informata ex illa obliquata ſuperficie eſt minor,
& partes paruæ illius ſuperficiei obliquatæ incidunt angulis quaſi inſenſibilibus ꝓpter
maximam obliquationem, ideo de neceſſitate illa ſuperficies obliquata uidetur minus
perfecte: cum enim parua ſuperficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ ex-
euntes à centro uiſus ad extremam illius partis, fient quaſi linea una, qua propter ſentiẽs
non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq; partem quam diſtinguũt ex ſup
ficie uiſus: tota ergo ſupficies obliquata uiſui multũ amittit ſenſibilitatis, q̄a ſi in ipſa fu
erũt ſubtiles aliq̄ intentiones, non cõprehendent à uiſu, ꝓpter latitantiã ſuarum partiũ
paruaꝝ, & qm̃ ſuperficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpoſitæ paſſionis, ideo ſecundũ
quantitatẽ obliquatiõis fit imperfectio uiſionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

**Exceſſu remotionis nimio exiſtente, res à uiſibus obliquata quandoq; ui
debitur directe oppoſita.**



Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit̃ ſecundũ quan-
titatem diametrorũ rei uiſæ, ideo & nimietas exceſſus remoti-
onis attenditur ſecundũ quantitatem diametroꝝ rei uiſæ: quæ
enim magno uiſibili non eſt nimia diſtantia â uiſu, hoc mino-
ri uiſibili eſt nimia, qm̃ non eodẽ modo in eadem diſtantia ma
ius & minus percipiũtur â uiſu, ut patet per 7. & per 20. huius.
Sit itaq; centrum uiſus a, & res uiſa obliqua quæ b c, cuius alter
terminorum qui ſit b propinquior ſit uiſui, ſit q̄ illa res uiſa ſub
angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b
a c minor q̄ ipſa res uiſa, quæ b c â proximo ſui termino ad ui-
ſum qui eſt b directe uideretur, ſed per 11. huius, in omnibus ui
ſis maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam mino
ris, q̄ ſit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ
remotione diſtantiarum proportio diſtantiæ maioris unius
extremorum rei uiſæ, ut in poſito ipſius c ad diſtantiã mi-
norem alterius extremorum, ut ipſius b, eſt differentiæ inſenſibilis, ut lineæ a c longio-
ris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis inſenſibilis eſt differentia ipſorum angu
lorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quaſi directe uiſibus oppoſita cum ſit
obliquata, & hoc eſt propoſitum.

XXXV.

**Omne uiſum exiſtens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uiſuali, uel ꝑ
radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uiſualibus com-
prehenſum, uidetur axi communi approximare plus eius ſitu uero.**

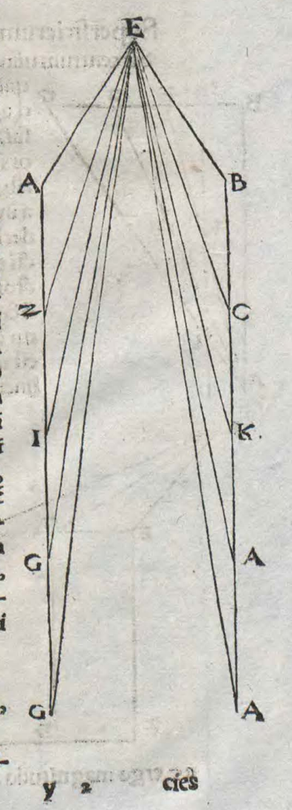
Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, ſemper defert punctum, cui incidit
ad punctũ medium nerui cõmunis, cui ſemper inhæret terminus axis cõmunis. Cum er
go uiſus comprehendit rem uiſam ſecundũ qđ eſt, & inſtituitur forma in concauitate cõ
munis nerui in uno loco, & cõtinua ſibi adinuicem ſecundũ continuationem rei uiſæ, &
punctus rei uiſæ qui eſt ſuper radialem axem, licet non fuerit ſuper axem cõmunem, ui-
detur tamen in loco propinquiori cõmuni axi, q̄ ſit in ſuo uero loco, tunc puncta reſi-
dua etiam uidentur in loco propinquiori cõmuni axi, q̄ ſint in ſuo uero loco, quia ſunt
continuata cum parte quæ eſt apud extremum axis: & ſi axes amborũ uiſuum concur-
rerint in aliqua re uiſa extra axem cõmunem, uidebitur tunc illa res in loco propinqui-
ori communi axi, q̄ ſit in ſuo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uiſuales
concurrerint in aliquo uiſo, tunc ut plurimum axis communis tranſibit per illud uiſum,
quia raro axes amborum uiſuum concurrunt in aliquo uiſo extra axem communem,
niſi per laborem aut impedimentum cogens uiſum ad hoc: unde hæc diſpoſitio non eſt
uiſibus aſſueta, quia ſi eſſet talis diſpoſitio uiſibus multum aſſueta, tunc ipſa accideret in
omni uiſione uel pluribus, qđ tamen non eſt uerum, patet itaq; propoſitum.

XXXVI.

**Omnium uiſibilium ſecundum ſui longitudinem ante oculos extenſo-
rum, quæ ſunt à dextris in ſiniſtram, & quæ in ſiniſtris ad dextram educi ui
dentur partem.**

Sint duo uiſibilia ſecundũ ſui longitudinem ante oculos extenſa, quæ exempli cau
ſa ſint æquediſtantia, & ſint a b & d g, ſit q̄ centrum uiſus e, ducan-
tur q̄ lineæ ad puncta illorum uiſibilium in ſiniſteriori quidem par
te quæ ſit a b, ducantur lineæ e b, e c, e k, e a, & in dexteriori quæ ſit
g d ducantur lineæ e d, e z, e i, e g, dico q̄ lineæ e z, e i, e g uidenẽ qua
ſi in partem ſiniſtram ꝓductæ, & lineæ e t, e k, e a uidentur quaſi
ꝓtractæ in partem dextrã, ſit enĩ linea e d ꝓpendicularis ſup lineam
d g, & linea e b ꝓpendicularis ſuper lineã b a, erit ergo per 19. primi
linea e d breuior oĩbus lineis e z, e i, e g, & linea e b breuior oĩbus li-
neis e t, e k, e a: lineæ ergo e d & e b minimã â uiſu denotebũt diſtan-
tiam lineaꝝ g d & a b, ſecundũ illas ergo lineas ꝑfectior fit uiſio par
tiũ rerũ uiſaꝝ q̄bus incidũt ꝑ 23. h 9, linea ergo e d apparebit dexte
rior oĩbus lineis ſuo uiſibili incidẽtibus, & linea e b ſiniſterior, illis q̄
q̄ lineis ꝓpinquis incidẽtes mutabũt ſitus diſpoſitionẽ ſcđm receſ-
ſum ab illis lineis, erit q̄ linea e z dexterior q̄ illa linea e i, & linea e i
dexterior q̄ linea e g: palã ergo, qm̃ linea e g uidet̃ in ſiniſtra â linea
e i, & linea e i ſimiliter uidet̃ in ſiniſtra â linea e z, eodẽ quoq; modo
uidebitur linea e a in dextrã educi â linea e k, & linea e k uidetur in
dextrã educi à linea e t: punctũ ergo z plus approximat ad ſiniſtrã
q̄ punctũ d, & punctũ i plus q̄ punctũ z, & punctũ g plꝰ q̄ punctũ
i: tota ergo linea d g uidet̃ ſiniſtrari, & tota linea b a uidet̃ dextrari,
qm̃ pũcto b exiſtente ſiniſtro, punctũ t uidet̃ plus dextrũ illo: & itẽ
punctũ k plus dextrũ pũcto t, & punctũ a plus dextrũ puncto k, pa-
tet ergo ꝓpoſitũ, qm̃ ſimiliter eſt in quibuslibet alijs punctis demon
ſtrandũ, q̄ enim ſub dexterioribus radijs uidenẽ, dexteriora apparẽt,
& quæ ſub ſiniſterioribus ſiniſteriora, ut patet per ſuppoſitionẽ hu-
ius, hæc aũt omnia accidũt, qa lineæ paralellæ ſcđm remotiores ſui
â uiſu partes cõcurrere uidenẽ ꝑ 21. huius, & hoc eſt propoſitum.

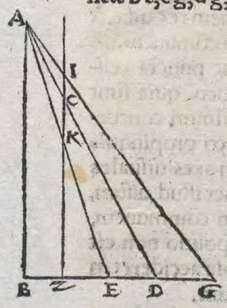


XXXVII.

**Superficierum ſub oculo iacentium, remotiores à uiſu,
altiores uidentur.**

Sit centrum uiſus a in altiori ſitu collocatũ, quoniam ſuperfi-

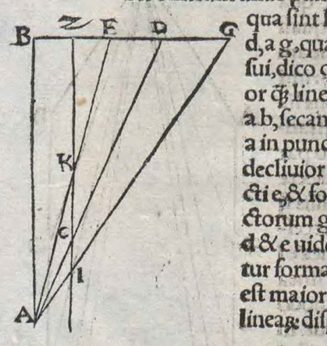
cies rei uisæ in qua sint lineæ b e, e d, d g, ducanturq; lineæ a b, a e, a d, a g, sitq; causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, qm̃ in alijs sitibus maior est diuersitas, dico q; linea g d altior uidetur q̃ linea d e, & linea d e altior q̃ linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & â quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quæ fiat altior q̃ linea a b, quoniam ergo punctorũ formæ e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, q̃ perueniant ad punctum a centrũ uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & pũctus t puncto k, ideo q; linea a t maior est q̃ linea a i, & linea a k maior q̃ linea a t per 18. primi: & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctũ d, & in linea in qua est punctũ k, est etiam punctũ e: per cõprehensionẽ uero punctorũ d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, qm̃ cũ linea g d eleuatior apparebit q̃ linea d e, & similiter d e apparebit eleuatior q̃ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionẽ huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundũ illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, q; multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longe à uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctorũ ad uisum per modũ circũferentiæ circa centrũ uisus propter æqualitatem uirtutis uisiuæ, patet ergo propositum.



XXXVIII.

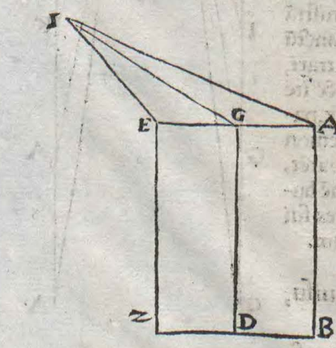
Superficierum uisui superiacentiũ remotiores à uisu decliuiores uidentur.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum q̃ superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g, & ducantur sicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico q; linea d g apparebit decliuior q̃ linea d e, & linea d e decliuior q̃ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquedistans lineæ a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur q̃ forma puncti d, & forma d decliuior q̃ forma puncti e, & forma puncti e decliuior q̃ forma pũcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorũ e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniã ita q;, ut ostendimus in præmissa, linea a t est maior q̃ linea a i, & linea a k minor q̃ linea a c: & secundum harum linearũ dispositionẽ fit forma illorũ punctorũ uisio, palã ergo, qm̃ cẽtro uisus & ipso uisibili sic dispositis. Remotiora igit̃ à uisu, decliuiora uisui occurrunt, q̃ propinquiora, & hoc est ꝓpositum.



XXXIX.

Aequalium magnitudinũ sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

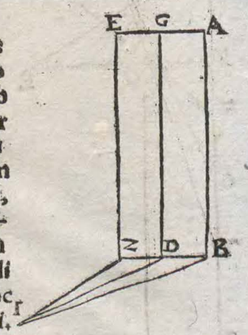


Sit centrum uisus punctum i, & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, q̃ sint a b, g d, e z, sitq; a b remotior â uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrũ oculi punctũ i, eleuatius existẽs illis magnitudinibus, ducãturq; lineæ i a, i g, i e, dico q; magnitudinũ illarũ a b apparet altior q̃ g d, & g d altior q̃ e z, qm̃ enĩ linea i a est eleuatior q̃ linea i g, & linea i g eleuatior q̃ linea i e, & in linea cui incidũt lineæ i a, i g, i e sunt pũcta a g e, & p. 37. h9 uidenĩ pũcta remotiora uisui altiora, pũcta uero a g e sunt in magnitudinib9 a b, g d ez, ergo magnitudo a b apparet eleuatior q̃ ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet altior quàm ipsa e z, quod est ꝓpositũ, & qa de qualibet magnitudine lõgiori potest abscindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidẽtur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.

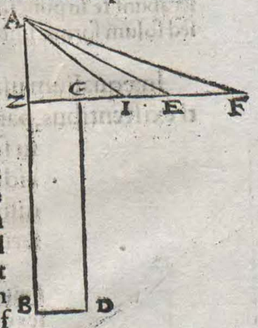
Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum i, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ i b, i d, i z, quoniã ergo sicut patet per 38. huius, forma ueniens per lineã i b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc est propositũ, est aũt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.



XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris ꝓpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autẽ idem.

Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrũ uisus punctum e, ducatur q; linea g e perpendicularis super lineã g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pũcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundũ hoc aũt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamẽ illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

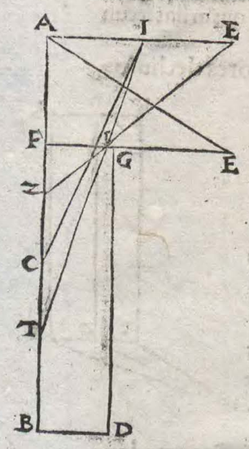


XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secũdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uisu, accidit ecõuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta â centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod sit z, per

uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma lineæ z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum: secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso, nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non peruenient ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ linea z a, patet ergo propositum.



XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.

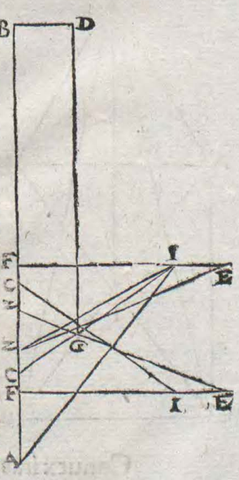
Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multiplicetur q̃q; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabitur q̃q; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p. 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo; t i f

lo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducãtur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uisum ergo à pũcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior q̃ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ potest comprehendi, nec ẽm est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo sit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiõe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepuscularibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cũ aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distãtia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cũ tamen sit obliquatio secundũ uerum.



Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo

octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ.

Quoniam enim formæ rerum deſcribuntur in oculi ſuperficie ſicut ſunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ ſecundum figuram quæ deſcribuntur in oculi ſuperficie ſic peueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima ſecundum ſui diſpoſitionem, tũc patet quod forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ, & ſimiliter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium ſuperficiei rei uiſæ, certificatur aũt hæc uiſio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unũ per totam circunferentiam rei uiſæ aut partis eius, ſic em̃ ex certificatione ſituum termiorũ formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex cõprehenſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uiſæ ſuper inuicem, patet ergo propoſitum.

XLVI.

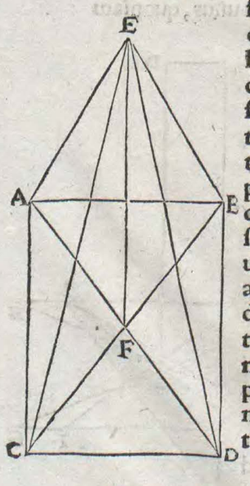
Figura rectilinea cõprehendit̃ à uiſu ex ſuorũ terminorũ cõprehẽſione.

Qm̃ enim figura eſt quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum ſunt lineæ quæ comprehendũtur uiſu non decepto ſecundum ipſarum ſituationẽ in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ, palam ergo quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi, & hoc eſt propoſitum, ſed in his omnibus uiſus requirit diſtãtiam mediocrem & alias circunſtantias uiſui debitas, ne forte fiat deceptio in ipſo uiſu.

XLVII.

Planicies ſuperficiei ſecundum mediocrem diſtantiam directe uiſui oppoſitæ comprehenditur, & ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationis ipſarum.

Sit ſuperficies plana a b c d, & ſit centrum uiſus e, à quo ducatur ſuper datam ſuperficiem perpendicularis e f, & quoniam ſuperficies illa eſt directe uiſui oppoſita, ſic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, diſtantia quæ ſunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ ſint ꝓpendiculares ſuper lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales, ſuperficies itaq; a b, c d, ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu, ſed & aliis lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, centro uiſus productis illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis cõcluditur æqualitas, tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſuas partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f, conſimiliter peruenit ad uiſum, tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum, & hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonſtrandum, ſemper enim termini cuiuslibet partium ſuperficiei erunt lineæ rectæ, ſuperficies ergo eſt plana.



XLVIII.

Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partiũ mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim ſuperficies conuexa directe uiſui opponitur ſecundum mediocrẽ diſtantiam, tunc cum omnis regularis ſuperficies conuexa ſit pars alicuius ſphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, ſi ſuperficies illa oppoſita uiſui ſit pars ſphæricæ ſuperficiei, ſi à centro uiſus ad centrum ſphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producãtur, patet per 73. primi huius, quod ſola illa quæ centrũ tranſit, eſt ꝓpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ; aliæ uero oẽs lineæ à centro uiſus ad illã ſphæricã ſuperficiẽ productæ, ſunt ſup illã ſuperficiẽ incidẽtes obliq; erit ergo p 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrũ uiſus & ſuperficiẽ ſphæricam omniũ aliarum linearũ breuiſſima, ergo ſecundũ illã fit ꝓxima approximatio ad uiſum, & oẽs circuli ſecundũ punctum cui incidit illa perpendicularis in ſuperficie ſphæræ deſcripti, erũt uiſui proximiores ſecundũ illa puncta, & ſecundũ alias lineas oblique incidentes erunt uiſui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto ſunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, oẽs lineæ à centro uiſus ad periferias maiorũ circulorum productæ ſunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipſi perpendiculari, ex cõprehenſione ergo propinquitatis partium mediorum in illa ſuperficie, et remotione aliarũ partiũ quæ ſunt in terminis, apparet maior eleuatio partiũ mediarũ quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiũ ſuperficiei uidetur gibboſitas, quæ eſt cauſa conuexitatis, & qm̃ in omni pũcto ſupficiei ſphæricæ ſecant ſe circuli magni trãſeuntes per centrũ illius ſphæræ, & oẽs lineæ quæ lineæ breuiſſimæ utrunq; æque ꝓpinquant ſunt æquales, ideo ſecundũ æqualem diſtantiam à perpendiculari fit æqualitas omniũ linearũ ad ſphæræ ſuperficiẽ à centro uiſus ꝓductarũ, & apparet deflexio gibboſitatis æqualis ſecundũ omnẽ differentiã poſitiõis in ſphæricis ſuperficiebus maxime cum directe uiſibus opponuntur. Si uero ſuperficies conuexa oppoſita uiſui fuerit pars ſuperficiei columnaris aut pyramidalis rotundarũ, tunc fit eadẽ demonſtratio ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uiſus ad centrum circuli baſis, & omnium circulorũ æquediſtantiũ baſi, aliis quoq; lineis pluribus ab eodẽ centro uiſus non perpendiculariter per eoſdẽ circulos ꝓductis, cõplebitur demonſtratio ut prius, & ſi illæ ſupficies quæcũq; obliquatæ ſint ad uiſum, nihilominus p eadẽ eſt demõſtrandum. Siue enim gibboſitas ſit inferius, ſiue ſuperius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper partiũ inæqualis diſtantia propoſitũ cõcluderet de irregularibus cõuexitatibus per eadẽ fit cõprehenſio in uiſu, patet ergo ꝓpoſitum, uniuerſaliter enim cõuexitas comprehenditur à uiſu ex ꝓpinquitate partiũ mediarũ, & æquali remotiõe partiũ extremarũ, patet ergo qđ ꝓponebaṫ.

XLIX.

Concauitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex remotione partiũ mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

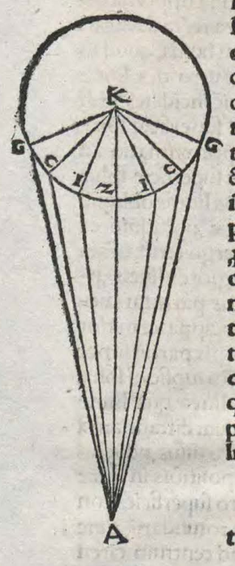
Per eadem q̃ in præcedenti demonſtrandũ, & ſimiliter per omnẽ ſuperficiẽ tranſcurrendũ, ſemp em̃ per 8. tertij, linea à cẽtro uiſus ad centrũ ſphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, eſt omniũ longiſſima, & ſibi ꝓpinquiores ſunt cæteris remotioribus maiores, & oẽs æqualiter ab illa diſtãtes ſunt æquales, ergo termini illius ſuperficiei uidebuntur arcuales, & tota ſuperficies uidebitur concaua, & ſi illæ ſuperficies ſint obliquatæ uiſibus, ſecundũ arcualitas terminorũ fit ſuperius ſecundũ inferius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper per eandem demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadẽ ſupficie exiſtentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Eſto foraminis uneæ centrũ a, in eadem exiſtens ſuperficie, cũ circunferentia circuli uiſi, ita q̃d plana ſuperficies circuli imaginata ꝓduci, ſecet ſphærã oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli ſit g b, & eius centrũ k, & à punctis illius circũferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uiſum a, quæ ſint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, ſecundũ quas lineas formæ illoꝝ punctorũ accedũt ad uiſum, dico qm̃ arcus b g, apparet uiſui linea recta, ducãtur em̃ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̃ ergo linea k b uidetur ſub angulo k a b, & linea k d ſub angulo k a d, qui minor eſt angulo k a b, quoniã

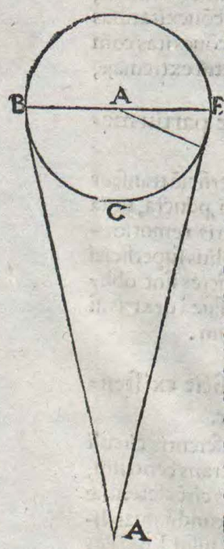
pars eius est, ergo p̄ 20. huius, palā est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, qm̄ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior q̄m k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior q̄m k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̄ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e, ppinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctū b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniū breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qd̄ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota peripheria linea recta, sed ad rectitudinē aliqualiter accedens, patet ergo ppositum, & hoc idē accidet cōuexis & concauis partibus peripheriæ circuli uisui oppositis, quia si à pūcto z ducat̄ aliqua ppendicularis sup lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, ppe uero existēte uisu, maior percipitur conuexitas uel cōcauitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, qm̄ tunc situs partium lineæ circularis secundū suum sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in supficie illius, licet quandoq; forma sphærica illius curuitatis secundū aliqd sui uariet̄.



LI

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem supficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qd̄ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



LII.

Centro foraminis uneæ existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

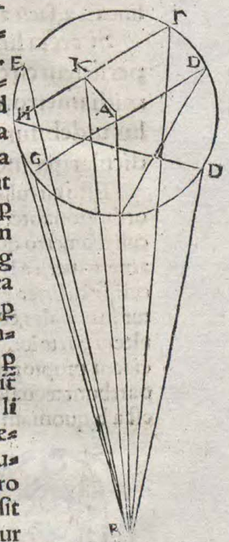
Esto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo à quo ad quēlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circūferentiæ ad centrū ad ipsum uisum peruenient, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

LIII.

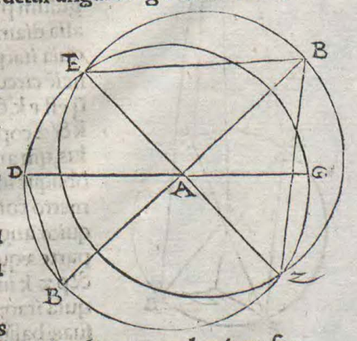
Existente centro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ superficiei circuli insistentis æqualis semidiametro, oēs diametri in eodē circulo, pducti æquales uisui apparebūt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq; linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq; centrū oculi in linea a b in pūcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur em̄ à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri æquales apparēt, imò & ipsi diametri, sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineæ æquedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij, p pendicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h, p 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit p 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit̄ maior quàm linea f h, per 20. huius, similiter quoq; est de omnibus aliis lineis æquedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicē demonstrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed obliquè insistens, sit tñ æqualis semidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cētro uisus in puncto b, existente em̄ ex hypothesi, z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem, palā quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineæ a e, a z, a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoq; ostēdetur angulum g b d esse rectū, & quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparent p̄ 19. uel 20. huius, palam quia oēs diametri illius circuli quocunq; ducant̄ æqles apparebūt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qd̄ est propositum secūdum, patet ergo totū q̄d ,pponebat̄.



LIIII.

Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius supficiei in cētro oblique est insistens, æquales angulos cū diuersis semidiametris cōtinentes, illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt.

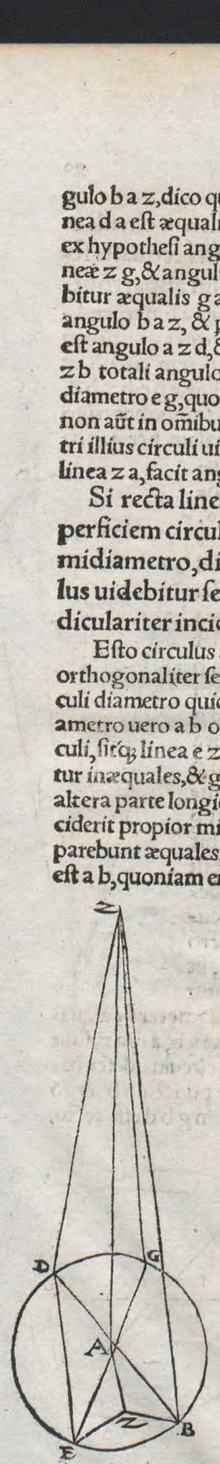


Sit circulus b g d e, cuius centrū a, & sit centrū uisus z, sitq; linea a z non erecta sed oblique incidens superficiei circuli maior uel minor semidiametro d a, sit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis angulo

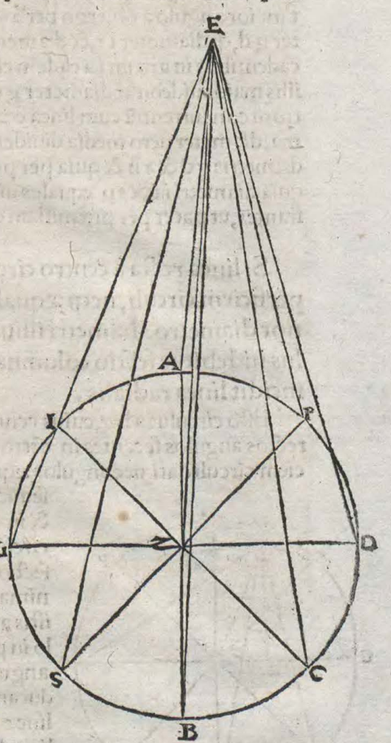
gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim línea d a est æqualis a g, & línea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoq; ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, línea z d æqualis líneæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoq; per eadem demõstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebit̃ línea e a æqualis líneæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝓpositum, possibile est aũt hoc in quibusdam diametris accidere, non aũt in oĩbus diametris circuli taliter uisui oppositi, nõ ergo oportet qd̃ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales: nõ em̃ illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet línea z a, facit angulos inæquales. LV.

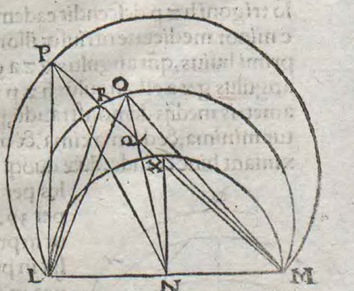
Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, sitq; maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit línea radialis.

Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur línea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g secũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo línea e z erecta super superficiem circuli, sitq; línea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distãt ab utraq; parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpẽdicularis super diametrũ a b, & super lineã z e, palam per 4. undecimi, quoniam línea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt líneæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmissa necessario cadet in communem sectionẽ illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducãtur líneæ e a, e b, e d, e g, producaturq; diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq; alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaq; à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiẽ circuli qui est a b g d, ducanť duæ líneæ, una ꝓpendiculariter q̃ est e k, & alia oblique q̃ est e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ sunt k & z copulatur línea z h, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, qm̃ angulus e z k, minimus est omniũ angulorũ sub línea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia diametro contentorum, & omnis angulus istorũ angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore: duo q̃q; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur q̃q; líneæ e i, e s, e p, e t, quia itaq; ab angulis duoꝝ trigonorũ d e g & t e i, ad medietates suaꝝ basium æqualiũ in trigono d e g línea e z perpendiculariter incidit, & in trigono t e i oblq̃ est, q̃ línea e z maior medietate utriusq; illaꝝ basiũ, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo ꝑ 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i, ergo



ergo ꝑ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut ostensum est ꝑ 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a, ambabus uero basibus trigonorum t e i & a e b, quæ sunt i t & a b, ad medium punctũ qd̃ est z línea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & sic per præmissa de qualibet aliarũ diametrorũ respectu diametri a b est demõstrandũ. Oĩm itaq; diametrorũ circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam, qm̃ propter æqualitatẽ angulorũ aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. prmi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colũnaris. Sed & suppositis ijs quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquũ aliter demõstrari. Extra hanc enim figuram ꝓtrahatur línea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur línea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur línea n x perpendiculariter super lineam l m per 11. primi, & resecetur línea n x ad æqualitatẽ líneæ z e, quæ est ex hypothesi maior q̃ línea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis, ductisq; líneis l x & m x, compleatur trigonũ l m x, & per 5. quarti circũscribat̃ ei portio circuli quæ sit l m x, est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia línea n x est maior utraq; linearũ n m & n l, & qm̃ trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̃ ut patet ex præmissis utercq; ipsoꝝ est rectus, erit per 4. primi basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratio in trigonis d z e & n x m, erit línea d e æqualis líneæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; super punctũ n terminũ líneæ l n ꝑ 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & sit angulus l n o, fiatq; per 3. primi línea n o æqualis líneæ e z, & ducantur líneæ l o & m o, describaturq; supra circa trigonum l o m portio circuli quæ sit l o m, erit quoq; secundũ præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi constituatur super punctũ n terminũ líneæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat línea n p æqualis líneæ e z, & ducãtur líneæ l p & p m, & circa trigonũ l p m describatur portio circuli ut prius, quæ sit l p m, erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; línea à puncto l ad punctũ sectionis, ubi línea m o secat circũferentiã portionis circuli quæ l x m, quæ línea sit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat línea l m. angulus uero l q m maior est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat línea l m. angulus uero l x m maior est angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior est angulo l o m, angulus uero l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t, pa-



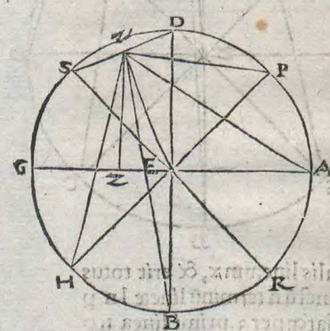


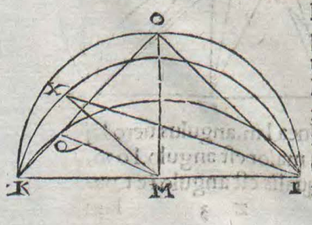
lam ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, qm̃ angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, cꝫ diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & qm̃ de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet ꝙ omnib9 illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmissam angulus i e t æqualis est angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã sunt diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico ꝙ diametri propositi circuli apparebunt inæquales, & ꝙ totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab istis ambobus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & existẽte ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrũ g a, cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet ꝙ angulus z e k est minimus omniũ angulorꝫ illorũ: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad mediũ basis, quæ est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p. est itaq; linea z e minor medietate utriusq; illorũ basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, qm̃ angulus g z a est minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandũ, patet ergo per 30. huius, qm̃ omniũ diametrorꝫ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundũ ꝙ plana approximant hinc & inde: duæ quoq; diametri æqualiter distãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo ꝑpositũ. Sed & suppositis ijs, quæ per 39. huius primi, potest reliquũ aliter demonstrari: Assumaẽ ut in præmissa k l æqualis diametro g d, & diuidaẽ in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũscribaẽ circuli portio per 5. quarti, quæ sit k o l: est autẽ illa portio minor semicirculo, quia linea





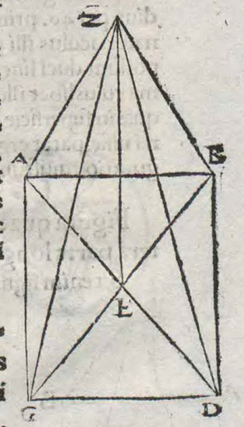
m o

m o est minor semidiametro, eritq; per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & sit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq; lineis k x & l x, circũscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z, & sit linea m q æqualis e z, ductisq; lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo g z a minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior cꝫ diameter h p, & h p maior cꝫ g d, diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earũ intersectio sit e, erigatur e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq; per 40. primi huius medietates diagonorꝫ inter se sunt æquales, ut d e & g e, & linea e z est cõmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per diffinitiõem lineæ super superficiẽ erectæ, erit per 4. primi basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est æqualis angulo b z e uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & qm̃ linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z, & linea a b est æqualis ipsi g d, quoniã sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt. & hoc est propositũ, qm̃ in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cõtineat cum diuersis medietatibus diagonorũ, diagoni illius quadrati apparebũt æquales.

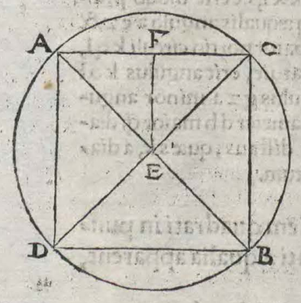
Sit quadratũ a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, qd sit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, sitq; centrũ uisus f. & linea f e sit maior cꝫ linea e a medietate diagoni, uel minor illa, sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamẽ angulus f e a æqualis angulo f e c, dico ꝙ adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt: circa punctũ enim e describatur circulus ad quantitatẽ semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorũ sint æquales per 40. primi huius, qm̃ per 9. tertij circulus iste circũscribeẽ totali quadrato, oẽs terminos diagonorꝫ attinges, erũt ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestũ est ꝑ 54. huius, qm̃ diametri circulorꝫ in hac dispositione omnes uidẽtur æquales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cũ illis, & hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris poligonijs quibuscunq; formæ, & per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ oblique à centro uisus incidẽte, & inæquales angulos cũ diagonis cõtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semꝑ diagoni quadrati inæquales apparebũt.

Remaneat

Remaneat disposítio proximæ præcedentis, contineatq; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita ꝙ angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, ꝙ si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatũ, fit secundũ modum illic in circulis propositũ, secundũ diuersitatẽ angulorũ inciden tiæ hinc inde, patet ergo ꝓpositũ, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hex agonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus poligonijs



parium angulorũ faciliter demonstrari, ꝙ ipsorũ diagoni quan doq; æquales uidentur, & quãdoq; inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius scientiæ pscrutator hoc faciliter cõprehẽdet.

LX.

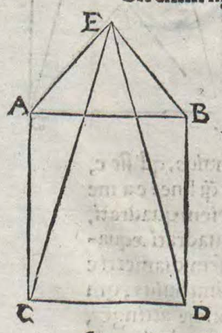
Centro foraminis uneæ in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ rectilineæ existente, semp figura secundũ sui formã propriã uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorũ possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, patetq; ꝙ forma cuiuslibet illorũ punctorũ uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo ꝙ totalis forma & figura illius superficiei uidebit, sicut est ꝓpria illi figuratio cuiuscunq; sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati qd̃ sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniã alia uisui opponẽtur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis q̃ oblique uisa: sub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uisibus opposita, q̃ sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisa altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus ei uero breuius directe opponat̃ uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus apparet æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice,



utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.

LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedẽs, distantia oculorũ uisibus prijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatẽ lineæ cõnectenti centra oculorũ, hoc est distantiã oculorũ, & applicetur uisibus ut ꝓpius potest, secundũ latus suũ a b, dico ꝙ uidebit̃ altera parte longius, latera enim eius duo. f. a c & b d directe subijciuntur uisui, q̃m q̃libet illorũ laterum imaginatũ extendi secundũ suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijcitur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebũtur ergo illa sua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidet̃ oblique, q̃m cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiũ, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratũ a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundũ lineam c d, q̃ secundũ lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, qd̃ est propositũ: & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lõgiori, nec est differentia q̃ ad illũ, qd̃ etiã per eandẽ potest demõstrari, patet ergo ꝓpositum. Et q̃m figura corporalis q̃dã figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quõ uirtuti distinctiuæ error in uisiõe figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

LXIII.

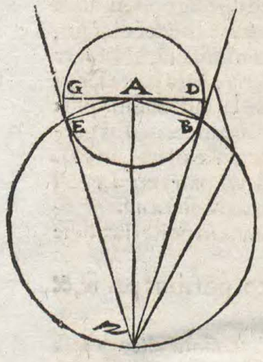
Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundũ trinã dimensionẽ, dico ꝙ ipsa quandoq; cõprehenditur in quibusdã corpibus à uisu per se, quædã enim corpora continentur à superficiebus planis secãtibns se recte uel oblique adinuicẽ, & quædã à superficiebus cõcauis & cõuexis, & q̃dam à supficiebus cõuexis & planis, & quædã à superficiebus concauis & planis, & quædã à diuersis superficiebus cõuexis, concauis & planis se intersecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaq; cõtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit oppositа uisui secundũ directam oppositionẽ siue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis sectio duarum superficierũ uideatur, & ꝙ ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehendetur, sic ergo corporeitas cõprehendetur. Corpora quoq;, quorũ superficies est conuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundũ directionem uel obliquationẽ, erunt remotiores partiũ eius à uisu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quo comprehẽsio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiũ propinquiorũ sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionũ illorum corporũ. Corporis quoq; concaui concauitas percipi potest à uisu secundũ mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cõprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorũ communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarũ superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiæ, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, ꝙ nihil uidetur nisi corpus. Vnde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimẽsio ipsorũ, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

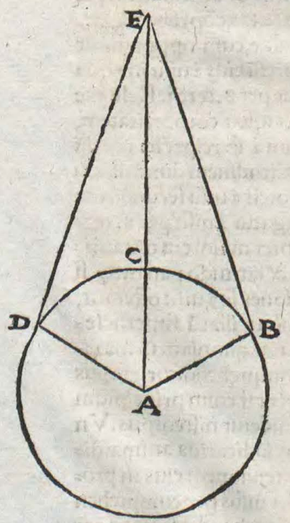
Eſto data ſphæra d g, cuius centrũ ſit a, circulus eius magnus d g e b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctũ z, & ſuper lineam diſtãtiæ centri ſphæræ qd' eſt a, & centri oculi qd' eſt z, poſitam ꝑ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circuloꝝ iſtorũ lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulũ d g e b, qui eſt circulus magnus ꝑpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrũ uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qd' eſt a, duæ lineæ ad terminos linearũ z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorũ cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulũ d g e b, protractæ ergo circulũ nõ ſecabũt. Si uero dicat, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ peruenĩũt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrũ uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior cꝫ ſit linea z b uſq; ad circulum: palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qd̃ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulũ ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.



LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſuꝑficies conuexa uel concaua uideť plana.

Sit ſphæra, cuius centrũ ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrũ uiſus e, ducanturq; lineæ e a, e b, e t, e d, palamq; per 50. huius, quoniã forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circuloꝝ in ſuperficie ipſius deſcriptibiliũ accedũt ad rectitudinem lineaꝝ, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demõſtratio de cõuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cũ enim in illa partiũ rei uiſæ plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexũ corpus uel concauũ in remotione maxima fuerit à uiſu, tũc uiſus nõ comprehendet concauitatẽ uel conuexitatẽ, ſed cõprehẽdet ipſum quaſi planũ, quia ſitus partiũ ſuperficiei ſuæ adinuicem nõ comprehendiť à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundũ concauitatẽ æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſuꝑficie ſecundũ diuerſitatem ſitus figurať, unde plana iudicanť, & plana uidebiť totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierũ ſolis & lunæ uidenť planæ, ſemidiametri enim ipſorũ ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habet aliquã ſenſibilẽ ꝓportionẽ, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulũ magnũ illius ſphæræ cõ

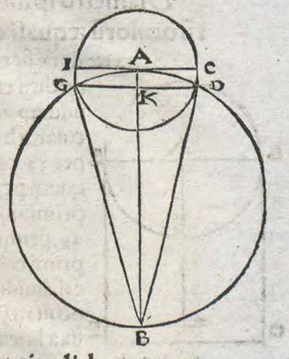


ræ contingens, & illæ lineæ omnes ſunt æquales inter ſe per 58. primi huius, & qm̃ ſenſibiliter nõ excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſuꝑficies illarũ ſphæraꝝ ꝓductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quaſi æquales ipſis ꝓpendicularibus, quæ tranſeunt centra illorum corporũ à centro uiſus productæ, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales ſuperficies uidentur planæ, & hoc idem propter eandem cauſam accidit in omnibus alijs ſtellis, quæ propter remotiõem maximam quaſi quædam ſuperficies paruorum circulorũ uidentur, patet ergo propoſitum.

LXVI.

Sphæricæ ſuperficiei cõuexæ illuminatæ uno oculo uiſæ, ſemper minus hemiſphærio apparet, & pars eius uiſa circulo continetur.

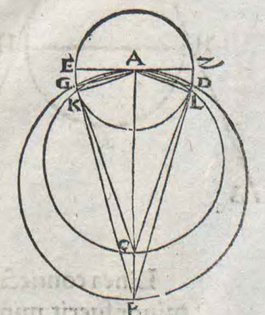
Sit ſphæræ uiſæ centrũ a, & ſit centrum uiſus b, producaturq; linea a b, ſitq; ut ſuperficies plana tranſiens punctũ b, ſecet ſphæram, erit ergo per 69. primi huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphæræ circulus, ſit ille circulus g d, & ſuper diametrũ a b, quæ interiacet centrum uiſus & centrũ ſphæræ uiſæ, deſcribatur circulus qui ſit a g d b, & producantur lineæ g b, d b, a g, a d, quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus, palã per 30. tertij, quia angulus a g b eſt rectus. Similiter autẽ & angulus a d b eſt rectus, ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulũ per 15. tertij, copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuũ, quã ſecabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius, ſit ergo punctus ſectionis k, erũtq; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula, patet & hoc ꝑ 3. tertij, ducaťq; ꝙ ꝑ centrũ a linea i t æquediſtãter lineæ g d per 31. primi; erit ergo per 29. primi linea a b ꝓpendicularis ſuper lineã i t, cum ipſa ſit ꝓpendicularis ſuper lineam g d æquediſtantẽ lineæ i t, ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingẽs circulũ a g b d, & ipſa eſt diameter circuli d g, arcus ergo d g qui uidetur, minor eſt ſemicirculo, ꝓput etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manẽte fixo latere b k, intelligatur circũduci quouſq; redeat ad locum unde cœpit, & palam, quoniã linea b g contingens circulũ d g, unũquodq; punctũ ſuperficiei ſphæræ, cui ipſa circũducitur, continget, & linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctũ b, qd' eſt centrum uiſus, baſisq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus: pars ergo uiſa ſub circulo continetur, palam quoq;, quoniam uidetur minus hemiſphærio: eſt enim, ut præmiſſum eſt, ſphæræ uiſæ diameter i t, & linea g d illi æquediſtãs minor diametro, eſt aũt linea g d diameter baſis pyramidis uiſionis, minus ergo hemiſphærio uidetur, quod eſt propoſitum.



LXVII.

Viſu ſphæræ illuminatæ conuexæ approximãte, minus ſuperficiei ſphæræ uidetur, apparet autem quaſi magis uideatur.

Eſto ut in præmiſſa ſphæra, cuius centrum a, ſit quoq; centrũ uiſus b, & ducatur linea a b, & circa diametrũ a b deſcribatur circulus g b d, & ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter ſuper lineam a b per 11. primi, & quia lineæ a b & e z ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi. Intelligať hæc ſuperficies plana ſecare ſphæram, ipſa aũt per 69. primi huius ſecabit ſphærã ſecundũ circulũ qui ſit g e z d, eruntq; puncta ſectionis duorũ ꝓpoſitoꝝ circulorũ quæ g & d, ducantur lineæ g a, d a, b g, b d, & patet per modũ ꝓximæ præcedentis, qm̃ lineæ b g & b d contingũt ſphæram, & uideť ab oculo exiſtente in puncto b pars ſphæræ g d: ſit ergo ut appropinquet oculus ſphæræ, & fiat in punctο c, ducaturq; c a circa quã ut diametrũ deſcribať circulus a k d l, ducanturq; lineæ c k, c l, a k, a l, ergo propter præmiſſam uidebitur ſub circulo exiſtente

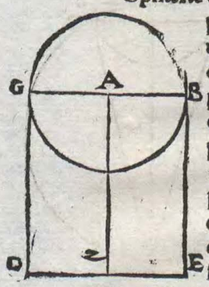


ſtente in puncto c pars ſphæræ, quæ eſt k l, quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b, qm̃ arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius attingũt ſphærã, minor eſt arcu g d, quæ cadit inter puncta cõtingentiæ linearũ b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, qm̃ appropinquante oculo ipſi ſphæræ, minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt ſi producãtur uerſus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d, totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d: pars ergo ſphæræ, in qua eſt arcus k l, ſub maiori angulo uidebitur, cuiꝰ pars ſphæræ in qua eſt arcus g d, apparet ergo p 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l, cuiꝰ pars eius quæ eſt g d, & hoc eſt ꝓpoſitum.

LXVIII.

Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali exiſtente, hemiſphæriũ eſt qđ ambobus uiſibus uideť.

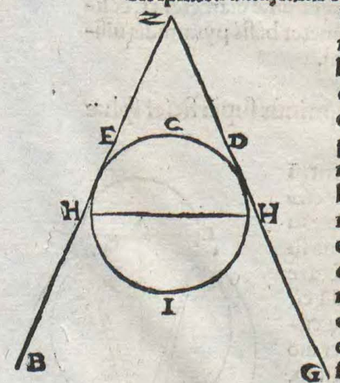
Sphæræ datæ ſit centrũ a, ſitcꝰ circulus eius maior, cuius diameter ſit b g, quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum, hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborũ quæ ſunt e & d, ducantur quocꝰ à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducaťquocꝰ perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z; palam ergo ꝑ 29. primi, quoniã linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e, ergo per 33. primi patet cꝰ linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e, dico cꝰ hemiſphæriũ eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota deſcribet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipſa eſt ſemidiameter, erit aũt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b deſcribiť circulus magnus, hic aũt ſphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propoſitum.



LXIX.

Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uideť.

Sit ſphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus ſit e c d i, ſintcꝰ centra amborum oculorum b & g, ſitcꝰ linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni, dico cꝰ a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantcꝰ in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior cuiꝰ linea b g, palam, qm̃ lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ ſcilicet e z & z d, palã, qa portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiuſdẽ circuli reliqua, q̃ eſt e i d eſt maior ſemicirculo; hæc aũt portio eſt illa q̃ uideť, & qa idẽ eſt de oĩbus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis, palã, qa maius hemiſphærio eſt, qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtẽte uideť, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

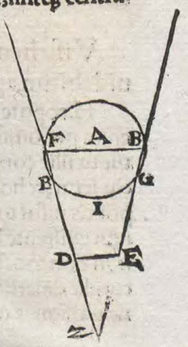


LXX.

Linea connectens centra amborũ uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

Sit

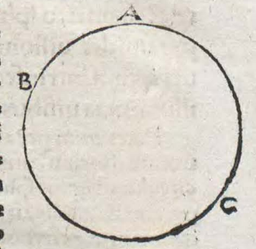
Sit ſphæra data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter ſit f h, ſintcꝰ centra oculorum d & e, & producatur linea d e, cõnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h, ducanturcꝰ lineæ illum circulum contingentes, quæ ſint d b & e g, dico quod minꝰ hemiſphærio eſt illud quod uideť. protrahantur enim lineæ b d & g e, & quoniam linea d e, eſt minor diametro f h, palam per 15. primi huius, quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus, ſit ergo concurſus punctus z, palam per 58. primi huius, quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes, quæ ſunt z b & z g, quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo, minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e, ergo ut prius minꝰ hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e, & hoc eſt qđ ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur.

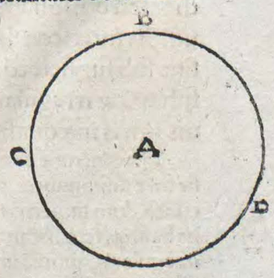
Eſto centrum foraminis uneæ punctus a, & ſit ſphæra data, cuius maior circulus ſit b a g trãſiens per centrum a, patet ergo per 52. huius, quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g, poterit uideri, & qa plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ, quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ, palã quia oĩes circuli magni ſphæræ datæ, quí per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt, tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctũ a, erit ergo punctũ a, quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum, oĩes autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant, quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie, quem aliquis circulus magnus nõ tranſeat, uiſu ergo taliter diſpoſito tota cõcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur, & hoc eſt propoſitum.



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cõcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritcꝰ uiſum quandocꝰ hemiſphæriũ, quãdoque maior portio quandocꝰ minor.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua, cuius circulus magnus ſit b c d, & centrum ſphæræ ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e, centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per diffinitionẽ circuli magni, tũc manifeſtum eſt per 52. huius, quod totus circulus b c d uidebitur, ſed & per eandẽ 52. huius, omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquediſtãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uiſus, omnes quocꝰ lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65. primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemiſphæriũ exhauriunt, patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totũ hemiſphærium uidebitur, quod ſi punctum a, centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ, quod eſt pũctum e, tũc per eadem minus hemiſphærio uidebitur. Si ſit ſupra centrũ e, ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra, tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius, omnes circuli ad quorum circunferentias poſſunt ꝑducí lineæ rectæ uidebuntur, maius ergo hemiſphærio uidebiť, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiẽ ſphæræ ducta, oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ, tunc palam, quod etiam ſuperficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis, ſuorum circulorum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurã ſe-



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, nonne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq; basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris sit æquedistans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidet aũt superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi fit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq; sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub supficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq; supficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad peripherias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quã

titatis

titatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circunferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circunferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propositũ.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, qđ etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet p 66. & 68. & 69. & 70. huius, quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, qđ ab illorũ axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterq; axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterq; axiũ transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaq; intersectionis axiũ est in centro illius sphæræ, & solũ ille punctus qui est centrũ sphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaq; interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionũ circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmunis itaq; sectio istarũ duarum basiũ est quarta superficiei sphæricæ, & quoniã tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, qđ patet p 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundũ pyramidum cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palã si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus supficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel aliâs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminat̃ p circunferentiã basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illã superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiũ diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

cus

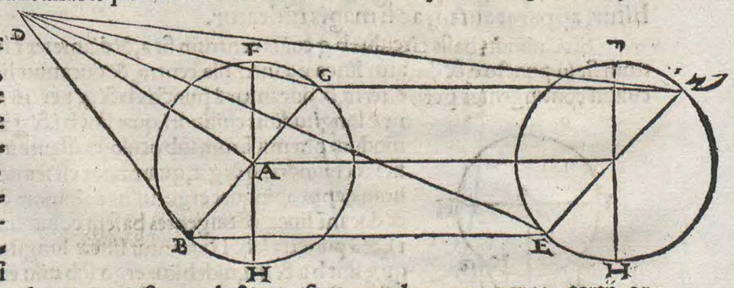
cus ille est minor quarta circuli,& ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & ga nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum si tum suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio cõmunis sectionis basium ductarum pyra midum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem in æqualitatis, maxime cum à remotiori spacio fit uisio per 50. huius, certum tamẽ est per 27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminatiõnis est pars maioris circuli quàm arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter sphæræ corporis illuminantis est maior diametro sphæræ illuminatæ, & distantia oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus pa tet, quare forma lunæ sit in recessu à conjunctione nouacularis: in tempore enim cõiunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclypsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafoni tatem corporis lunæ propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium suæ sphæræ uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphæricum lu næ uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpo ri lunæ, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunæ non uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis il lumina tionis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedet à sole, istæ bases se incipiunt intersecare, tunc ipsorum communis sectio quæ est portio superficiei sphærici corporis lunæ uidetur, & propter magnitudinem distantiæ uidetur illa portio sphæræ quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & conca uum contenta, quæ uidentur æquales propter remotionem, nõ sunt autem æquales, sed semper illa quæ est in conuexo, quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm illa quæ est in concauo, quæ est arcus circuli basis pyrami dis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis sup corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunæ est auersum soli & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secun dum situm solis, & secundum latitudinem motus lunæ, Et durat semper in luna hæc fi gura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim lu na uidebitur in quadratura, quoniã quarta pars suæ sphæræ interiacẽs periferias ducta rum basiũ uidebitur, & in prima quadratura & secũda semper arcus illuminationis, quia directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis sem per curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & planæ superficiei p 75. huius, & hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem supponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquedistantes in eadẽ superficie sphæræ lunæ, ut patet per 68. primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circunfertur æquale. Et deinde luna mota usq; ad cõcauum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad conjunctionem, sicut à cõiunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna ,pter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundũ hoc cœlestium influentium aspectus & modi diuersificantur: non apparet autem hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet p 16. huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ præter lunam semper rotundæ ,pter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellæ eædem maxime plenæ quandoq; maio res quandoq; minores, quod nos eidem causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel multitu-

multitudini credimus ex præmissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uero nobis sufficiat ex præmissis ,ppositionibus demonstrationẽ præsentibus attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuscũq; stellæ est ma ior cẽ sit distantia oculorum cuiuscũq; uidentis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarũ illuminatione accidere est necesse, quamuis illã distincte non cõprehendat uisus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Messala. Sed super hoc nullã attulit demonstrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus medietate curuæ superficiei uidentur.

Esto columna rotũda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrũ a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, co pulans centrum uisus cum centro circuli basis columnæ, & ducãtur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longi tudinis columnæ per 101. primi huius, quæ sunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogo naliter super basem g b erectæ, per 92. primi huius, sitq; ut per lineas b e & b d, una tran seat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum superficierum secat columnam, quoniam lineæ d b & d g, sunt contingentes circulum basis, & lineæ b e & g z sunt lineæ longitudinis in superficie columnæ nõ secantes illam: sunt ergo illæ superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum contingentium columnam, quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex præmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio fit in quadam linea transeunte centrum uisus æquedistanter axi columnæ & hoc quod inter ipsas de super-



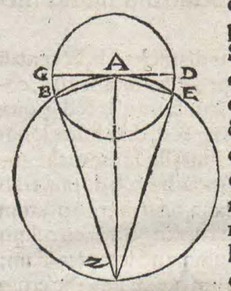
ficie columnæ intercipitur, hoc solum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, sunt æ- æquedistãtes p 6. undecimi, pa lam per 33. primi, quoniã cor dæ arcuum basi um inter ipsas cadentes, quæ sunt g b & z e, sunt æquales, ergo per 27. tertij, ar cus illis cordis correspondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipsarum basium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circu lorum æquedistantium basibus sunt æquales portioni circuli g b, est autem hoc mi nor semicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt mino res suis semicirculis, uidebit ergo minus medietate columnæ, quod est propositũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quando que iuuant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numero rum obmittimus, quia radice præsenti supposita diligens inuestigator multa particu laria concludet.

LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis chi lindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra signatus sit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogona liter super lineam z a, per 11. primi, & describatur super lineam a z, ut super diametrũ

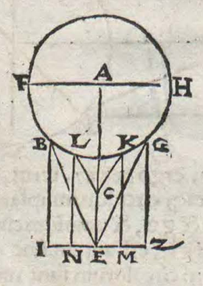
circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoq; ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinũ sibi conterminales secabũt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistãtis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio supficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaq; p modum præmissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducant lineæ cõtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pũcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autẽ ac si magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc eñ ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aũt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ꝓpendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̃ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ residui anguli peruenĩũt ad uisum, quod nõ accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uisionibus, idẽ accidit qđ sphærarũ cõcauitati.

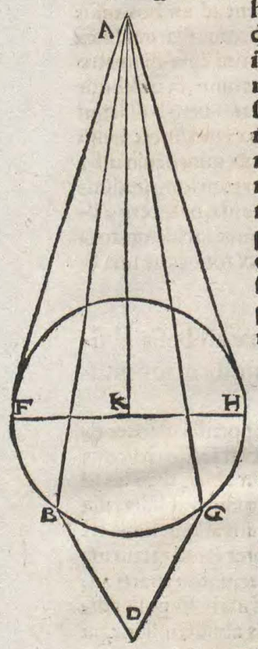
Dispositio enim uisu secundum propositũ modum respectu cuiuslibet columnæ cõcauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundũ lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pũctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes p secundam tertij, huius, & quoniam formæ omniũ aliarũ linearum longitudinũ, & omnes puncti basiũ directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cõcauitas uideẽ secundũ omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas ꝓpter aliquarum suarũ partium obliquationẽ ad uisum p 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in sphæris cõcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pũcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cũ centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d, & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-

cus b g minor ſemicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ ſint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonſtrauimus in columnis, quoniã ſuperficies intercepta lineis a b & a g ſola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquediſtantibus baſi pyramidis partes ſimiles reſecant & intra ſe illas continent, cum per 58. huius, arcus b g ſit minor ſemicirculo. Erunt neceſſario arcus omnium aliorum circulorum minores ſemicirculis ſuis, ergo portio uiſa minor erit hemiconio. Quoniam ſicut tota conuexa ſuperficies pyramidis toti baſi reſpondet. Sic pars proportionalis ad totũ conuexam ſuperficiem parti proportionali baſis ad totam baſem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam baſis, ſicut diuidũt conicam ſuperficiem, ſic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum baſis pyramidis productæ diuidunt ipſam, & poteſt hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpoſitum.



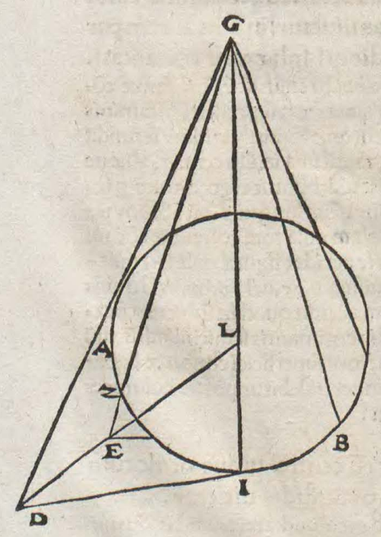
LXXXV.

Centris amborũ uiſuũ in eadem ſuperficie cũ baſe coni exiſtentibus, ſi linea connectens centra uiſuũ æqualis fuerit diametro baſis, hemiconiũ uidebitur, ſi maior maius, ſi minor minus.

Diſpoſitiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc ſolo adiecto quod centra uiſuum ſint ſolũ in eadẽ ſuperficie cũ baſe pyramidis, & non eleuentur ſecundum lineam axi coni æquediſtantem, ſicut poteſt fieri in columna. Si enim uiſus in linea æquediſtante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in baſi exiſtente, quia in columna ſufficit, etiam ſi ſint in ſuperficie baſi æquediſtãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & eſt idẽ demonſtrandi modus, unde fruſtra eſt membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uiſus in ſuperficie baſis coni, minus conicæ ſuperficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



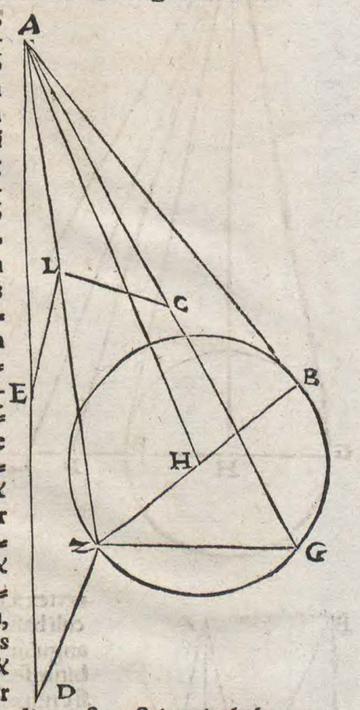
Sit circulus a b, baſis coni, cuius centrũ l, & ſit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi ſit d, ducatur linea d l, ad centrum uiſus à centro baſis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui eſt baſis coni, in pũctis b & a, & ducanť à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ ſint g a & g b, ergo ꝓ ea q̃ prius in præcedentibus dicta ſunt, ſupficies g a b uidet ſub oculo d, & eſt minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui eſt baſis coni, & à uertice coni cõtinuenť lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo exiſtente in puncto e, portio ſupficiei conicæ, q̃ eſt g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, ſuper angulum a d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

LXXXVII.

Lineis à cẽtro uiſus ad baſem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, ſi in cõmuni ſectiõe ſupficierũ ꝓ eaſdẽ lineas & per centrum oculi

oculi productarum uiſus cono appropinquet, eadem portio ſuperficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiuſdem quantitatis apparebit.

Eſto conus, cuius baſis ſit circulus b z g, & uertex eius punctũ a, axis quoq; ſit a h, centrum'q; oculi ſit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uiſus d contingentes circulum b z g, quæ ſint d z & d g, & q̃m hoc fit ex hypotheſi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniã centrum uiſus eſt in ſuperficie baſis coni uiſi, & ducantur à punctis cõtactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctum a, quæ ſint z a & g a, qd' fiet 101. primi huius, & à centro uiſus puncto d, & ad uerticem punctũ coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ ſuperficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & q̃m eæ ſuperficies concurrunt in centro uiſus d, & in uertice coni a, erit ipſarũ cõmunis ſectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q̃ ſi oculus appropinquat cono ſecundũ lineam d a, non uidebitur maior conicæ ſuperficiei portio nũc q̃ꝑ prius oculo in puncto d exiſtente. Sit enim ut approximando ipſi cono perueniat in punctũ e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lineis d b & d z ad ſuperficiem coni uiſam, hæ erunt ergo neceſſarij contingentes aliquã circuli coni æquediſtantẽ baſi b z g, ergo neceſſario cadent in aliqua puncta linearũ a z & a g, ideo q̃ illæ ſecant ꝓportionaliter baſem coni, & omnes circulos ei æquediſtantes, q̃m ſecundũ lineas illas terminatur uiſus, & ſecundũ illas ſuperficies contingentes terminatur uiſio circulorũ. Si ergo dicatur q̃ illæ lineæ contingentes aliq̃ꝑ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uiſum: & ſimiliter illæ contingentes terminẽt uiſum, ſequitur uel lineas radiales eſſe refractas in medio unius diaſoni, qd' eſt contra ea quæ demonſtrata ſunt per 44. & ſequẽtes ſecundi huius, uel ſequitur lineas radiales eſſe curuas, qd' eſt contra 1. ſecundi huius, uel ſequitur duas rectas lineas ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad ſuperficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipſarũ duo puncta quæ ſint l & c, & ſint lineæ e i & e c, quia ergo angulus d e i eſt æqualis angulo g d z per 10. undecimi, ſicut & anguli contenti ſub lineis c i & g z, quoniam omnes illi anguli continentur ſub lineis æquediſtantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum eſſe quod ponitur. Et quia ubicunq; uiſus in linea d a ponitur, ſemper anguli ad uiſum ſunt æquales per 10. undecimi, palam ergo eſt propoſitum, & hoc idem ſuo modo in ambobus poteſt uiſibus demonſtrari.

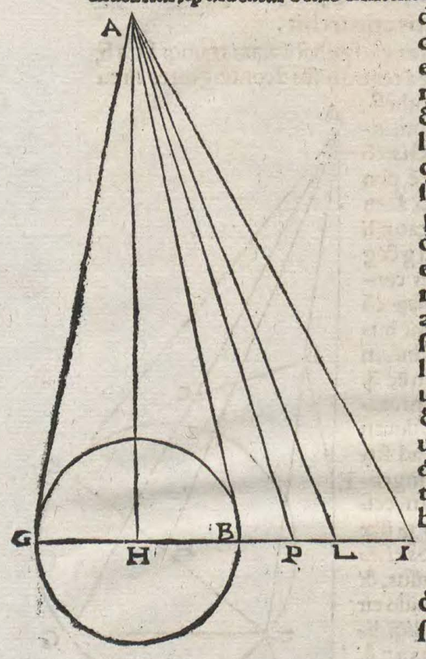


LXXXVIII.

Eleuato uiſu reſpectu ſuperficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depreſſo uero uiſu minus erit qd' uidebitur, ſed apparebit maius prius uiſo.

Eſto conus, cuius baſis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ ſint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur uſq; ad punctum l, & à puncto t, qd' ſit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uerſus lineam b l, ſecet illam in puncto p, & ſit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & ſit illa linea t k p, dico q̃ oculo poſito ſuper punctum t, qui eſt eleuatior puncto k, pars ſuperficiei conicæ uiſa, maior quidem erit, minor autem

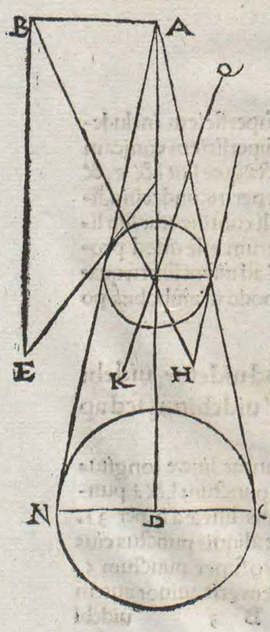
uidebitur, ꝙ uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineæ à k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cõcurrant autem per conuersam secundæ 6. quoniam enim linea t p est minor ꝙ linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquedistant, patet ꝙ lineæ a t & & b l concurrent, sit ergo punctũ concursus i, & similiter lineæ a k & b l concurrent, sitq; punctus concursus l: palam itaq;, quia magis uidebitur de cono super punctũ i, ꝙ super punctum l per 86. huius, propinquior enim est ipsi cono punctus l, quàm punctus i: qd' autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisu existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed qd' uidetur à pũcto i maius est eo qd' uidetur à puncto l & minus esse uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius est illo qd' uidetur à puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.



LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicæ medietas uidetur.

Verbi gratia sit pyramis à c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, ꝙ punctũ d est centrũ circuli basis ipsius coni, sitq; centrũ uisus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico ꝙ conicæ superficiei a c n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a c n æquedistanter basi c n: hæc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundũ circulũ qui sit f g, & eius centrũ, qd' sit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, secetq; superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniã axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrũ circuli. Sit quoq; illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedistans lineæ b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoq; per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ sint f e & g h, & ab eisdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ sint f a & g a: duæ ergo superficies planæ, in quarũ una sint lineæ f e & f a, & in quarũ altera sint lineæ g h & g a: palam, qm̃ contingent pyramidem secundũ lineas longitudinis, quæ sunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̃ linea k l æquedistat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquedistantes lineæ b a: quælibet ergo ipsarũ est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ superficies necessario se-

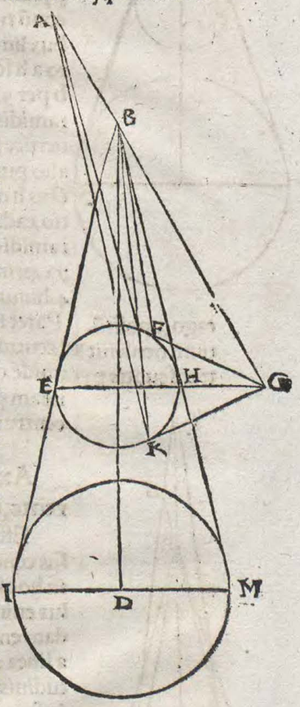


rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraq; ergo superficierũ pyramidũ ꝓpositarũ in terminis diametri unius suorũ circulorũ contingentiũ transit per centrũ uisus: ꝙ ergo superficiei conicæ inter illas superficies cadit, apparet uisui, est aũt hæc medietas pyramidis, qm̃ illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur, quod est propositum.

XC.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulum obtusum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur superficiei conicæ pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq; per 89. primi huius, ꝙ centrũ circuli basis est punctũ d, sitq; punctũ a centrũ uisus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, sed secet eas utcunq; possibile est productas omnes, eritq; tunc uisus altior uertice pyramidis. Sitq; ut in præcedente circulus e h æquedistans basi pyramidis quæ est i m, & linea cõmunis huic superficiei & circulo, in quo est centrũ uisus punctũ a, & axis coni qui est b d sit linea e h, eritq; linea e h ꝓpendicularis super axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32. primi, & linea e h est ꝓpẽdicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant q̃q; circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, ꝓducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ sint f b & a b: superficies ergo illæ in quibus sunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraq; istarũ superficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in q̃ concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi est in utraq; illarũ superficierũ, ergo utraq; superficies transit per punctũ a centrũ uisus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, qm̃ arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ linearũ ab eodem puncto productarũ, est minor semicirculo, tunc patet, ꝙ illæ duæ superficies includũt minorem partem superficiei conicæ ꝙ̃ sit medietas: resíduũ ergo illius superficiei est maius medietate, hoc autem uidetur à uisu taliter ut ꝓponitur collocato, pars ergo superficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc est ꝓpositũ, ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.

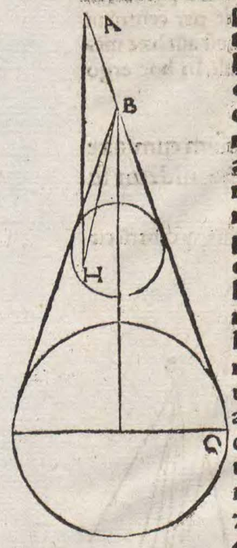


XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicæ latebit, nisi linea longitudinis illa sola.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctũ b, & linea longitudinis sit c b, sitq; centrum uisus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uisus puncto a, dico ꝙ non latebit uisum totius huius superficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo est linea à centro uisus ad aliquod punctũ axis ducta, secabit pyramidẽ, excepta tãtum illa superficie in qua est linea a b c, hæc enim contingit pyramidem secundũ lineã b c ꝑ 95. primi huius, & qm̃ illud qd' sub superficie contingente pyramidem, & transeunte centro ui-

tro uisus continetur occurri uisui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctoꝝ ſuperficiei illius conicæ in ſuperficie uiſus depinguntur: palam ergo, qm̃ tota ſuperficies conica uidetur, excepta ſola linea intellectuali quæ eſt b c, dato enim quocunq; puncto ſuperficiei pyramidalis extra lineam b c, dico q; illud uidebitur, ſit enim illud punctū h, & ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ ſit h b, fietq; triangulus h b a, qui neceſſario erit in aliqua ſuperficie pyramidē ſecante, pertranſeunte centrū uiſus a: ex lineis aũt illius ſuperficiei non cadunt, niſi duæ in ſuperficiem conicā pyramidis. ſ. linea lōgitudinis b h, & linea oppoſita lineæ b h in alia parte pyramidis, qm̃ ut patet per 90. primi huius, planæ ſuperficiei ſecantis conū trans axem, & ſuperficiei conicæ cōmunis ſectio eſt trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentū: linea uero a h ſecat lineam b h in puncto h, & linea c b ſecat eãdem b h in pūcto b per 91. primi huius: lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis niſi in puncto a, nec enim ad aliquod punctū mediū lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nō occultabit̃ ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrū uiſus a, occurrit ergo punctus h uiſui, cū inter ipſum & uiſum nō accidet ſolidi corporis interpoſitio, eadem quoq; eſt ꝓbatio de quolibet alio dato puncto ſuperficiei pyramidis: in linea uero b c quæ ꝓpendicularis eſt ſuper ſuperficiē uiſus ꝑ 72. primi huius, ſolū tantū punctū poſſibile eſt uideri, ut oſtenſum eſt in 4. huius: omnia uero alia puncta lineæ b c neceſſario occultantur, patet ergo ꝓpoſitū.



Patet itaq; ex ijs, qm̃ in hoc ſitu nulla ſuperficies pyramidū contingentium peruenit ad centrū uiſus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uiſus tranſeuntis pyramidē contingit, & omnes ſuperficies aliæ conū contingentes, ſecant lineam productam à centro ad ipſam pyramidem inter uerticem coni & centrum uiſus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uiſus uerſus uerticem concurrente, tota conica ſuperficies uno oculo uidetur.

Eſto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoq; punctus b, & ſit uiſus centrū punctū a, ſitq; ut axis b c, ꝓducta currat in punctū a, dico q; in hoc ſitu oculi tota conica ſupficies pyramidis occurrit uni uiſui, nullus enim punctus ſuperficiei conicæ totius pyramidis uiſui occultat̃, dato enim quocunq; puncto ſit ille l, & ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a b, & ab ipſo puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ ſit l b, fietq; trigonū l b a, quod neceſſario erit in ſuperficie pyramidis ſecante, ideo q; linea a c ducta à centro uiſus intrat in ipſam pyramidē ſecans ipſam, & ipſa eſt in dicta ſuperficie per 1. undecimi, qm̃ linea a b eſt in linea ſuperficie: linea uero a l ſecat lineā b l in puncto l, ex lineis uero ſuperficiei, in qua ſunt duæ lineæ a l & b l, nō ſunt niſi duæ tantū lineæ in ſuperficie pyramidis. ſ. linea longitudinis quæ eſt b l, & linea alia longitudinis illi oppoſita quæ ſit b k, ut patet per 90. primi huius: hæc ergo linea b k producta ultra punctū b, cum ſit in eadem ſuperficie cū lineis a b & b l, neceſſario ſecabit angulū a b l, ergo per 49. primi huius ipſa ſecabit & baſem a l: ſit ergo ut ſecet illam in puncto d, & quia linea a l ſecat duas lineas k b & l b, quæ ſolæ ex lineis ſuperficiei pyramidis ſecantis ſunt in pyramidis ſuperficie, ſecat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in ſuperficie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitū, non concurret cum aliqua illarū lineaꝝ: nō interponat̃ ergo ſolidum punctum

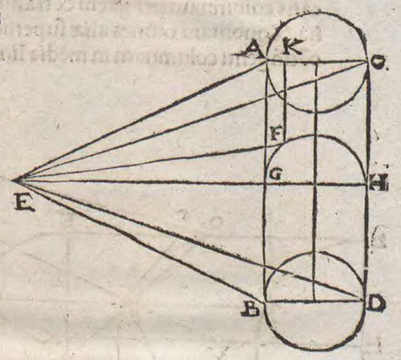
qd'

quod eſt k inter uiſum & punctum l, ſed nullum aliquod aliorum punctorum ipſius pyramidis, quoniam nullum ipſorum cadit in illa ſuperficie, non occultabitur ergo tunc uiſui exiſtenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipſum & centrum uiſus non accidet aliqua ſolidi corporis interpoſitio: & eadem eſt demōſtratio de quolibet dato puncto in tota ſuperficie pyramidis, patet ergo propoſitum: palam itaq; ex his, quoniam in hoc ſitu nulla ſuperficierum contingentium pyramidum tranſit per centrum uiſus, ſed quælibet ipſarum ſecabit lineam à centro uiſus ſuper uerticem coni intrantem inter centrum uiſus & pyramidum, quàm in uertice ipſius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel ſuperficies inter lineas uel ſuperficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam ſuperficiem uiſam terminantis à centro uiſus productæ, columnam uel pyramidem neceſſario ſecabunt.

Verbi gratia, ſint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uiſam ſuperficiē quæ ſit a b & c d, dico quod ſi à centro uiſus quod eſt e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, ſecabit ꝓpoſitam columnam uel pyramidem, tranſeat enim ſuꝑficies plana columnam uel pyramidē ſecans ipſam in puncto f æquediſtanter baſi, eritq; per 100. primi huius, communis ſectio circulus qui ſit g f h, qui ſecet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam ſcilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ eſt c d in pūcto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ ſint e g & e b, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadē ſuperficie cum lineis illis exiſtens ſecat circulum g f h, ergo ſecabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum ſecatur. Idem quoq; accidit ſi per ſectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonſtrari, & in idem redijt, patet ergo propoſitum.



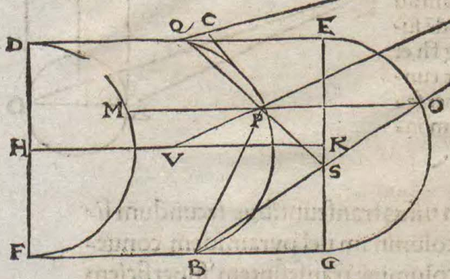
XCIIII.

Pluribus planis ſuperficiebus centrum uiſus tranſeuntibus ſecundum lineas longitudinis partis ſuperficiei uiſæ columnam uel pyramidem conuexam ſecātibus, ſolam ſuperficiem axem columnæ tranſeuntem, ſuperficiem columnarem uel pyramidalem uiſam per æqualia diuidere: & ecōuerſo ſuperficiem per æqualia illā uiſam ſuperficiē diuidentē axem tranſire eſt neceſſe.

Sit columna conuexa cuius ſuperficies uiſa ſit e d f g, & axis eius ſit h i, ſit cētrum uiſus punctum a, ſintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uiſam ſuperficiem quæ e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ ſuperficies tranſeuntes centrum uiſus a, & ſecantes e d f g, uiſam ſuperficiem columnæ, dico quod ſola illa quæ pertranſit axem h i, ipſam uiſam ſuperficiem per æqualia diuidit & nulla aliarū, ſola enim hæc erecta eſt ſuper conuexam ſuperficiem columnæ, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei ſecantis, & ſuperficiei columnæ eſt rectangulū ſuper duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris baſium cōtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis ſectio illius ſuperficiei & uiſæ ſuperficiei conuexæ ipſius columnæ ſit linea lōgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur ſuperficies plana contingens columnam ſecundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens ſuperficies & ſuperficies ſecans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o ſignetur punctum p, & in ſuperficie contingente ducatur linea t p s tunc palam quod linea t p s cōtinget quendam circulum ſuperficiei columnæ æquediſtantem baſibus qui ſit b q & eius centrum ſit u, ducāturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uiſus circulū

C b q contin-

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq; lineã illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cõtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiẽ uisam p æqualia secat. Sed etiam superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trãsit p axem. Sit enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquit ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniã in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cõmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, utercq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secãs columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandũ, & hoc ꝓponebatur.

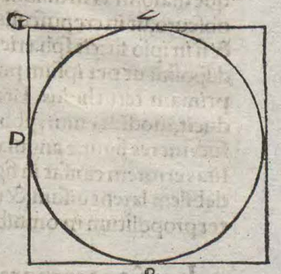


XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulũ est minus quàm circa alias sui partes,

tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distãtiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quã doq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cẽtrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiẽ, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximã & minimã, ppinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aũt duæ æqualiter distantes ab altera diametrorũ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ & oĩbus alijs quibuscũq; figuris & hoc est ꝓpositũ.

XCVII.

In figuræ uisiõe uirtuti distinctiuæ error accidit ex intẽperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata em̃ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiã sphæra sub luce ualde debili uisa æstimat superficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultãtur uisui partium prominentia in supficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiã lõgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59. huius, qñ etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur. Tunc ꝓpter ipsam remotionem quadratũ altera parte longius uidetur, ut patet p 62. huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana p 65. huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicũ super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigoniæ uel

niæ uel columnaris figuræ,& similiter propter æqualitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua,si fuerint in ea anguli occultabũtur uisui, unde forte forma eius angularis æstimabitur rotunda,sphærica, aut columnaris.Et si fuerint in eius superficie aliquæ prominentiæ latebunt uisum, & æstimabitur eorũ superficies plana,ut hæc patere possunt in athomis solis,quorum certa figura nõ cõprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui à minori distantia occultantur,ut patet per 8.huius. Ex intemperata etiam soliditate accidit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli,illi forte occultabunt uidenti,& angularis forma putabitur sphærica,forte et sphæricitas illorum corporũ uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit,quoniam existente aëre nubiloso obscuro,ut in crepusculis,si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphæricitas, & si in ipso fuerit sphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nõ est taliter dispositũ ut per ipsum possit fieri completa uisio,ad quam requiritur lumẽ, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit,modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum,& æstimatur planicies. Et si fuerint res figuræ angularis subito uisæ,forte sphæricæ apparebunt. Visus quoq; debilitas errorem causat in figurarum uisione,modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum,& uidẽtur res sphæricæ planæ & angulares sphæricæ, sic ergo patet propositum in omnibus circunstantijs uisibilium,& hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt idem illis qui in situs & figuræ accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63.huius,à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes,est ergo eadem hinc inde erroris causa,& omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione ueræ corporeitatis,uel in erronea comprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum,ut si superficies sphærica conuexa uel concaua æstimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uisu non comprehendet uisus corporeitatẽ, quando non comprehendit obliquationem superficierum. & hoc totum accidit ꝓpter deceptionem circa figuras factam,non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem,qui situs efficit figuram,unde cũ certitudinaliter comprehenditur figura,certitudinaliter cõprehenditur corporeitas,& cũ comprehenditur figura indistincte,cõprehenditur etiã corporeitas indistincte,& hoc accidit in oĩbus modis quibus error accidit in uisionibus figurarum,& quia situs est causa figurarũ,ideo etiã errores accidentes situi,accidunt & corporeitati,quia enim corporeitas includit sub figura & situ,ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum.

Distinctio quæ est inter quælibet duo corpora,aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente,aut ex obscuritate, hæ enim sunt principiũ distinctionis formarum in superficie uisus,quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus,quandoq; autẽ lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quæ distinguũtur, quandoq; uero lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundũ situm distinguentibus corpora,quorum formæ distinguũtur in uisu,& tũc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, nõ est in corpore continuato cum utroq; corporum quæ sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum,& etiam quandoq; fit distinctio uisibiliũ ex hoc, quia

quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49.tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus,in loco indistinctionis,sed est inæqualis obliquitatis,aut unius ipsoꝝ forma est obliquata,alterius uero forma est uisui directe opposita,manifestior uisui,quàm alia,quæ non est uisui oblique opposita,uel quæ sibi opponitur plus oblique,& secundum hoc comprehẽdet uisus distinctionem uisibilium formarum,si ipsorum distinctio secundum spaciũ interiacens sit ampla siue stricta, dum tn sit sensibilis respectu remotiõis corporũ uisorũ & respectu quantitatũ corpoꝝ distinctorũ,quia forte quãdoq; distinctio formaꝝ est quantitatis unius capilli,& illud diminutũ non aufert distantiã sensibilem in uisu,patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium cõprehenditur à uisu ex distantiæ priuatione.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuũ,& si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu, comprehendet uisus illud corpus esse continuum,& discernet inter continuationem & cõtiguationem ex comprehẽsione aggregationis duorũ terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit,quod utrunq; duorum corporum cõtiguorum est diuersum ab altero & distinctum ab eo,tunc non sentiet contiguationem,sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem quæ est continuitas,patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur à uisu per hoc,quod unum uisibilium cõprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta,& in illorum distinctione comprehendet ꝙ quodlibet ipsorum est ab altero diuisum, comprehendet ergo multitudinem,et tunc uirtus distinctiua comprehendet numerũ ex multitudine illorum,& si est par uel impar,& medietatem paris numeri & quamlibet ipsorũ unitatem,& per hunc modum omnium rerum uisarũ numerũ cõprehendit & mathematicum & naturalem,patet ergo propositum.

CII.

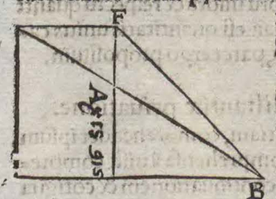
Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis,ex quo patet quod formæ ambobus uisibus secundũ æqualitatem angulorũ obliquius incidentes plurimũ à se distant.

Quod hic proponitur satis patet,quando eĩm linea radialis superficiei uisus oblique incidit,tunc ipsa per 47.secundi huius, refringitur à superficie oculi,& ad cõcauum nerui peruenit plus oblique,quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36.tertij huius,palam ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens propter suæ incidẽtiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutũ,unde tunc linea refractionis intersecat lineam directe incidentem,& à superficie oculi æqualiter refractam,& sic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uisam,& si ambæ formæ oblique incidant secundum eundem suæ obliquitatis modum,ita ut utrobiq; sit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiõis, tunc forma oculo dextro incidens,secans lineam per quam directe incidens ad mediũ punctum concauitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa,& forma oculo sinistro oblique incidens,respectu illius medij puncti concauitatis nerui, sit dextra, & sic quandoq; accidit illas formas à se plurimum distare,& quoniam quælibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ,quoniam secundum luces & colores quæ sunt in ipsa forma, quæ est extra, depingitur ipsa forma in superficie organũ membri sentientis in duobus locis secũdum neruum oculorũ quibus incidit & à quorum superficie refringitur,quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter,ut patet per 37.tertij huius,forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis,patet ergo propositum,& eius correlatiuum.

CIII.

Omne uiſum quod directe opponitur medio unius uiſus, & in reſpectu ad reliquum uiſum eſt obliquum, ſemper uidetur duo.

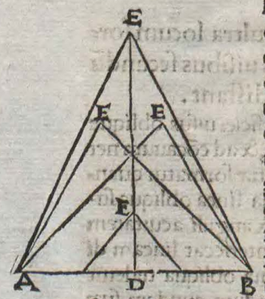
Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uiſuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, qm̃ forma illius puncti incidit uiſui ſecundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio ſuperficiei alterius uiſus uenit ad punctũ aliud ꝙ ad mediũ punctum concauitatis ipſius nerui ſecundum obliquationem puncti ſuperficiei uiſus, & ſic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, ſint centra duorũ uiſuum a & b, ſit linea e f, quod uiſum directe oppoſitum centro uiſus a. ſit autem ipſa linea e f oblique oppoſita uiſui, cuius centrum eſt punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, ꝙ forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui ſecundum omnes ſitus ſuarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiuſdem lineæ e f tota oblique incidit ſuperficiei uiſus b, palam per ea quæ declarata ſunt in eadem 3. tertij huius, ꝙ forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, ſed ad aliquod ipſius punctum aliud: non ſupponetur ergo priori formæ, ſed remanebit diſtincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipſius membri ſentientis offertur forma ipſius uiſibilis ipſi uirtuti ſentienti, & ſic iudicat illas eſſe duas, & non unam, patet ergo propoſitum.



CIIII.

Omnis forma rei uiſæ intra axes radiales conſtitutæ, oblique ambobus uiſibus occurrit, unde ſemper uidetur duo.

Verbi gratia, ſit centrum duorum uiſuum a & b, & concurrant axes uiſuales in puncto c, ſitq; axis d c, & ſit res intra axes uiſa, quæ e, dico ꝙ forma rei uiſæ, quæ eſt e, ſemper oblique occurrit ambobus uiſibus, unde ſemper uidebitur eſſe duæ, ꝙ autem oblique ſemper incidat ambobus uiſibus, patet, cum enim à puncto c, ducta ſit linea c a perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta ſit perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum b, palam per 13. undecimi, quoniã ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, quæ eſt e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non poſſunt, omnes ergo lineæ à ſuperficiei corporis e ad ſuperficiẽ uiſuum productæ, ſunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, ſed ultra, & plurimum à ſe diſtabunt per 102. huius, uidebuntur ergo ſemper duæ per præcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uiſualium concurrant in aliquo puncto rei uiſæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uiſum propinquius duobus uiſibus aut remotius intra axes, tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, nam illud uiſum erit dextrum uni axium uiſualium & ſiniſtrum alteri ipſorum. Radij quoq; exeuntes ab ipſa re taliter uiſa ad alterum uiſum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uiſum exeuntes erunt ſiniſtri ab illius axe, & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, & forma unius uiſorum incidit duobus uiſibus, in duobus locis diuerſe poſitis, & peruenit ad loca diuerſa concauitatis communis nerui à duobus lateribus ſui puncti medij, & partes illius formæ non ſuperponuntur ſibi, erunt ergo duæ formæ, & ita ſemper forma rei taliter ad uiſum diſpoſitæ uidentur duæ formæ, & res ipſa uiſa uidentur ſemper duo, quod eſt propoſitum.

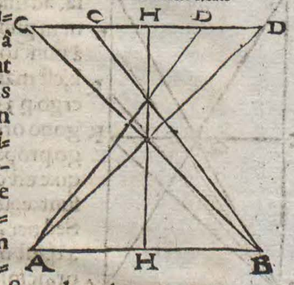


CV.

Lineæ rectæ uicinæ uiſibus in ſuperficie axis communis erectæ ſuper trigonum

gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, ſolum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebũtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis.

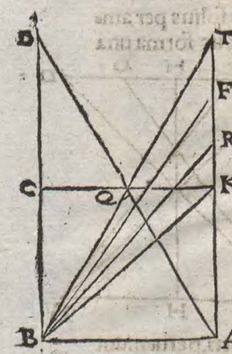
Sit centrum uiſus ſiniſtri punctum a, dextri uero punctum b, & ſit linea recta h z, quæ ſecundum medium punctum naſi ambobus uiſibus interpoſitis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto ſuo ſignato quod ſit q, concurrant axes uiſuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uiſualium, & quoniam ipſum punctum, quod eſt in linea h z, quæ ſic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam eſt ꝙ ipſa eſt in ſuperficie in qua eſt axis communis erecta ſuper baſem trigonum b q a. per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicũq; punctus cõiunctionis qui eſt q, lineæ h z, oblique incidit uiſibus, hoc eſt ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, ſolus punctus q uidebitur unus, ut eſt, quoniam forma eius ſolius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & ſic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere poteſt per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cõiunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis quod eſt q, quia radij diuerſi ab illis punctis peruenientes ad ambos uiſus & ſiniſtrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uiſum dextrum ex parte axis h q, fiunt ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad ſiniſtrum uiſum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, peruenunt enim ad ſuperficiem uiſus ex una parte ſemidiametri foraminis, quæ à centro uneæ reſpicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uiſum dextrum, fiunt item ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad uiſum ſiniſtrum fiunt dextri, peruenunt enim utriq; radij ad ſuperficiem uiſus ex parte ſemidiametri cum priori ſemidiametro, diametrum totam illius foraminis uneæ complente, & quoniam ambo oculi ſunt in omnibus diſpoſitionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriuſq; anguli axium & iſtorum ſemidiametrorum ſunt æquales circa centrum utriuſq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem ſint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidiſtante lineæ a b per 31. primi, quæ ſit e z d, producatur linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c, patet quòd ſecundum illas lineas fit uiſio illarum formarum, quoniam enim anguli ſecundum quòd ſit obliquatio uiſionis, qui ſunt t q z, & d q z, ſunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uiſuales, quæ exempli cauſa ſint lineæ b q, & q c, coniunctæ ſunt linea una, & ſimiliter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuerſitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uiſibus, quæ obliquatio fit quaſi per modum duarum linearum ſe ſecantium circa punctum q, forma enim ſecundum axes radiales uiſibus incidens ad mediũ punctũ concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipſum ſe ſecantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, ſemper erunt in duabus partibus diuerſis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut oſtendimus in præmiſſis, patet ergo propoſitum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum interſectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte ſectionis partes linearũ ſunt æquales. & ſecundum approximationem ad uiſus anguli medij, ut ſunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & ſecũdum elongationem à uiſu fiunt minores, quouſq; circa axes radiales pyramides deſcribuntur, quarum baſis eſt tota ſuperficies rei uiſæ, & horum probatio experimentalis accidit, ſi uiſibus modo dicto diſpoſitis unus ipſorum claudatur, alterq; apertus reſeruetur, ſic uices mutando quantum placet.



CVI.

Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuũ eidem æqualis & æquedistans fuerit, producta forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ uidebitur tantum una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur semper duæ.

Sint centra duorum uisuum a & b, linea ergo connectens centra est a b, & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11. primi, et sit punctus coniunctionis q, erunt ergo axes uisuales a q & b q, à puncto uero q per 31. primi ducatur linea k q c, æque distans lineæ a b, dico q formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut rei super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa, ad huc uidebitur eius forma una, q si fuerit in puncto ualde remoto ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur em à puncto b lineæ b k, b r, f b, palam ergo per 19. primi, quoniam linea b k, est maior q linea b t. Sed linea k q, est æqualis lineæ q c, ex hypothesi ergo p 35. primi huius angulus c b q, est maior angulo q b k, est em in trigono orthogonio quod est c b k, producta linea b q, ab angulo c b k, ergo proportio anguli q b k, ad angulum c b q, minor q portio basis, quæ est q k, ad partem basis quæ est q c, Sed partes illæ basis ad inuicem sunt æquales, ergo angulus c b q, est maior angulo q b k, per 10. quinti. Sed per 4. primi angulus c b q, est æqualis angulo k a q, angulus ergo k a q, est maior angulo k b q, ergo per argumentum petitionis factæ in principio primi libri huius remotio lineæ a k, ab axe a q, est maior q remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones est modica, quoniam differentia inter duos angulos k a q, & k b q, est modica, forma ergo puncti k, non multum obliquabitur ab axibus uisualibus, qui sunt b q, & a q, non ergo uidebitur illius puncti k, forma nisi una, qm forma eius non multũ elongat à puncto medio cõcauitatis nerui, & qm corpore aliquo existente in puncto r, patet q radij exeuntes ad punctũ b r & a r, & quia etiã duo anguli r a q & r b q nõ multũ differũt, qm angulus k b r, quæ est illorũ angulorũ differentia, ut patet, nõ habet sensibilẽ quantitatẽ, quando punctus r fuerit ualde ꝓpinquo pũcto k, forma ergo pũcti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uero corpus aliquod cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto lineæ perpendicularis super superficiem uisus, quæ est a c, remoto ualde à puncto k, ut est punctum f, tunc quia anguli f b q & f a q, sunt diuersi maxima diuersitate. Ideo q angulus f b k, qui est illorum angulorum differẽtia est sensibilis quantitatis, tunc corpus q est apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto r, forma enim puncti f oblique incidit superficiei uisus b, unde nõ peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102. huius, sed apparet ultra illud, sic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq patet, q uisum in quo concurrunt duo axes semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46. tertij huius, & q unumquodq uisorũ, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus uidetur etiam unum, illud uero uisum in quo concurrunt radij multum distantes ab axibus uidetur duo, propterea q ipsum uni uisuum incidit directe & alteri ualde oblique, uel si ambabus uisibus incidit oblique, una illarum obliquitatum est sensibiliter maior q altera, uidetur ergo talis res duæ per 104. huius, patet ergo propositũ.

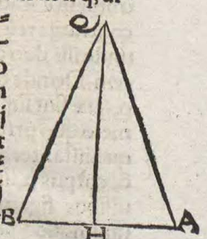


CVII.

Puncto coniunctionis in angulum trigoni, cui subtensa basis sit æqualis lineæ connectenti centra oculorum secundum terminos suæ basis, applicati centris

ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

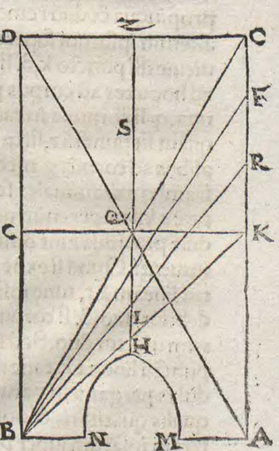
Sint centra amborum uisuum a & b, sitq trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut ꝓponitur, uel si ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centris oculorũ, incidantq axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq duas formas uidenti præsentabit, quoniam enim utraq formarum linearum a q & b q, uterq uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uneæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidẽ uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe, eruntq laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctũ q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Assumatur tabula lignea planaꝫ superficieꝫ, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistãtes, sintq a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducenturq duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q, & à puncto q, qd per 40. primi huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquedistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorũ colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisuũ, & sit huius concauitas m h n, fiant itaq de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita q corpus g sit sup punctũ q, & corpus p sup punctũ k, & corpus e sup punctũ c, & applicenẽ illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita q nõ cadant, & tũc applicetẽ tabula uisibus ut supra pmissum est, deinde experimentator inspiciat forti intuitu corpus g, qd est in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uisuum concurrent in aliquo puncto superficiei corporis g, & supponenturduobus diagonis tabulæ, qui sunt b q, & a q, aut erunt æquedistantes illis, & axis communis supponetur lineæ h q, & si in hac dispositione intueantur ambo uisus, omnia quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuscuiusq corporum, quæ sunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q, uel super qdcũq aliud punctum, cõcurrãt radij uisuales, & etiã quilibet duoꝝ diagonoꝝ qui sunt



D bc &

b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b appareat amplior q̄ sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, q̄ duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterq; uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde instituuntur in cōcauitate nerui cōmunis ab inuicē remotæ, in figuntur em̄ in duabus partib9 contrarijs respectu puncti medij nerui cōmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, q̄ si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z, æquedistanter à puncto q, & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q: & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodquè corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, q̄uis secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarum duarum linearum. Idē q̄q̄ accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui q̄ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit duo, unde super utramq; linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, q̄ si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k, quàm sit punctū r, sitq; puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisu alibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionē dirigantur ad quodcūq; punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctū aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquē punctū lineæ t k, tunc reuertet̄ prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inscribat om̄es ipsas una scriptura manifesta æqualis quātitatis, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cæra ut stent erecte, & applicata tabula ipsis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cōprehendet eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cōprehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k reposita

sita tertia cedula ponatur penes primam, quæ est in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia cedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorum uisuum cadēte in punctum q, uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ cedulæ motæ secundum distantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam, tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quòd tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq; circa lineam c d, eisdem quæ cum his cedulis facta sunt circa lineam k c, eadem tunc uisibus apparent quæ prius seruata distantiæ proportione, & etiam si elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accident uni uisuum si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40. primi huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincte, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ, tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura quæ est circa medium schedulæ uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis.

Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uisuū cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta q̄ prius, cum schedula fuerit super lineam k t, & si schedula plus obliquatur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrumq; uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q, tunc patet quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam; uisui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo, & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantiæ à puncto q, & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ erit litera legibiliter distincta, & si obliquetur schedula super punctum z, & tunc erit scriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spacio distantiæ, etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ p plura theoremata proponuntur, & patet manifeste, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propositum.

CIX.

In uisione diuisionis, cōtinuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione, quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuisiones esse uel scissuras, & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicum distantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam di-

ſtantia fit error in præmiſſorum uiſione. Pariete enim aliquo à longe uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus, forte putabitur facta eſſe diuiſio illius parietis ſecundum ſpacium illius coloris. Similiter etiam ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, ut conſueuit in talibus creſcere hædera, uidebitur forte paries ſecundũ hæderæ ſpacium diuiſus. Et ſimiliter luce ſolis ſuper uiſum album parietem ſplendente, ſi fortis umbra aliqua lucem parietis diuiſerit, æſtimabitur paries diuiſus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc poteſt accidere, ut continuum æſtimetur diuiſum, & ex conſequenti unum plura. Sed & quandoq; ipſa ſecundum ueritatem diuiſa æſtimantur continua, & plura æſtimantur unum, corpora enim à longe uiſa in colore ſimilia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel ſcamni apparẽt qñq; cõtinuæ, cũ modica diuiſione ad inuicẽ ſunt diuiſæ, & ſic diuiſa æſtimanť ꝓpter remotionem à uiſu eſſe continua, & plura æſtimantur unum. Ex inordinato etiam ſitu oppoſitionis oritur error in præmiſſorum uiſione, ſi enim alicuius corporis magna fuerit à uiſu obliquatio, in quo fuerint puncta ſenſibilia, nigra uel ualde tenebroſa, illa qdẽ diuiſiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuiſio & pluralitas, licet in eis ſit continuitatis unio, & ſi in hoc corpore fuerint lineæ tenebroſæ ſenſibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuiſæ, cum ſint continuæ, & plures, cum ſint unum. Similiter etiam ex obliquatione ſitus plurium parietum ad uiſum, quorum unus eſt ordinate poſt alium modicum diſtans ab illo, ita quòd uno aſpectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti ſpacium quod eſt inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum ſint diuerſi & plures: qualiter autem propter ſitum eius erret in numero, ſatis paret per propoſitionem præmiſſam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uiſione præmiſſorum; adhærente enim capillo uaſi uitreo, apparebit uitrum fiſſum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non ſentitur eſſe corpus. Si enim lateret ſuper uas uitreum calamus aut corpus aliud ſenſibile, non propter hoc ſentiretur uitreum eſſe fiſſum. Similiter etiam accidit error in continuitate, ſi enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana ſuperficie conſtituta, & bene cõpreſſa, & uidens ignoret eſſe folia, iudicabit ipſa eſſe continua, & unam ſuperficiẽ ipſorum: huius autem error cauſa eſt paruitas quantitatis ſpacij & aeris, ſecundum quòd ſe illa folia contingunt, & ſic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; ſoliditatis fit error in præmiſſorum uiſione, in corpore enim magnæ raritatis ut in criſtallo pura, ſi in aliqua parte ſuperficiei ſuæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fiſſum ſecundum locum in quem cadit illa linea, & ita æſtimatur uitrum diſcontinuum & plura, & hoc accidit propter perſpicuitatem quæ accidit ex defectu ſoliditatis, Et ſi duo corpora talia fuerint modicum à ſe diſtantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmiſſorum uiſione idem, qui ex defectu ſoliditatis, augmentatus tamen propter exceſſum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmiſſorum uiſione. Si enim corpus in quo ſit linea nigra ſubito à uiſu diuertatur, putabitur illa linea eſſe partium diuiſio: & ſi corpora contigua aut ualde propinqua ſubito uidentur, æſtimabuntur continua, ſicut accidit in tabulis ſcamnorum ſubito inſpectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uiſus error accidit in uiſione præmiſſorum, & ſecundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim ſano uiſui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte ſemper durante uiſus debilitate, & etiam ſtrabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uiſa habet diuerſitatem ſitus reſpectu talium duorum oculorum, quæ diuerſitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos ſanos & æqualis ordinationis, ut ſatis demonſtratum eſt ex præmiſſis, patet ergo propoſitum.

Motus

CX.

Motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei motæ ſecũdum diuerſos ſui ſitus in inſtantibus diuerſis, inter quæ ſenſibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri eſt aliter ſe habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehenſionis motus fit ex comparatione rei motæ uiſæ ad aliud uiſibile quieſcens non motum, quando enim comprehenditur ſitus unius rei mobilis reſpectu alterius rei uiſibilis, tũc etiam comprehenditur diuerſitas ſitus eius reſpectu illius uiſibilis, & tunc comprehenditur motus, ſemper itaq; motus comprehenditur à uiſu aut ex comprehenſione diuerſitatis & mutationis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius uiſibilis qđ eſt remotius aut propinquius uiſui, ipſo tamen uiſu in parte altera exiſtente in ſuo loco, aut comprehenditur motus experimentatione ſitus alicuius partis, uel partium rei uiſæ motæ reſpectu illius uiſibilis non ſecundum ſe totũ moti, & hoc modo comprehendit uiſus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uiſu comprehendi, ſi res uiſa mota ad multa immota uiſibilia cõparetur. Cum enim uiſus fuerit quietus, & res uiſa mota ad ipſum uiſum uel à uiſu, tunc uiſus ſentiens diuerſam locationem corporis moti, ſentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uiſui per motũ, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uiſu ſentitur, palam quia motus tũc ſentitur, quod ſi mobile moueť tantũ circa uiſum circulariter, tũc enim ſuperficies uiſiua oculi non fit tota ſphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam ſola ſuperficies foraminis uneæ eſt uiſiua, & non aliæ partes ſuperficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uiſum, neceſſario mutabitur ſitus partis oppoſitæ uiſui, & cum illa pars rei uiſæ motæ fuerit mutata, ſentiet uiſus mutationẽ eius, & ſic uiſu exiſtente in ſuo loco ſentiet uiſus motum rei uiſæ. Et ſi ipſe uiſus moueatur, cõprehendet tamen motum ſecundum quẽlibet iſtorum modorum, ut cum uiſus ſentit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiẽdo quod illa diuerſitas non eſt propter motum ipſius uiſus: ſed tamen quãdo ipſe uiſus & etiam res uiſa ambo mouentur, ad huc diſcernit uiſus motum, quoniam diſtinguit inter diuerſitatem illi uiſus quæ accidit rei uiſæ motæ propter motum ipſius rei, uel propter motũ ipſius uiſus, quoniam moto uiſu ſentiuntur etiam formæ corporum exiſtentium nõ motæ, nec ſemper iudicat uiſus rem uiſam moueri propter ſui ipſius motum, niſi forte perueniat in uiſum forma rei uiſæ motæ, & quoniam motus omnis eſt in tempore, non comprehendit uiſus motum niſi in tempore, diuerſitas enim ſitus partium rei uiſæ non poteſt comprehendi niſi ad minus in duobus inſtantibus, & quia inter quælibet duo inſtãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo inſtantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uiſiua eſt uirtus ſenſitiua, oportet tempus ab ipſa cõprehenſum eſſe ſenſibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa uiſa.

Siue enim motus ſit ſurſum uel deorſum, uel etiam ſuper ipſam ſuperficiem horizontis uel æquediſtantem illi, ſiue etiam nõ ſit motus rectus, ſed ſit tortuoſus uel circularis, ſemper qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res uiſa ſecundum ſe totum motu recto, & tunc uiſus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ ſpacij directi, ſuper quod fit motus in ſuperficie horizontis, aut in ſuperficie æquediſtante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua ſuper ſuperficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuoſi & circularis comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij tortuoſi uel etiam circularis, in ſuperficie horizontis, aut æquediſtante ipſi aut erecta ſuper ipſam, motũ enim compoſitum ex circulari & recto uiſus comprehendet ex comprehenſione ſpacij tortuoſi ſuper quod fit motus. Comprehendit etiã uiſus diuerſitatẽ & æqualitatẽ motuum ſecundum uelocitatem & tarditatem ex comprehenſione ſpaciorum ſuper quæ mouentur uiſibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uiſus ſentit quod

unum ſpactum pertranſitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorũ ſpaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

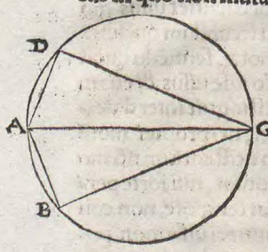
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitũ in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniã ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

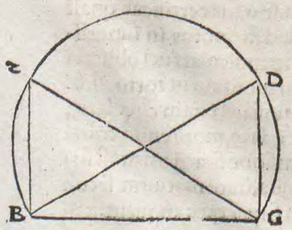
Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pũctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono eñ a b g, circunſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoq; contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſuper circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.



CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.

Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aẽre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circunſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroq; ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.

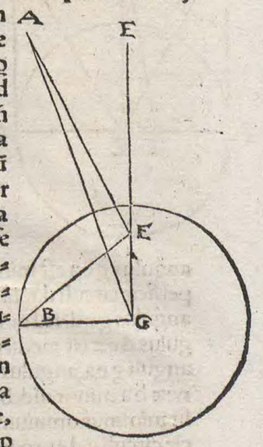


CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planã ſuperficiem in qua

in qua ſit cẽtrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.

Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiem planam datã, in qua ſit cẽtrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, ꝙd ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia eñ linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam p diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualẽ cũ linea g b, utcunq; contingit, ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cũ ſit diameter circuli, & linea a b ſemp eſt æqualis ſibiipſi: ducatur itaq; linea a g, palamq; p p totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibiipſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorũ, ducatur itemq; linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecũdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet p 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cum enim angulus b g e, ſit ſemp æqualis ſibiipſi, erit baſis b e ſibiipſi ſemper æqualis, & angulꝰ e b g æqualis ſibiipſi ergo etiã angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibiipſi, ergo p 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibiipſi, patet ergo ſecundũ propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

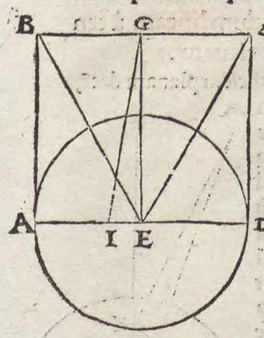


CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrũ uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiã quandoq; æqualis qñq; minor quãdoq; maior uiſu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoq; linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trãſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cẽtro circuli a d, cuius ſuperficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturq; per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitq; exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquãdo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, p 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq; linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aẽre dato ad ſubſtrata

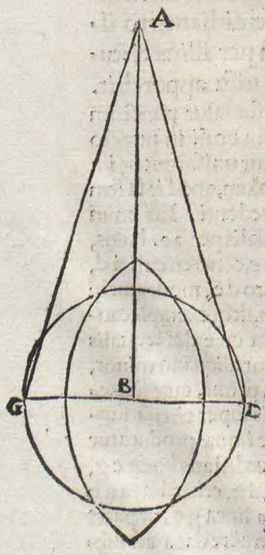
ſtrata planam ſuperficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e obliqué, tũc



patet per 39. primi huius, quoniã angulus g e a minimus eſt omnium angulorum ſub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in ſubſtrata ſuperficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes ſunt inter ſe æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z tranſpoſitarum ſecundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e eſt æquediſtans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, qm̃ linea g b eſt æqualis lineæ e a & æquediſtans eidẽ, ſunt ergo duæ ſupficies palellogrãmæ q̃ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a eſt acutus, ut patet ex præmiſſis, ꝓpter obliquationẽ lineæ g e, ſuper ſuperficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtuſus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius, angulus g e a eſt minimus omnium angulorum contentorum ſub quacunq; linea in ſuperficie circuli ducta ad punctum e, & ſub linea g e, eſt ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, ſed tamen linea e z ſit diagonus paralellogrãmæ e d z g, palam quod angulus d e z eſt medietas g e d anguli per 4. primi, & ſimiliter angulus b e a eſt medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z eſt maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmiſſa cum angulus g e a, ſit minimus omnium angulorum qui continentur ſub linea g e, & aliqua linea in ſuperficie circuli a d e producta, palã quia medietas anguli g e a eſt minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum ſibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d eſt maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquediſtantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc eſt propoſitum.

CXVII.

Re uiſa ſuper ſuperficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi ſecundum circuli periferiam moto circa pũctum in quo res uiſa ſuperficiei cõiungitur, res ſemper æqualis uiſui apparebit, quod non accidit centro uiſus moto ſuper periferiã oxigoniæ ſectionis.



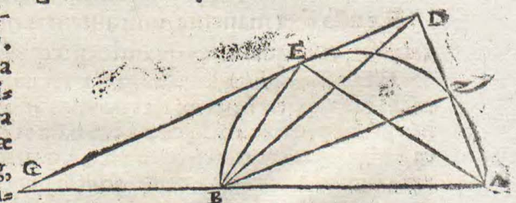
Sit a b, magnitudo erecta ſuper ſuperficiem planam, tangens ipſam in puncto b, ſitq; centrum oculi in puncto g, in eadem ſuperficie, & centro quidem exiſtente puncto b ſecundum ſpacium b g lineæ, deſcribatur circulus qui ſit g d, dico quod ſi tranſponat̃ centrum oculi à puncto g, ſuper totum circuli g d periferiam, apparebit uiſui linea a b ſemper æqualis, quoniam enim angulus a b g eſt ſemper rectus per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, ſunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uiſa, quæ a b, ſemper uidebitur æqualis, & hoc eſt propoſitum primum, non accidit autem hoc centro uiſus moto ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ ſuper ipſius ſectionis pũctum medium eſt erecta, quoniam ſectio oxigonia habet ſemidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro uſq; ad circunferentiam ductæ ſunt inæquales, appropinquantes enim ſemidiametro maiori ſunt maiores, & approximantes ſemidiametro minori ſunt minores, contrarium ergo neceſſario accidit eis, quod oculo moto ſecundum circuli periferiam

ſeriam accidebat, qd̃ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totũ quod proponebatur.

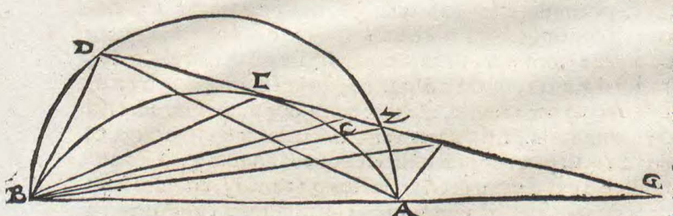
CXVIII.

Re uiſa fixa manente oculo uero moto ſecundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uiſæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uiſui apparet.

Sit res uiſa quæ a b, & ſit centrum uiſus punctum e, incidat̃q; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, ſit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo tranſmutato ſecundum lineam d g, quoniã linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. ſexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco, ꝓportionalis, quæ ſit exempli cauſa linea e g, hoc autem eſt poſſibile per reſectionem lineæ d g per 3. primi, ponatur̃q; centrum oculi in puncto e, producatur̃q; linea e b, & producatur in ſuperficie trigoniꝫ b e g, à puncto b, linea perpendicularis ſuper lineam b a, quæ ſit b d, quæ per 14. primi huius, cocurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b eſt acutus, & angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d, dico quod moto uiſu per totam lineam e d, ſemper uiſum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & deſcribatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ ſimiliter ſit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g, ut patet per 16. ſexti, & ex præmiſſis, eſt æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniã linea g e eſt contingens circulũ b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadat̃q; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, erit̃q; b a z d, quadrilaterum inſcriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerſo collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, ſed angulus z a g, ut patet ex præmiſſis eſt æqualis angulo g d b, ſed angulus d b g, rectus cũ angulis b d g & d g b, ualet duos rectos p 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, ſed omnes anguli quadranguli cuiuſcunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum eſt diuiſibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, eſt ergo quadrilaterũ z d b a circulo inſcriptibile, circunſcribatur ergo ei cirtulus p 31. tertij, & per 9. quarti, & ſit circunſcripta portio circuli quæ ſit b d z a, ducatur̃q; linea b z, ſecans arcum e a in puncto t, ſecabit enim ipſam ideo, quia ut patet ex præmiſſis punctũ z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinſecus maior angulo a z b intrinſeco, ſed angulus a t b eſt æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui eſt b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a z b, angulus uero a z b æqualis eſt angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui eſt a b circuli maioris qui eſt b d z a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a d b. centro uero uiſus exiſtente in pũcto d, uidetur linea a b ſub angulo a d b. Ipſo autem exiſtente in puncto e uidetur ſub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pũcto e quàm in pũcto d per 20. huius, mutato ergo oculo ſecũdum puncta lineæ e d, ſemper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam ſemper minor ſe ipſa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodem̃q; modo uiſu mutato ſuper pũcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̃ ſuper punctũ e, qm̃ lineæ ductæ ſuper pũctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, ſemper angulus erit minor angulo b e a, qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis p 21. primi, maior erit illo cõſtituto ſup aliquod puncto⁊ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero termino⁊ lineæ a b, ꝓductam, et p lineã à reliquo



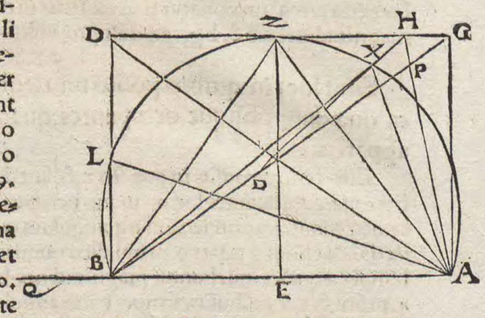
eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per líneas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p̃ 26. tertij, ergo p̃ 20. huius, línea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod approp̃inquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam oftendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit linea a b, imò tota línea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas, ppter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si línea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ línea a b, eadẽ est demonstratio. Sit em̃ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit línea g e medio loco, pportionalis inter líneas a g & g b, & copulatis líneis e a & e b trigono a e b, circunscribaf portio círculi quæ sit ut prius b e a, & ducanf lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo línea a d intersecat circũferentiam círculi b e a quí sit z, ducatur línea b z, & quía angulus b z a est maior angulo b d a, p̃ 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quía angulus b e a maior est angulo b d a, uísus itaq; centro existente sup̃ punctũ e maior apparebit línea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit línea a b, æq̃lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.



CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

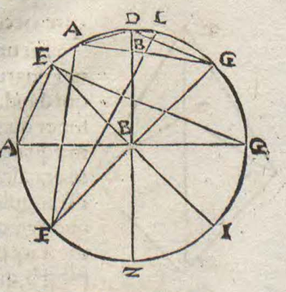
Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota p̃manens sit a b, diuidaturq; p̃ æqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ppendiculariter línea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãturq; líneæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio círculi a z b, p̃ 5. quarti, ducaturq; línea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducanf lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur línea a l: palã ergo p̃ 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed p̃ 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebif magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si línea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur línea a b in pũctis d & g, hoc em̃ cõcluditur p̃ 34. & p̃ 4. primi, ductis líneis g b & g a, angulus em̃ b g a æqualis est angulo b d a, & similif patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo p̃ 20. huius, in talibus pũctis uidebitur línea b a, semp sibijpsi æqualis. Si uero línea z h sit minor quàm línea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, &, pducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p̃ 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p̃ 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p̃ 16. primi, angulus g h b est obtusus, línea ergo b g est maior quàm línea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qđ angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p̃ 19. primi, línea b h est maior q̃ línea a h, ergo & línea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se intersecant, sit punctus sectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a est æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, sed per 15. primi, angulus a p g est æqualis angulo b p h, ergo per 14. sexti, erit, portio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit portio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p, sed linea a h est minor quàm linea b g, ut patet ex præmissis, ergo linea a p est minor q̃ linea b p, línea ergo b p est maior quàm linea a p, quæ est ergo proportio líneæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmissis linea p o minor quàm linea p b, abscindatur ergo linea p o à línea p b, per 3. primi, & ducaf linea h o, quía itaq; p̃ 3. undecimi quinti, & ex præmissis est, pportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. sexti, quoniam trigono h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula, est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit basem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipsa línea h o diuidit etiam angulũ b h p, est ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uisus existente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo línea b h secet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, qm̃ angulus b z a est maior angulo b h a, & quoniam quibuscũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue línea d z sit maior quàm línea z g, siue minor, semper eodem modo potest demonstrari, patet ergo propositũ, angulus em̃ b z a, fit maximus omnium illorũ angulorũ, & ei, ppinquiores fiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo distãtes fiũt æquales, & secundũ illorũ angulorũ quãtitates p̃ 20. huius, mutaf quantitas rei uisæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo transpositio æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, q̃q; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod níhil cadit medium inter ipsas, neq; secũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; secundum líneam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & sint uisæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b super ambas illas magnitudines ducatur línea perpendicularis, quæ sit b z, sitq; oculus dispositus in tali situ, ut línea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo est centrũ uisus, & quoniam in quocũq; puncto líneæ d z, posito cẽtro uisus erunt semp per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uisus æquales, manifestum ergo p̃ 20. huius, quoniam secundum quemcũq; punctũ líneæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, transponatur autem oculus, & sit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim líneæ e a, e b, e g, & describatur circa a e g, trigonum circulus qui sit a e d g, per 5. quarti, & adijcianf lineæ e b, línea recta b i, attingens in parte opposita puncti e circunferentiam, quía itaq; arcus a z est æqualis arcui z g, p̃ ultimam sexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrum descripti circuli siue non, semper enim ex hypothesi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,

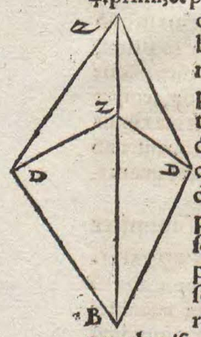


palam ergo, ſtem per ultimam ſexti, quoniam angulus a e i maior eſt angulo i e g, ſed ſub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo exiſtente centraliter in pũcto e, & ſub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter diſpoſito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod ſi oculus tranſmutetur ſecundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, ſemper uiſæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam ſemper angulus extrinſecus maior fit angulo intrinſeco ſibi oppoſito. Si ergo ſuper circuli circunferentiam centrum uiſus moueri intelligatur, ſemper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & ſi oculus extra circulum ponatur non exiſtens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Sunt loca in quibus poſito uiſu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

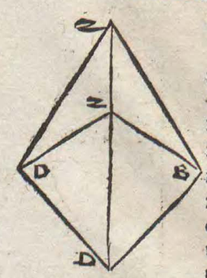
Eſto centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines æquales uiſæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interpoſito, oblique tamen coniungantur ſecundum angulum qui ſit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, ſemper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, poteſt autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, ſemper enim angulus g z b eſt æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit ſi ſuper utranq; illarũ linearum b g & g d ſemicirculus deſcribatur, & à puncto ſectionis illorum ſemicirculorum qui ſit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propoſitum. Idem quoq; accidit ſi ultra punctum ſectionis ſemicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed eſt etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ ſunt b g & g d, uiſui inæquales apparent, ad quã inuenien dum, circa lineam g b ſemicirculus deſcribatur, qui ſit b z g, & circa lineã g d portio, maior ſemicirculo quæ ſit g d z, poſſibile quoq; eſt hoc ſuper g d, deſcribere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior eſt ſemicirculo per 30. tertij, ſic ergo deſcripta, & ſit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, eſt rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. ſed ſub maiori angulo uiſa maiora apparent per 20. huius. Eſt itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus ſectionis portionis maioris ſemicirculo cõſtitutæ ſuper unam magnitudinum, & ſemicirculi ſuper alteram cõſtituti, & hoc eſt quod proponitur.



CXXII.

Eſt locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.

Sit ut in præcedente centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ ſecũdum angulum d g b, qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q; oculo exiſtẽte ſuper quodcũq; punctũ lineæ z g, ſemp magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior: ductis em̃ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior baſis ſubtenditur, p 26. primi, qm̃ ſi detur q; illi anguli ſint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod eſt cõtra hypotheſim, palã ergo q; illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipſa g b, qm̃ ſub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, deſcribatur em̃ ſicut in præmiſſa circa lineã b g maiorẽ ipſaq; portio maior

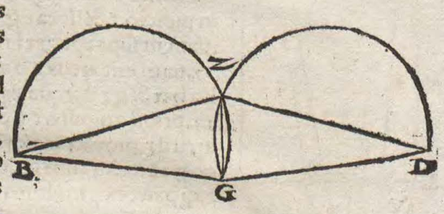


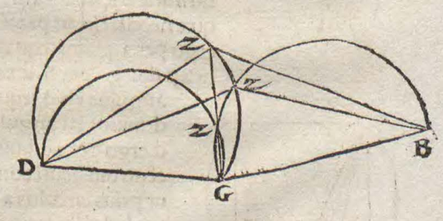
maior ſemicirculo quæ ſit b z g, & ducanť lineæ b z & z g, & circumſcribantur lineæ g d, minori portio ſimilis portioni b z g, hoc eſt angulum æqualem angulo b z g, capientem, ſit quoq; communis punctus iſtarum ſectionum punctus z, & ducantur lineæ z b, & z g, z d, quia itaq; angulus d z g, eſt æqualis angulo b z g, quoniam in ſimiles cadũt portiones, oculi itaq; centro poſito in puncto z, qui eſt punctus communis ſectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent, qd̃ eſt propoſitum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito æquales magnitudines erectæ ſuper ſubiacentem planam ſuperficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b, & g d, æquales & erectæ ſuper ſubiacentem ipſis planam ſuperficiem, dico q; eſt locus ubi poſito centro uiſus magnitudines a b & g b, apparent æquales. Ducatur enim inter ipſas in ſubiecta plana ſuperficie linea recta, quæ ſit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10. primi, & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, ſuper lineam b d, in eadem ſuperficie per 11. primi, dico quòd ſuper lineam e z, perpendicularem ſuper lineam d b exiſtente centro uiſus ſuper magnitudines a b, & g d, æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z, latus b e, eſt æquale lateri d e, & latus e z eſt cõmune, anguli uero z e b, & z e d, ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b eſt æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, eſt æqualis lineæ d b p hypotheſim, & anguli g d z, & a b z, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a, æqualis lineæ z g, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis eſt angulo g z d, ergo per 20. huius æquales apparent magnitudines a b, & g d, dico etiam q; quandoq; inæquales apparent ipſæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmiſſa diſpoſitione in eadem ſubſtrata ſuperficie tranſmutatur centrum oculi extra lineam e z, & fiat in puncto i, & ducatur linea i e, ad medium punctum lineæ b d, & ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24. primi linea i b, maior q; linea i d, ideo quod angulus b e i, eſt maior angulo d e i, æquis inter ſe lateribus cõtento, abſcindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi, ſitq; linea b t, æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a, & i d g ſunt æquales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, æqualis angulo g i d. Sed angulus b t a, per 16. primi, eſt maior angulo b i a, quia eſt extrinſecus trigono a t i: angulus ergo g i d, maior eſt angulo b i a, ergo per 20. huius, uiſu exiſtente in puncto i maior apparet linea d g, q; linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonſtrandũ: uariantur autẽ magnitudines in uiſu ſecundum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium, patet ergo propoſitum.



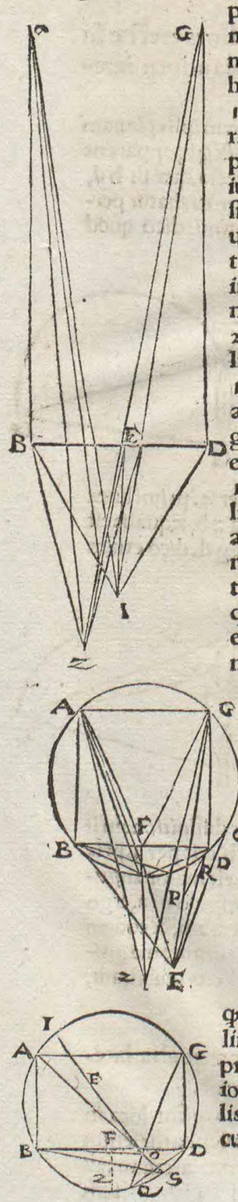


CXXIIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, ſint æqualia, dico q; ſint loca in quibus centro uiſus poſito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumſcribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

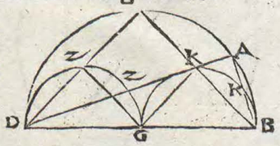
sunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrũ uisus. Sit autem exempli causa positus in puncto medio arcus b d,qui sit o,& copulentẽ lineæ quæ o a,o g,o b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,sunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b,i& g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,semper enim centro uisus in quorumcunq; illorũ punctorum existente uidentur a b,& g d,magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10. primi,& in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4.primi,& 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si à puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis super lineam b d,quæ sit f,& secans periferiam circuli in puncto o,tũc ad huc secundum præmissa in quocũq; puncto lineæ f z,ponatur centrum uisus,semper per 4.primi, & 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi sit extra circulum a b g d,ut in puncto e,q; sit exempli causa propinquius lineæ d g,q̃ ipsa b a, dico q; uidebitur linea a b,maior q̃ linea g d, protrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,secetq; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulẽtur lineæ b t, & d r,& quoniam,ut supra patuit lineæ a b,& g d,sunt æquales ex hypothesi, ergo p 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t, & g r d,æquales propter duorum arcuũ æqualitatem, ergo per 13.primi anguli b t e & d r e sunt æquales, qa uero arcus b t, est maior arcu d r, propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo p 28.tertij latus b t, maius latere r d, linea uero e t est minor q̃ linea r e, q; patet ex penultima tertij,& 15.sexti, protracta prius à puncto e, p 16.tertij, linea e q, circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e, sit maior q̃ linea e g, ex hypothesi, patet etiã per 8. tertij, lineã a r, esse maiorem linea e t, quia uero linea b t, est maior q̃ linea r d,& linea e t, est minor q̃ linea e r, fiat per 3.primi huius, ut quæ est proportio lineæ b t, ad lineam t e, eadem sit lineæ r d, ad aliquã lineam quartã, quæ necessario, ut patet ex præmissis, erit minor q̃ linea r e, abscindat ergo per 3.primi æqualis illi à linea r e, quæ sit r p: copuletur quoq; linea p d, ergo per 6.sexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt, eritq; angulus r p d, æqualis angulo b e t. Sed per 16. primi angulus r p d, maior est angulo p e d: angulus ergo a e b, est maior angulo g e d, ergo per 20.huius, uidebitur linea a b, maior q̃ linea g d. Si autẽ centrum oculi consistat intra circulũ, tunc immutetur figura, sitq; ut prius circulus a b d g, circũscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d, diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur à puncto f, ad periferiam circuli perpendicularis super lineam b d, quæ sit z f, cõsistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o, dico q; linea g d, apparebit maior q̃ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e, ducãturq; lineæ o a, o b, o g, o d, producatur linea a o, usq; in punctũ circumferentiæ, q; sit g, & linea g o, usq; in punctum q, & linea e o, usq; in punctum i, & copulentur lineæ q d, & g b, cum itaq; linea a s, sit maior q̃ linea g q, per 7.tertij, propter hoc q; punctus o, in q̃ est centrũ uisus, datus est in portione z f d, ppinquior lineæ d g q̃ lineæ q b, & ppinqor puncto g, q̃ puncto a, linea q̃q; a s, est propinquior centro e, q̃ linea g q, est ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b, æqualis est arcu g d, per 27.tertij, & ex hypothesi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus b s, maior arcu q d, ergo per 28.tertij erit



erit corda b s, maior q̃ corda q d. Sed per 7.tertij linea o s, est minor q̃ linea o q, cum linea o s, sit propinquior diametro e i, q̃ linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo anguli b s a,& g q d, per 26.tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoq; b o s,& d o q, latus b s, est maius latere q d,& latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmissis,& hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmissis superius usi sumus, patet q; angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo per 13.primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20.huius, uidebitur linea g d, maior q̃ linea a b, centro oculi existente in puncto o, qd̃ est propositũ. Similiter q̃q; si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior q̃ linea d g, hæc ergo latera trianguli qñq; uidentur æqualia, qñq; inæqualia in diuersis locis cẽtro uisus posito, quod est propositũ. CXXV.

Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales, utricq; inæqualium apparent.

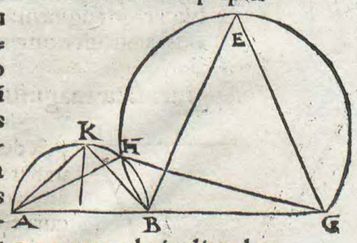
Sit duæ magnitudinum datæ b g maior, & d g minor, & circa utrãq; semicirculus describat̃, ut circa lineã d g semicirculus d z g, & circa lineã b g, semicirculus g k & tertius semicirculus describat̃ circa totã lineã d b, q; sit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a, palam quia ꝓductæ lineæ secant minores semicirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k & linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaq; per 30.tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaq; centro secundum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositũ.



CXXVI.

Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportione secundum quam propositus angulus diuidetur.

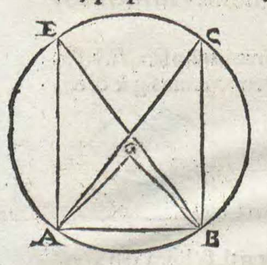
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui sit a k b, qui per 29.tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturq; angulus a k b, per æqualia per 9.primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpendicularis super diametrum a b, & incidet centro semicirculi, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pũcto k, & per 32.tertij, supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 30.tertij, quæ sit b e g, eritq; angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatq; pũctus e in medio arcus b e g, quia itaq; linea a b & b g, uidentur directæ uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20.huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26.tertij, palam q; accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi. s. præmissi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit super eadem, uisu itaq; existente in pũcto communis sectionis ipsarũ, q; sit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuersificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiso angulo per aliũ numerũ quẽcunq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secũdum aliquã proportionem per 27.primi huius, & circa magnitudinem describere portionẽ circuli capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem. & ſuperpoſito centro uiſus ad illum angulum ui, debitur apparentia magnitudinis uariari ſecundum illud, hoc eſt ergo propoſitum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo diſtantiæ ſecundum rectam lineã protenſæ à puncto cõcurſus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, qm̃ in omnibus uiſis ex inæquali diſtantia, maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem, ꝙ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, ſi angulus a k b, ſecundũ aliã proportionem fuerit diuiſus, & ei æqualis in portione circuli, ſuper lineam b g, conſtituatur angulus, & eadem eſt demonſtratio, patet itaq; propoſitum.

CXXVII.

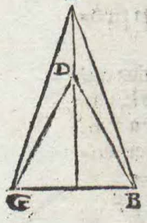
Sunt loca in quibus poſito uiſu eadẽ magnitudo qñq; totius ſuæ quãtitatis, qñq; medietatis, qñq; quartæ, uel ſecũdũ datam proportionem uidetur.



Eſto a b magnitudo uiſa, dico ꝙ ipſa tranſmutato cẽtro uiſus ad diuerſa puncta, quandoq; ipſa appareat ſuæ, ppriæ quãtitati, quandoq; in alia quacũq; portione: deſcribatur eñ circa lineam a b, circulus a e b, ita ꝙ linea a b non ſit diameter illius circuli, qd̃ poteſt fieri ſumpta diametro circuli aliqua linea maiore, ꝙ ſit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b, duplus eſt angulo a e b, oculi itaq; centro exiſtente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior ꝙ appareat centro oculi exiſtente in arcu a e d, per 20. huius, qm̃ omnes anguli cõtenti ſub lineis ab iſtis punctis ad puncta a b ductis ſunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus eſt angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propoſitum.

CXXVIII.

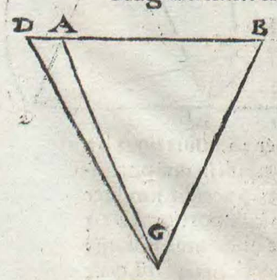
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uiſæ, quantitas augmentari.



Sit linea uiſa b g, & ſit oculus in puncto 3, ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & ſit ſuper d punctum. Intelligimus enim hic acceſſionem ſecundũ lineam rectam perpendicularem ſuper magnitudinem uiam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, eſt maior angulo b 3 g, res autem ſub maiori angulo uiſa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quant itas lineæ q g, circulo ſuper d exiſtente, reſpectu eius quod fuit exiſtente centro uiſus in puncto 3, & hoc eſt propoſitum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.

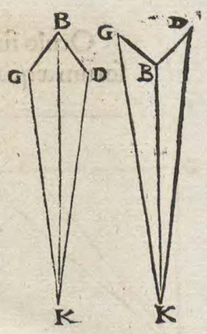


Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi ſit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior ꝙ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior eſt angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia eſt maior ſicut totum ſua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, ꝙ b a, maiora uero ſe ipſis prius uiſis uidentur omnia poſtmodũ aucta, & in eo uero ꝙ maiora ſunt ſub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uiſum uidetur idem ei qd̃ prius uiſum eſt, & æſtimatur æquale ſibi ipſi, omnium autem æqualiũ q̃d appropinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo diſtinctiua animæ ſentiens angulum ſub quo fit uiſio augmentari & æſtimans rem eandem, iudicat ſe illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc eſt propoſitum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem ſuperficie iacentes extremis ſuis non in directo

in directo ſuo medio exiſtentibus, totalem ſuam figuram quã doq; concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.



Verbi gratia, uideat magnitudo g b d, iacens in aliqua ſuperficie, & eius punctum mediũ qd̃ eſt b, nõ fit in directo ſuorũ extremorũ, ſed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, ſi eius medius punctus ſit remotior à uiſu, accedat uero medius punctus rei uiſæ, qd̃ eſt b, ad uiſum, & fiat, p pinquior oculo, dico ꝙ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uiſus ſimul puncta media & extrema, quoꝝ formæ ſecundũ ipſoꝝ ſitũ & diſtantiã deſcribunt in ſuperficie uiſus, & accidit uiſui paſſio quæ accidit ex ſupficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa ſecundũ diuerſitatem ſitus ſui puncti medij, & hoc eſt, ppoſitũ.

CXXXI.

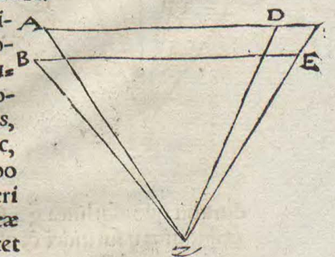
Omnium mobilium æque uelocium ſecundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uiſualium, proximum uiſui exiſtentium remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & ſit centrum uiſus a, & ſit ut mobilia b & c, ſint ſuper lineã a g, & ſit b remotius à uiſu ꝙ c, qa ergo linea a b, eſt maior ꝙ linea a c, palam per 7. huius, qm̃ ſecundũ lineam a b ſub minori angulo fit uiſio ꝙ ſecundũ lineã a c, uiſio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, ꝙ quæ fit in puncto c, & ſimiliter per eandẽ 7. huius ſub minori angulo uidetur ſpacium qd̃ in aliquo tempore pertranſit mobile b, ꝙ illud ſpaciũ qd̃ in eodem tempore pertranſit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebit̃ ergo b tardius moueri qd̃ ſub maiori angulo uidetur mobile b, ꝙ mobile c, & ſimiliter ſpaciũ qd̃ pertrãſit mobile b, ſub minori angulo uidebitur ꝙ ſpaciũ, per quod in eodem tempore pertranſit mobile c, minus ergo uidebit̃ ſpacium per quod motũ eſt mobile b, ſpacio qd̃ pertranſit mobile c, per 20. huius, & ſi hæc mobilia ambo ſint in linea obliqua ad uiſum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri ſuis ueris motibus, minus autem ad huc uidebit̃ moueri b, qd̃ eſt remotius à uiſu ꝙ ipſum c, quod ſi ambobus ipſis exiſtentibus in una axe uiſuali, & aliquod ipſoꝝ fuerit intra concurſum axium propinquiſſimũ uiſui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit: unde æſtimabit̃ tardius moueri, licet ipſum ſit propinquius uiſui, patet ergo propoſitum.

CXXXII.

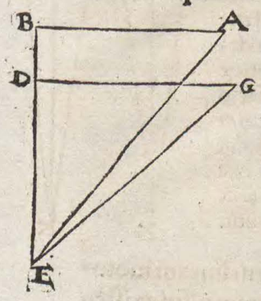
Omnium mobilium æqueuelociũ ſuper lineas æquediſtantes, non proximas uiſui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota ſuper duas lineas æquediſtantes & æquales, quæ ſint a d & b e, quarũ remotior à uiſu ſit a d, ſitq; centrum uiſus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico ꝙ mobile a, ꝙ eſt uiſui remotius, uidebitur fieri tardius ꝙ mobile b, quod eſt propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor ꝙ linea b c, cum tamen ſint æquales. mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abſcindit, uidetur tardius moueri ꝙ mobile b, ꝙ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuiſioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abſcindere uidetur, ꝙuis ut patet ex hypotheſi illæ partes hinc & inde ſunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, ꝙ mobile a, remotius uiſui: quãdo eñ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur eſſe retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præpoſteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior ꝙ linea a d, mobile ergo a, æſtimatur tardius moueri ꝙ mobile b, quod eſt propſitum.



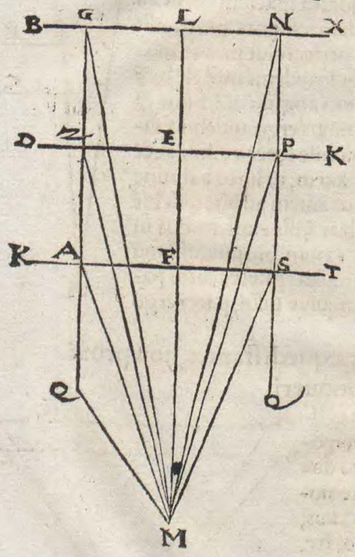
CXXXIII.

Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existẽtia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq; centrũ uisus e, & sit ut axis uisualis trãseat ex puncto d, ad punctũ b, erit ergo punctũ b remotius â uisu, q̃ sit punctũ d, palã itaq; per 7. huius, qm̃ linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet̃, q̃ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius lineag d, uidet̃ maior q̃ linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatẽ anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, q̃ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, qm̃ uiso g uidebit̃ a retro illud, quod est propositum. CXXXIIII.

Mobilium secundũ lineã cui perpendiculariter insistunt æquedistantẽ lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorũ, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineã quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secũdum puncta g 3 a, sitq; mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctũ m, & sit mobile a k, uisui ꝓpinquius, ducaturq; â uisu â puncto. s. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq; lineæ k a, d 3, b g, ad lineã m l, incidatq; linea k a lineæ m l, in punctũ f, & linea d 3, in punctũ e, & linea b g, in punctũ l, & qm̃ lineæ g a & m l sunt paralellæ, palam per 21. huius, qm̃ ad partẽ l, cõcurrere uidenť, propinquior igitur uidebitur g, ad pũctũ l, q̃ 3 ad punctum e, uel a ad punctũ f, uidetur igitur p̃cedens b g, subsequens uero d 3, & ultimũ ipsoꝝ k a, protrahatur itaq; linea g a, ultra punctũ a, ad punctũ q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pũctum g, q̃ linea m 3, ad punctũ 3, uel linea m a, ad punctum a, qm̃ anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebit̃ præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundũ lineã rectam, quæ est g a, ad lineã m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur â linea m l, elongari, et hoc durabit quousq; linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundũ lineã rectã m l, mobile k a ꝓpinquius uisui uidet̃ q̃ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aũt transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecõtrario, tũc mobile remotius uisui uidebit̃ seq, & ꝓpinquius præcedere ꝓpter eandẽ causam quã præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, q̃d est remotius â centro uisus m, pertrãsita linea m l, perueniat ad locũ lineæ n x, & mobile d 3, ad locũ lineæ p r, et mobile k a, q̃d est ꝓpinquius uisui perueniat ad locũ lineæ s t, ducatur quoq; â centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia, ideo

ideo quòd sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctũ l, q̃ linea p r ad punctũ e, uel q̃ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius precedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit̃ sequi, & linea a k, quæ fuerit prius subsequẽs sup lineam s t, uidebitur precedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum. CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & sit centrũ oculi punctũ a, sit aũt inter hæc mobilia b, tardissimũ, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius q̃ c, et oĩa moueantur ad eandem partẽ uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motũ est cum oculo, nõ ergo mutat situ respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebit̃ a, mobile uero b, quia est tardissimũ, patet quod moto uisu ipsum est pertransitũ per motũ uelociorẽ ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelocissimũ est præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp fit plus distans à uisu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpositũ. CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint em̃ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & sit c, aliquid nõ motũ. Sitq; centrũ uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, qa itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã qm̃ ipsum fit ꝓpinquius ad illũ q̃ corpus c, quia nõ mouetur, sed & mobile d, æqueuelociter motũ est mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare situ adinuicẽ, corpus uero c mutat situ respectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est, ꝓpositũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariã moueri, quia em̃ partes nubiũ æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius â uisu, ꝓpter remotionẽ in paruo tpe nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cũ em̃ talia mobilia sic signata mouenť circulariter, q̃dlibet suoꝝ punctoꝝ motu suo describit circulũ, qm̃ q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tpe sensibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã super quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiẽ uisus per modũ circũferentiæ circuli, qm̃ em̃ motus circularis est totus unus, nõ diuidens tempus, nõ potest uisus cõprehendere formã puncti signati nisi secundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tpe cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & si plura sunt pũcta secundũ ordinẽ unius sub altero signata, plures uidebunť circuli subalternatim & ordinate cõtenti, & hoc est ludus puerorꝝ in trochis sup planas superficies circulariter exagitatis, qm̃ qñ trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aspexerit qs ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebunť plures circuli æq̃distãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uisus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersoꝝ coloꝝ sibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uisus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab oĩbus coloríb. q sunt in illis punctis, q̃si sit color cõpositus ex oĩb. coloríbus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuersitatẽ coloꝝ, & si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi q̃scẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tpe sensibili, sed in minimo tpe giratur tota circũferẽtia sup quã reuoluit̃, & similiter mota linea uidebit̃ secundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiusdã superficiei rotũdæ descripta in superficie ipsius uisus, & si linea illa

fuerit colorata, tũc ꝓpter motus uelocitatẽ, motus facit totã ſuperficiẽ rotundã appare re coloratã, & hoc eſt propoſitũ. CXXXVIII.

In motus & quietis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intempe rata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intẽperata eñ luce accidit error in uiſione motus & ꝙetis, ſi eñ de nocte cõpre hẽdit uiſus hoiem añ aliqđ nemus, forte occultabit ei diſtãtia hois ad nemus. Si itaq; ui dens moueat uerſus hoiem uiſum, quãto magis ad illũ acceſſerit, tãto diſtantiã illã certi us uidebit, unde cũ priꝰ ſimul una cũ nemore appareret ei homo uiſus, & ꝙto ad eũ plꝰ accedit, plꝰ uidet à nemore remotus, & certũ eſt ei nemus immotũ remanere, æſtimabit ergo hoiem ad partẽ cõtrariã nemoris incedere, licet ueritas ſit ipſum hoiem uiſum im motũ & ꝙetũ eſſe, & etiã ſi homo de nocte uiſus nõ plene cõprehẽdit, q modicũ moueat nõ diſcernet motus eius, & uidebit quieſcẽs, hi aũt errores nõ acciderẽt in tẽperata luce. Et intẽperata etiã remotione error accidit in uiſione motus & quietis. Si ꝙs.n.ad partẽ in qua lunã añ ſolẽ aut ſtellã aliquã uiderit moueari, cũ poſt plurimũ motũ lunã añ ſe ui derit elõgatã nõ minus ꝙ in principio ſui motus, æſtimat ipam lunã ad eãdẽ partẽ ſecũ moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elõgatiões durare, & euenit hoc etiã ĩ luna ad partẽ cõtrariã ꝓperãte, accidit ꝙ hic error ideo, ꝙa notũ eſt hoĩ, qđ in his naturis inferioribꝰ exiſtẽtibꝰ duobus corpibus, ꝙꝝ unũ moueat in partẽ aliquã, ſi tũc permãſerit identitas ſitus reſpectu alterius corpis, tũc neceſſe eſt etiã aliud corpus ĩ eandẽ partẽ æq̃li motu fu iſſe motũ, hoc tñ nõ oportet ſic æſtimari ĩ luna uł ſtellis, qm̃ magnitudo uiæ ꝙ ꝓagit ꝙs motu ſuo, nõ eſt ꝓportionalis magnitudini corpis lunæ uel alterius ſtellæ, ergo neq; exceſſus poſtremæ ꝓpinq̃tatis ad ſtellã ſuꝑ primã ꝓpinq̃tatẽ eſt ſenſibilis reſpectu totalis remotiõis. Idẽ etiã error accidit ĩ motu nubiũ, credit .n. uelociſſimus eẽ motus lunæ, ꝙa ꝑtes nubiũ, ꝑ quas uidet luna, ſubito mutant, et luna nec cũ his partibus nubiũ, nec cũ il lis uidet eſſe ſita, & ꝙa luna eſt corꝰ luminoſum uiſibilius ꝙ nubes, æſtimat luna moue ri motu, qđ ſecundũ ueritatẽ nõ mouet. Similiter etiã accidit error in ꝙete, aliqs .n. à lõ ge uiſus nõ ueloci motu motus, ꝙeſcere uidet, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueant, uiæ eñ ꝙs incedũt ĩ tpe paruo, nõ ſunt ꝓceptibiles uiſui à tanta remotiõe, unde durante ſitu ipſaꝝ, reſpectu uidẽtis identitate ꝙeſcere putant. Similiter etiã accidit hic error, ſi ĩ eadẽ linea uiſuali uel axe corpus aliqđ uiſum uel à uiſu moueat. Tũc eñ ubi motus eiꝰ fuerit ualde fortis, putabit imotũ, ꝙa nõ ꝓcipit an ꝑtes uel ipſum totũ ſe aliter habeat nũc ꝙ prius, uia eñ ꝙ ĩcedit, eſt ĩceptibilis à tãta remotiõe. Ex in tempata etiã ſitus oppoſitiõis obliq̃tate accidit error uirtuti diſtinctiuæ in ꝑmiſſoꝝ uiſione, unde aliq̃ uelociter nauigãte ĩ flumine, & obliq̃ ĩſpiciẽte arbores in ripa fluminis, tũc arbores ab axe uiſuali multũ elongatas æſtimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uiſualis ĩcidet ꝙeſcere uidebũt. Similiter rota aliq̃mota, ut molendini obliq̃ uiſa ui deẽ quieſcere. Eſt aũt hic error ꝓpter ſolã obliq̃ tionẽ ſitus rei ad uiſum, qm̃ talis rota di recte intuita moueri uideẽ. Ex intẽperata etiã magnitudine accidit error in uiſione præ miſſaꝝ. Si eñ moueant duo, ꝙꝝ unũ ſit paululũ uelocius alio, putabit uidẽs eſſe æqualẽ ipſoꝝ motũ, cũ inſenſibile ſit uiſui unius motus ſuꝑ aliũ excrementũ, & ſimiliter quãtitas exceſſus uiæ quã trãſit alius, ĩceptibilis eſt uiſui, unde iudicat æq̃litas motuũ & uiaꝝ & ſimiliter res pua mota forte æſtimabit nõ moueri, etiã ſi diſtãtia à uiſu fuerit tpata. Ex intẽperata etiã rarítate accidit error in ꝑmiſſis. Si eñ in aere nubiloſo obſcuro duo cor pora moueant, ꝙꝝ unũ alio paululũ uelocius moueat, iudicabunt forſitã æquales ipſoꝝ motus, cũ ꝓpter intẽperiẽ diafonitatis aeris diſcerni nõ poſſit motus unius ad motũ al terius exceſſus, uidet eñ tũc perpẽdiculariter à uiſu exceſſus uiæ ꝑtrãſitæ ab uno à uia ꝑ tranſitæ ab alio. Similiter etiã in tali aere à lõgitudine media nõ tñ parua ſi ꝙs uideat a quã fluentẽ, aut iudicabit eã ĩmotã, aut ſi fuerit fortis eius fluxus, æſtimabit minus mo ta ꝙ moueat. Ex intẽperata etiã tpis ſit maximus error in uiſione motus & ꝙetis, q̃ per ſe tpe menſurant, cũ eñ duoꝝ mobiliũ unũ paulo uelocius alio mouebit, tunc motus in tpe modico cõprehẽſi æq̃les iudicabunt, ꝙa nõ eſt tã ſubito cõprehenſibilis ipſoꝝ exceſ ſus, & ſi aliqd tarde moueat hoc in tpe modico in reſpectu nõ uidebit moueri, qm̃ uia ꝑ quã mouet in modico tpe, eſt ĩperceptibilis uiſui ꝓpter ſui paruitatẽ, ſed & uelociſſime

motum

motũ circulariter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æſtimat moueri, locus eñ tro chi nõ mutat, & partes uelociſſime redeũt ad priorẽ ſitũ. Ex intẽperantia etiã diſpoſitio nis uiſus accidit error uiſioni ꝑmiſſoꝝ. Cũ eñ ꝙs ſæpius in circuitu fuerit reuolutus & poſt quieſcit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueant, ideo ꝙa ſpiritus uiſibiles ĩterius moti diſcurunt ex motu corpis ipſius facto, nec ſtatim qeſcente corpe exteriorũ ſpũs intrinſe cus moti quieſcũt, eo ꝙd leuiores corpe groſſo ſunt illo mobiliores, & minor uirtus ani mæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti diſtinctiuæ repſentãt, uidẽt eñ oñia moueri, ꝙrũ formæ motis ſpũtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã poſt ꝙetẽ ipſius uidentis, & huius ſimile ẽ etiã ĩ aliis motis, trochus eñ diu poſt ꝙetẽ manus motricis mouet, & nõ ꝙ eſcit ꝙuſq; uirtus influxa ſibi deſinit mouere. Eſt etiã q̃dã corpis & oculoꝝ infirmitas, in q̃ uidenꝫ oĩa circũuolui. Si etiã corꝰ ſimiliũ ptiũ uoluat tarde, ut accidit in ꝙbuſdã rotis horologioꝝ, tũc uiſus debilis nõ ꝓcipiet motũ eius, neq; etiã ſanus uiſus ꝓcipiet motũ ꝑ ui tpis. Si uero ſit corꝰ diſſimiliũ ptiũ, ut ĩ rotis molẽdini, tũc forte etiã uiſus debilis cõ ꝑhendet motũ, niſi ualde feſtina fuerit rotæ reuolutio, ꝙa ꝓpter uelocitatẽ motus forte diſſimilitudo ptiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet ita; illud ꝙd proponebatur.

CXXXIX.

Aſperitas cõprehendit à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuꝑficiei corporis aſperi incidentis, ꝑ quã cõprehendit diuerſitas ſituũ partiũ ſuꝑficiei corpis.

Cum aſperitas ſit diuerſitas ſitus partium ſuperficiei corporis, palam per 11. ſecundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit ſuperficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifeſtæ luci & diſcoopertæ, & in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiſcentes lucem illis partibus incidentem, diuerſificabitur ergo forma lucis in ſuperficie illius corporis, quod non accidit in ſuperficie plana, eius enim partes ſunt conſimilis ſitus, & fit forma lucis in omnibus ſuis partibus conſimilis, uiſus ita; cognoſcit formã lucis in ſuperficiebus aſperis & planis diuerſam propter fre quentationem uiſionis ſuperficierum aſperum & planarum, & ſecundum hoc dijudi cat aſperitatem ſuperficierum uel planiciem in corporibus aſperis quibuſcunq;, ſed ſi ſu perficiei aſperæ partes fuerint ualde præminentes, poteſt etiam uiſus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehenſione diſtantiæ quæ eſt inter partes, & ſic ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium ſuperficiei corporis aſperi cõprehendet etiã aſperitatem illius, & erit etiam lux in illa aſperitate maximæ diuerſitatis, quoniam ma ioribus umbris diſtincti permiſcetur, & ex diuerſitate formæ lucis uidebitur diſtantia partium, & diuerſitas ſitus earum, & ex hoc uidebitur corporis aſperitas, quod ſi præmi nentiæ partium ſuperficiei rei uiſæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uiſus illam aſperitatem corporis niſi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuerſita tem lucis ſuperficiebus corporum aſperorum incidentis, & ex conſequenti per compre henſionem diuerſitatis ſituum partium ſuperficiei corporis, aſperitas comprehenditur à uiſu, patet ergo propoſitum. CXL.

Lenitas ſiue planicies cõprehendit à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuꝑficiei lenis corporis incidentis illis ꝙetiã per ſuarũ partiũ oñimodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas eſt æqualitas ſitus partium ſuperficiei, patet quod partes cor poris lenis ſunt conſimilis ſitus, lux ergo illis corporibus incidens fit conſimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis terſitudo ſiue politio, quæ eſt quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uiſu ex ſcintillatiõe lucis in ſuperficie illius corporis, & ex ſitu ſecundum quam reflectitur lux ad uiſum, uel ad aliud corpus obiectum, compre hendit etiam uiſus quandoq; planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehen dit partium ſuperficiei uiſæ æqualitatem, quandoq; etiam comprehẽdit ipſam planicie ſuperpoſito uiſu in una parte illius ſuperficiei uiſæ, & cum formæ partium extremarum illius ſuperficiei quæ ſunt remotiores à uiſu ſecundum lineas rectas pueniunt ad uiſum in ipſa ſuperficie productas, tũc uiſus ſic ipſius ſuperficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum. CXLI.

In aſperitatis & lenitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intẽperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisae, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictae imaginis propter lõgitudinem distantiæ æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quae propter distantiam uidentur replicatae, cum sint in una superficie constitutae. Similiter etiam si magna distantia opponat uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distãtia nõ potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbrae partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si eñ à capillis depictis alicuius pictae imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cũ non sit nisi lenitas in illis: hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tũc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni praemissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimã corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni praemissorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorũ, æstimabitur hoc corpus quod est rarũ & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni praemissorum, quia in aëre nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa re polita cũ non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione praemissorũ, cũ enim subito uidetur aliquod asperum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiã debilitate fit error in uisione, praemissorũ, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formae corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius praemisimus, illa corpora diafona, quae sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est crystallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formae corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cũ ergo uisus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehensi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni: quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corpori ualet spissorũ talibus corporib9 diafonis, ipsorũ cõprehensio à uisu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLIII.

Spissitudo siue densitas cõprehendit̃ à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & nõ sentiet in ipso aliquã diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinẽ, quia cũ statim ad illud corpus terminat̃ operatio

tio uisiua, nec aliquid penetrat, p illud uero uisus exercetur ad uidendũ ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partiũ compactarum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CXLIIII.

In raritatis & soliditatis uisiõe error accidit uirtuti distinctiuae ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena fit comprehensio formae corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarũ prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione praemissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non percipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinũ esse in uase uitreo, tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione praemissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi cõprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione praemissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu sibi soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione praemissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione praemissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum infimae raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiae maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitũ, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni praemissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera, & cũ fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidũ, patet ergo uniuersaliter in oĩbus illud qd̃ proponebatur. CXLV.

Vmbra cõprehendit̃ à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera p̃sente.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente actu praesentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbrae maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus existẽs in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationẽ illius loci & priua-

Priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionē radioꝝ, percipiet tamen secūdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domū sui diffusione illuminātis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarū lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locū & nullam lucem in illa, tūc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositū.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albū lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lōge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabūtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̄d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiā situs oppositiōis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primū positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albū, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni oppositæ. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui oppositio fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pūcta illa singula esse foramina in quibus fit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pūctorum paruitate: quod si illa pūcta sunt maximæ nigritudinis, tūc æstimabūtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorū paruitas est causa apparitionis tenebraꝝ

brarum. Ex intemperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domū p foramē aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram proijcit super proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semp superior proijcit umbram super inferiorem usq; ad fundū aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quæritur in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ peruenientes ad uisum, & comprehēdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur omis tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstātia uiam' tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorū. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendētes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiā debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multū nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circūstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̄ à uisu ex comprehensione simplici formarū uisibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut em exemplarit

plariter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formã sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uisu, in quibusdã eñ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uisum apparent, & faciũt formã uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidentur pulchræ nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oñes quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi p cõpetentem sibi situ, quamuis enim figuræ linearũ sint oẽs p se bene disposite & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna & alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde uidetur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem disperſis. Diuisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pulchritudinem, motus eñ hoïs in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uilłositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum sericorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte resmicantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, ꝙd non accidit in aëre condensato, ꝓpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aialis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, qñ enim partes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuersæ ptes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum, & diuersæ partes aialiũ aialia: eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarũ uisibilium ad inuicem, & nõ solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quàm unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cõiunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per se: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione adinuicem consistũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutẽ sentientẽ, & cõprehendet uirtus distinctiua pulchritudinẽ rei uisæ in qua est illa intentio, & sic cõiunctio diuersarum intentionũ fit causans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad sentientẽ, tũc uirtus distinctiua cõparabit illas intentiões adinuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uisæ cõpositæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omniũ formarum sensibilium pulchritudo: in pluribus tamen istorũ consuetudo facit pulchritudinẽ, unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cõsuetudinis formã, sicut illud quod per se æstimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & sicut unicuiq; suus ꝓprius mos est, sic & ꝓpria æstimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter sit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uisu, cum intentiões sensibiles neq; per se neq; ex cõiunctione ipsarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ sunt causantes.

Turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmissum est, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consueta proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudo, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝓ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint

in ea maculæ paruæ ipſam deformantes, illas ex diſtantia accidit occultari, & iudicabitur res formoſa, & ſi à magna diſtantia uideatur res in qua ſunt picturæ minutæ, in quibus conſiſtit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus diſtinctiua iudicat res ſecundum quod apparent. Ex inordinatione etiam ſitus oppoſitionis accidit error uiſioni præmiſſorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uiſuali, in qua ſunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem reſpectu axis uiſualis, & ob hoc facies lentigi noſa oblique uiſa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aſpicitur latent umbroſæ maculæ ipſius, & tunc pulchrior uidetur: ſi autem in corpore aliquo uiſo fuerint picturæ ſubtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uiſum latebunt ipſum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uiſioni præmiſſorum in exemplis præmiſſis, cum propter ſolam ſui paruitatẽ aliqua minuta ipſas res uiſibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam ſoliditatis fit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in uaſe uitreo multum raro ſint aliquæ paruæ particulæ uel menſurationes ipſi decorem inferẽtes, & imponatur uaſi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris cauſæ, & iudicabitur uas deforme, & ſic uas tale deformant aliquæ particulæ, & ſi imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formoſi placidi, occultabuntur illæ cauſæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum propter aërem obſcurum nubiloſum cauſæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocũq; breuitate error accidit uiſioni præmiſſorum, quoniam in paruo tempore non ſunt comprehenſibiles minutæ cauſæ pulchritudinis & deformitatis, ſicut accidit cũ aliquis inſpiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tũc enim aliquando deformem iudicat eſſe pulchram, & aliquando econuerſo, & idem accidit mota re uiſa ſubito remanente oculo non moto. Ex uiſus etiam debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum, minuta enim quæ ſunt circa pulchritudinis uel deformitatis uiſus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; iſtorum, patet ergo ꝓpoſitum.

CLI.

Conſimilitudo comprehenditur à uiſu ex conuenientia formarum comprehenſarum ad inuicem.

Eſt enim conſimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua ſunt conſimiles. Cum itaq; uiſus comprehenderit duas formas aut duas intentiones conſimiles in ſimul, comprehendet conſimilitudinem illarum ex comprehenſiõe cuiuslibet illarum duarum formarum & ſuarum intentionum ex comparatiõe alterius illarum ad alteram, uiſus itaq; comprehendet conſimilitudinem in formis & intentionibus conſimilibus ex cõprehenſione cuiuslibet formarũ intentionũ ſecundum ſuum eſſe & ex cõprehenſione illarũ ad inuicẽ.

CLII.

Diuerſitas comprehenditur à uiſu ex priuatione conſimilitudinis in formis ſenſibilibus comprehenſis.

Cum enim diuerſitas ut hic accipitur non ſit aliud q̃ differentia formarũ ſenſibiliũ cõprehenſarum à uiſu, hæc diuerſitas cõprehenditur à uiſu in formis diuerſis ex comprehenſione cuiuslibet illarum formarũ diuerſarũ, & ex cõparatione alterius illarum ad alterã, & ex cõprehenſione priuatiõis cõſimilitudinis in eis: diuerſitas ergo cõprehenditᷣ p̃ ſenſum uiſus ex cõprehẽſione cuiuslibet formarũ & intentionũ p̃ ſe, & ex comparatione ipſarum adinuicem, & ex ſenſu priuationis conſimilitudinis ab ipſo ſentiente.

CLIII.

In ſimilitudinis & diuerſitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uiſione conſimilitudinis & diuerſitatis corporum eiuſdem coloris ſecũdum ſpeciem, uel eiuſdem figuræ ſecundũ ſpeciem in quibus partialis diuerſitas p̃ latentia ſigna diſtincta eſt, tũc em̃ illa in luce debili nõ uidenᷣ, & ob

& ob hoc iter illa corp̃a oĩmoda iudicabiᷣ ſimilitudo: & ſi aliq̃ corp̃a ſolũ, ppter aliq̃ minuta ſigna ipſis cõmunia ꝓticipent ſimilitudinẽ, tũc, ppter lucis debilitatẽ illis cauſis cõ ſimilitudinis nõ ꝓceptis iudicabiᷣ diuerſitas totalis, q̃d nõ accideret in luce tempata. Ex ſuꝑflua etiã elongatione accidit error in p̃miſſoꝝ uiſione, ut patet in p̃miſſis exẽplis. Minutæ em̃ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauã huius. Et ſimiliter etiam eiuſdem error accidit ex ſitus nimia obliquatione, quæ res paruas non ſinit comprehendi à uiſu per 26. huius. Accidit etiam error in præmiſſorum uiſione propter cauſarum conſimilitudinis uel diſſimilitudinis paruitatẽ, propter quam cæteris exiſtentibus conuenienter uiſui diſpoſitis non uidentur. Ex defectu etiã ſoliditatis error accidit uiſioni præmiſſorum. Si enim duo uaſa multum rara conueniant in ſpecie, figura & raritate, ſed diſcrepent in aliqua ſuarum partium diſpoſitiõe, tũc uino eiuſdem coloris & claritatis ambo repleta latebũt cauſæ diuerſitatis, & reputabuntur omnino ſimilia, qui error accidit propter defectum ipſorum ſoliditatis, quia cũ ſint peruia, ideo res per ipſa uiſa ſimilitudinis uel diſſimilitudinis aufert cauſas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. in aere enim nubiloſo & obſcuro minutæ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmiſſorum uiſioni error accidit, quoniam particulares ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſæ paruiſſimo tempore inſpectæ latent uiſum. Debilitas etiam uiſus errorem illorum uiſioni adducit, quia minutas ipſorum. ſ. ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſas uiſus debilis perſpicere non poteſt, patet ergo propoſitum.

CLIIII.

Virtuti diſtinctiuæ error quandoq; accidit ex cauſarum plurium aggregatione, quarum nulla per ſe ad errorem ſufficit cauſandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circunſtantiarum octo omnium uiſibilium cõcurrunt in uno uiſibili, & faciunt errorem in uiſu, licet neutra ipſarũ per ſe ſufficeret ad cauſandum errorem, ſi enim moueatur aliquid à magna diſtantia motu tardo, illud ſubito uiſum uidebitur non motum, & motus ille poſſet percipi in diſtantia temperata etiã ſubito uiſu, uel etiam poſſet percipi in illa remota diſtantia per intuitum diligentẽ tempore conuenienti. Sed illis duabus cauſis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus diſtinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiã quãdoq; concurrunt intẽperantiæ plures ad unum errorem cauſandum, quam nulla illarum per ſe cauſaret, Si enim à magna diſtantia ſub debili luce in tempore modico oppoñatur uiſui debili corpus diuerſorum colorũ motum tardo motu, tunc forte uidebitur quieſcere. Sed motus eius qualibet illarum cauſarum aliquo deficiente percipi forte poſſet, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumſtãtiarum corporum uiſibilium concurrunt ad unum errorem cauſandum, uel quandoq; plurium illarum, & ſecundum diuerſas combinationes quæ plus experientiã q̃ rationem reſpiciunt ſecundum omnem ſui diuerſitatem, unde de his ſic eſſe ſufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uiſui uia ſcientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ eſt in anima alicui rei uiſæ in intẽperantia cuiuslibet octo circumſtantiarum rei uiſæ.

Cum enim res alia aut alterius ſpeciei uiſui apparet q̃ ſit in rei ueritate, tunc fit error uia ſcientiæ in uiſu, quoniam forma quieſcens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiã cuiuslibet octo circunſtantiarum rerum uiſibiliũ. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per ſe patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uiſæ, unde accidit error in crepuſculis in omnibus uiſis, unde etiam noctiluca uidentur lucere in tenebris, quorum forma non eſt lumen, nec etiam ſcintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter diſtantiam etiam nimiam uiſibilis à uiſu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quãdoq;

doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei; uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, suppositio sibi tali colore & uisu inoppositio existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius error is est causa, uitro em̃ colorato uisui & rei uisæ coloratæ interpositæ æstimabit color corporis oppositi mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non q; secundū ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisus superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannū laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectū diafonitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq;, forsan enim æstimabit equum fuisse mulū, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnē colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias 8. circumstantiarum rei uisæ, ut patet. his autem & eorum similibus non duximus multum insistendū, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cū tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus in quo sit multa colorꝫ diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrūq; extremorū. Distantia etiã uisibiliū errorē inducit uisui, qa ꝓpter impro

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersoꝝ minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ. & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuersi coloris euadūt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solā carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem prætendit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente leditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus lesio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod secundū omnes circūstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebat.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositū est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti firmantur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & hoꝝ multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habētibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorū flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginē quoq; & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idē in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cādelas uidentur, ꝓpter grossitiē aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

CLVIII.

Visum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem rorídum de longe uideat, totū ipsum fore unū

corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiã uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannũ coloratũ, in quo est minuta colorũ diuersorũ cõsperſio, ad quos ꝓportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, qm̃ extra temperantiã est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibilẽ rei circũstantiã uisus ꝓtensus nõ perspicit, palã quia debilitatur ex ꝓtensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobat quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uisum ꝓtensum longe debiliorem fieri patens est, ut præmissum est, ideo accidit ꝙ ea quæ longe uidentur, ꝓpter uisus debilitationẽ omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora ꝙ̃ sint, uisibus apparent, qm̃ eminentiæ suarũ partium asperitates & tumores in ipsis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorũ distantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto em̃ magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uidenẽ ꝙ̃ in loco suo uisui in eodẽ loco existẽte, qm̃ reflexio facta in aqua auget distantiã: nihil aũt differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionẽ rei cõplere: semper em̃ fit iudicium uirtutis uisiuæ secundum quod forma est in uisus organo recepta: nec̃ latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebit nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex mediis coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde sicut uisus colorẽ nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq̃ albã existentem uidet uisus propter distantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & qm̃ coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo à quibuscũq̃ speculis ex quisitius pertractemus. Primo itaq̃ in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus, quælibet illorũ quæ æstimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculorũ planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorũ speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtñ sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à ꝙ̃rum

rum superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidunt. Nec intelligimus quod solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiã ipsis uisibus non præsentibus fit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos, quod manifeste patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq̃ uisum à speculo quocũq̃, est tñ in receptione harũ formarum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uisu, ꝙ̃uis aũt ut in prooemio huius scientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in sensum, qm̃ unius rei una & eadem forma semper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à superficiebus speculorũ. quæ etiam in modo simplicis uisionis directe uisibus occurrit, nõ potest tñ in reflexione facta à superficiebus speculorũ quorũcũq̃ cõprehendi ueritas formæ, sicut cõprehenditur in uisione simplici directa. In reflexionibus em̃ à quibuscũq̃ speculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipsis uisibus quasi opposita, cũ tñ secundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq̃ & color corporis nisi semper miscentur cũ colore speculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uisus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uisæ colorẽ. Omnis quoq̃ reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in oñi reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus ꝙ̃ in directa simplici uisione, quæ uero ad hunc uisionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuscũq̃, & à planis maxime speculis præmittimus, sunt ista. Politio corporũ, est cõtinuitas partiũ superficiei politi corporis sine sensibilitate pororũ uel diuisionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, secundũ quã forma rei incidit superficiei speculi. Linea reflexionis dicit̃ illa secundũ quã forma reuerberata propter soliditatẽ speculi quã penetrare nõ potest reflectitur ad uisum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit superficiei speculi, & idem est punctus reflexionis, qm̃ formarũ reflexio ad uisum semper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis super superficiẽ speculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ super superficiẽ speculi illius, à quo fit reflexio, si illa superficies sit plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis super ipsam, quæ est perpendicularis super superficiem planam illam superficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur superficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ ꝓductam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiẽ planam speculi, aut super lineam rectã cõtingentem cõmunem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uisus, uel ab alio puncto quocũq̃, cuius forma à speculo reflectitur ad uisum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipsa linea reflexionis, ut à centro uisus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur superficies contenta à linea rei uisæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, & superficiei speculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni sectione. Imago dicitur forma in speculo cõprehensa. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formæ. s. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ speculo, extrema qñq̃ uideri. Item quòd uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq̃ speculi à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum kathetum suæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq̃ figuræ ſint, ſuperficies à quolbiet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim,ut patuit per primam ſecundi huius,forma lucis à corpore lumino ſo ſemper ſecundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppoſitum,& ſimili ter forma colorata habentis actum luminis.Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori ter ſo polito,quia in tali corpore non patet tranſitus lumini uel colori,propter talis corpo-ris denſitatem & priuationem diafonitatis, cum ſint planaq; ſuperficierũ, in quibus nul-la eſt aſperitas,ſemper ab illis fit luminis & coloris & formaq; reflexio,& ob hoc oppo-ſito ſpeculo lumini forti oblique incidenti, manifeſte fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris,ſi color fuerit coniunctus lumini,& uidebitur lumen reflexum inci-dens parieti cum colore:& moto ſpeculo radius reflexus mouebitur mutans locum,& ablato ſpeculo lumen reflexum auferetur:et ſi à loco cui incidit radius luminoſus manus uel aliud corpus mundum uel politum ſecundum lineam rectã ducatur ad ſuperficiem corporis à qua fit reflexio,patens erit quoniã ſecundũ rectitudinem lineaq; reflexio eſt facta,quoniam ipſi experimentanti ſecundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti ſuper reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita ſuperficie cuiuſcunq; ſit figuræ,à quolibet ſuoq; puncto fit reflexio ſecundũ rectitudinem linearum,cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis lu-minoſi.Vnde ſicut oſtenſum eſt in 20.ſecundi huius,ſuper quodlibet punctum corpo-ris politi fit pyramis,cuius uertex eſt in puncto corporis politi,& baſis in ſuperficie cor poris luminoſi, & à quolibet puncto luminoſi corporis procedit pyramis,cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi,& baſis in ſuperficie corporis politi: & ſi à corpore lu-minoſo procedit lux ad corpus politum ſecundũ lineas æquediſtantes,ſi illæ lineæ quaſi columnam continentes terminant ad baſes pyramidũ præmiſſaq;,per quaſcũq; autem lineas lumen corpori polito incidit,ſecundũ illaq; ꝓprietatem reflectit,ſiue ſint perpen-diculares ſiue oblique,patet ergo propoſitũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis aſperis,qm̃ in illis ſunt pori & foueæ,quas ſubintrat lu men,& redit in ſe permixtũ cũ umbra illoq; corpoq;, unde non fit reflexio ſenſibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præſente luce color ad corpus oppoſitum po litum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; par-tim reflectitur ab illo, ſicut & ipſum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ feneſtræ deſcendat lux ſolis ſuper corpus multũ coloratum forti colore,& ponatur in oppoſitione contra ipſum ſpeculum argenteum, & item contra ſpeculum ponatur uas concauum ad modum ſcyphi,quod ſit interius album,uel in quo ponatur corpus al bum,& aptetur taliter ut lux reflexa incidat ſuper illud corpus album, apparebit itaq; ſuper faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit deſcenſus lucis, color itaq; mixtum cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori po-lito, quod corpus politũ ſi denſum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipſo reflectitur,ita ut non coloret corpus politũ.Si uero corpus politum ſit rarum & lucidũ actu,ſicut ſunt aqua & uitrum,& ſimilia,tunc reflectunt ab illo colores & luces,& pene-trant in illud,quod patet per hoc,quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilio-ris lucis & coloris,q̃ ab his corporibus denſioribus q̃ ſint illa, & etiã circa aliquod pun ctum ſub iſtis corporibus, uel in iſtis uident formæ lucis & coloris incidentes ſuperio-ri ſuperficiei iſtorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores,& uniuerſaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior eſt luce diſgregata per petitionem princi-pij ſecundi huius, & quanto lux ab ortu ſuo plus elongat,tanto plus debilitatur,per 24. ſecundi huius,patet ꝙ cũ ſecũdũ aliq̃d corpus corpis luminoſi ꝓcedit lux ad ſupficiẽ cor poris politi in modũ pyramidis,quod quanto magis elongatur à puncto illo,tanto ma-ior eſt eius debilitatio,& propter elongationem ab ortu lucis,& propter diſgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur,tũ propter elongationẽ à lo-co reflexionis & diſgregationem, tum ꝓpter ipſam reflexionem. Luces quoq; ſecũ-dum lineas æquediſtantes politis corporibus incidentes ſunt debiliores q̃ luces obli-que incidentes,qm̃ minus aggregantur.Colorum quoq; reflexio q̃uis fiat ab omni cor pore polito, ſicut & lucis, ut patet per primam huius,non tamen eſt multum ſenſibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione,& ꝓpter admixtionem coloris ipſius ſpe-culi conformis ipſoq; colorum reflexorum, niſi forte à ſpeculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim ſpeculo color apparet debilior q̃ color ferri mixtus cũ luce reflexa,& ipſo colore reflexo debilitat ipſum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri poſſunt in domo unici foraminis,cui foramini albus paries opponit̃.Tunc em̃ in radio ſolis poſito ſpeculo argenteo,& ipſi ſpeculo & parieti interpoſita re aliqua co-lorata,erit reflexio coloris ad parietẽ albũ ſenſibilis.Idẽ quoq; accidit ſi in radio incidẽ-tiæ ipſius ſpeculi ponat̃ corpus diafonũ coloratũ,per q̃d tranſeat radius incidẽs ipſi ſpe culo,utpote ſi ante feneſtram ponat̃ uitrum coloratũ, uel ſi modo ſimili ut experimen-tanti uidebit̃,diſponat̃.Cadente itaq; luce forti ſuper ſpeculũ argenteum & ipſa reflexa ſuper parietem albũ, notabiliter uidebit̃ lux parietis debilior q̃ ſpeculi, eflexio ergo lu cem debilitat.Et eodẽ modo color reflexus eſt debilior colore à quo fit reflexio. Pa-lam ergo,quod reflexio debilitat luces & colores,ſed colores magis q̃ luces.Colores.n. debiliori modo incidunt q̃ luces,unde etiã in reflexione facilius debilitant̃.Color enim debilis cũ ad ſpeculũ peruenerit,miſcetur colori ſpeculi & immutatur ꝓpter illius admi xtionem,quare color reflexus apparet debilis & tenebroſus,& uniuerſaliter formæ re-flexæ ſunt debiliores q̃ ſint ĩ loco à quo reflectunt̃.Sic ergo patet quod omnis reflexio eſt cauſa debilitatis,nam & hoc patet ſenſibiliter in luce, licet em̃ lux directa & lux re-flexa æqualiter diſtent ab ortu ſuo,tñ debilior eſt lux reflexa. Opponat̃ em̃ in aere ra-dio ſolis intranti per feneſtrã domus aliqua,in qua unica eſt feneſtra, ſpeculũ minus fo-ramine,ita ut lux reſidua foraminis quæ nõ icidit in ſpeculo cadat in terrã ſuper corpꝰ album,& lux à ſpeculo reflexa cadat ſimiliter ſup corpus album eleuatum à terra,hoc ob ſeruato, ut ſit eadem diſtantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis feneſtræ, uidebitur itaq; ſuper corpus album eleuatũ,ad quod fit reflexio lux minor,q̃ ſuper cor-pus iacens,cuius minoritatis ſola reflexio eſt cauſa, & idem poteſt in coloꝝ reflexione facilíter demonſtrari,& eodem modo,patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & ſi debilior ſit luce prima,eſt tamen fortior quàm lux ſecunda æqualiter ab origine diſtantibus ambabus,& idẽ eſt in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus,ſi aliud ſimile corpus ponatur extra locum reflexionis,& ſit cum illo eiuſdem elongationis à ſpeculo,uidebitur ſuper ipſum corpus ſecunda lux minor q̃ in illo quod eſt poſitum in loco reflexionis, ſit em̃ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur,ponatur ſpeculum in ter-ra aſpiciens totam lucem radij incidentis per illam feneſtrã,quã lucem ſuperius in prin cipio ſecundi libri huius ſcientiæ diximus lucem primam, tunc em̃ fiet palam,quòd erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum,q̃ ſuper aliud corpus ſimile poſitũ extra illum locum eũdem à ſpeculo elongatum. Et idem accidit ſi ſuperficies ſpeculi nõ ſuſcipiat radium directe ſed oblique. Idem etiam patet in coloribus,quoniam facta re-flexione coloris à ſpeculo argenteo corpus album poſitum in loco reflexionis pluri-mum recipit coloris,aliud uero corpus æque album exiſtens extra locum reflexionis, & in eadem diſtantia à ſpeculo, apparet quidem coloratũ, ſed debilius ualde q̃ corpus poſitum in loco reflexionis, & ſi ferreum fuerit ſpeculum forte in corpore quod eſt in loco reflexionis modicus uidebitur color,extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo,quaſi nullus apparebit color,patet ergo propoſitum.

V.

Natura agit in omnibus ſecundum lineas breuiores.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales ſic fiunt, deſcendunt eñ grauia perpendiculariter ſup ſuperficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſſionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum ueloci

A B C ter eſt motus: et quia ut in principio ſecundi libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs, palam quod neceſſario agit ſecũdum lineas breuiores. Si enim poſſit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam conſecuta eſt finem in puncto b, non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia quorum motrix eſt anima ſecundum breuiorem lineam mouent ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ & ſi non nunq; inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & inſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmiſſis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores ſunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propoſitum prout poſſibile nobis fuit.

VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3. ſecundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ eſt linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidẽtiæ ſenſibilis in loco incidentiæ, & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundẽ retinet ſitum, quã ſua compar in linea incidentiæ ſenſibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propoſitum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuſcũq; ſpeculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuerſitatem ſitus, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum.

Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contigit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſarum, eiſdem etiam modis cõtingit uiſum decipi in uiſione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifeſtius fit hoc in ſpeculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uiſualibus, uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi, uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota ſit reflexio à ſupficie ipſius ſpeculi. In aliis uero quibuslibet modis licet ſimliter cauſet error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis poſitis, nec tamen fit totalis excuſatio ab illis, patet ergo propoſitum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantum ſeptem.

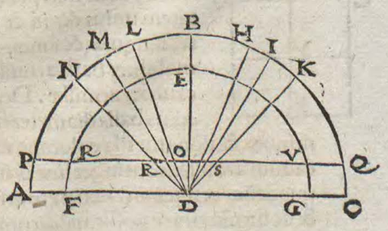
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nõ poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non poſſunt eſſe niſi corpora plurimũ planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei concauæ uel conuexæ: ſicut autem patet ſenſui, licet corporum planarum ſpecies ſecundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ, cum nec enim in ipſis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aũt patet per 118. primi huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula, quorum unum eſt planũ cuiuſcunq; figuræ, & tria ſunt cõuexa, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, nec eſt poſſibile plura eſſe ſpecula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propoſitum.

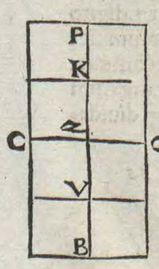
IX.

Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularibus ſpeculis inſtrumentaliter declarantur.

Aſſumatur ſemicirculus æneus conuenientis ſpiſſitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter ſupra diametrũ a c, per 5. primi, eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per ultimã ſexti: abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per undecimam ſexti, q; ſit b e, & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat ſemicirculus qui ſit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit ſecundũ puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundũ puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterũ à ſemidiametro b d, inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o, & à puncto o ducatur linea æquediſtans diametro ſemicirculi quæ eſt a c, per 31. primi, quæ ſit p o q, hanc itaq; interſecabunt omnes lineæ ad partes diuiſionis à cẽtro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipſam interſecat ſit r, & in quo linea d k ſit s, & puncta in quibus interſecat ſemicirculus f e g ſint t & u, deinde à totali ſemicirculo abſcindat pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime ſuperficies, & acuatur d, centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctum d maneat in eadem ſuperficie ſemicirculi cum lineis productis: nos aũt quãtitatem lineæ b e, quæ eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitũ appellamus, eſt ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14. præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & ſpiſſitudo eius ſit 7. digitorum, & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40. primi huius, & ſuper ipſum fiat circulus ſecundũ quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniã eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum ſuper idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpõdeat primæ, & ſecũda ſecũdæ & ſic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pũcta diuiſionis lineæ rectæ, & rotundet tabula lignea extrinſecus ſecundũ circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædã armilla lignea cuius latitudo eſt duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ, pfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius ſuperficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis ſuper planam ſuperficiẽ



latitudinis ipſius: ponatur enim pes circini ſuper terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat ſemicirculus in ſuperficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 29. tertij, & producatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea eſt perpendicularis ſup ſupficiẽ latitudinis, quæ pars eſt baſis columnæ, & eodẽ modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in ſuperficie armillæ concauæ. In qua etiã ſupficie exparte planæ ſuperficiei nõ diuiſæ ſumatur altitudo duorũ digitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis, fiant ſigna, & ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ, immiſſa tabella ænea, ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ immiſſa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cõuenientius poſſit fieri, & ſecundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia ſigna intra illos duos digitos, & circunducaẽ circulus æqdiſtans priori circulo ſecundũ quantitatẽ pmiſſam medietatis grani ordei, & ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, ſecundũ profunditatem ſemicirculi ænei a b c, ſignentur alia pũcta in prædictis perpendicularibus, & iterũ fiat circulus ſecundũ illa pũcta, & excepto per aliqua inſtrumenta illo corpore ligneo inter hos duos ſecũdos circulos exiſtente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea ſemicirculi portio, quæ eſt p b q, quæ intrabit concauitatẽ uſq; ad portionẽ minoris circuli quæ eſt t e u, ideo quod diſtantia iſtorum duorum arcuũ eſt unius digiti, & eadem eſt profunditas cõcauitatis factæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut ſuperficies circuli f e g, diuiſa per lineam à centro d, ad circunferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ, diuiſæ: lineæ itaq; perpendiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ, tangent lineas diuiſionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in conuexa ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpendicularium productarum ſecundum diſtantiã duorum digitorũ ab ipſa plana ſuperficie nõ diuiſa, & poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorũ, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter ſit æqualis quantitati grani ordei, & ſecundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipſorum coaptetur baculus ligneus, qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget ſemicirculi f e g ſuperficiem, quoniam ut patet ex præmiſſis centrũ cuiuslibet illorũ circulorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillæ, à quo diſtat ſuperficies circuli ænei qui eſt f e g, ſecundum quantitatem medietatis grani ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter ſit æqualis diametro armillæ ligneæ, & perquiſito puncto medio ipſius p 40. primi huius, ab illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e, & hic circulus erit æqualis circulo f e g, & baſi concauitatis armillæ. Item ſuper centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera ſint quatuor digitorum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ, quod poteſt fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad pfundi tatem unius digiti, & planentur omnes ſupficies concauitatis ſuæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter baſis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum ſpiſſa, cuius baſis diameter ſit æqualis quãtitatis grani ordei, ſicut diametri foraminum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad concauum armillæ, contínget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare niſi ad locum determinatum, & ut firmius ſtare poſſit, modicum cæræ ſibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis columna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſſit latus quadrati cõcauí in tabula lignea, quod eſt æquediſtãs lineæ r s, ductæ in ſuperficie circuli ænei. Deinde fiant ſeptem regulæ ligneæ planæ æquediſtantiũ ſuperficierũ orthogonaliũ, æquales & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex, latitudo quatuor, & ſpiſſitudo com-



do cõmunis, ut inferius neceſſitas ipſius finis edocebit, & una ipſarũ adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundũ quadrati concaui, & ut faciliter intret ſine compreſſione, ducaturq; taliter ut punctus d, centrum ſcilicet circuli a b c, contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat ſignum in regula quod ſit x, & à pũcto ſignato x, producatur in extremitatẽ regulæ linea æquediſtãs longioribus lateribus regulæ, quæ ſit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pũcto x ſignato, ſumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pũctum z, erit itaq; z medius pũctus longitudinis regulæ, centriſq; foraminum oppoſitus directe, centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & diſtant à baſe armillæ per duos digitos: punctus ergo z diſtat ab eadẽ baſe per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unũ, & quia ab extremitate regulæ uſq; ad punctũ z, ſunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ eſt tantum ſex digitorum, patet quod punctum z, eſt medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctũ z, lineæ æquediſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ ſit t q, eſt itaq; linea longitudinis regulæ quæ eſt b p, diuiſa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ ſunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pũctis k & y, ſemper ductis lineis latitudinis à punctis ſectionis k & y, perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p, æquediſtanter lineæ c q, ſic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuiſa in quatuor partes æquales, & hoc modo omnes aliæ ſex lineæ diuidantur, et factum eſt quod proponebatur.

X.

In ſpeculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partẽ reflexio: ſemperq; angulum incidentiæ æqualẽ eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum, & concauetur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quãtitatem diametri ſpeculi, & profundetur ſecundum ſpiſſitudinem ipſius ſpeculi, aptetur q; taliter, ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directe ſuperponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam ſuperficiẽ ſpeculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia conſiſtat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod eſt acumen tabulæ æneæ cadat ſuper ſpeculum, & tunc illa regula ſit cum ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, ſed ſtet firma. Deinde bene obſtruentur omnia foramina inſtrumẽti præter unum, quod oblique ſuper regulæ ſuperficiem declinet, & ſit exẽpli cauſa foramẽ correſpondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio ſolis, & melius eſt ſi radio ſolis per feneſtram domus intranti. Radius itaq; ſpeculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & ſi foramen illud puncti h aperiatur, & cũ foramen prius opertum quod fuit puncti l, obſtruatur, reflectitur recte radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autẽ b d l eſt æqualis angulo b d h, ut patet ex hypotheſi in præmiſſa, ergo angulus l d a eſt æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a eſt æqualis toti angulo b d c, quia utercq; eſt rectus. Si etiam imponatur foramẽ àperto columna ferrea concaua, de qua præmiſimus, deſcendit lux per columnæ cõcauitatẽ ad ſpeculum, & reflectetur in foramine reſpiciens æqualem angulum ut prius. Et ſi ad ſecũdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, ſemper tamen erit debilior lux per columnam deſcendens quàm ſine columna per ipſum foramen deſcendẽs, & illud eſt experimentandi modus, ſi aliquod foramen cum cæra obſtruatur, & circa centrum eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate reſpicientis, & ſi concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo ſecũdum centrum ſuæ baſis, deſcendet lux p axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, & reflectetur ſemper æqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur ſimiliter per alia duo illis ſimilia, ſem per enim declinatio linearum reflexionis eſt æqualis declinationi linearum incidentiæ. & quoniam linea l x p, quæ eſt linea media longitudinis regulæ, eſt orthogonaliter ſup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquediſtantem lineæ c q, quoniam illa eſt cõmunis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei fundi quadrati concaui æquediſtantis ſuperficiei a b c circuli ænei, & linea media ſuperficiei fundi æquediſtat lineæ d b, quæ eſt media diameter circuli, & quia linea quæ eſt communis ſectio ſemicirculi a b c, & ſuperficiei regulæ in qua eſt linea latitudinis regulæ & æquediſtans communi ſectiõi ſuperficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter ſuper ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, eſt erecta ſuper ſuperficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b c æquediſtanter ſuperficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ diameter d b eſt perpendicularis ſuper lineam b x p, cũ ſecent ſe in puncto d, eſt ergo linea d b erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi plani, & ſuper eius circuli diametrum, quia ſuperficies circuli a b c eſt æquediſtans ſuperficiei circuli tranſeuntis per centrum foraminum, quoniam diſtantia omnium centrorum foraminũ à ſuperficie circuli a b c, eſt eadem ſcilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero tranſiens centra omnium foraminum ſecat columnã ferream per axem, eſt ergo axis columnæ in illa ſuperficie, & quia columna ferrea in ſuo deſcenſu tangit aliquam linearum in ſuperficie circuli a b c â centro d, ad circunferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearũ, palam per præmiſſã, quia axis columnæ æquediſtat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcũq; foraminũ columnã deſcendẽte, ſemp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, linea uero z d b, ſemper eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipſius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod eſt contingens punctum n, eſt æquediſtans lineæ d n, & ſimiliter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, ſignatis in circũferentia a b c, omnes enim ſemidiametri foraminum ſunt æquales & æquediſtantes lineæ z d, per 25. primi huius, ſunt enim omnes ſemidiametri foraminum perpendiculares ſuper ſuperficiẽ circuli a b c, quoniam ſunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, ſunt æquediſtantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod eſt z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in ſuperficiebus æquediſtantibus contenti ſunt æquales, & ſi à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipſa per præmiſſa æquediſtans lineæ d b, diuidens angulum linearum ſecum concurrentium per æqualia, ſicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propoſitum.

XI.

In ſpeculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in ſe ipſum inſtrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni diſpoſitione inſtrumenti ut prius, & regula in qua ſitum eſt ſpeculum planum erecta ſuper fundi quadrati concaui, quod eſt in tabula lignea, quæ eſt baſis inſtrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui reſpondet ſemidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat ſolus pũctus qui eſt terminus axis eius qui immittatur foramen ad ſpeculum, ſignetur'q; incauſto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, cadet'q; radius ſuper pũctum ſignatũ, & circa ipſum efficiet circulum, ſignetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & ſecundum quantitatem lineæ interiacentis puncta ſignata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. ſecundi huius, quoniam ſemper proceſſus lucis per foramen ingredientis eſt in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux deſcendens per axem reflectitur per eandem, & ſecundum illius reflexionem ordinatur totaliſ reflexio luminis inci-

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa baſem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipſius lucis interioris circulo, palamq; fit illam lucem apparere per reflexionẽ, nõ tamen accidit hoc p reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui eſt axis illius pyramidis luminoſæ: ſed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique ſpeculo incidentiũ, qui etiã ſecundum modũ ſuæ obliquitatis ad partes oppoſitas, & nõ in ſe reflectunt, qđ patet, ſi obturetur per cærã utraq; baſis foraminis, facto modico foramine ſecundũ axẽ, tunc enim radio ſolis per uiam tantum axis deſcendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem baſem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, ſed ex reflexione lucis oblique incidentis ipſi ſpeculo. Quod ſi regula in qua ſitum eſt dictum ſpeculum planũ aliquantum retrorſum inclinetur, tũc palam eſt quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, uidebitur'q; lux reflexa à medio foramine remota ſecundũ medium declinationis ſpeculi, ſemper tamen centrum lucis cadet ſuper lineã ductam in concaua ſuperficie armillæ perpendicularem ſuper ſuperficiem a b c circuli ænei, & deſcendentem per centra baſis foraminis medij, hoc enim ſecat ſemper lucem circularẽ reflexã & diuidit circulum eius per mediũ, & ſi regula ad latus dextrum uel ſiniſtrum declineť, ſemper radius ſecundũ hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem baſem foraminis ut prius, patet ergo propoſitũ, ſemper enim in ſpeculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in ſe ipſum, ſed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſum.

XII.

In ſphæricis conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in ſe ipſum.

Fiat ex ferro mundo ſpeculum ſphæricum conuexum hoc modo. Deſcribatur circulus maximus ſphæræ, cuius diameter ſit g, ſex digitorũ aſſumptorũ ut prius, & inſcribatur ei linea æqualis ſemidiametro per primam quarti huius, itaq; erit corda trium digitorum, ducatur, quoq; à centro ſphæræ ſemidiameter perpendiculariter ſuper illã cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadet'q; in medium arcus punctum per 4. primi, & p 27. tertij, erit'q; ſuus uerſus minor medio digito, abſcindatur itaq; illa minor portio circuli, & ſecundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur ſpeculum, qđ liniatur & poliatur planiſſime extrinſecus, aſſumatur'q; regula lignea ſimul penitus prius ſumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum ſpeculi, applicetur ſpeculum regulæ ita ut mediũ punctũ conuexi ſpeculi cadat ſuper z medium punctũ regulæ, & ſit in ſuperficie ipſius regulæ quod poteſt ſciri per applicationẽ alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoq; regula cũ ſpeculo orthogonaliter ſuper fundum quadrati, ut in ſpeculis planis, & operatione priori reperitur, & luce p foramẽ obliquãdo uel mediũ deſcendente fiat reflexio ut prius, & ſimiliter fiet ſi regula declinetur. Semper enim luces per diuerſas lineas obliquas ſpeculo ſphærico conuexo incidentes, per diuerſas lineas obliquas reflectuntur, & quæ ſecundum perpendiculares lineas ſpeculo luces incidunt reflectentur in ſeipſas, & ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, qđ proponebať.

XIII.

In ſphæricis concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ſphæricum ut ſupra, & ſecundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planiſſime intrinſecus, & aſſumatur alia regula lignea ſimilis priori, & coaptetur ei ſpeculum taliter, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit ſuperficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro baſis ſpeculi, & fiat iſtorum diligens inquiſitio per artificium quod induſtriæ experimentantis committimus. Immittatur'q; regula cũ ſpeculo ipſi inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis omnino priori, ſic tamen ut ſemp punctus d,

ctus d, qui est centrum semicirculi ænei, cadat super medium punctũ speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concauis obseruandum. Declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & resecetur portio circuli basis illius columnæ ut prius in speculis sphæricis, fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum, & secundum cõcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utrasq; bases, eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti: hoc itaq; speculum optime politum uisui conuexæ, applicetur uni regularum simili priorib⁹, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctũ regulæ qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per æqualia sit in superficie regulæ, & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per æqualia diuidatur & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio simílis priori. Demonstrabiturq; angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut supra, nec est in aliquo à passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur secundũ partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo ꝓpositũ.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculũ pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi colũnaris, erit ergo corda illius basis triũ digitorꝝ, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit aũt linea lõgitudinis speculi quatuor digitorꝝ & dimidiũ, & hoc optime exterius politũ, applicet uni similiũ regularũ taliter cõcauatæ, ut medius pũctus eius sit sup pũctũ z medium pũctũ regulæ, & ut acumẽ eius sit in termino lineæ b p, & linea diuidẽs portionẽ pyramidalẽ ꝑ æqualia q̃ scilicet à uertice pyramidis ad mediũ pũctũ arcus basis ꝓducit, sit in supficie regulæ. Immissa quoq; regula cũ speculo in instrumentũ fiat opatio ut prius, & accidũt oĩa quæ in speculis colũnaribus cõuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiõis, & radius semꝑ reflectitur in seipsum, ut patuit in ꝑmissis, patet ergo ꝓpositũ.

XVI.

In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreũ speculũ colũnare cõcauũ, cuius cõcauitas sit omnino æqualis prioris columnaris speculi cõuexitati, sitq; optime secundũ cõcauitatẽ arcus portiõis basis interius politũ, & hoc applicet uni lineaꝝ similiũ cõcauatæ ut prius, taliter, qđ cordæ arcus utriusq; basis cũ extremis lineis lõgitudinis sint in supficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq; oĩa q̃ in speculis columnaribus cõuexis accidebãt, & ꝑ hoc patet ꝓpositum.

XVII.

In pyramidalibus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqnalis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius cõcauitas sit omnino æqualis

præmissũ

præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, applicetur q; uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctũ z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorũ & dimidij, restat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoq; regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accidentq; omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in se ipsos, patet ergo propositum, palam itaq; ex præmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunq; speculis politis regularibus, ut sunt hæc septem specula, semper radius super lineã rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquẽ demonstrationis modum ad ipsius scientiã perueniri, unde nos ipsum, prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunq;, sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu.

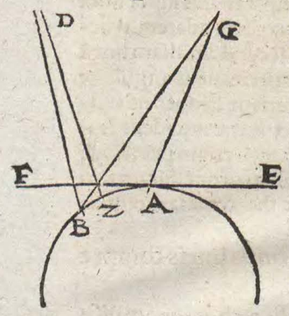
Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoq; uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quòd lineæ f t & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficiei speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq; æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad superficies speculorũ est naturalis, qm̃ fit operæ naturæ, sicut et oĩs alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & simíliter reflexio formarum à superficiebus speculoꝝ ad uisum est puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet ꝑ totũ quartũ huius nostræ scientiæ librũ. Est aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffusio formæ & reflexio & cõprehensio quæ fit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositũ, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cũ possit melius & certius fieri secundũ lineas breuiores.

XIX.

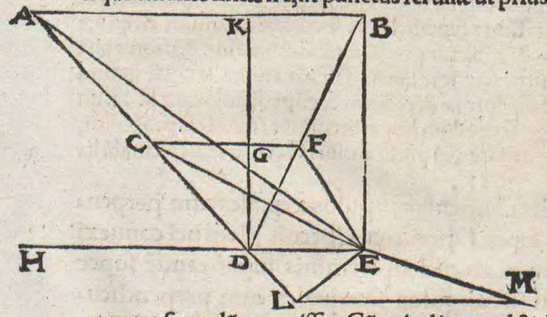
Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oĩbus lineis ab eisdem terminis super eandẽ superficiem speculi ꝓductis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic ꝓponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, potest demõstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quæcunq;, in qua sit pũctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit aũt nũc exempli causa speculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq; contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistãte lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nõ. Esto itaq; punctũ oculi f, & protrahat̃ linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis sup speculi superficiẽ ꝑ 12. undecimi, q̃ ꝓtracta, quia secat angulum c d f. patet ꝑ 29. primi, qm̃ ipsa secabit lineam c f, est em̃ in eadem superficie cũ illa, huius ergo perpẽdicularis ꝓducta ad lineã c f fit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam e f æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

æqualis f d e angulo, dẽptis illis angulis æq̃libus â duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli reſidui æquales, eſt ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctũ g sunt recti, palam per 32. primi, qm̃ angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt ita q̃ trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos reſpicientia sunt proportionalia per 4. ſexti, & quoniam latus d g æquale eſt ſibiipſi, erit latus f d æquale lateri c b, ductiſq̃ lineis f e & c e ſuper punctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmiſſis eſt æquedistans lineæ e f, patet quod linea c e eſt maior quàm linea f e, p. 19. primi, eſt enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e eſt maior angulo g c d, reſtat ergo ut angulus c f e ſit maior angulo f c e,



& quòd linea c e ſit maior quàm linea f e, et quia ſuper eandem baſem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmiſſis, dico quod latera c d & d f ambo ſimul ſumpta ſunt maiora ambobus lateribus c e & f e ſimul ſumptis, producatur em̃ linea c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea d l ſit æqualis lineæ d f, ſed & linea c e quæ eſt longius latus trigoni c f e, ꝓducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea e m ſit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e eſt æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c eſt æqualis angulo d c f, ut patet ex præmiſſis, angulus uero e d l æqualis eſt angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, ſed linea d l eſt æqualis lineæ d f, et linea d e eſt ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, eſt linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m eſt maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m eſt maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Si autem uiſus & res uiſa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, ſit punctus rei uiſæ ut prius c, & centrum uiſus ſit b, & ducatur li



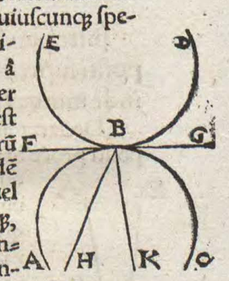
nea b a æquedistans lineæ h d e, q̃ eſt in ſpeculi ſuperficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cõtinentes æquales angulos cũ linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erũt ergo ut ſupra lineæ a d & b d æquales, ꝓducta perpendiculari d k â puncto d, cõparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut ut patet ſecundũ præmiſſa. Cũ enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. ſexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erũt duo latera a e & b e ſimul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b ſimul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera trigoni a c e, p. 20. primi, sint lõgiora latere a e, erunt iſtæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̃ sunt a d & d b, ergo dẽpto hincinde ipſo a c cõmuni, remanebũt lineæ c e & e b maiores q̃ lineæ c d & d b, quod eſt ꝓpoſitũ. Et eodẽ modo poteſt demonſtrari in quibuſcunq̃ aliis ſpeculis cõuexis, ſit ergo ſpeculũ nõ planum cuiuſcũq̃ figuræ cõuexæ placuerit, & ſit nũc exempli cauſa ſphæricũ conuexũ, quia idẽ accidit in aliis, & ſit h ab ſitq̃ centrũ uiſus g & punctũ uiſum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ ſit e f, ita ut angulus e a g ſit æqualis angulo f a d. Incidantq̃ lineæ g b & d b in punctum aliũ ſpeculi quod ſit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente ſpeculum in puncto b, dico quòd lineæ g a & a d

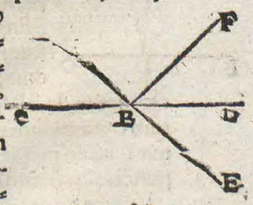
& a d sunt minores lineis g b & d b, qm̃ enim angulus cõtingentiæ quæ eſt h a e æqualis eſt angulo b a f, uterq̃ eſt em̃ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g eſt æqualis angulo f a d, ſit punctus in quo linea g b, ſecat lineam contingentem, quæ eſt e f, punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, eſt maior angulo e z g, ergo angulus d a z, eſt maior angulo g z a. Sed angulus d z f, eſt maior angulo d a z, ergo angulus f z d, eſt maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, eſt maior q̃ linea g z, ut totum parte, linea uero d b eſt maior q̃ linea d z per 8. tertij, patet ergo ꝓpoſitũ uniuerſaliter in ſuperficiebus quorumlibet ſpeculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, poteſt per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonſtrari, q̃ in aliis oſtendimus, q̃ lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, poſſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis, & hoc propoſuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiuſdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuſcunq̃ ſpeculis facta, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uiſa per quodcũq̃ ſpeculum planum uel conuexũ uel concauum, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eiſdem punctis utpote â puncto rei uiſæ, & centro uiſus ad ſuperficiem cuiuſcunq̃ ſpeculi productæ breuiſſimæ sunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus ſuperficies ſpeculorum, & cum perpendicularibus â punctis ſui cõcurſus productis ſuper ſuperficies ſpeculorum, ut patet per præmiſſam, angulus uero quem facit linea â puncto rei uiſæ producta, eſt angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uiſus producta, eſt angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ ſemper eſt æqualis angulo reflexionis, â quocunq̃ ſpeculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis ſpeculis quibuſcunq̃, ſit enim aliquod ſpeculum conuexum, in quo ſit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinſecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur â puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & ſit punctus rei uiſæ b, cuius forma â puncto b, ſpeculi conuexi reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto k, eritq̃ per præmiſſam angulus h b f, æqualis angulo k b g, ſed & angulus a b f, eſt æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui eſt angulus incidentiæ in ſpeculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui eſt angulus reflexionis, patet ergo propoſitum. Vniuerſaliter enim in omnibus ſpeculis cõcauis hæc demonſtratio poteſt coaptari, eſt aũt hoc rationale, ſi enim linea incidentiæ quæ ſit exẽpli cauſa a b, lineam rectam c b d, protractis in ſuperficie plani ſpeculi, uel contingentem ſuperficiem conuexam uel cõcauã alicuius ſpeculi ſine reflexione penetraret in puncto b, uſq̃ ad punctũ e palã p. 15. primi, q̃d angulus icidẽtiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, ſi ergo fiat reflexio ſecũdũ lineã b f, cõueniẽtius eſt ut fiat ſecũdũ angulũ æqualẽ illi contrapoſito q̃ ſecũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̃ pũctus c & d, exiſtẽtibus ĩmotis linea c d, imaginẽ reuoluí, tunc em̃ linea e b, ꝓpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet ſuper lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propoſitum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq̃ naturam reflexionis, unde omnia puncta eiuſdem lineæ remotiora â puncto reflexionis poſſunt reflecti ad uiſum, ſicut puncta eiuſdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuerſaliter enim oĩa puncta eiuſdem lineæ ſecundũ æqualẽ angulum reflecti poſſunt, & hoc ꝓpnebat.





XXI.

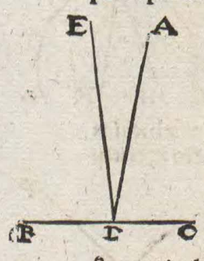
Omnes formæ ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem cu iuſcunq; ſpeculi incidentis, reflexio fit ſecundum lineam eandem.

Verbi gratia, eſto ut forma puncti a, ſuperficiei ſpeculi b d c, incidat ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit ſecundum eandem lineam d a: dato enim quòd ſecundum aliam lineam fiat reflexio, tũc cum angulus incidentiæ ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſam & in propoſito angulus incidentiæ ſit rectus, infiniti quoq; ſint anguli recti ordinales ſuper punctum d, nec fit declinatio formæ plus ad unum punctum ſuperficiei b c, q̃ ad aliud, æqualiter enim ſe habet linea a d, quæ eſt linea incidentiæ ad punctũ b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta ſuperficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta ſuperficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiã poſitiõis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod eſt inconueniens, dabitur ergo neceſſario quòd fiat reflexio ſuper unam & eandem lineam a d, ſecundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in ſe ipſas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, ſit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmiſſam, ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis eſt angulo a d b, per hypotheſim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars ſuo toti, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XXII.

Inter puncta formæ ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi incidentis & ſpeculi oppoſiti ſuperficiẽ, neceſſe eſt infinitas pyramides figurari, conos & baſes hinc inde mutuas habentes.

Declaratum eſt enim per primam huius, quoniam â quolibet puncto corporis oppoſiti procedit lux uel color ad quodlibet punctum ſpeculi, omes enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum ſpeculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis ſuperficiei totius ſpeculi, eo q̃ ad omnem poſitionis differentiam fit diffuſio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto ſpeculi, & forma cuiuslibet corporis in tota ſpeculi ſuperficie; quot ergo ſunt puncta in ſuperficie ſpeculi, tot ſunt pyramides ad totam ſuperficiem formæ corporis terminatæ, quæ ſuperficies fit baſis omnium illarum pyramidum: & quot ſunt puncta in tota li ſuperficie corporis, cuius forma incidit ſpeculo, tot fiunt pyramides ad totam ſuperficiem ſpeculi terminatæ, quæ fit baſis omniũ illarum pyramidum, & ſunt omnes iſtæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis ſuperficiebus exiſtentium potẽtia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus ſecundum quem ſpeculo incidit punctus medius totius formæ ſpeculo incidentis, quoniam ab illo incidit ſecundum æqualem diſtantiam, omnes puncti alij circumſtant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propoſitum.

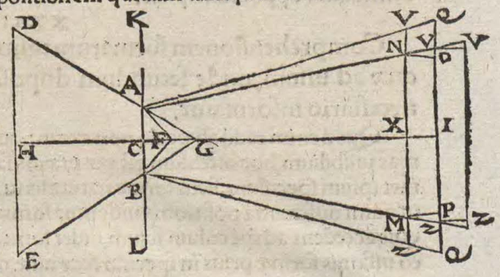


XXIII.

Impoſſibile eſt uideri imagines in quibuſcunq; ſpeculis propter reflexionem radiorum uiſualium à ſpeculis ad res uiſas, ſed ſolum propter reflexionem formarum à ſpeculis ad uiſum.

Si enim radij uiſuales reflecterentur â ſpeculo ad res, quorum uiſus accipit imagines, referentq; ipſas formas â ſpeculis ad uiſum, tunc quælibet imago uidetur loco ſuæ rei cuius eſt imago, quod eſt contra ſenſum, & quia, ut præoſtenſum eſt ſecundum ſecũdam huius, ab omni corpore colorato præſente luce, color ad corpus oppoſitum politũ mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc ſi radij uiſuales incidentes ſpeculis reflectentur ab illis ad res ipſas, & deferent ſecum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducat̃ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquediſtantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita eñ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angulꝰ a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo ui ſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus â ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor q̃ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approxima



tæ &

tæ & elongatæ in ſpeculo qñcũq; uideri, ut ſuppoſitum eſt in huius libri principio. Et ſicut hoc patet in ſpeculis planis, ſic etiam patet in alijs ſpeculis quibuſcũq;, quoniam de omnibus eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum, aut ad minus ex his non concluditur oppoſitum ipſius.

XXIIII.

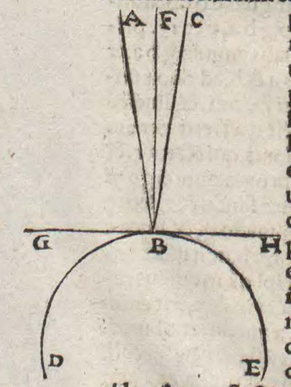
Comprehenſionem formarum uiſibilium in ſpeculo ſola efficit reflexio quæ ad uiſum, unde ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uiſum referant ſecum formas uiſibilium, hoc oſtenſum eſt per præmiſſam, quòd autẽ forma ſenſibilis non informet ipſum ſpeculum, ſicut forma naturalis ſuam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia poſitionis uidentur formæ in ſpeculis quibuſcũq;, intuens enim aliquis accedens ad ſpeculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uiſionis formæ prius in ſpeculo fixæ uiſæ, non amplius uidet illam; & uiſa parte ſpeculi, non propter hoc uidetur pars formarum in ſpeculo apparentium, ſed in eodẽ puncto ſpeculi diuerſi aſpicientis uidere poſſunt formas diuerſas & diſtinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem ſpeculi non poſſunt ſimul informare, uidetur etiam in ſpeculo forma rei, quæ ſecundum lineam rectam non poteſt multiplicari ad uiſum: multa quoq; alia accidunt, quorum ratio poſterior eſt magna, tñ impoſſibilitatem demonſtrant, palam itaq; formas à ſpeculo non procedere, ut in ſpeculo exiſtentes & multiplicantes ſe ad uiſum, ſed ut incidẽtes ipſis ſpeculis à rebus formatis & à ſpeculis ad uiſum reflecti, ſecundum diſpoſitionem ergo linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur, quia quandoq; uiſus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à ſpeculo reflexam, patet ergo propoſitum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta, ſuperficiem reflexionis ſuper illius ſpeculi ſuperficiẽ, uel ſup ſuperficiẽ illud ſpeculum in puncto reflexionis contingentem, erectam eſſe eſt neceſſe.

Quoniam enim ſi lux uel forma alicuius ſpeculi ſecundum perpendicularem lineã incidit, illa ſecundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc ſit incidentia & reflexio ſecundum eandem lineam, & ſuperficiem reflexionis neceſſe eſt eſſe erectam ſuper ſuperficiem ipſius ſpeculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma ſecundum lineas obliquas incidit ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq;, tunc ſemper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, ſed & in eadem ſuperficie ſecundũ lineam perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi continentes, ut patet per diffinitionem ſuperficiei reflexionis, eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in ſuperficie circuli ſequentis armillã inſtrumenti in 9. huius præmiſſi, æquediſtanter baſibus ſuis per omnia centra foraminum, & æquediſtantis ſuperficiei circuli ænei, quæ eſt a b c, radio enim per foramen medium incidente & ſpeculo declinante ſecundum regulam eadem eſt demonſtratio, quæ in radijs obliquè incidentibus: reflectitur enim ſemper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquediſtat lineæ b z p, quæ eſt linea longitudinis regulæ, & quoniam ſit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter ſuper lineam t q, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei circuli tranſeuntis per centra foraminum, & huic axi æquediſtat linea d b, ſemidiameter circuli a b c, ſunt



ergo

ergo in eadem ſuperficie per primam primi huius. Sed linea d b, eſt perpendicularis ſup lineam latitudinis regulæ, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ, ſuperficies in qua ſunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ regulæ uel ſpeculi, & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis, quæ eſt linea altitudinis armillæ tranſiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propoſitum, & ita in unoquoq; ſpeculorũ, quoniam ad omne ſpeculum hæc demonſtratio ſe extendit, ut patuit ex præmiſſis.

XXVI.

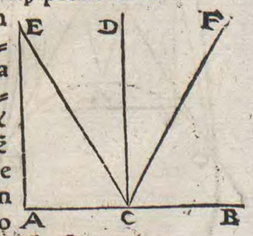
In omni reflexione à cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum ſub lineis incidentiæ & reflexionis ſuper lineam, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuperficiei in puncto incidentiæ ſpeculum contingentis neceſſario perpendicularis exiſtit: ex quo patet illam lineam erectam eſſe ſuper ſuperficiem in illo puncto ſpeculum contingentem.

Sit emñ ut forma puncti a, incidat ſuperficiei alicuius ſpeculi ſecundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, eſt itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ ſunt in una ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per præmiſſam, ſitq; aliqua ſuperficies plana contingens ſpeculum ſecundum punctum b, cõmunis aũt ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis, ſit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico q̃ linea f b, eſt neceſſario ꝓpendicularis ſuper lineã d b e, ga enim angulus d b a, eſt æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus emñ incidentiæ a b, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b c, & quia angulus a b f, eſt æqualis angulo f b c, ex hypotheſi, palã q̃ totus angulus f b d, eſt æqualis toti angulo f b e, eſt ergo linea f b, perpendicularis ſuper lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc ſi linea d b e ſit linea recta, quæ ſi fuerit circularis, ſicut g h linea recta ipſam contingat in punctο b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, ſunt æquales, relinquit qd̃ anguli f b g, & f b h ſint æquales, & erit idẽ linea f b, ꝓpendicularis ſup lineã g b, & ſup lineam d e, cũ itaq; linea f b, ſit ducta in ſuperficie reflexionis, quæ ex præmiſſa eſt recta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſup ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipſo ſit ſup ipſaꝝ cõmunem ſectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ in illo puncto cõtingentem, continet emñ cũ omnibus lineis in illa ſuperficie productis angulos æquales, & qm̃ eodẽ modo poteſt fieri declaratio in ſectionib. patet ergo ꝓpoſitũ.

XXVII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis quibuſcunq; centrũ uiſus & punctum formæ uiſæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriuſq; cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã ꝓpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, oñibus ſupficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem eſſe.

Oſtenſum eſt per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta ſemper ſuperficies reflexionis, in qua ſunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis ſup ſuperficiem ſpeculi ducta à puncto reflexionis, erecta eſt ſup ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehenſæ, & terminaẽ in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta ſunt in eadẽ ſuperficie. Sed cum perpendicularis ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſuper quam per 25. huius ſupficies reflexiõis eſt erecta, qm̃ & in illa ſupficie eſt tota ꝓpendicularis, cũ, n. ipſa ꝓpendicularis in puncto reflexionis ſecet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ qbus ipſa ex diffinitiõe eſt in eadem ſupficie, ergo ꝑ primã 5. terminus ꝓpendicularis ſupior neceſſario erit ĩ eadẽ ſupficie cũ

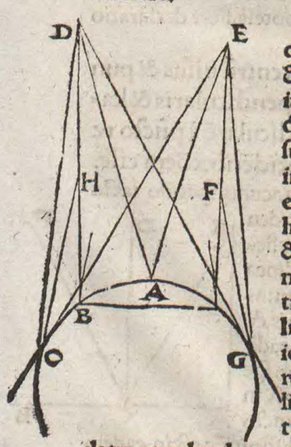


 punctis

punctis prædictis. Si em̃ illa perpendicularis ad punctũ alium extra ſuꝑficiem reflexionis terminetur, patet q̃ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qd̃ eſt contra diffinitionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſſibile, linea em̃ à puncto reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem puncto producta continet angulũ rectum & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminant̃, fit rectus maior recto. Sed per eundẽ modum patet id qd̃ ꝓponitur de kathetis, & qm̃ oẽs ſuꝑficies reflexionis quæ tranſeũt idem punctũ reflexionis, & aliquẽ punctũ formæ cõprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuũ terminent̃, ſemꝑ tranſeunt eundẽ terminũ ꝓpendicularis, qm̃ oẽs ſunt erectæ ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto reflectionis cõtingentẽ, palã qm̃ oẽs ſecant ſe in ꝓpendiculari, eſt ergo ꝓpendicularis ab oĩbus cõmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandũ. Sit. n. ſuꝑficies ſpeculi cuiuſcũq; a c b, in cuius punctũ c, incidat radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineã f c, & reflectat̃ ad centrũ uiſus qd̃ ſit e, per lineam c e, extrahat̃ q̃q; perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c, quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligit̃ q̃q; à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſuꝑ ſuperficiem b c a, ut ei cõtinuã per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritq; linea e a, æq̃diſtans lineæ d c per 6. undecimi, qm̃ ambæ ſunt orthogonales ſuꝑ eandẽ ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b d, & qm̃ lineæ d c & e a, ſunt æq̃diſtantes, palã per primã primi huius, qa ſunt in eadẽ plana ſupficie, & linea recta a b, cũ utraq; illaꝝ linearũ. f. d c & e a, cõtinebit angulũ rectũ, & erit in eadem ſupficie cũ utraq; ipſaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cũ his ambabꝰ lineis q̃ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionẽ angulorũ rectorũ, & qm̃ linea incidentiæ & reflexiõis cũ perpendiculari d c, ſunt in eadẽ ſupficie, & linea e c recta copulat extremitates linearũ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuꝑficie cũ ductis perpẽdicularibꝰ, oẽs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadẽ ſuꝑficie, quatuor ergo ꝑmiſſa puncta ſunt in eadem ſuꝑficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̃ inſpecto q̃cũq; alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemꝑ accidit idem ſitus linearũ radialium cũ ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſq; kathetis & incidentiæ & reflexionis per primã 5. patet ergo ꝓpoſitũ, & ex hoc patet 9. corrella. ſatis manifeſte.

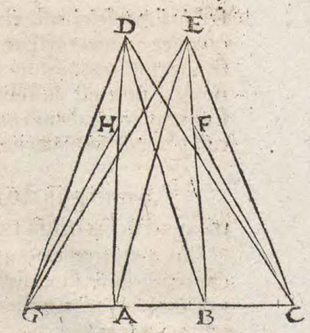
XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidẽtis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.



Sit ſuperficies cuiuſcũq; ſpeculi, in quo cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua, & ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrũ uiſus punctũ e, ſitq; kathetus incidentiæ q̃ d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qd̃ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quòd in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cũ linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Similiterq; deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impoſſibile, non fit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neq; ab aliquo punctorũ lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in puncto

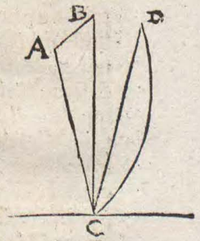
puncto f, erit ergo per præmiſſam linea e f, perpendicularis ſuper lineã a c, trigoni ergo b f c, duo anguli ſunt recti, q̃d eſt impoſſibile, ut prius, & eodem modo deducendum, ſi detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctum a, ut à puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per æqualia diuidente, patet ergo quod ſolum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineæ a b, uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis, quod eſt propoſitum in ſpeculis planis, & patet uniuerſaliter in omnibus reflexionibus à ſpeculis, quibuſcunq;, quia danti oppoſitum eadem impoſſibilia ſequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipſas ſuperficies ſpeculorum, uel lineas quæ ſunt communes ſectiones ipſorum ſpeculorum & ſuperficierũ reflexionis, patet ergo propoſitum.

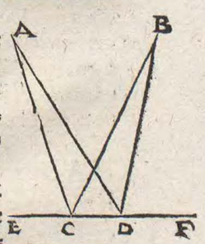


XXIX.

Impoſſibile eſt ſimul duo puncta eiuſdem rei uiſæ ab eodem puncto cuiuſcunq; ſpeculi reflecti ad idem centrum uiſus, uel à duobus punctis ſpeculorum planorum uel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter ſuperficiei ſpeculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiuſdem, uel perpendiculariter alterius duci ſuper eandem ſuperficiem ad idem punctum eſt impoſſibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in ſe ipſam, patet per 21. huius, impoſſibile eſt ergo duo puncta eiuſdem formæ uiſæ ab eodem puncto ſpeculi ad idem centrum uiſus reflecti perpendiculariter. Sed neq; eſt hoc poſſibile fieri linea incidentiæ obliqua exiſtente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit ſpeculo, & reflectitur ad uiſum ſecundum lineas breuiores per 18. huius, & oĩs talis reflexio ad uiſum & ipſarum comprehenſio fit ſecundum diſpoſitionem linearum reflexarum per 24. huius, illæ ergo duæ formæ ſi ad unum punctum quod eſt centrũ oculi incidunt, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus ſuarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uiſum niſi ſecundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uiſum, uidebũtur unus punctus, & ſic erit confuſio formarum in uiſu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuerſorum punctorum non diuerſificant puncta reflexionis, ſed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ poſſunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui eſt centrum uiſus, & uidebitur tota forma unus punctus. Item ſi detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum ſuorum diuerſitatem ſemper diuerſas eſſe, ſicut ergo ſunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuerſis punctis formæ incidunt eidem puncto ſpeculi: Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uiſus terminantur, ut ſi à duobus punctis formæ incidentiæ ſpeculo, quæ ſunt a & b, incidunt eidem puncto ſpeculi, qui ſit c, duæ lineæ a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum uiſus quod ſit d, ſequitur ad huc ſi ab uno puncto reflexionis c, diuerſæ formæ punctorum a & b, ad centrum uiſus d perueniant, duas lineas rectas quæ ſunt c d, ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum. Sed neq; à duobus punctis alicuius ſpeculi plani uel conuexi ad idem centrum uiſus ſimul poſſibile eſt idem punctum formæ reflecti. Sic enim ſi poſſibile eſt ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uiſus b, à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi cuiuſcunq;, quæ ſit c & d, ſignata ſuper lineam quæ eſt communis





ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi uel ſuperficiei contingentis ſpeculum conuexũ quæ ſit e f, cum ergo per 14. huius, ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus ſemper informetur, tunc forma puncti a, quæ eſt indiuiſibilis occurret uiſui ut forma lineæ c d, quæ eſt diuiſibilis linea, non ergo occurret uiſui niſi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto ſpeculi, neq; unum punctũ formæ à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi poſſibile eſt reflecti, quod eſt propoſitum.

XXX.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; formam unius puncti rei uiſæ, ad duos uiſus non eſt poſſibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uiſum, pcedens ſi cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis ſuper ſuperficiem ſpeculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam q; non poteſt in eadem ſuperficie alia linea ſumi, quæ æqualem angulum efficiat cũ ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiuſdem pũcti ad uiſum alium, oportet igitur ut à diuerſis punctis ſpeculi cuiuſcunq; fiat ad uiſus diuerſos reflexio, & quoniam duo tantum ſunt uiſus, oportet ad minus ut à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad ambos uiſus, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuſcunq; ſpeculi ad diuerſos uiſus poſſibile eſt formas punctorum plurium reflecti, & à diuerſis unam.

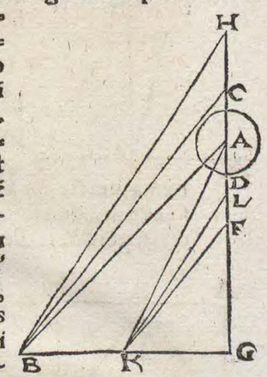
Quamuis etiam ut patet per 29. huius, ſolum formæ unius pũcti incidentis ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ſimul ſit poſſibilis ad unum centrum uiſus, eſt tamẽ poſſibile fieri ſimul ad diuerſos uiſus ab uno puncto ſpeculi diuerſorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta ſecundum angulos diuerſos incidũt, & ſecundũ diuerſos reflectũtur, ergo ad puncta diuerſa terminant̃ lineæ reflexæ, in quibus diuerſi uiſus cadentes puncta diuerſarum formarum comprehẽdit ab uno puncto ſpeculi ad diuerſos uiſus reflexa, & ſi unus uiſus motus fuerit, & ſitum uariauerit, ſpeculo exiſtente immoto, tunc etiam ſecundum ſitus ſui diuerſitatem ab eodem puncto ſpeculi ad ipſum puncta diuerſarum formarum reflectentur, ſemper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uiſus motus, uel diuerſi uiſus eandem formam uidebũt à diuerſis punctis ſpeculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali ſuperficiei ſpeculi incidens ad aliquam partem oppoſitam reflectitur, & ſecũdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuerſantur, & quia diuerſis uiſibus diuerſi axes pyramidum incidunt, quæ ſunt eiuſdem formæ, accidit ut à diuerſis uiſibus una forma à diuerſis punctis ſupficiei ſpeculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uiſui moto, quando ſpeculum permanet immotum. patet ergo propoſitum.

XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi plani uel conuexi, non eſt poſſibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uiſum, niſi eum ſolum quo ducta perpendicularis ſuperficiem oculi interſecat, & ab eo ſolo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipſius ſpeculi ſuperficiei.

Sit centrũ uiſus punctũ a, & ſit linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq; plani uel cõuexi, & ſit nũc exẽpli cauſa ſpeculi plani data linea b g, ſit'q; ꝓpendicularis ducta à pũcto a, ſup lineã b g, linea a g, ſit quoq; ut linea a g, ſecet ſupficiẽ ſphæricã cõuexã oculi in pũcto d, dico qd̃ in tota ꝓpẽdiculari a g, quãtumcũq; ꝓtracta nõ eſt pũctus q reflectat̃ ab hoc ſpeculo ad cẽtrũ uiſus a, niſi ſolus pũctus d. Si. n. alius pũctus ductæ ꝓpẽdicularis ad uiſum reflectit̃ ꝑter pũctũ d, aut ille pũctus eſt ultra cẽtrũ uiſus a, aut ſub uiſu, ſi ultra uiſum ſit ille punctus h, palã ergo q̃ non perueniet

perueniet forma eius ad ſpeculum ſuper perpẽdicularem h a, propter ſolidi corporis interpoſitionem, quod eſt ultra uiſum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pũcti h ſuper perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto ſpeculi præter punctum g, poteſt reflecti forma puncti h ad uiſum a. Sit illud punctũ b, & ſit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductã ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis ſuper lineã h g, ſed linea t g eſt perpendicularis ſuper eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t eſt ducere duas perpẽdiculares ſuper lineam h g, & ſup ipſam ſupficiẽ ſpeculi quod eſt impoſſibile. Sequetur em̃ trigoni a b g duos angulos eſſe rectos, ſcilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ ſuper eandẽ ſuperficiem, qd̃ eſt contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d, poteſt reflecti ad uiſum niſi ſolum punctũ d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo eſt demonſtrandum, neq; enim poteſt dici quòd aliqua forma alicuius puncti ſumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uiſum niſi per lineam perpendicularem d a, quoniã puncta inter centrum uiſus, & ſuperficiem eius poſita ſunt ualde rari, unde nõ mittitur alicuius ipſorum forma in uiſum, neq; ab aliquo ſpeculo reflectit̃ ut ſentiatur, ſed neq; forma alicuius punctorũ lineæ d g poteſt reflecti ad uiſum a, à pũcto ſpeculi g, ut forma pũcti f, quoniã ſi illud pũctum d ſolidi corporis fuerit, patet quod ipſum impediet reflexionem ad uiſum per lineã d g, quia propter ſoliditatem ipſius forma puncti f, non poterit tranſire & ad uiſum peruenire, & ſi fuerit rarũ, adhuc forma reflexa à ſpeculo miſcebitur ei & adherebit ſibi, neq; perueniet ad uiſum. Sed neq; poteſt forma alicuius ipſorum punctorum reflecti à pũcto alio ſpeculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiſo angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, ſequatur idem impoſſibile quod prius. ſ. lineas l k & l g, ꝓpendiculares eſſe ſup ſupficiẽ ſpeculi, uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentẽ, qd̃ eſt cõtra 20. primi huius, oĩm itaq; punctorũ lineæ h g, nõ reflectit̃ aliquis ad uiſum a niſi ſolum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uiſibilis in quo eſt linea h g præter punctum d, in ſuperficie uiſus impreſſum opponitur ſpeculo non ad angulũ rectum, quoniam omnia puncta circunſtantia punctum d, concurrunt in centro uiſus a, & faciunt conum pyramidis cuius baſis eſt in ſuperficie ſpeculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum ſemper perpendiculares ab eis ad ſuperficiẽ ſpeculi ductis, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculis conuexis, linea h g, eſt ſemp perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, nec ab aliquo ſuorum punctorum ſuper ſpeculi ſuperficiem alia perpendicularis duci poteſt per 20. primi huius. ita tamẽ quòd hæc quæ præmiſſa ſunt in uno tantum uiſu intelligatur in omnibus ſpeculis planis & quibuſcunq; conuexis, ſicut propoſitio proponit, quoniam eiuſdem puncti rei uiſæ ad ambos uiſus reflexa, ſi uni uiſuum perpendiculariter incidat, poteſt alij uiſui obliq; incidere ſecundum lineam reflexionis obliq; à ſuperficie ſpeculi ad centrum uiſus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uiſæ à duobus uiſibus ſecundum diuerſum modum ſuæ reflexionis, in ſpeculis uero concauis quibuſcunq; eſt ſecus.

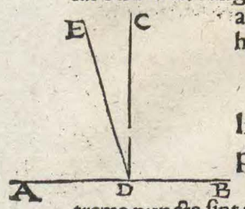


XXXIII.

Impoſſibile eſt formam obliq; ſpeculo incidentem ſecundum lineã ſuæ incidentiæ ad uiſum reflecti, uel ex parte ſui anguli minoris.

Eſto in ſpeculo a d b incidat forma puncti c, obliq; in puncto d, ita ut angulus c d b ſit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c ſecundum lineam c d, non reflectitur in ſe ipſam propter inæqualitatem angulorũ, cum ſemper angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, ſed neq; ex parte ſui anguli minoris, q̃ eſt c d a, fiat enim ut reflectatur ſecũdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, ſed angulus c d b maior eſt angulo e d a, erit ergo angu-

lus e d a maior angulo c d a, pars suo toto, quod est impossibile, semper ergo secundum

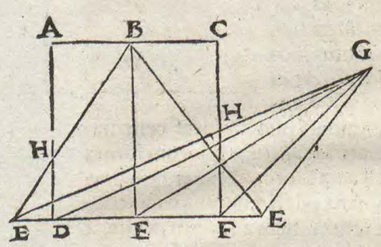


angulum maiorem qui in proposito est angulus c d b fiet reflexio, & hoc est propositum.

XXXIIII.

In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisæ reflexio fit inter pũcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisæ.

Sit res uisa per reflexionem à quocunq; speculo, quæ a b c, cuius extrema puncta sint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c sit punctus b, & sit superficies illius speculi siue plana siue conuexa uel concaua fuerit, in qua sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f, & sit centrum uisus punctum g, reflectaturq; forma puncti a ad uisum g, à puncto speculi quod est d, & forma puncti c à puncto speculi quod sit f, et forma puncti b, quod sit alius mediorum pũctorum lineæ a b c, reflectatur ad uisum à puncto speculi e, dico quòd punctus e necessario cadit inter puncta a & c, quæ sunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: si eñ cadat punctũ e extra pũcta d & f, linea ergo b e quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, secabit aliquam linearum quæ sunt a d & c f, quamcunq; illa uero secuerit, sit punctũ sectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uisum g, à duobus punctis speculi, quæ sunt e & f, uel e & d, quod in speculis planis & conuexis potest esse impossibile per 29. huius. In speculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem proprium suarum partium uidebitur, quod totum est impossibile, patet ergo propositum.



XXXV.

Figura superficiei corporis incidentis & speculi, & situ simili existẽte, erit in omni speculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem, ut si utraq; illarum figurarum sit plana & æquedistent, tunc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi pũcto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Si ergo in superficie speculi sit totalis figura superficiei corporis uisi, quod non accidit in speculo alterius figuræ, similiter quoq; sumpta quacunq; speculi parte cuius figura sit similis figuræ corporis, & situs æquedistans erit semper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ sint tales speculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis speculo incidentes, quæ semper ad diuersa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodem speculo comprehendũt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis, sed maxime euidens est in planis, cum enim quolibet puncto superficiei planæ superficiei speculi plani incidente figura partium circunstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis simul reflexio & simul & in eodem modo, & sic fit complementum in speculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.

XXXVI.

In speculis quibuscunq; unumquodq; punctorum conspectorum in katheto suæ incidentiæ uidetur.

Sit speculum quodcunq;, & sit nunc exempli causa planũ, quod sit g d, punctus q; uisus sit a, & centrum oculi sit b, & ducatur à puncto rei uisæ qd est a, kathetus incidentiæ quod sit a g. Dico quod imago puncti a, semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri, quod uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi à qua eius forma reflectitur, fit solum

solum secũdum kathetum suæ incidentiæ, forma autem quæ in speculo uidetur est imago rei uisæ, ut patet per diffinitionem, necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisæ ad speculum, quoniam aliâs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo necessario in ipso katheto incidentiæ suæ, quod est propositum. In alijs enim speculis est eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uisæ in speculis quibuscunq; in puncto concursus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse.

Huius exemplum est, si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunq;, tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cũ pyramide extrinseca quasi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes à superficie speculi, & si linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius, palam qm̃ ipsa erit perpendicularis super basem uisæ pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisæ pyramidis, ut in speculis planis uel basis uisæ pyramidis æquedistet superficiei speculum contingenti ut in speculis conuexis, quorum speculorũ superficies ipsa basis uisæ pyramidis est contingens, uel æquedistans superficiei cõtingenti superficiem speculi, ut in speculis concauis, in quibus basis pyramidis erectæ super speculũ æquedistat superficiei planæ speculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad speculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquedistanter axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide, & erit linea producta per 8, unde cimi, semper orthogonalis super bases dictaq; pyramidũ, & super superficiem speculi uel super superficiẽ speculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum speculo opposita cadit in ꝑpendiculari intellecta duci à puncto illo super superficiem speculi. Sed quicũq; punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculũ contingentem, uel superficiei cõtingenti æquedistantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex est pũctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusq; est basis uel eadem uel una basium est alteri æquedistans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad speculi supficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmissam, sed quia in speculis quibuscunq; non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium linearum est recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum sectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra supficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non potest fieri nisi sub superficie speculi, concurrit autem linea reflexionis ꝑtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex præmissis. Sed in speculis planis illa ꝑpendicularis æquedistat katheto incidentiæ p 6. undecimi, sunt enim ambæ super speculi superficiem perpendiculares, manifestum ergo per 2. primi huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi. De singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur, & in istarum linearum concursu uidetur imago, est ergo locus imaginis ut ꝑponebatur, hoc autem est necessario, ideo quia cum medium distantiæ inter punctum uisum comprehensum & speculi supficiem non sit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uisum, sicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus retinent essentialem ordinem suarum partiū & figurarū, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrūt sub speculi superficie uel inter uisum & speculū, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadē uniuersalis causa quæ præmissa est, deferens solū secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarū diffunduntur p medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiā, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrūt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores à speculi supficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarū confundātur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediū aerē ut præordinata forma aëris in situ suo respectu formæ rei per mediū aërē uisæ oīm suorū pūctorū forma uideantur, aliàs enim figura & forma rerum multiplicatarū ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus pquisitæ. Videtur itaq; res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia à supficie speculi à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei cōtinua, & secundum hanc fit rei uisæ respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarū in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem suæ propriæ quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum sui propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in pūcto concursus lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ, uisus enim cū per reflexionem formas comprehendit, nō auertit quod hæc cōprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procœmio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarū linearum, & est quælibet formarum reflexarum à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non aduenies, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiæ ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem factam à superficie alicuius speculi, figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter similari.

Quoniam enim ut patet per præmissam locus imaginis cuiuscunq; pūcti formæ uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aūt linearū concursus diuersificatur secundum figuram superficierum speculorū à quibus fit reflexio, qm̄ secundū illius figuræ dispositionē, fit diuersitas concursus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pūcto formæ incidentis sup superficiem speculi, uel super superficiem speculi cōtingentem in pūcto reflexionis superficiei speculi, à qua fit reflexio ad uisum, quarū perpendiculariū concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cū katheto incidētiæ, in quo concursu fit locus imaginū ut declaratū est in præmissa, habet itaq; superficies speculi à qua fit reflexio aliquā dignitatē in formatione imaginū uisarū quæ ab ipsis reflectuntur, non tamen fit semper hæc assimilatio secundum totā dispositionē formarū, nisi cū loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa. Sed & tunc secundum aliquod similantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorum, quoniā in speculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & sic aliqualiter accidit in aljs speculis, patet ergo propositum.

XXXIX.

Diuisa cuiuscunq; speculi superficie, accidit formam unius pūcti rei uisæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerū est, quando per diuisionē superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficierū uisæ, & respectu ipsius uisus ut plurimū accidit in speculis uitreis plumbatis, p diuisionem ab unitate superficiei defacili recedunt, quod nō accidit in aljs speculis tam faciliter: qñ itaq; aliorū speculorum, superficies, ppter diuisionē in ipsis factam ab unitate supficiei secundū situm & ordinem præmisso modo recedūt, accidit formā unius pūcti rei uisæ numero illarū partium numerari, tūc enim diuersi fiunt katheti incidentiæ formæ eiusdem pūcti rei uisæ respectu illarum diuersarum partialiū superficierū, & similiter diuersa fiūt puncta reflexionum & diuersæ reflexionū lineæ ad centrū eiusdē uisus, & quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in pūcto cōcursus lineæ reflexionis cū katheto incidentiæ, ut patet p 37 huius, ideo patet, quod secundum numerū istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur, patet ergo propositum.

XL.

In omnis speculi superficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine secundum modum polituræ.

Quod hic, pponitur exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si em̄ fabricant in longum ut accidit in superficiebus ensium, tunc facies intuentis uidebit oblongata respectu suæ, ppriæ dispositionis, & si fabricant aliquæ supficies secundū ipsarum latitudinē, si longitudo fabricata secundū sui latitudinē opponitur uisui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm sit eius, pprietas uera secundū illā dispositionem, & quandoq; uidebitur imago transuersalis, ppter transuersalitatē fabricatiōis, in oībus uero his causa est unitio maior superficiei ipsarū corporum politorū, à quibus & quarū partibus cōfluit reflexio ad unionē formæ reflexarum, & secundū illud peruenit ad uisum, & em̄ ut in principijs huius libri diximus, politio est cōtinuitas partiū supficiei politi corporis sine sensibilitate pororū uel diuisionis, unde cū ad aliquā differentiā positionis illi pori cōplanantur, necesse est secundū illā differentiā formas pluribus punctis illis incidentes in unitatē formæ confluere & uniri, & secundū illū modū formam uisam secundū reflexionē augmētari & uideri maiorem, secundū alias uero positionū differentias necesse est ipsam uideri suæ dispositionis, ppriæ, uel circa illā, & sic accidit quædā menstruositas in imaginibus formæ taliter uisæ, quia ipsarum reflexio est æq̄lis hinc inde, & fit irregularis secundū illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cōueniens dispositioni formæ reflexarū, necesse est ipsorū supficies fabricari secundum modū circularē non in longū nec in latum uel trāsuersum, ne secūdum illos modos formarum, ppria dispositio difformetur, patet ergo propositum.

XLI.

In omni speculo accidit eandē imaginē à duobus uisibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocũq; ſpeculorum reflexæ, ſicut & idem error ſibi accidit in ſimplici rerũ uiſione, cũ eædem cauſæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiuſdem rei forma ab eodẽ ſpeculo reflexa uni uiſuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa conſtituta intra axes radiales ambobus uiſibus occurrit oblique. Quibuſcunq; enim modis accidit formam eiuſdem rei uideri duas, eiſdem modis poſſibile eſt imaginem illius formæ uideri duas, ſi ſecũdum modũ ſuæ uiſionis ad uiſum ab aliquo ſpeculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in ſimplici uiſione dictũ eſt, nõ eñ accidit illud ꝓpter diuerſitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiuſdẽ pũcti ad ambos uiſus, quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut nõ eſt ſenſibilis, unde nullũ ſenſibilẽ inducit uiſibus errorẽ, ſed ambo uiſus ſecundũ illũ unde pueniũt ad uiſionem unitatis eiuſdem formæ ut poſterius declarabitur, patet ergo propoſitum.

XLII.

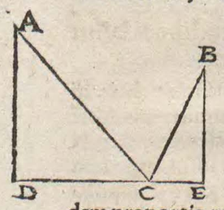
Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

Huius cauſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſup quam fit motus, & quia omnia pũcta rei uiſæ à diuerſis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uiſæ ſecundũ quod p eius motũ puncta à quibus facta eſt reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet ſecundũ ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ genereť, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexionis in ſupficie ſpeculorũ, patet ergo ꝓpoſitũ. His itaq; cõmunibus omniũ ſpeculorũ paſſionibus præmiſſis, reſtat ut ad planoꝝ ſpeculorũ paſſiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt kathetis à punctis ſuorum terminorũ demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie interiectis.

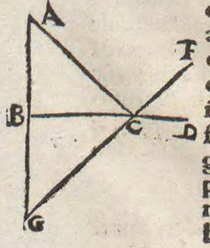
Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e, & ſit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducant̃ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b é, dico quòd quæ eſt ꝓportio a d ad e b, eadem eſt a c ad b c & d c ad c e, quoniam eñ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c eſt æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q eſt angulus incidentiæ p 20. huius, æqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexionis, erit neceſſario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, laterum iſtorum trigonorum æquales angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propoſitum.



XLIIII.

Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente, locum in quo uiſu conſtituto ad ipſum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pũctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, p 12. primi, & ꝓducatur uſq; ad punctum e, donec p 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uiſu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formã pũncti a, copuletur eñ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, qñ ergo per 4. primi, cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 5. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus f c d eſt

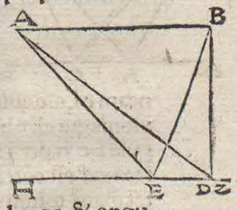


f c d eſt æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c ſit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uiſu ergo in illa poſito fiet reflexio ad uiſum, quod eſt propoſitum.

XLV.

Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundẽ uiſum niſi ab uno puncto tantum.

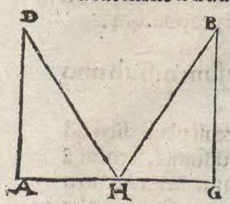
Eſto centrum uiſus a & punctum uiſum b, & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani, dico qđ ab uno tantum puncto ſuperficiei z h, reflectitur forma pũncti b ad uiſum a, ſi enim â duobus pũctis ſit poſſibile illã reflecti, ſint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uiſus in puncto a ad punctum uiſum b linea quæ ſit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ ſunt b uel a, aut concurrit cum ſuperficie ſpeculi aut æquediſtat. Si cõcurrit ſiue ſit perpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi à quo fit reflexio ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſario in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, tunc patet quod ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21. huius. Si uero linea a b ſuper ſuperficiem ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, neceſſario ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie, quoniam ſi in duobus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19. primi huius, unde ſumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera ſuperficierum ſuper lineam communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, erit hæc linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ: & ſimiliter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia ſuperficie ſuper lineam communem ei & ſuperficiei ſpeculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem ſpeculi, quod eſt impoſſibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una ſola ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem ſuperficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa ſuperficie reflexionis in qua eſt linea a b, & ſimiliter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem ſuperficie cũ lineis d a & d b, per ſecundam undecimi. Sed angulus e a h eſt maior angulo a d e per 16. primi, extrinſecus eñ eſt maior intrinſeco. Sed p 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt a e h eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt b e d, ergo & angulus a d e eſt æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior eſt angulo a d e, ergo & ipſius æquali, ſcilicet angulus b d z, quod eſt contra 16. primi, extrinſecus enim qui eſt b a z maior eſt intrinſeco qui eſt b e d, ergo & angulus a d h maior eſt angulo b e d, & ſic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod eſt impoſſibile, à ſolo ergo puncto ſpeculi plani fit reflexio formæ pũncti b ad uiſum a. Si uero linea a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur ſecundũ ipſam ad uiſum, & ab uno ſolo ſpeculi puncto, quod ſi linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in ſuperficie ſpeculi, ſed ſint æquediſtantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipſa erit æquediſtans cuilibet æquediſtanti illi lineæ in ſpeculis ſuperficie productæ. Sit ergo æquediſtans lineæ b z, erunt quoq; per ſecundam primi huius lineæ a b & h z in eadem ſuperficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinſecus angulus erit maior extrinſeco, quod eſt impoſſibile, ergo & illud ex quo ſequebatur, patet ergo quod proponebatur.



XLVI.

In ſpeculis planis dati puncti uiſi ad centrum uiſus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a g, & ſit centrũ uiſus b, punctus q; rei uiſæ ſit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut ſit, ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

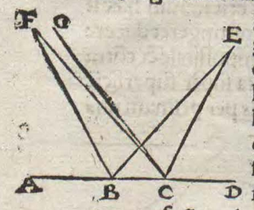


ſicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uiſum b à pũcto ſpeculi h, ducanť em̃ lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. ſexti, & ex hypotheſi, qm̃ triangul9 d h a eſt æquiangulus triangulo h g b, angulus em̃ h a d eſt æqualis angulo h g b, quia ſunt ambo recti, & eſt ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, ſicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d eſt æqualis angulo g h b: à pũcto itaq; ſpeculi quod eſt h, reflectitur forma puncti d ad uiſum b, p 20. huius, angulus em̃ incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus h, obſtruaťper aliquod ſuperpoſitũ, utpote p cærã uel p picem aut ſibi ſimile, nulla uidebiť imago puncti d, centro ipſius uiſus quod eſt b, diſpoſito ſecundũ præmiſſum modũ, qm̃ à pũcto alio ipoſſibile eſt fieri reflexionẽ p præmiſſam, accidit em̃ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpoſitum.

XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi plani non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus uidere non poteſt idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis eiuſdem plani ſpeculi reflexum.

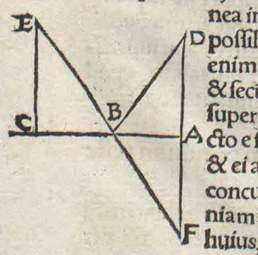
Eſto ſpeculũ planum in cuius ſuperficie ſit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uiſæ quod ſit e, incidãt lineæ e b & e c, & ſit centrũ uiſus g, & reflectatur linea e b ſecundũ lineã b f, & linea e c ſecundũ lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non ſunt æquediſtantes, nec tñ concurrent in centro unius uiſus, quãuis etiã ſint in eadẽ ſuperficie, angulus em̃ incidentiæ qui eſt e c d eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt g c a, & angulus e b d eſt æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c, ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinſecus maior angulo intrinſeco qui eſt e b d, palã ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior eſt angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non ſunt æquediſtantes, angulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadẽte linea a d ſuper ambas lineas g c & b f, ſed neq; concurrunt in centro unius uiſus: dato enim quod cõcurrant in centro uiſus quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f, ſecundũ lineam e f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt f b a æqualis eſt angulo reflexionis qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco, qd̃ eſt cõtra eandem 16. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet plané totum correlariũ. Si em̃ lineæ reflexionis formæ eiuſdem pũcti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere, tũc eſt manifeſtũ quod unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis pũctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani, qd̃ eſt totum ꝓpoſitum.



XLVIII.

In ſpeculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uiſus reflexa locũ imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c, ſit quoq; ut forma pũcti rei uiſæ quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus quod ſit e, à puncto ſpeculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit d b, & linea reflexionis quæ ſit b e, dico quod eſt poſſibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e ſunt in eadem ſuperficie, patet per primam & ſecũdã undecimi, quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e, in eadem ſuperficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ ſit e c, & ei æquediſtans à puncto d quæ ſit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per ſecundã primi huius, quoniam ipſa cõcurret cũ linea d a, ꝓducta, ſit cõcurſus punctus f, dico per 37. huius, qm̃ punctus f, eſt locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpoſitũ.

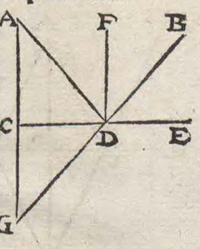


Eadem

XLIX.

Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſuper ſpeculum planum exiſtentis.

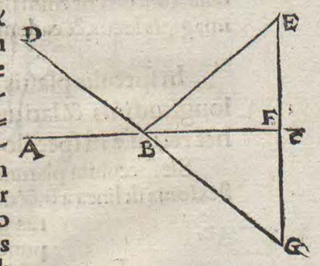
Sit punctus rei uiſæ a, & ſit centrum uiſus b, & ſit c d e linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani, ſitq; d punctus reflexionis. & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter ſuper lineam c d e, per 11. primi, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit a d, & linea reflexionis quæ ſit b d, patet ergo per 27. huius, qm̃ lineæ a d, f d, b d, ſunt in ſuperficie reflexionis, & cum linea f d, ſit æq̃diſtans lineæ a c, p 28. uel p 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, eſt æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, eſt æqualis angulo a d c, per 20. huius, ſunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, eſt æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti, angulus ergo a d c, eſt æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, eſt æqualis angulo d c g, quoniam uterq; eſt rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. ſexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi, erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi a g, quia ergo in puncto g, eſt locus imaginis per 37. huius, & linea c g, eſt æqualis ipſi a c, patet ergo propoſitum. Si ergo perpendicularis ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c reſecari, ſemper erit in puncto g locus imaginis tm̃ diſtans à ſuperficie plani ſub ſpeculo, quantum punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.



L.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ reflexionis ſimul iunctis.

Eſto in ſpeculo plano linea a b c, & ſit centrum uiſus d, & punctus rei uiſæ ſit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uiſum d, à puncto ſpeculi plani quod ſit b, erit ergo linea incidentiæ quæ c b, & linea reflexionis quæ b d, ſitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concurſu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus ſecet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui eſt e b f, eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, eſt ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis eſt angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, latera illorum æquos angulos continentia ſunt proportianalia. Sed latus b f, eſt æquale ſibi ipſi, ergo g b eſt æquale ipſi b e, ergo linea d g, à centro uiſus ad locum imaginis g producta, eſt æqualis ambabus lineis d b, & b e, ſimul acceptis, quod eſt propoſitum.

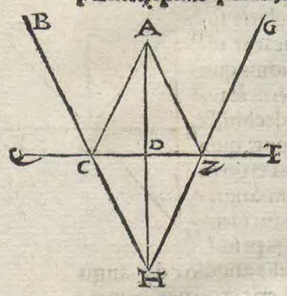


LI.

In ſpeculo plano ab utroq; uiſu uno puncto cõprehenſo, idem erit imaginis locus uiſibus ambobus: ex quo patet quòd una ſola imago utriq; uiſui occurrit.

Sint duo uiſus b & g, & ſit a punctus rei uiſæ, & ſit q d z e, linea in ſuperficie ſpeculi plani ducta, ſitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, ſuper ſuperficiem ſpeculi,

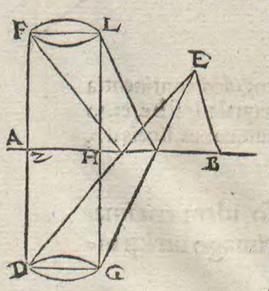
& quia per 30. huius, ab uno puncto ſpeculi ꝓpoſiti ad ambos uiſus non poteſt fieri reflexio, ſed ad minus à duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ſimiliter lineæ a d, a z, z g, ſunt in eadem ſuperficie, & linea d c, eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d, c b, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & linea d z eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d & z g, & ſuperficiei ſpeculi per 19. primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ ſunt b c & g z, fuerint in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei cuiuſcunq; ſuper ipſam erectæ eſt linea una recta ꝑ 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ eſt inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem ſuperficie cum illis, aut extra illas in alia ſuperficie, quodcũq; iſtoꝝ fuerit ſuper linea reflexionis, quæ b c, ꝓtracta ſecabit ex perpendiculari, quæ eſt a d, ultra ſpeculum, ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, per 49. huius, quæ ſit d b, quoniam ſemper lineæ b c & a d, ſunt in aliqua eadem ſuperficie per 27. huius, ut præmiſſum eſt, & ſimiliter ꝑ 49. huius, linea g z, ꝓtracta ultra ſpeculum ſecabit ex ꝓtracto katheto ad lineam æqualem ipſi lineæ a d, ſecabit ergo ipſam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qd' eſt h, ꝓcipietur ab utroq; uiſu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uiſibus, in quo puncto uno tantum uiſu ꝓcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem ſuperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis ſecabit ex perpendiculari, ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, eritq; ſectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit ſemper imaginis locus, & hoc eſt, ꝓpoſitum. Quoniam ſi centra ambarum uiſuum quæ ſunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uiſæ, quæ eſt a, ſemper eodẽ modo eſt demonſtrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uiſibus occurret.



LII.

In ſpeculis planis figura rei uiſæ & ſitus partium ſecundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo plano æqualis eſt formæ rei extra.

Sit ſpeculum planum, in quo ſectio communis ſupficiei illius ſpeculi, & ſupficiei reflexionis ſit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uiſæ ſint f & l, erigaturq; katheꝰ ꝓpendiculariter ſup ſupficiem ſpeculi à puncto l, qui ſit l h, & à puncto f, kathetus qui ſit f z, & erunt z & h, duo puncta in ſupficie reflexionis per 27. huius, ꝓducanturq; taliter ſup ſpeculum, ut linea h g, ſit æqualis ipſi l h, & linea z d, æqualis ipſi f z, ſit quoq; centrum uiſus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus ſup ſpeculum qui ſit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi lineæ h b, & locus imaginis ſuæ ꝑ 44. huius, eſt punctum g, tantũ diſtans à ſupficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum punctus l, ſuper ſpeculum. Similiter forma puncti f, reflectit̃ ad uiſum e, ab aliq; pũcto lineæ z b, & locus imaginis eſt punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunq; punctum lineæ f l, reflectitur ad uiſum e. Similiter locus imaginis ſuæ eſt tantum diſtans à ſupficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum ille punctus eſt ſup ſpeculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur diſtare ſub

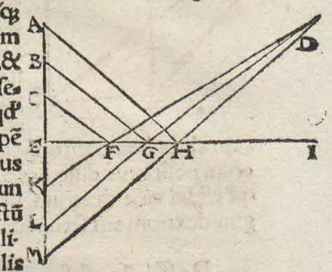


re ſub ſpeculo, quantum ipſe punctus in ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g, arcus circuli, & ſemp eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis, linea ergo f l, ſemp apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum, quoniam ſi ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt.

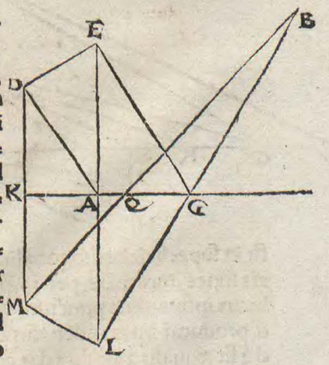
Eſto altitudo uiſa quæ a b c e, ſitq; centrum uiſus d, linea uero communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i, incidatq; forma puncti a, ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineam h d, & forma puncti b, incidat ſecundum lineam b g, & reflectatur ſecundum lineam g d, & forma puncti c, incidat ſecundum lineam c f, et reflectatur ſecundum lineam f d, dico qd' altitudo e a uidebitur reuerſa, ꝓtracta em̃ linea e a, quæ perpẽdicularis eſt ſuper lineam e i, ſup ſpeculum, & ꝓtractis omibus lineis reflexionis ad concurſum, cũ ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctũ l, & linea d f, in punctum l z, palam per p̃miſſam, quoniam linea l z e, æqualis eſt ipſi lineæ e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora ſupficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo, quoniam enim quod eſt ſuperius in altitudine uidebitur inferius, quoniam ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur, & quod eſt inferius in altitudine uidebitur ſuperius, quoniam ꝓpinquius uiſu uidetur, & eodem modo demonſtrandum, ſi linea a b c ſit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propoſitum.



LIIII.

Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent.

Sit d e longitudo oblique diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius qd' eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi, communis quoq; ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſit linea l z a q g, centrũq; uiſus ſit punctus b, & incidat forma puncti d, ipſi ſpeculo ſecundũ lineã d a, & reflectatur ſecundũ lineam a b, ad centrũ uiſus, & incidat forma puncti e, ſecundũ lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundũ lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, ꝓpendiculariter, & linea reflexiõis quæ eſt b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cũ linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, & enim pũctũ e remotius eſt à ſpeculo q̃ punctũ d, erit linea e q, longior q̃ linea d l z, ergo & linea q l, longior q̃ linea l z m, pũctũ ergo illius obliquæ magnitudinis qd' eſt remotiũs ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, hoc ſimliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur, & qd' ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc qd' ſub ſpeculo etiam uidetur eſſe in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quẽadmodũ ſe habent, & hoc eſt quod proponebat.

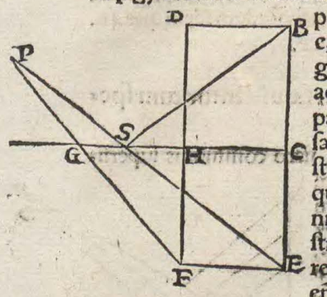


In

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

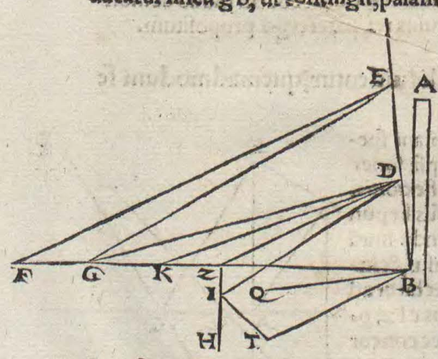
Eſto ſpeculum planum g s t,& uiſa res ſit d b,ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p,lineæ quoq; reflexiõis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g,concurrat cũ katheto incidentiæ quæ d b in pũcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s,concurrat cũ katheto b t,in puncto e,producaturq; linea f c,quæ eſt per 52.huius imago rei uiſæ,quæ d h,apparebunt ergo dextra ſiniſtra,& ſiniſtra dextra.qm̃ enĩ p 33.huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio,& ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ:patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebiť ſub linea reflexionis magis ſiniſtra,& ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partẽ imaginis,& ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram.Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̃ imago rei uideť ſe habere ad rem,ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquẽ alium: tunc eñ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ,& ſemp cum aliqs homo alij opponitur,contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus:ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, ſit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum,in imagine dextrum erit ſecundum uiſum,patet ergo propoſitum.



LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b,lignum horizonti perpendiculariter infixum,uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti,uel aliter quõcunq; diſpoſitæ,quæ ſit b g,ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b,& ſit quadratum,& quia lignum a b,eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit,palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus,diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28.primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b,ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autẽ conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur, ad idem peruenit demonſtratio, ut patet.Sit itaq; angulꝰ a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d,in continuũ & directum uſq; ad punctũ quod ſit e,& qm̃ linea g b,eſt perpendicularis ſuper lineam a b,cũ linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, q̃ ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem,ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e,per 12.primi,quæ ſit g e,angulus igitur b e g,erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g,à quo ad punctum d,protrahatur linea g d,à pũcto quoq; d,producaẽ linea cadens ſuper lineam b g,quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g,conſtituto ſuper terminũ lineæ g d, per 23.primi, erit ergo linea z d,æquediſtans lineæ g e,per 27.primi,ergo per 8.undecimi,erit linea z d,erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi,& perpendicularis ſup communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d,angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis,& etiam per 29.primi,à puncto quoq; z,ducaẽ linea z h,perpendicularis



dicularis ſuper ſupficiem g b, per 11.undecimi,& ſuper punctũ d, terminum lineæ z d, conſtituaẽ angulus æqualis angulo g d z,qui ſit angulus z d i, & qm̃ per 2. primi huius concurret linea d i,cũ linea z h,ideo quia linea d l,producta ultra punctũ d, concurret cũ linea a b,ut patet ex præmiſſis,& per 14.primi huius,ſit ergo linearum d i,& z b,cõcurſus in puncto i,& à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d, per 31.primi, quæ ſit linea i t,& à puncto b,extrahaẽ perpendicularis ſuper ſupficiem ſpeculi per 22.undecimi,quæ ſit b q,eritq; linea b q,æquediſtans lineæ g e,ergo per 8.undecimi,quia linea b q,ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſup ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b,ſu per punctũ ergo b,terminum lineæ q b,conſtituaẽ angulus æqualis angulo g b q,qui ſit q b t:concurret ergo linea b t,cũ linea æquediſtanter ducta lineæ a b,à puncto i, quæ eſt linea i t,per 2.primi huius,ſit concurſus punctus t,& compleatur tabula i t, depingatur itaq; in tabula in qua eſt linea i t,imago quæcunq; placuerit,& ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t,ſecundũ medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i,& proferatur ſuperficies g b,ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b,cũ itaq; centrum uiſus fuerit in puncto g,uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ppriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus,patet per 16.primi,qm̃ angulus g d b,eſt obtuſus,& ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̃ nunq; erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrũ uiſus,ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33,huius,nunq; ergo uidebit quis exiſtens ſecundũ centrũ uiſus in puncto g,propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundũ ſitum,& ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundũ quodcũq; punctũ ultra punctum g,utpote ad punctum f, palam qm̃ angulus b e f,eſt maior recto,ſed & angulus f d b,eſt maior angulo f e b, per 16.primi,nunq; ergo fiet reflexio ad punctũ f,ſed ſemper ad aliũ punctũ ſub linea. Similiter quoq; accedente uiſu ad ſpeculũ ſecundũ quodcũq; punctum lineæ g z,præter q̃ ſecundum ipſum punctum z,nunq; uidebit uidens ſui ipſius imaginem,ſola enim perpendicularis,quæ eſt linea z d,ut patet ex p̃miſſis per 21.huius,reflectiť in ſe ipſam,& ita in pũcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuẽs formã ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã,nõ aũt aliã partẽ faciei,qm̃ ſola ppendicularis q̃ eſt linea unica reflectiť in ſe ipſam,& ita ſolius illius puncti fit reflexio,nõ aũt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pũcto g appropinquet ſpeculo ſecundũ punctũ k,cadentẽ inter puncta g & z,ſi à puncto k,ducaẽ linea ad punctũ d,q̃ ſit k d,palã p 14.primi huius,& ex p̃miſſis qđ lineæ d k & e g,cõcurrant ultra lineã g k,ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, eſt rectus,& angulus z d b,rectus: ergo angulus k d b,eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctũ ſub puncto k,à puncto uero z,ut p̃dictũ eſt,fiet reflexio in ipſum punctũ z, ideo qa linea z d,æquediſtans lineæ g e,eſt ppendicularis ſup lineã d b,per 29.primi,et ex hypotheſi.Similiter q̃q; poſito uiſu in quocũq; puncto lineæ z b,qm̃ à q̃libet pũctoꝝ illoꝝ eſt ducere ppendicularẽ ſup ſupficiẽ ſpeculi,uel ſup lineã k q,reflectiť illarum q̃libet in ſe ipſam p 21.huius,palã itaq; qm̃ cõſtituto uiſu in linea g z,nõ uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius,& qa ut dictũ eſt ſola ppendicularis ſecundũ unicũ punctũ reflectiť ad uiſum, nõ aũt alia puncta formæ,qa uero angulus i d x,eſt æqualis angulo z d g,& linea z d, eſt ppendicularis ſup ſuperficiẽ ſpeculi d b,ergo per 20.huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d,reflectiť ad uiſum in puncto g exiſtentẽ,& qa angulus t b q,eſt æqualis angulo g b q,ut patet ex p̃miſſis,& linea b q,perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi,palã per 20.huius.qm̃ forma puncti t,à puncto ſpeculi b,reflectiť ad uiſum in puncto g, ergo per 24.huius,forma totius lineæ i t,reflectiť à ſpeculo d b,ad uiſum in pũcto g,nõ uidebiť aũt ipſa tabula depicta i t,qm̃ eſt ſub ſupficie cui ſuperſtat ſpeculũ & uiſus. Poteſt aũt ſic fieri ut ſecundũ longitudinẽ lineæ z b,ſit factus murus ſuper terrã ad altitudinẽ uidentiũ, q̃ interius ſit cõcauus, ſuperius uerſus ſpeculũ apertus,& in illo muro deponatur tabula picta,quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d,& ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

ſecundum ſitum puncti g,& ſit ,phibitus ſecundū aliquod mediū,ne poſſit propius accedere,tunc eñ omnes formæ punctoꝝ depictæ imaginis incident uiſui,diſponatur ergo taliter per ingeniū, ut tabula depicta nullo modo uideatur,& ſit ſpeculū ſitum uerſus lumen,ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus,ſitq; tabula depicta ſimiliter lumen habens,quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri,mediante eñ lumine formā ſuam multiplicat per medium,& peruenit ad ſpeculum,& reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſitum.

LVII.

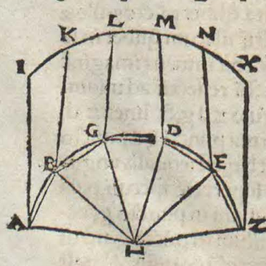
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti,ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius,in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur,qui locus cameræ in quo ſiſtitur cētrum uiſus ſit ſignatus puncto a,& ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur,ſignatus puncto b,ſitq; rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g, & ducatur linea b g,& ,producatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d,qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum,uiſo enim puncto b,reuoluatur uiſus fixo inſtrumento,& cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d,ducantur ergo lineæ d a & g a,& diuidatur linea g a,per 119.primi huius,in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e,ad lineam e g,ſicut lineæ a d,ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionē ſunt notæ,ducaturq; linea e d,diuidet ergo per 3.ſexti,linea d e,angulū a d g, per æqualia,ponatur itaq; ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineā d e, in puncto d,per conuerſam undecimæ undecimi,in quo ſpeculo ſit linea f h,à pūcto itaq; ſpeculi d,reflectetur forma puncti g ad uiſum a,per 20.huius,ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat,uidebit itaq; uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a,exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b,ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue plat ea,& hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3,cuius centrum ſit h,& quoniam arcus a 3, indefiniteaſſumatur,eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinq; partes æquales, uel quotcunq; quis uoluerit partes,ita ut arcui a b,ſint æquales arcus b g, g d,d e,e 3,& ducantur cordæ a b,b g,g a,d e,e 3, quæ oñes erunt æquales per 23.tertij,& à centro h ducātur lineæ h a,h b,h d,h e,h 3,& ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per paralellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l,d m, e n, 3 x, ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝝ quæ ſunt b k,g h,d m,e n,ſint cōmunia,ſint autem ſpecula adinuicem taliter compoſita,ut anguli contenti à lineis a i & i k,b k,& k l,g l,& l m,d m & m n,e n,& n y,ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h,h b & b g, h g & g d,h e & e 3,ſintq; ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e,e 3, uerſæ inferius, & ſuppoſiæ ſupficiebus alijs ſuperius eleuatis,in quibus ſunt lineæ i k,k l,l m,m n,n x,& ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt aduiſum exiſtentem in centro h,quoniam enim lineæ h a,h b,h g,h d,h e,h 3, ducantur à centro h,ad puncta communia cordis & arcubus,patet per 17.tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3,in illis punctis contingentes, ergo

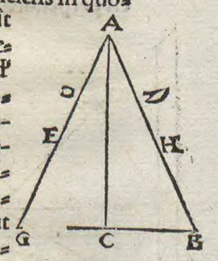


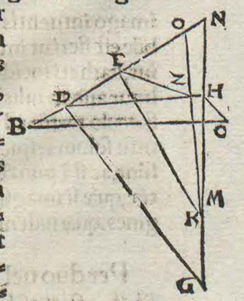
go per 21.huius,omnes illæ lineæ reflectuntur in ſe ipſas,erit ergo diſtinctio imaginū ſecundum illas,ſed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur ſuper ſuperficiem ſpeculorum planorum,quæ per 20.primi huius,ſolum numerantur numero ſuperficierum ſpeculorum,& circa omnes illas ſit uniformis reflexio ad uiſum,numerabunt ergo imagines numero ſpeculorum,quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nō concurrunt ultra ſpecula, cum omnes in puncto h concurrant,eſt autem locus cuiuſq; imaginis in concurſu katheti cum linea reflexionis per 37.huius,& cum hæc ſpecula uniformiter reſpiciant uiſum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipſorum ad uiſum,eadē ratione fit reflexio à quolibet aliorum,& ſic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum,plures ergo uidebuntur imagines diſpoſitæ adinuicem numero & ordine ſpeculorum,quia uero ſpecula reſpiciunt uiſum ut ſui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipſius incidentis reſpicient uidentem ad modum chorearum,quod eſt propoſitum. Poſſunt & per hoc ſpeculum uariato ſitu plures elici imaginum ſituationes, quod experimentantis in duſtriæ cenſuimus relinquendum,ut ſi ſpeculum a b,ſecundum baſem a i,ſituetur æquediſtans ſuperficiei horizontis,uel ſecundum alios modos ut libuerit,diuerſetur.

LIX.

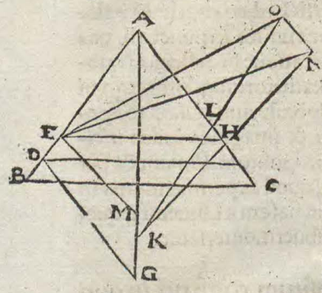
Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui,in quo aſpiciens ſuam uideat imaginem uolantem.

Aſſumatur trigonum hyſocheles rectangulum, quod ſit b a g,& ſit angulus eius qui b a g,rectus, & linea b g, ſecetur in duo æqualia in puncto c,& ducatur linea a c,& ſuper lineam a g, ponatur ſpeculū planum,quod ſit z h,& ſuper lineam b a, ponatur aliud ſpeculum planum,quod ſit d e, & ſit uiſus intuentis in linea a c, reſpiciens in quocunq; illorum ſpeculorum uoluerit,ut in z h,& alterum ſpeculum quod ſit e d, iaceat in plana ſuperficie ſuper quod ſtat intuens, & accedat & recedat intuens,donec calcanei ſui forma peruenīat ad ſpeculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud ſpeculū quod eſt z h, in quo aſpiciens putabit propriam imaginem uolare,quoniam uidebit ipſam eleuatam ſecundū ſe totam in aere,cum tamen ipſe aſpiciens ſtet ſuper ſuperficiem terræ uel alterius rei,in qua eſt ſpeculum e d,quoniam forma calcanei incidens inferiori ſpeculo quod eſt e d,reflectetur ad ſuperius ſpeculum,& in illo figurabitur tota forma intuentis, & ſi intuens mouerit ſe aliqualiter, ita tamen ut non mutetur ſitus reſpectu reflexionum quæ fiunt in ſpeculo, moueri uidebitur imago in aere per 42.huius,& ſic uidebitur aſpiciens ſuam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artifics perquiret. Vt aūt idem propoſitum & aliter melius pateat figuraliter demonſtratum, ſit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, ſit rectus, & in cuius latere a b, ſituetur ſpeculum planum,cuius media linea ſit d e,cuius punctus d, ſit propinquior puncto b, quām punctus e, & ſit trigonum a b c, ſecundum eius latus a b,poſitum in ſuperficie horizontis uel alia quæcunq; ſuperficie, ſuper quam eleuata ſit ſtatura intuentis,cuius plantæ pedis ſtent in pūcto g, aliqualiter eleuato ſuper lineam a b, & ducatur linea g d, & ſuper punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23.primi angulus æqualis angulo g d b,qui ſit h d a,producta linea d z, ad lineam a c,& ſuper punctum h,terminum lineæ c h, fiat angulus d h k,æqualis angulo d h a, ,producta linea h k, ad lineam b c,poſitoq; centro uiſus in puncto k, patet ex præmiſſis & per 20. huius,quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uiſum,ſi punctum h,fuerit punctum ſpeculi alicuius, inuentoq; per 46.huius,in ſpeculo d e,puncto reflexionis formæ puncti m, quod ſit in uertice uidentis, ſit formæ puncti illius punctus reflexionis e,& ducatur linea m e, & angu-

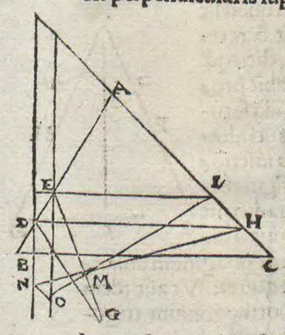




lus m e d, ſuper punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui ſit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, ſituetur ſpeculum quod ſit l h, ita quod puncta l h, ſint in ſuperficie illius ſpeculi, & ſimiliter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto ſpeculi d e, quod eſt e, reflectitur ad totam ſuperficiem ſpeculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto ſpeculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, ſunt æquales, quodcunq; enim fuerit illud punctum, ſemper ipſum dicatur punctum l, & fiat reflexio



ad uiſum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c ſunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, ſitq; punctus concurſus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aſpicientis quæ eſt linea g m, à ſuperficie ſpeculi e d, reflectitur ad ſpeculum l h, & à ſuperficie ſpeculi l h, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuſcuiuſq; puncti eſt in concurſu katheti ſuæ incidentiæ, cum linea ſuæ reflexionis: producatur itaq; à puncto ſpeculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod eſt d, per 11. undecimi, linea perpendicularis ſuper ſpeculi a h, ſuperficiem, & patet cum ex hypotheſi angulus d a h, ſit rectus, quod illa perpendicularis eſt linea d a. Simſiliter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod eſt ſpeculi d e, punctum e, ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi a h, eſt eadem linea quæ e a, hæc itaq; linea eſt kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad ſpeculum l h, & quoniam ut præmiſſum eſt per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c ſunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, eſt perpendicularis ſuper lineam l h, angulus uero d a h eſt rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, ſit ergo ut punctus concurſus linearum d a & k h ſit n, & punctus concurſus linearum e a & k l ſit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritq; punctum quod eſt imago formæ puncti g, plantarum ſcilicet ipſius intuentis alterius in aere quâm punctum o, quod eſt imago formæ puncti m, uirtutis ipſius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens ſpeculum l h, ſuam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere cũ ipſum caput collatos ad uiſum. Per eandem quoq; demonſtrandum ſi trigonum a b c, fuerit oxigonium, niſi quod imago intuentis aliam recipiet ſitus diſpoſitionem, katheti enim incidentiæ aliter ſuperficiei ſpeculi incidunt quâm prius, ſemper tamen trigono a b c, exiſtente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans ſub ſpeculo, quod ſi trigonum a b c, fuerit ampligonium, poſſibile eſt fieri ut imago ſit uolans in aere retro uiſum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uiſus, non uidebitur autem talis imago, quoniam ſemper fugiet abſconſa ab ipſo uiſu, niſi forte ab alio ſpeculo tertio ad uiſum poſſet fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uiſu ſolum reſpiciente in ſpeculũ a h, non in ſpeculum d e, & hæc quidem demonſtrata ſunt, ac ſi à punctis primarum reflexionum, quæ ſunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ ſi imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius ſecundæ imagines, quæ uidentur in ſpeculo a h, uidebuntur eſſe diſpoſitæ ut uolantes.

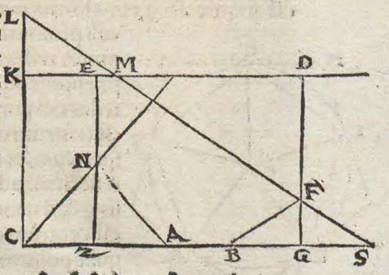


LX.

Per duo uel tria ſpecula plana orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, poſſibile eſt eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uiſibile aliquod, in quo ſit pũctum a, & ſit centrum uiſus b, & ſint tria ſpecula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi e z, p 11. undecimi, et pducatur linea a z in continuũ, abſcindaturq; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c ſit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod eſt centrum uiſus, ducatur linea b g perpendiculariter ſup ſpeculũ d g, et producatur taliter ut linea g s ſit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi d e, quæ ſit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quouſq; linea c k ſit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, ſecans ſpeculum d e in pũcto m, & ſpeculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t ſecans ſpeculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g eſt æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis eſt angulo s g f, quia ambo illi anguli ſunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, ſed angulus s f g eſt æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis eſt angulo g f b, poteſt ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uiſum b, quia uero linea c k eſt æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis eſt æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis eſt angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f eſt æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipſe eſt æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, poteſt reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uiſus per 2. ergo ſpecula quæ ſunt d e & d g, uidẽtur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uiſus quod eſt b, & quia linea a z eſt æqualis lineæ z c, & linea z b communis eſt ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n eſt æqualis angulo n z c, quia ambo recti ſunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e eſt æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, ſpeculi z e, ad punctum m, ſpeculi d e, & à puncto m ad punctũ f, ſpeculi d g, & à puncto f, ad centrum uiſus b, à tribus ergo ſpeculis uidetur forma & imago eiuſdem puncti a, quod eſt propoſitum, & hoc accidit uiſui ſolum reſpiciente in ſpeculum d g.

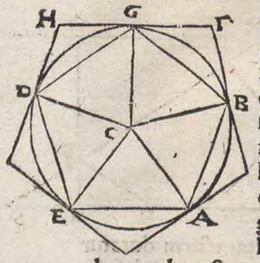


LXI.

Poſſibile eſt per quodcunq; quis uoluerit plana ſpecula ſecundum diſpoſitionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem diſpoſita eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, & ducatur linea a b, & ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur poligonium æquilaterum & æquianguli, quocunq; laterum uiſum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli cauſa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunſcribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod ſit c, ab angulis poligonij quæ ſint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ ſunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad baſes omes ſunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concurſu quorumlibet dictorum laterum ponat ſpeculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel ſi fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter ſup lineas ad centrum circuli productas, ut ſunt hæc lineæ d c & g c, qd fiet per 11. undecimi, ita ut ſpeculum f h ſuper lineam g c, ſit perpendiculariter inſiſtens: ad unum uero angulũ ſit punctum rei uiſæ, & ad alium ſibi proximum ſit centrũ uiſus, ut ſunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f eſt æqlis angulo h g c, quia ambo ſunt recti, ſed & angulus c g b eſt

æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis est angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, speculi f h reflectitur ad punctum spe

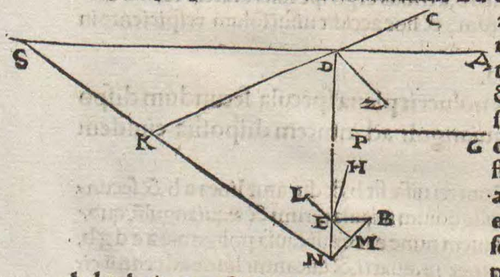


culi proximi, quod est ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus: uisus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositũ. Quod si centrũ uisus sit in puncto c qđ est centrum circuli, cuius periferiam contingunt oĩa specula in angulis poligoniorum constituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniã omnes lineæ quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo est propositũ, & si plurima ordinãtur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circunscribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primũ speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.

LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a, & punctus rei uisæ b, & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit p g & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint a d & b e, & copuletur linea d e, sintq; exempli causa lineæ b e & a d, perpendiculares super lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & similiter diuidatur angulus b e d, per æqualia p lineã e h, & super punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per



23. primi, & similiter super punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l sunt æquales, anguli eñ h e l & h e m sunt æquales, quia recti, sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli e d z & z d a sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uisum existentem in puncto a, cum tamen res in qua est punctum b, nõ sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à pũcto rei uisæ quod est b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiẽ speculi quæ sit b m secans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens super lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinsecũ æqualẽ angulo

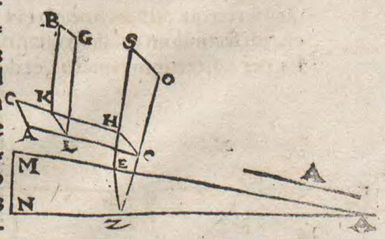
l e h

l e h extrinseco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h sunt æquedistantes, ergo angulus d e h extrinsecus est æqualis angulo e m b intrinseco per 29. primi, & angulus e b n est æqualis angulo b e h, quia sunt coalterni, sed angulus b e h est æqualis angulo h e d, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b sunt æquales: est autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uisum existentem in puncto d, à speculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis super lineã c d k per 12. primi, quæ sit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, qđ angulus d n k est acutus. Sed angulus n d a est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, sit puncti concursus s, quia itaq; linea d k cadens super lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinsecũ æqualem angulo n k d intrinseco, uterq; eñ illorum angulorũ est rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ n s & z d æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus z d a extrinsecus æqualis angulo n s d intrinseco, sed & anguli s n d & n d z sunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a sunt æquales, ut patet ex præmissis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d, angulus ergo d n s est æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n sunt æq̃les, quia itaq; linea e n est æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s est æqualis illis eisdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctũ s est locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto speculi k d c quod est d, ad uisum existentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt b e & e d, & insuper lineæ reflexionis quæ est d a, & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo eris demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab impari bus quidem dextra apparẽt sinistra, & sinistra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus a, & linea rei uisæ sit b g, & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit d, fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt e z & h c & k l, reflectaturq; forma lineæ b g, per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto a, sitq; ut punctus b, lineæ b g incidat speculo k l in puncto k, & speculo h c in punctũ h, & speculo e z in punctum e, reflectaturq; ad uisum a secũdum lineam e a, & similiter forma puncti g incidat speculo k l in punctum l, & speculo h c in punctum c, & speculo e z in punctum z, & reflectatur ad uisum secũdum lineam z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃erunt b k & k h, h c, e a, & g l, l c, c z, z a, sitq; locus imaginis formæ puncti b, in primo speculo quod sit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo speculo sit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In secundo uero speculo quod est h c, linea imaginis sit s o. In tertio uero speculo quod est e z, linea imaginis sit m n, patet itaq; quoniã in quolibet istorũ speculorum tanta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ k c, quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et linea g l, est æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & linea q t est æqualis lineæ t o, linea quoq; s e, quæ est distantia formæ



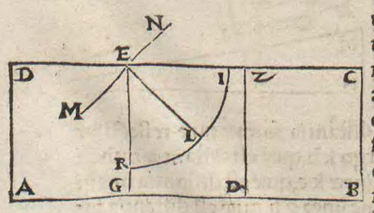
refle-

reflexæ à ſpeculo z e eſt æqualis lineæ e m, quæ eſt diſtantia formæ ab eodem ſpeculo ſub illo, & ſimiliter linea o z eſt æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuſcuiuſq; formæ puncti uiſi eſt in puncto cõcurſus katheti ſuæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in ſpeculis planis imago ſemp eſt æqualis rei uiſæ p. 52. huius, patet quod uiſus exiſtens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipſi rei uiſæ, & eius diſtantia à uiſu quæ eſt ſecundum lineas a m & a n eſt æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniã linea a m eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt e a, & lineæ m e quæ eſt æqualis lineæ e s, ſecundum præmiſſa eſt æqualis lineæ incidentiæ quæ eſt e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ eſt æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k eſt æqualis lineæ k b, & ſimiliter linea a m n eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra, palã quod in ſpeculo primo reſpectu rei uiſibilis, quod eſt ſpeculum l k, fit imago formæ rei b g uiſæ, quæ eſt imago c q tranſmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à ſecundo ſpeculo, quod eſt h c, mutat dextrum in ſiniſtrum & ſiniſtrum in dextrum, redit ergo in ſpeculo numeri paris diſpoſitio partiũ imaginis ad diſpoſitionem partiũ ipſius rei uiſæ, & quia in ſpeculo tertio qđ eſt e z, imago ſecũda, quæ eſt s o, mutat ſitum partiũ ſuarum, patet quod imaginis m n ſitus eſt alius à diſpoſitione formæ rei quæ eſt b g, in ſpeculis itaq; numeri paris fit imago ſimilis rei ſecundum dextrum et ſiniſtrum, et in ſpeculis imparibus tranſmutatur, et ſic uniuerſaliter quotieſcũq; ſpeculis paribus uel imparibus poſitis ſecundũ hæc imaginũ diſpoſitio uariatur ſecundũ dextrũ et ſiniſtrũ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duo ſpecula plana quadrata & æqualia poſſibile eſt ſic ſiſti, ut intuens in uno ſpeculorũ ſuam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo ſpecula plana rectangula & æqualia cuiuſcunq; placuerit quantitatis ſuoq; laterũ, dum tñ latera unius ſint æqualia lateribus alterius, & ſint latera eiuſdẽ ſpeculi inter ſe proportionabilia, ita ut lõgitudo ſit duplata latitudini eiuſdẽ ſpeculi, aſſumaturq; linea, cuius longitudo ſit multo maior uno latere illorũ ſpeculorum, & ſit exempli cauſa quatuor cubitorum quæ ſit a b, & ſecetur ex ea portio æqualis quartæ partí unius lateris longitudinis ſpeculi per tertiã primi, quæ ſit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter ſup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abſcindatur ab ipſa linea æqualis altitudini ſpeculi quæ ſit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquediſtans lineæ d z quæ ſit b c, et producatur linea c z orthogonaliter ſuper lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; à pũcto g, linea g e æquediſtans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquediſtans lineæ b c et ſuper punctum e, centrum exiſtens deſcribatur portio circuli ſecundum modum quantitatis placitæ, quæ ſit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis ſuper lineam l e, quæ ſit e m, et itẽ alia quæ ſit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ ſunt linea una per 14. primi, et ſit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n ſit æqualis longitudini ſpeculi. Si ergo duorum ſpeculorum planorum rectangulorũ & æqualiũ angularis coniunctio fiat ſuper lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, ſuperficies illorum cõiunctorum ſpeculorum per æqualia, patetq; quod illa ſpecula non erunt in una plana ſuperficie diſpoſita, perpendiculares ergo à cẽtro uiſus ſuper illa ſpecula ductæ quæ ſunt katheti incidentiæ formæ ipſius uidentis, ſunt diuerſi, poſito ergo centro uiſus in pũcto d, et motis ſpeculis ſuper lineam l e fixam, uidebit homo ſeipſum ſup unum duorũ ſpeculorum uenientem, et in altero recedentem, eſt enim longi-



longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamẽ taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificũ ducimus cõmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mœchanici reſpiciunt, quàm firmitudinẽ demonſtrationis, fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiõis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro. LXV.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, à pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum. lineæ uero reflexionis à ſpeculorũ planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pũcto cõueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacũq;, patet ergo primũ propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cõcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorũ, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo qa figuræ hexagonæ replent locũ ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cõiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorũ rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cõcurſus diſtingat à natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicẽ inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circunſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pũcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamẽ quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

LAtius quo potuimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſuper eſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniã quædam paſſionũ ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorũ aliis præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorũ quædã ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt aliis ſimpliciora, paſſiones eñ & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorũ deſcendũt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cũ in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorũ deſcendũt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum ſpeculorũ ad uiſum fit reflexio. Poſt tractatũ ergo planorũ ſpeculorum de ſpeculis ſphæricis cõuexis, ut de ſimplicioribus omnibus alijs & concauis ſpeculis, ꝓſequi dignũ uiſum eſt. Quæ itaq; ad ſpeculorũ ſphæricorum, ꝓprias paſſiones, ꝓſequendas, ꝓmittimus ſunt iſta. Maius ſpeculũ ſphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius ſphæræ diameter eſt maior, & minus cuius minor. Diametrũ ſpeculi ſphærici, dicimus diametrũ ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Centrũ ſpeculi dicimus centrum ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Diametrũ uiſualem dicimus lineã à centro uiſus per centrũ ſpeculi ſphærici trãſeuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquediſtare ſpeculo ſphærico conuexo dicimus, quæ ſecundũ eius punctũ medium æquediſtat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius ſpeculi ſecundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

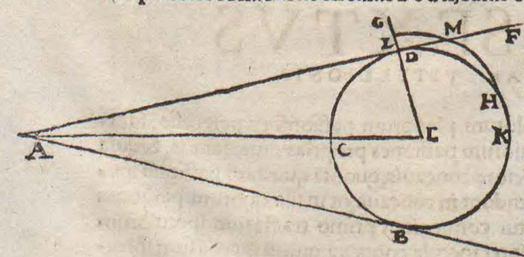
Communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi, neceſſe eſt circulũ magnũ uel arcum circuli magni ſphæræ eſſe: ex quo patet ꝙ oĩs ſuperficies reflexionis diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, ſuperficies reflexionis dicit ſupficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã ſuper ſuperficiem ſphæricũ ſpeculũ in puncto incidentiæ cõtingentem. Quæ oẽs lineæ rectæ ſunt, patet quod ſupficies reflexiõis eſt ſuperficies plana. Omne aũt ſpeculũ ſphæricum conuexum, aut ſphæra eſt, aut pars ſphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ, ipſoꝝ cõmunis ſectio neceſſario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares ſunt ſuperficies ſphæras contingentes, neceſſario tranſeunt ꝑ centrum ſphæræ, ut oſtendi poteſt per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝓpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ poſitã in principio primi huius, patet quod omnis ſuperficies reflexionis tranſit centrũ ſpeculi, eſt ergo illa cõmunis ſectio circulus magnus uel arcus circuli magni ſphæræ illius ſpeculi, ꝑ diffinitionem circuli magni. & hoc eſt ꝓpoſitum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs ſupficies reflexionis trãſeat per centrũ ſpeculi, patet manifeſte, qm̃ ipſa diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uiſus ad ſuperficiẽ ſpeculi ſphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uiſualem diametrũ æqualiter mota portionem ſuperficiei ſpeculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uiſum.

Sit centrum uiſus punctus a, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſit circulus b c d k, cuius centrũ ſit e, & à puncto a ducaĩ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ ſit a d, ducatur & diameter uiſualis quæ ſit a e, ſecãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod ſi diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ eſt a d, imaginetur æqualiter moueri ſup periferiã ſpeculi, ſeruans ſemꝑ æqualitatẽ anguli e a d, quouſcq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipſa motu ſuo ſecundũ punctum d, deſcribet circulũ determinantẽ portionem ſpeculi ſphærici cõuexi, à qua fit reflexio omnium formaꝝ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab illa parte alia ſpeculi ſuperficiei à qua non ſit reflexio, producatur eĩm linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra ſpeculum ultra punctũ d uſq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f conſtituti uide-

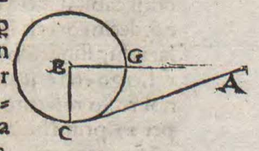


uidebunt̃ directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangit̃ à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit ſpeculũ, incipiũt pũcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti ſecundũ lineam d a ad uiſum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui eſt f d g, eſt æqualis angulo reflexiõis, qui eſt g d a, dico etiã ꝙ à nullo pũcto arcus d k b poteſt fieri reflexio ad uiſum a. Si enim ſit hoc poſſibile, eſto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, & ducaĩ linea reflexionis ad uiſum a, q̃ ſit h a, hoc ergo nõ poteſt trãſire ſolidum corpus ſpeculi, ſcilicet arcus circuli b c d ſecando, tranſibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui eſt h d f eſt indiuiſibilis, per 15. tertij, patet ꝙ illa linea reflexionis quæ eſt h a, nõ tranſibit punctũ d, ſecabit ergo lineã d g, ſit ut ſecet ipſam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ eſt h a nõ ſecat angulũ h d f, palam cũ nõ ſecet arcũ h d, quod ſecat lineã d f, ſit ut ſecet ipſam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet ꝙ duæ rectæ quæ ſunt m l a & m d a includunt ſuperficiem, quod eſt impoſſibile: uel deducatur, ſit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, eſt acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus a l d eſt obtuſus. Sed angulus a d l eſt rectus, quia angulus a d e eſt rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, cũ linea e g cadat ſup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo diſpoſitos, patet qd̃ lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam ſunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod eſt oppoſitũ dati, patet ergo propoſitum, quoniam quocũq; puncto arcus d k b dato, eodem modo poteſt fieri deductio.

III.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico cõuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie illius ſpeculi aut ſuperficie ei continua, erit cõmunis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi circulus minor magno circulo ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia ſecante.

Opponatur uiſui ſpeculũ ſphæricũ taliter ut uiſus nõ ſit in ſuperficie illius ſpeculi ei cõtinua, dico ꝙ pars ſpeculi à uiſu cõprehenſa erit pars ſphæræ circulo incluſa, quẽ efficit motu ſuo radius cõtingens ſupficiem ſphæræ, quia eĩm ut patet ꝑ 16. tertij huius, longior radius ad ſphæræ ſuperficiẽ cõtingens quaſi linea ſpeculũ cõtingens eſt. Si ille radius imagineĩ ꝑ gyrũ, moueri attingendo ſphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ ſumpſit motus principiũ, palã per præmiſſam, quia pũctus contingentiæ in ſphæræ ſupficie circulũ deſcribet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius ſphæræ, qm̃ ſi intelligaĩ ſupficies ſecantes ſe ſup diametrũ ſphæræ tranſeuntes polos p̃dicti circuli & ſphæram ꝑ æqualia ſecantes, patet qd̃ oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ ſunt lineæ longitudinis pyramidis uiſiõis, ergo ꝑ 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipſi ſupficiei ſphæræ, & his ſupficiebus planis ſecantibus ſphæris, erit minor ſemicirculo circuli magni. Verbi gratia ſit ꝑ 69. primi huius, circul9 q̃ eſt cõmunis ſectio ſupficiei ſphæræ et ſupficiei planæ tranſeũtis ꝑ uiſum a, extra ſphærã exiſtentẽ, & ꝑ centrũ ſphæræ qd̃ ſit b, circulus c s d, cuius centrũ ſit b, ſitq; polus circuli intellecti ſecundũ quem baſis pyramidis uiſiõis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi pũctus. ſed ꝓducaĩ b a ſemidiameter ad uiſum a, & ſit linea b s a, & à pũcto à, cẽtro uiſus ducaĩ linea cõtingens circulũ, q̃ ſit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q̃ eſt c, ducaĩ ad centrũ b, linea c b, dico qd̃ arcus c s eſt minor q̃ quarta circuli magni, angulus eĩm b c a eſt rectus ꝑ 17. tertij, angulus ergo c b a eſt acutus, qa nõ poſſunt eſſe duo recti in eodẽ trigono a b c, ꝑ 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro exiſtentẽ reſpiciat arcus c g, palã ergo ꝑ ultimã ſexti, qm̃ ipſe minor eſt q̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oĩbus pũctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̃ quilibet arcuũ illoꝝ circulorũ eſt minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uiſum eſt minor circulo magno ſphæræ, ꝓpoſitæ, et hoc eſt qd̃ ꝓponebatur. tenet aũt hæc demõſtratio in uno uiſu tm̃, uel in ambob9 uiſibus, dum modo diameter ſpeculi ſphærici ſit maior q̃ diſtãtia oculoꝝ, qm̃ iſtis exiſtentibus æqualibus circulus maior ſphæræ erit circulus ꝓpoſitæ ſectionis, & medietas ſphæræ uidebitur

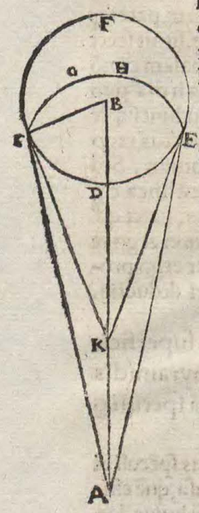


debitur. Si uero distantia oculorũ sit maior diametro speculi, plus medietate sphæræ uidebitur, & erit cõmunis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

In speculis sphæricis cõuexis secundũ accessum uisuum ad specula circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

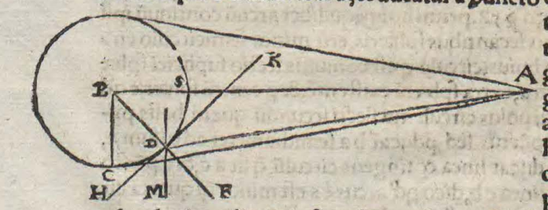
Esto em̃ speculum sphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & sit centrũ uisus a, sitq; eius culus terminans uisum in supficie speculi q c g h e, dico quod secundũ accessum & recessum uisuũ à speculis illorum circulorũ quãtitas mutat̃, diminuitur em̃ secundum accessum, et auget̃ secũdum recessum. Sit em̃ cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, sit erectus sup̃ circulum c g h e, uisam partẽ speculi cõtinentẽ, sitq; ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq; p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uisus secundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducat̃ linea k c, & qm̃ per 16. secundi huius, longior radius à uisu ad sphærã contingens quasi linea contingens est, patet p 17. tertij, qm̃ angulus l k c b est rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, est ergo rectus minor recto, quod est impossibile. Existẽte ergo uisu in puncto l k, nõ terminabit̃ uisio ad circulũ c g h e, sed ad aliquẽ circulum ipso circulo c g h e minorẽ, quia em̃ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ sunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunt̃ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo p 60. primi huius, qd̃ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exteriorũ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores cẽ remotiores, patet ergo ꝓpositum.



V.

A quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem q̃ in tertia huius, dico q̃ à quolibet puncto portionis oppositæ uisui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ sibi similiũ arcuũ potest fieri reflexio ad uisum, signetur em̃ aliquis pũctus arcus e s, qui sit d, & ducat̃ semidiameter d b, palã per 72. primi huius, qm̃ linea d b est perpendicularis sup̃ superficiem planã contingentem speculum in puncto d, cũ itaq; formæ puncti rei uisæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cũ semidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo qd̃ transeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra sphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q̃ angulus b d a sit obtusus, ut patet ex præmissis, & p 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineã a c speculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d ꝓducta secabit sphærã speculi, & supficies cõtingens sphærã in pũcto d, in qua sint lineæ h k, e g, decliuior erit cẽ linea a d, secabitq; lineã a b, & quia semidiameter b d est perpendicularis sup̃ supficiẽ b k, e g, speculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angulꝰ b d k rectus, angulus q̃q; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto, re secato ergo ab angulo recto q̃ est f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q̃ sit m d f, erũtq; lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ superficie, pũctus ergo rei uisæ existens in linea m d, & supficiei speculi incidens ad punctũ d, reflectet̃ ad uisum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent em̃ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut ostensum fuit



per 25. quinti huius, erũt in eadem superficie q̃ erit supficies reflexiõis erecta super superficiem sphæram speculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonstrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus sui similis, hoc est de tota portione speculi uisui oppositа, quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demõstrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto supficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui potest fieri reflexio ad uisum sicut proponebatur.

VI.

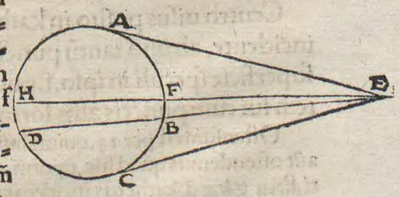
In omni superficie reflexionis à speculis sphæricis conuexis centrũ uisus & centrũ speculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõsistere est necesse: ex quo patet lineã à centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficiebus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse.

Hoc patet p 25. quinti huius, in oĩ em̃ supficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta. s. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uisus, & quia quælibet illaꝝ superficieꝝ est erecta sup̃ superficiem speculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipsa ꝓductæ quæ sunt erectæ super superficiem speculi centrum speculi transeuntes per 72. primi huius, manifestum ergo quia quælibet illaꝝ superficieꝝ transit centrum sphęræ. In qualibet ergo superficieꝝ reflexionis sunt prænominata 4. puncta corporꝝ quorumlibet, ex his patet quia cum superficierum planoꝝ se intersecantium cõmunis sectio sit linea recta, ut patet per 3. undecimi, istarum superficieꝝ necessario cõmunis sectio erit linea à centro uisus ad centrũ speculi ꝓducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis secundũ numeꝝ superficieꝝ reflexionis, hæc duo puncta. s. centrum uisus & centrum speculi in talibus superficiebus semp̃ manent, patet ergo propositum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes secat circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentes.

Sit cõmunis sectio superficiei speculi sphærici conuexi, & superficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ sit punctũ g, & sit centrum uisus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ sint e a & e c, palã ergo per 2. huius, qm̃ à toto arcu a b c, fit reflexio ad uisum, fit ergo ut à puncto b, qd̃ est inter puncta a & c, fiat reflexio ad uisum e, & sit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, ꝓducta ultra punctũ b, secabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus speculi non apparentis quod sit d, ducat̃ em̃ diameter uisualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos semicirculos qui sunt f c h, & f a h, ostensum est aũt per 57. primi huius, qm̃ ab uno puncto datum semicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci est impossibile, & coostensum ibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea cõtingente ducta secat semicirculũ in puncto uno super punctũ contingentiæ & in alio sub ipso, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducat̃ sub linea contingente linea e b, qm̃ linea e b, secat semicirculũ f c h, in uno puncto super illũ punctũ contingentiæ qui sit d, & in alio puncto b, sub illo puncto c, qui est terminus portionis arcus apparentis uisui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uisui, quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, potest demonstrari, patet ergo quod proponebatur.

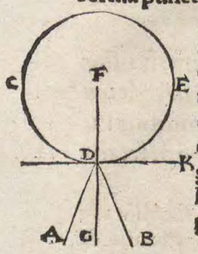


VIII.

In omni reflexione à speculis sphericis conuexis linea à centro speculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

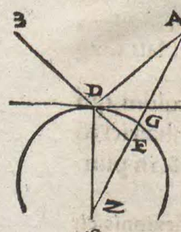
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo, ppositio sit b, sitq; cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrũ sit f, & reflectat̃ forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tm̃ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q̃ est angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propositum.



IX.

In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ speculi productũ, cõcurrere est necesse.

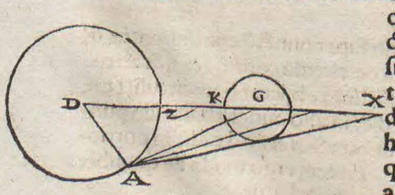
Esto cõmunis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi spherici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrũ uisus punctũ b, punctus q; rei uisæ sit a, reflectatur q; forma puncti a, ad centrũ uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoq; incidentiæ sit a d, ducat̃ itaq; linea à puncto dato a, ad centrum speculi z, quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra speculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ em̃ linea b d, pducta secat angulum a d z, ut patet p̃ pcedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq; punctus concursus e, est aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet p̃ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcursu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus ppter 37. quinti huius, secundũ em̃ utrãq; illar̃ linear̃ est necessarium fieri uisionem, qm̃ secundũ illam reflexionis forma reflectit̃ ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectit̃ ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidẽtiæ super speculũ sphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̃ omnis ppendicularis reflectit̃ in seipsam, nec aũt ostendemus quod hic ,pponit̃. Sit ergo g centrũ uisus & d centrũ speculi propositi, sitq; g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculũ secans superficiem oculi in puncto k, & incidens supficiei speculi in puncto z, dico quod solius pũcti r forma reflectitur ad uisum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuscũq; datis, quãtum ad ipsor̃ reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectit̃ ab alio pũcto speculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, sit illud aliud pũctum a, & ducat̃ linea g a, quæ sit linea reflexionis, ducatur q; linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectit̃, q sit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

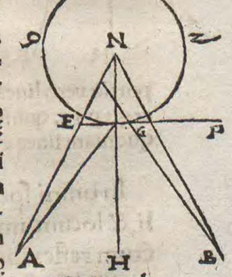


nea g a, qui sit x a g, & ducatur diameter d a, hæc ergo extra circulũ producta necessario diuidet angulum x a g, per æqualia per 8. huius, eo qd' ueniens à centro speculi & ad istũ punctũ reflexionis est ppendicularis sup ipsum, concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctũ x reflexum, & punctũ g centrum uisus: sint ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & supficiem continebunt, quod est impossibile, patet ergo, ppositũ, qm̃ ab uno tm̃ puncto speculi reflexionem fieri est necesse, ergo & una tantũ uidebit̃ imago, & quia locũ ipsius nulla linea r̃ intersectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam q̃d illa imago uideť in proprio loco suo, hoc aũt est in superficie ipsius speculi in puncto. s. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis protrahatur, patet ergo propositum.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum ,pducta: patet etiã quod in his speculis possibile est locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius, potest & idem demonstrari aliter. Sit em̃ punctus rei uisæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g, centrũ speculi n, palã itaq; per 25. quinti huius, quod a g, linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadẽ supficie erecta sup superficiem speculum in puncto g, contingentẽ: linea itaq; cõmunis superficiei reflexionis, & supficiei speculi, sit circulus z g q, & linea cõmunis supficiei contingenti speculũ in puncto g, & superficiei reflexionis sit linea e g p, ducatur q; linea h g, perpendicularis sup lineam g p e, per 11. primi, & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q, qui cũ sit circulus magnus, ut patet per primam huius, palam qd' centrũ eius est centrum ipsius speculi, transit ergo linea h g, producta ultra punctũ g, per centrum speculi quod est n, aliter em̃ linea à centro speculi ad punctũ g ducta, erit etiã ppendicularis sup lineam p g e, & linea h g, ,pducta est ppendicularis sup eandem, ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares sup unam lineam quod est impossibile, pertinget ergo linea h g, ad punctum n, ducať ergo linea a n, à puncto uiso ad centrum speculi, erit q; linea a n, per 72. primi huius, ppendicularis super superficiem speculi, ergo & super superficiem contingentẽ speculũ in puncto illo p quã transit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulũ rectum continentes cadit linea b g, palam quia ipsa non contingit circulũ z g q, ipsa ergo ,pducta secat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n, sit ut concurrat in puncto d, cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur, & centrũ speculi quod est n, necessario sint in eadem superficie, erit ergo per primã undecimi, linea a n, in eadem superficie cum linea b g, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipse est punctus cõmunis lineæ reflexionis, in qua necessario est forma & lineæ a n, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti a, secundum quam ut secundum lineam breuiorem necessario uidetur forma, patet ergo principaliter ,ppositũ per 37. quinti huius, & per hoc patet corrolariũ, qa in omni reflexione à speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continet̃ in aliqua linea inter loca imaginum suor̃ extremor̃ puncto rum ,pducta, qm̃ katheti incidentiæ punctor̃ medior̃ cadunt semper inter kathetos incidentiæ punctor̃ extremor̃, nec em̃ katheti incidentiæ ab aliquo illor̃ punctor̃ extremorum ,pducti ad centrum speculi secare possunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctor̃ extremor̃, patet etiã quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri; ,pducta em̃ linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad centrum

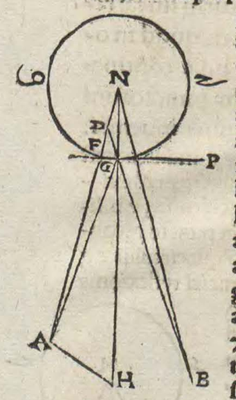


centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cũ linea, erit punctus cõmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi ſphærici cõuexi ſecante,& à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cõtingentem ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis,dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineã n d,eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia eñ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8.huius,angulus uero b g h,æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi,quia ſunt anguli contra ſe poſiti,patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g,eſt perpendicularis ſuper lineam h g n,patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales,& quia in trigono a g d,linea d e,angulum a g d, per æqualia ſecat,palam ex 3. ſexti,quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g,ad lineam d g,ꝓtrahatur itaq; à puncto a,linea æqueđiſtans lineæ d g,per 31. primi,concurrens cũ linea h n,in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aũt illæ lineæ per 2. primi huius,erit ergo per 29. primi, angulus n g d,æqualis angulo g h a,ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d,æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g,ergo per 6.primi,erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7.quinti,erit ꝓportio lineæ a g,ad g d, ſicut lineæ a h,ad g d,ſed ꝓportio lineæ a h ad g d,eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a,ꝑ 29.primi,& ꝑ 4 ſexti,qa ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g,eadem eſt lineæ a n,ad d n,ꝓportio uero lineæ a h,uel a g ad d g,ut patet ex ꝑmiſſis,eſt ſicut ꝓportio lineæ a e,ad e d ergo ꝑ 11. quinti,eſt ꝓportio lineæ a n,ad a d, ſicut lineæ a e ad e d,quod eſt propoſitũ, quoniam linea e d,utraſq; interiacet ſectiones.



XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi,& locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodũ in præcedente,dico quod linea n d, eſt maior q̃ꝫ linea d g,ſecet eñ linea p g e,lineam a n,in puncto e,palam quod punctũ e,dicitur finis cõtingentiæ,ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d,ſicut lineæ a e,ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e,ad e d,per 3. ſexti,eſt ſicut proportio lineæ a g,ad g d,qm̃ præoſtenſum eſt linea e g,diuidit angulum a g d,ꝑ æqualia,eſt ergo ꝓportio lineæ a n,ad n d,ſicut lineæ a g,ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16.quinti,erit permutatim ꝓportio lineæ a n,ad a g,ſicut lineæ d n,ad d g, ſed per 19.primi,linea a n eſt maior q̃ꝫ a g,ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus,cũ ſit maior angulo n g e,recto,ergo linea n d,eſt maior q̃ꝫ linea d g,& quia per 11.huius,punctus d, eſt locus imaginis,patet quod linea n d,interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g,interiacente locum imaginis & punctũ reflexionis quod eſt g,patet ergo ꝓpoſitũ.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli,qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi,ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacẽs

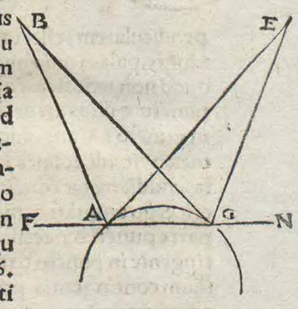
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli ſemidiametro eiuſdem circuli eſt minor.

Remaneat omnino diſpoſitio quæ ſupra, & quia punctus e eſt finis cõtingentiæ,interſecet linea a n,circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, eſt minor ſemidiametro circuli,qui eſt f n,qm̃ eñ ut patet ex p̃miſſis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e ad e d,& proportio lineæ a n ad d n, eſt ſicut lineæ a d ad d g,igitur per 11.quinti,erit ꝓportio lineæ a n ad d n, ſicut lineæ a e,ad e d,ergo per 16.quinti,erit permutatim ꝓportio lineæ a n ad ae,ſicut d n ad d e,ſed linea a n eſt maior q̃ꝫ linea a e,qm̃ totũ eſt maius ſua parte,ergo linea d n,eſt maior q̃ꝫ linea d e,erit ergo linea d n,multo maior q̃ꝫ linea f e,quæ eſt pars ipſius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̃ꝫ linea f e,quod eſt propoſitum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æqueđiſtantes: attamen in centro unius uiſus non cõ currunt,ex quo patet quòd unus uiſus non poteſt uidere idolum eiuſdem formæ reflexum à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi.

Eſto centrum uiſus b,& punctus rei uiſæ ſit e, ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuerſis punctis ſpeculi in circulo a g, quæ ſint a & g,& dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non ſunt æqueđiſtantes cum in unius centro uiſus non cõcurrent ,dato q; concurrent in puncto b, ducaf inter circulum corda arcus a g, quæ ſit recta a g,& ꝓducatur extra circulum uſq; ad punctũ f, ex parte a,& ex parte g, uſq; ad punctũ n, & quia per 20.quinti huius, angulus e g n, eſt æqualis angulo b g a, ſed angulus e g n, maior eſt angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior eſt angulo e g a. Sed angulus b a f, maior eſt angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, eſt maior angulo e a g, non ergo reflectit forma puncti e, ad uiſum exiſtentem in puncto b, à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius,& tñ quia angulus b a f, nõ eſt æqualis angulo b g a, ſed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, eſt maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius,& ex hypotheſi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palã ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non ſunt æqueđiſtantes. Sed ut patet ex præmiſſis ipſæ nunq̃ꝫ cõcurrent in puncto b, in quo eſt centrũ uiſus, patet ergo ꝓpoſitum,& per hoc patet quod unus uiſus nõ poteſt uidere idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis talium ſpeculorum reflexum, quod proponebatur.

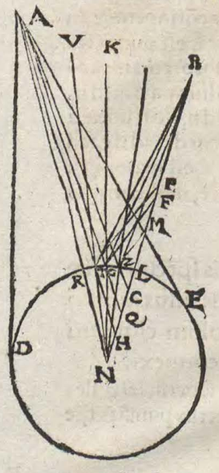


XVI.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi non poteſt forma alicuius puncti ad uiſum unum niſi à ſolo puncto reflecti,& una ſola imago uiſui occurrit.

Quoniam eñ per 10.huius,patet quod forma perpendiculariter huius ſpeculo incidens,centro uiſus in illa perpendiculari exiſtente ab uno tñ puncto reflectitur ad uiſum,non oportet nos nũc ꝓpoſitum niſi de lineis oblique his ſpeculis ſphæricis conuexis incidentibus demonſtrare. Sit ergo punctũ uiſum b,& centrũ uiſus a & non ſit punctum a in perpendiculari ducta à re uiſa ad centrum ſpeculi quod ſit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uiſus ab uno ſolo puncto ſpeculi,& una ſola imago uiſui occurrit,palam eñ per 5.huius,quod uiſibile in quo eſt punctũ b,modo conuenienti oppoſito ipſi ſpeculo ab aliquo puncto ſuperficiei ſpeculi poteſt reflecti forma puncti b ad uiſum a,ſit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g,& ducatur kathetus incidentiæ qui ſit b n,ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto l,& ſit a n, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini ſuperficiei

ciei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝓducatur q̄ꝫ linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam in puncto q, qm̄ punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficies erecta ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nulla extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrū uiſus, niſi una tm̄, qm̄ punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum uel lineam in qua eſt, non ſecantes cōmunis eſſe non poteſt, tunc palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſuper ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nō ergo fiet reflexio puncti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quā à ſolo puncto qd̄ ꝓpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uiſus. Si em̄ ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̄ꝫ à puncto g, ſit ille datus pūctus l, in quo kathetus incidētiæ qui eſt b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaq; linea b n, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nō ſit perpendicularis ſuper illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſecundum lineam perpēdicularem ueniens neceſſario ſecundū perpendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc em̄ eſt impoſſibile qd̄ ad quodcūq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cōtingente circulum in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo em̄ quod angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, qm̄ ibi peruenit ſemidiameter n l, erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b, neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l, linea em̄ à centro ſpeculi ad punctū illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cōtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc em̄ contingens à pūcto a, duci nō poteſt, qd̄ patet per 57. primi huius, qm̄ linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uiſui apparentem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio. ſit em̄ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetū incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, qm̄ punctus z, eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in puncto g, ſecet q̄ꝫ linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palā ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n maior eſt q̄ꝫ linea q n, qm̄ totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̄ꝫ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, q̄ꝫ lineæ b m ad m o, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor q̄ꝫ linea b m, & f q ſit maior q̄ꝫ m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri deductio

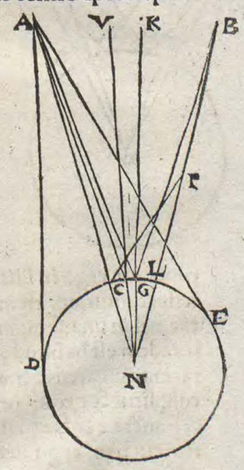


ductio præmiſſo modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, ſi enim fiat ab aliquo, ſit iſtud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, ſecans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ ſit t h, ſecans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, ſicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, eſt ſicut lineæ b f ad f q: ſed maior eſt proportio lineæ b n ad n h, q̄ꝫ lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior eſt ergo proportio lineæ b p ad p h, q̄ꝫ lineæ b f ad f q, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior eſt proportio, q̄ꝫ minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, eſt enim linea b f, maior q̄ꝫ b p, & p h maior q̄ꝫ f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uiſum a, quodlibet ergo punctum formæ uiſæ ab uno ſolo puncto ſpeculi conuexi ſphærici ad uiſum reflectitur, una ſola ergo erit linea reflexionis cuiuſcunq; puncti uiſi, ſed eſt etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus eſt in quo illæ lineæ rectæ ſe ſecant, qui eſt locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc eſt propoſitum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſumptis duobus punctis, quorū formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad unum uiſum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro ſpeculi remoti or à centro uiſus, quàm puncti remotioris ab eodem centro ſpeculi ſit ab ipſo centro uiſus.

Remanente diſpoſitione quæ in præcedente, ſint in katheto incidentiæ, quæ eſt n b, duo puncta ſignata quæ ſunt p & b, ſit q̄ꝫ punctum p, ꝓpinquioris centro ſpeculi puncto ſcilicet n, centro circuli d g e, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi dati, & ſit punctum b, remotius ab eodem centro, & ſit a centrum uiſus, & ſit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior eſt à centro uiſus, quod eſt punctum a, q̄ꝫ g, qui eſt punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionē circuli oppoſitam uiſui continentes per 2. huius, quæ ſit a e & a d, at ſi punctus in quo kathetus b n, ſecat circulum propoſitum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam ſola perpendicularis uiſua lis reflectitur in ſeipſam per 10. huius, neq; reflectit forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmiſſa, ſed neceſſe eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uiſum, ſit illud punctum t, ſit q̄ꝫ p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, neceſſario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq; ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior eſt angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum u t a, eſt minor angulo k g a, qui eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis eſt angulo b g k, angulus ergo u t a, eſt minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, eſt æqualis angulo u t a, minor eſt angulo b g k, ſed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod eſt im

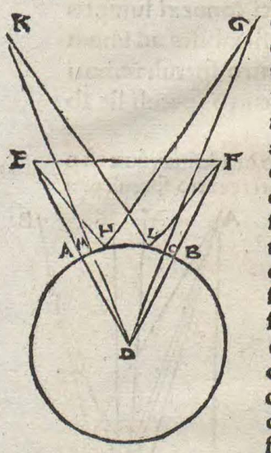


possibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanꝯ partem sui, & angulus f p n sit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur nisi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, est propinquior puncto a, qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formae puncti b, punctum ergo reflexionis formae puncti b, punctum centro speculi est remotius à centro uisus quàm punctus reflexionis formae puncti propinquioris centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formae omnium punctorum æqualiter distantiũ à centro speculi sphærici conuexi secundum æquales angulos sub kathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit d, patetꝯ per primam huius, quoniam punctum d, est centrum speculi, sintꝯ duo puncta e & f, æqualiter distantia à centro speculi, quod est d, erunt ergo lineæ e d & f d æquales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales, ut si forma puncti e, reflectatur ad uisum existentem in puncto g, à puncto speculi h, & forma puncti f, quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g, à puncto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineæ g d & k d, dico quod angulus e d g, est æqualis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui est e d, secet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uisualis g d, secet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaqꝫ lineæ e d & f d, sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis quæ sunt h & l, æqualiter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h, punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis quæ est k d, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formae puncti minus distantis à centro speculi fit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiæ à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiæ, uel in una, semper enim punctorum æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, est æqualis arcui l m, & eadem ratione est arcus a h, æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi æqualiter se habet ad centrum, & puncta e & f, æqualiter distant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, est æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, est æqualis angulo f d k, quod est propositum.

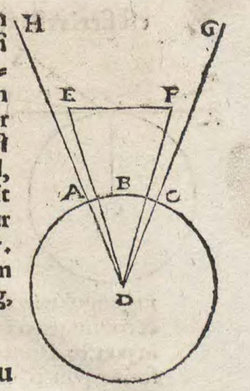


XIX.

Impossibile est duo puncta æqualis distantiæ à centro speculi sphærici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius

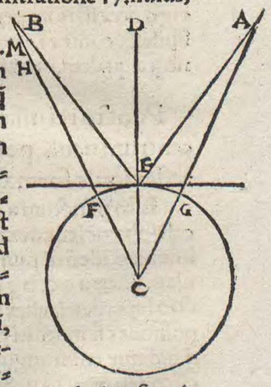
cuius centrum sit punctum d, & sint duo puncta æqualiter distãtia à centro speculi quæ sint e & f, sitꝯ centrũ uisus in pũcto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum, sitꝯ punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaqꝫ ex hypothesi, quod angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte, fiat itaqꝫ super punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui sit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniã forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nõ ergo ad punctũ g, per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmissam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod est impossibile.



XX.

Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphærici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

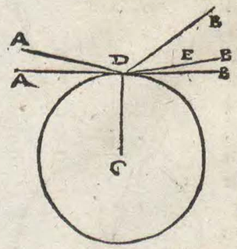
Esto b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, sit quoꝫ dati speculi conuexi sphærici centrum c, & sit circulus qui est communis sectio superficierum reflexionis, & speculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a t, secantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cũ centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea quæ patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaqꝫ per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e, patet quoꝫ per 25. tertij, quoniam arcus f e est æqualis arcui e g, eritꝯ linea c d perpendicularis super lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pũctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntꝯ duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypothesi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod est medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formae puncti b ad uisum a, & hoc est propositum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lõgior quàm a c, cum f c sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, resecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, sitꝯ f h æqualis ipsi a g, palam ergo per præmissa, qm̃ forma puncti h reflectitur ad uisum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & secũdum elongationem sui à centro circuli c, erit punctorũ ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ sunt super punctũ h, scilicet pũcta m & b, erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora centro uisus quàm pũctum e, cadent ergo in arcum e g, & secundũ approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorũ reflexionis maior elongatio à centro uisus b, hoc autẽ licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secũdum signorum punctoꝝ reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.



XXI.

Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ oblique ducta ad punctum aliquem superficiei speculi sphærici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illũ punctum.

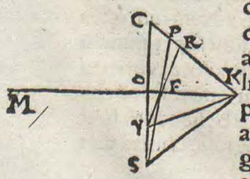


Esto a centrum uisus, & b pũctus rei uisæ, sit quoq; g. centrum speculi sphærici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ necessario erũt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nõ sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, sunt linea una, non ergo fit reflexio secundũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in pũcto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineã a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam linea m b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

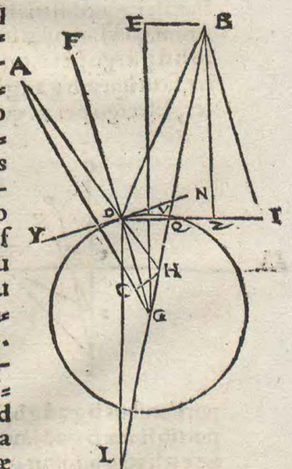
XXII.

Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphærici cõuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

Esto punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ sit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cũ enim linea o c fuerit accepta indefinita. & linea g e indefinita ducatur p̃ 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quæ sit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctũ g, quæ sit g u,

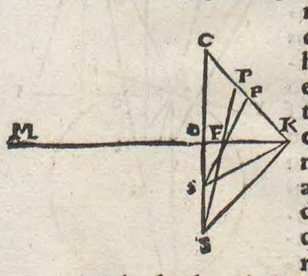


sit g u, ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui sit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietate anguli b g a, est aũt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum, aliàs enim non potest per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p̃ 32. primi, & ducant̃ lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, est sicut lineæ b g ad semidiametrũ g d, et anguli his lineis, proportionalibus cõtenti sunt æquales, erũt per 6 sexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, possibile est à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducatur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. s. ut sit eius proportio ad r k, partem lineæ quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumq; cum linea c k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam, quoniam & tunc angulus cõtentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritq; possibile inueniri punctum reflexionis, palam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ sit n d y cuius pũctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, trianguli f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes: pducatur aũt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quæ sit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̃lis est angulo s o f recto, erit ergo p̃ præmissa triangulus b q z similis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum i, ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex similitudine triangulorũ, quoniam proportio lineæ z q ad q b, est sicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, est sicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo p̃ 18. quinti, erit coniunctim, pportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo p̃ 11. quinti, erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a: ducatur ita q; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquedistans d l, p̃ 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent aũt

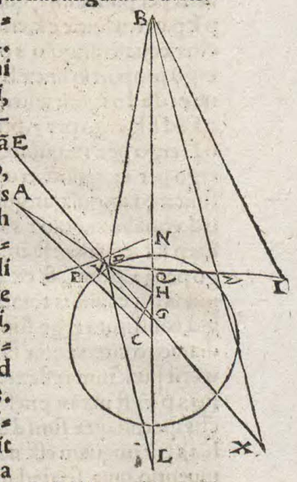


illæ

illæ lineæ, per ſecundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. ſexti, triangulus l d q ſimilis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, ſicut b i ad d l, & cum linea r ſit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis ſit ſuper lineam d i, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, ſicut lineæ b i ad d l, eſt ergo proportio lineæ b d ad d l, ſicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, ſicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ ſit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, quí ſit angulus b d l, cadatq; punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g quí ſunt æq̃les iſtis, ut patet ex p̃miſſis, ſunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã eĩ quod angulus g o n eſt rectus, per 17. tertij, ſed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k ſit rectus, et duo anguli o c k & c k o ſunt æquales recto, eſt angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmiſſis æq̃lis eſt angulo g d q, reſtat ergo ut angulus q d n ſit æqualis angulo o c k, quí ut patet ex præmiſſis æqualis eſt angulo b g e, ſcilicet medietati anguli b g a, eſt ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, ſed angulus q d b eſt medietas anguli b d l, per 3. ſexti, quoniam eſt proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b d ad d l, cũ ſicut ſupra oſtenſum eſt triangulus d q l ſimilis ſit triangulo b q i, & linea b d æqualis ſit lineæ b i, ut patet ex præmiſſis. Reſtat igitur ut angulus b d n ſit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q ſit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, eſt ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq; linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n ſunt recti. Reſtat ut angulus b d f ſit æqualis angulo h d g, ducaẽ ergo p 31. primi, linea h t æquediſtans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f eſt æqualis angulo h t d, ſed & angulus b d f æqualis eſt angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t eſt æqualis lineæ b d, ſed eſt proportio lineæ b d ad h t, ſicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ lineæ b d & h t ſunt æquediſtantes, Eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, ſicut lineæ b g ad g h, ſed ex præmiſſis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus ſimilis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l ſit ex præmiſſis æqualis angulo h g a, igitur per 4. ſexti, eſt proportio lineæ g d ad lineam d l, ſicut lineæ h g ad lineam quam ſecat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, conſtat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmiſſis proportio lineæ b d ad lineã d l, conſtat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d ſecat ex g a, ſed proportio b d ad d l, ut patet ſuperius, eſt ſicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, conſtat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipſius g h ad lineam quam ſecat h d ex g a: conſtat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a eſt linea quam ſecat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq; ut patet ex præmiſſis angulus h d f eſt æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis eſt angulo f d a, ſibi contra poſito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis eſt angulo f d a, illud ergo punctum d, eſt punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipſo angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, quod eſt propoſitum. Quando angulus c k s eſt maior recto. Quod ſi neuter angulorum, quí ſunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto ſpeculi ad uiſum: Si enim dicatur quod hoc ſit poſſibile, ſit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia fit reflexio à puncto ſpeculi d, patet per præmiſſam, quod oportet angulum b d g eſſe maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his ſpeculis ſecundum



cũdum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet ſit minor recto, Sed & idem aliter demonſtrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum uſq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quouſq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã ſexti, eſt etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ ſit d n y, & à puncto d, protracta linea d q ſecante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ d h ad d l, ſicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æque diſtans lineæ b d, quæ ſit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, proportio lineæ b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. ſexti, cũ linea t h ſit æquediſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad t h, ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h, eſt ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, ſicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a: ſed cum angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, eſt ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b, ex præmiſſis, ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l, eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. ſexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ d l, quæ ſit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per ſecundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmiſſis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, eſt proportio b i ad d l, ſicut i b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d ſunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i, eſt autem ſicut ex præmiſſis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit conſunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, ſicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, ſicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k, producatur q; linea b z intra ſpeculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b ſit rectus ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, quí eſt angulus n d g, ſit ergo punctum concurſus x, palam aũt ex præmiſſis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto, fiat ſuper punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem eſt poſſibile fieri, quia cum, ſicut patet ex præmiſſis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quod angulus q d n ſit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmiſſis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius: cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, ſunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo

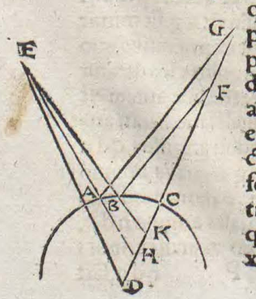


q d g, fiat ergo ſuper punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur qđ linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s, & ducatur linea s p tranſiens per punctum f, quæ ſit alia à priori linea s f p, dico quòd iſtius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio ſicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d ſit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmiſſis ſimilis triangulo s o k, eſt ergo proportio lineæ b z ad b d, ſicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, ſicut lineæ i d ad o k, fuit autem oſtenſum prius, quia eſt proportio lineæ z q ad q d, ſicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, ſicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, eſt ꝓportio totius lineæ z d ad z q, ſicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, ſicut s o ad o f, ergo per 6. ſexti, trigona z q b & o f s ſunt æquiangula, angulus ergo z b q eſt æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, ſed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis eſt angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis eſt angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. ſexti, erit triangulus b d g ſimilis triangulo s p k, & totus triangulus b g e ſimilis totali triangulo c k s. eſt igitur proportio lineæ s p ad p k, ſicut b g ad g d, conſtituto ergo ſuper centrum d, angulo æquali angulo ſcilicet s p k, & ducta ſemidiametro circuli quæ ſit g u, patet ſecundum præmiſſum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmiſſis prior angulus s p k eſt maior præſenti angulo s p k, quoniam extrinſecus, palã quod à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt d & u, fiet reflexio, quod eſt contra 16. huius non ergo poteſt angulus s p k, unquam eſſe non maior recto ſi ſecundum ipſum debeat fieri puncti reflexionis inuentio, quia ſecundum talem diſpoſitionem collocatis puncto rei uiſæ & cẽtro uiſus, non eſt poſſibile fieri reflexionem. Item impoſſibile eſt quod duo anguli cõſtituti ſuper lineam m o ſint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen ſuper g centrum circuli propoſiti fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet ſuper illud centrum angulus alius diuerſus ab iſto quam efficiet ſup k m, alia linea ſimilis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiuſdem pũcti ad uiſum eundem, quod eſt contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ ſit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, uel ſuper diuerſos ad uiſum ad quem fit reflexio, cum ſimiliter ſe habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad uiſum, erit locus imaginis puncti centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi a b c cuius centrum d, ſitq; centrum uiſus e, & kathetus incidentiæ ſit d f g, in quo ſunt duo puncta f & g, quorum formæ ſint reflexibiles ad uiſum, & ſit punctum f propinquius centro ſpeculi, & punctum g remotius, ſecetq; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior eſt à centro ſpeculi quod eſt d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypotheſim quælibet formarũ iſtorum punctorũ ab aliquo puncto ſpeculi reflectitur ad uiſum, patet cum illa puncta ſunt in eadem katheto incidentiæ conſiſtentia, quod centrum uiſus e eſt cum ambobus illis pũctis in eadem ſuperficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli a b c, ſit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uiſus e quàm punctus a, ducaĩ itaq; diameter uiſualis quæ e d, & ducãtur lineæ incidentiæ quæ ſint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ ſint a e & b e, quæ productæ intra circulum ſecabunt kathetum

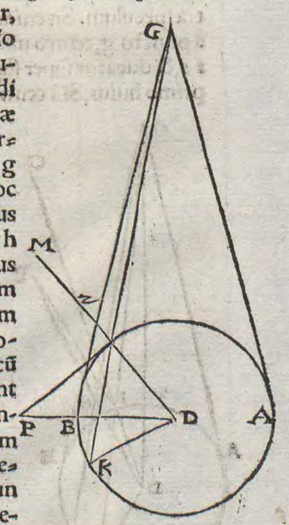


thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uiſuali, quæ eſt e d, ſit ergo ut linea e a ſecet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctũ h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, eſt propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e ſecat angulum d e k, palam quia ipſa ſecabit baſem illi ſubtenſam quæ eſt d k, eſt ergo pũctum h propinquius centro ſpeculi quod eſt d quàm punctum k, & quoniam ut patet ſecundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uiſus quod eſt e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, caduat in puncta ſemidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propoſitum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g ſunt propinquiora centro d, tanto loca ſuarum imaginum ſunt magis elongata à centro ſpeculi quod eſt d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro ſpeculi, palam quod de punctis diuerſorum kathetorum ad uiſum ad quam fit reflexio conſimiliter ſe habentium, eadem eſt demonſtratio quæ de punctis eiuſdem katheti, quoniam unicuiq; pũctorum in uno ſimili katheto ſignatorum punctus ſimilis qui ſit eiuſdem diſtantiæ à centro ſpeculi in katheto alio reſpondet illorum quorumcunq; punctorum, quia conſimiliter reſpiciunt uiſum, loca imaginum reſpectu centri ſpeculi conſimiliter ordinantur, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto ſpeculi ſphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, taliter ſecuerit, quod lineæ productæ pars quæ eſt intra circulũ ſit æqualis ſemidiametro circuli, locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi.

Eſto centrum uiſus g, & centrum ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctum d, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b r, à centro quoq; uiſus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ ſint g a & g b, eruntq; per ſecundam huius circuli a b r, portio a b apparens uiſui, & centrum eius ſit punctum d, per primam huius, quoniam autem uiſus & ſpecula mutant locũ, Sit talis facta diſpoſitio uiſus ad ſpeculum ut à puncto g, centro uiſus ductæ lineæ ſecantes circulũ a b r, pars intra circulum quod eſt corda arcus circuli qui h r, ſit æqualis ſemidiametro illius circuli, & ſit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum ſit æqualis ſemidiametro d r, hoc autem poſſibile eſt fieri, ſi per primam quarti inſcribatur circulus a b r, linea h r æq̃lis ſemediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uiſus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, ſemper eſt intra conuexã ſuperficiem ſpeculi, producatur enim à puncto h, ſuper lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ ſit h m, hæc ergo producta in circulum tranſit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cũ forma à cuius rei uiſæ reflectaĩ à pũcto h, locus imaginis ſuæ erunt ſemper intra conuexũ ſpeculi, ducatur enim à puncto h, linea conſtituens ſuper punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui ſit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pũcta huius lineæ h p a d uiſum g, à puncto ſpeculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uiſum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius pũctum, quod ſit p, & ducatur linea ab ipſo ad centrũ ſpeculi quæ ſit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis ſup ſuperficiem contingentem ſpeculũ in pũcto quo ipſa linea p d ſecat circũferentiam circuli a b r, copuleĩ quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ eſt æq̃lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmiſſis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis eſt angulo r h d, angulus igiĩ p h m eſt æqualis angulo r h d. Sed angulo r h d

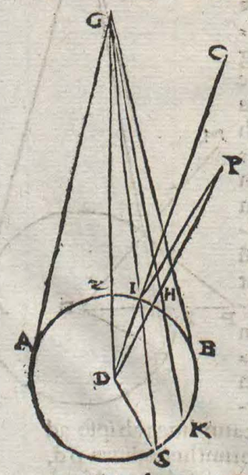


æqualis eſt angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypotheſi æqualis eſt ſemidiametro d r, angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens ſuper lineas p h & d r, facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrin ſeco qui eſt m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquediſtat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ eſt kathetus incidentiæ for mæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & r, interſecabit lineã h r interiacentes lineas æquediſtantes, quæ ſunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & ſecabunt baſem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum ſumatur in linea p h, ſemper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h r intra conuexũ ſpeculi, quoniam ſemper kathetus incidentiæ productus ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d, imago ergo cuiuſcunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum ſpeculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũq; puncto arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecant circulum, fiat reflexio: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis quæ g h r ſecet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro circuli, ducatur q; kathetus reflexionis à uiſu ad centrum ſpeculi, qui ſit g d ſecans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; pũcto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod ſit i, fiat reflexio, ducatur q; à puncto g, centro uiſus ad punctum i, linea ſecans circulum ſuper punctum i, quæ ſit g i s, & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius. Si à centro ſpeculi puncto d, producatur linea quæ ſit d i t, ſuper cuius pũctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui ſit p i t, palam ergo quod ſolum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uiſum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior eſt quàm linea h r, ergo linea i s eſt maior ſemidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i eſt maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i eſt maior angulo t i g, eſt ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmiſſis eſt æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non ſunt æquediſtantes: in infinitum tamen protractæ ex parte ſuorum pũctorum p & s nunquam concurrent, ſed ex ſuis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille ſecabit lineam g i a, quæ eſt linea reflexionis intra conuexũ ſpeculi, & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ergo ipſa eſt kathetus incidentiæ, ſicut nec eſt linea p d, & cum locus imaginis ſit in occurſu kathetí incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuſcunq; puncti lineæ p i, ſemper erit intra conuexum ſpeculi, & quoniam dato quocũq; puncto arcus h z, ſemper eadem eſt demonſtratio, manifeſtum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra ſpeculum, quod eſt propoſitum.

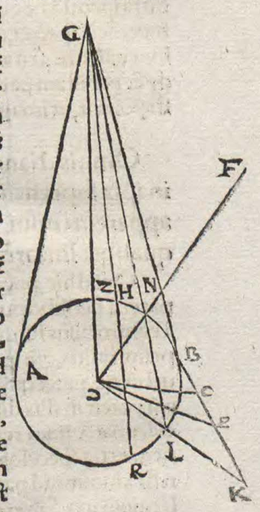


A quo

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uiſus contingit circulum, fiat reflexio, locus uiſæ imaginis quandoq; erit intra ſpeculum, quandoq; in ſuperficie conuexa ſpeculi, & quandoq; extra ſpeculum.

Remaneat totalis diſpoſitio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. ſ. ut linea reflexionis quæ g h r, ſecet circulũ a b r, cuius centrũ eſt punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro d z, & lineæ g a & g b, ſint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & ſit punctus b, propinquior puncto h, dico qđ à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uiſæ imaginis qñq; intra ſpeculũ, qñq; in ſuꝑficie ſpeculi, qñq; extra ſpeculũ. Sumaẽ em̃ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uiſum g, & illud punctum reflexionis ſit n, & ducatur linea reflexionis ſecans circulum, quæ ducta trans circulum ſit g n q, & ducaẽ à centro d, ſemidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducaẽ ꝑpendicularis d n f, & ꝑducatur ut in ꝑmiſſis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui ſit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor eſt q; linea h r, palã q; linea n q, eſt minor ſemidiametro q d, qm̃ em̃ linea h r eſt æqualis ipſi q d, ex hypotheſi, erit ergo linea q n, minor q; linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, eſt minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiuſdẽ angulus q d n, minor eſt angulo g n f, ergo & ſuo æquali qui eſt e n f, igit̃ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minoꝝ angulo; per 14. primi huius, ſit ergo cõcurſus eaꝝ in puncto e, palã aũt ut in ꝑmiſſis, q; linea e q d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, eſt ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & ſecat lineam g n q, quæ eſt linea reflexionis in puncto q, qui eſt punctus ſuꝑficiei ſpeculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod eſt n, uidebit̃ in puncto q, quod eſt in ſuperficie cõuexa ſpeculi, & qm̃ linea reflexionis quæ eſt g q, peruenit ad arcum b r, in unico tm̃ pũcto interſecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctoꝝ lineæ n e, in ipſa ſuꝑficie ſpeculi, niſi ſolũ in illo uno puncto, in quo ad iꝑm ductus kathetus ſecat lineã reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ut eſt in ꝓpoſito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, ſumaẽ punctũ ultra e, qđ ſit punctum k, ſitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ ſpeculi qui ſit k d, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt g n q, ꝑ ductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit ſectio extra ſuperficiem ſpeculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, ſumpti uidebit̃ extra ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ diſtantiã puncti incidentis, & ſemꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto ſectionis lineaꝝ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis eſt nunc in puncto l, quæ eſt cõmunis ſectio ꝑmiſſaꝝ lineaꝝ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, ſumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad ſpeculi centrũ ſecabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra ſpeculum, ſecabit em̃ ipſam in puncto aliquo eoꝝ, quæ ſunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, ſumpti uidebit̃ intra ſpeculũ, & ſimiliter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuerſis punctis lineaꝝ incidentiæ demonſtrari, & hoc eſt ꝓpoſitum. Sicut itaq; in arcu z b demonſtrauimus in ꝑmiſſis tribus theorematibus, ſic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonſtrari, qm̃ eſt oĩmoda ſimilitudo hinc inde, & idem eſt de omnibus circulis ſpeculi ſphærici cõuexi, circulo a b r, ſimilibus. Si em̃ ꝑpendicularis g z d, manente fixa linea g h, ſecundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



moueri quouſcꝙ redeat ad locum ſuũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota ſecabit ex tota ſpeculi conuexa ſuperficie motu ſuo portionẽ ſupficiei, & imago formæ cuiusli bet puncti reflexi ab aliq̃ punctoꝝ huius portionis uidebit̃ ſemper intra ſpeculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ eſt g b, moueatur quouſcꝙ ad locũ unde exiuit redeat, ſecabit ex ſphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexio ne formæ cuiuslibet puncti à quibuſcꝙ punctis ſupficiei ſpeculi deſcriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi ſimilium, tunc katheto incidentiæ ſecante lineã reflexiõis in ipſa ſuperficie ſpeculi ſemper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipſa ſuperficie ſpeculi. Sed alioꝝ punctoꝝ in illa eadem linea exiſtentiũ quorundã locus imaginis eſt intra ſpeculũ, quorundã extra ſpeculũ, ſecundũ qd̃ katheti ab illis punctis ad centrũ ſpeculi ꝓducti, ſecant lineas ſuaꝝ reflexionũ. Et qm̃ ſitus centri uiſus, uel ſuperficiei ſpeculi, uel etiam ipſius rei uiſæ poteſt multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut ſpeculoꝝ ſphæricoꝝ conuexoꝝ, quoꝝ uſus ut plurimum apud homines noſtræ habitabilis eſt cõmunis, qm̃ intra quæ ſpeculanẽ modo ſphærico diffundente ſe, artificũ ſpiritu exſufflanẽ, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut qñq; imago puncti uiſi appareat intra ſpeculũ, hoc eſt ultra ſuperficiem ipſius, qñq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, & qñq; extra ſuperficiẽ ſpeculi, ita qd̃ ſuperficies ſpeculi nõ ſit media inter imaginẽ quæ uideẽ & oculum uidentis, ſed ad latus extra uideaẽ, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per iſtam patet, qd̃ ſpeculum ſphæricũ cõuexum, centrumq; uiſus, & res uiſa ſic ſiſti poſſent, ut imago extra ſpeculũ in aere appareat, qd̃ relinquimus artificio ꝙquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter ſpeculi ſphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum portionum ſphæræ ſpeculi non apparenti uiſui, neceſſario applicatur, ex quo patet quòd ipſa eſt demiſſior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiẽ ꝓductarũ.

Quod hic ꝓponitur patet per p̃miſſas, reſumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, poteſt fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis qm̃ à centro uiſus ſub linea à centro uiſus ꝓducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, qm̃ ipſa ſecat circulum, & qñ locus imaginis fuerit in ipſa ſpeculi ſuperficie uel extra, patet qd̃ hoc nõ poteſt accidere in diametris ſpeculi applicatis arcui a b, non em̃ poteſt in illis diametris locus imaginis eſſe in ipſa ſpeculi ſuperficie, qm̃ katheti incidentiæ & linea reflexionis illoꝝ punctoꝝ in illis punctis cõcurrere non poſſunt. Sed neq; extra ſpeculoꝝ ſuperficies poteſt in illis diametris eſſe locus reflexionis, qm̃ lineæ reflexionum ad partẽ illam extra ſpeculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros ſpeculi cuiuſcunq; ſphærici conuexi in quibus loca imaginũ ſunt in ipſa ſuperficie ſpeculi, uel extra ſpeculum, neceſſario applicanẽ portioni ſpeculi non apparenti uiſui, & qm̃ portio ſpeculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ductas determinaẽ, ut patet per ſecundũ huius. Ideo manifeſtum eſt ꝓpoſitum corrollarium, quælibet em̃ diametroꝝ in qua eſt locus imaginis in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculũ, oportet ut ſit demiſſior qualibet lineaꝝ contingentiũ à centro uiſus à ſpeculi ſupficiẽ ꝓductaꝝ, & hoc ꝓponebaẽ. Poteſt aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra ſpeculũ eſſe uel altior uel demiſſior illa cõtingente, ut patet ex his quæ ſunt in p̃miſſis demonſtrata. Reſtat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

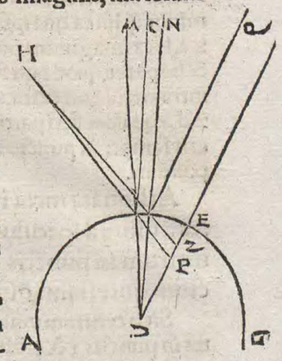
XXVIII.

Ad diametrum ſpeculi ſphærici conuexi ducta linea reflexionis ſecante ſpeculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens ſuperficiem ſpeculi & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum ſpeculi, in illa parte diametri non eſt locus alicuius imaginis, ſed eſt imaginum meta, ſicut & in illo puncto ſectionis.

Eſto circulus cõmunis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphæ-

ci conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & ſit punctũ h, centrum uiſus, punctũ q̃q; d centrum ſpeculi, & ſit d e ſemidiameter ſpeculi, quæ neceſſario eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, & ſit linea z h, linea reflexionis ſecans ſuperficiẽ conuexã ſpeculi ſuper punctũ f, & cõcurrens cũ e d, ſemidiametro ſpeculi ſuper punctũ z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qd̃ poteſt fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non eſt locus alicuius imaginis, neq; em̃ punctus z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis, niſi ſolum alicuius punctoꝝ lineæ e d ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiuſcꝙ puncti ſemper eſt ſuper kathetum ſuæ incidentiæ, & hoc eſt in ſpeculis ſphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ ſphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ ſit locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducaẽ em̃ ꝓpendicularis à centro d, ſuper punctũ f, quæ ꝓducta extra circulũ ſit d f n, & ſuper ductã perpendiculareẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui ſit q f n, eſt ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d. ſed cũ z d & z f, lineæ ex hypotheſi ſint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angulꝰ q f n, æqualis eſt angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, ſunt adinuicẽ æquediſtantes, in infinitũ ergo ꝓtractæ nunq̃ cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebit̃ ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, ſed nõ poteſt eſſe locus alicuius imaginis in puncto z, niſi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs em̃ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius interſectione cũ diametro d e, eſt punctũ z, nõ eſt ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuſcunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadẽ erit demonſtratio quãtũcunq; ſumpta diametro e d, ſed & nullus alius punctus lineæ z d pter z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis: dato em̃ qd̃ punctus p poſſit eſſe locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, ſecans cõuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto b, & ducaẽ perpendicularis d b m, & ut ſupra angulo m b h fiat æqualis angulus ſuper punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, eſt æqualis angulo p b d, ſed angulus d p b, per 16. primi, eſt maior angulo p z h, cũ ſit ei extrinſecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, ſunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, ſed angulus p d b, eſt maior angulo z d f, eo qd̃ totũ maius eſt ſua ꝑte, & etiã patet hoc p 29. primi huius. Sequit̃ ergo, ut angulꝰ d b p, ſit minor angulo d f z, angulus uero d f z eſt æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor eſt angulo z d f, multo ergo minor eſt angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor eſt angulo p d b, lineæ igit̃ t b & e d, per 14. primi huius, nunq̃ cõcurrent ad partem à qua poſſet fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uiſum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti ſe offeret uiſui ſuper aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit ſemp uacua imaginibus, nec unq̃ erit locus imaginũ in ipſa, & ſimiliter poteſt de qualibet alia diametro ꝓpoſiti ſpeculi demonſtrari hypotheſi ſeruata. Patet etiã ex p̃miſſis, qm̃ linea z d eſt eſt meta imaginum, qm̃ ſi linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq̃ apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius. lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctoꝝ e & q, ſed ad partẽ punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliq̃ punctoꝝ lineæ z d, qd̃ ſi linea f z ſit minor q̃ linea z d, tunc ſecundũ p̃miſſum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo p̃ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctoꝝ e & q, & ab illo puncto poteſt alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uiſum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis ſecundũ omnẽ ſuũ punctũ quouſcꝙ linea incidentiæ reſpectu diametri reſpiciat ꝓpoſitam diuiſionẽ, patet ergo quod cum linea z d eſt æqualis lineæ z f, quod linea z f, eſt meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã



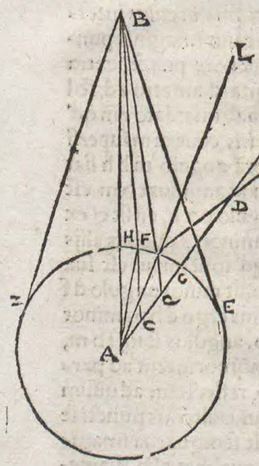
omnis

omnis uidet imago, & similiter punctus z est meta imaginum, qm ut patet ex pmissis. omnis linea incidentiæ à quocuq; puncto speculi ad uisum h, inter puncta z & d, ducta est maior cp linea quæ per illã resecat ex linea z d, qm ista est maior cp linea z f, p 14. tertij, est ergo etiã maior cp linea z d, ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior cp linea p d, uel linea z d, omnis q; linea inter puncta z & e, ad uisum h, ducta interiacens peripheriã circuli & diametrũ, est minor cp linea f z, ergo & minor cp linea z d, ergo est etiã minor cp linea quã ipsa resecat ex semidiametro d e, sunt ergo ut patet p pmissa in linea z e, loca imaginum pter cp in puncto z, in linea uero z d, non sunt aliqua loca imaginũ, & sic patet, quod punctus z, est meta imaginum, nec est differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semp ubicuq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit semper in puncto z meta imaginum, & similiter est de tota linea z d, patet ergo ppositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas præter uisualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter superficiem sphæræ & punctum qui est imaginũ meta existentibus sunt loca imaginũ illius diametri.

Sit b centrum uisus, & sunt u 3 & b e lineæ speculum sphæricũ conuexũ contingentes in punctis 3 & e, & sit a centrum speculi, & b h a diameter uisualis, & sit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t, per pcedentẽ, & per 136. primi huius, secetq; linea a d, superficiem speculi in puncto g, dico quod solum in punctis lineæ t g, quæ sunt inter puncta g & c, sunt loca imaginum diametri d g a, quia eã imagines illæ non cadant in punctũ g, qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiẽ speculi, palã per 27. huius, oportet eã semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra demissiorẽ esse puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed qd̃ quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur eã aliquod punctum lineæ g t, quod sit q, & ducatur linea â uisu ad illũ punctum quæ sit b q, secans superficiẽ speculi in puncto p, & ducat̃ ppendicularis a p l, & secundum sæpius pmissa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui sit d p l, & ducatur linea b c, secans superficiem speculi in puncto f, ducatur quoq; ppendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior est angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor est angulo a p q, sed angulus a f c, est æqualis angulo, f a t, per 5. primi, qm latus f t, est æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo a p q, maior est angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, sunt æquales per 15. primi, sunt eã contra se positi, erit angulus l p b, maior angulo p a q, est ergo p 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ qd̃ lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, fit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uisum in punctum b, à puncto superficiei speculi quod est p, per lineam p b, & locus imaginis suæ est punctum q, per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

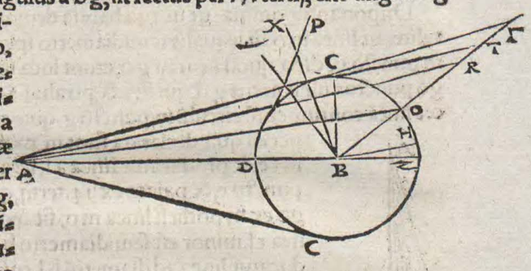


Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi taliter secante, quod pars lineæ productæ intra circulum sit æqualis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineæ secantis speculum interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea cõtingente à uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq; locus imaginis semper extra speculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi, cuius centrum sit punctũ b, sit quoq; in puncto a, cẽtrum uisus, sitq; linea b 3, diameter uisualis secans superficiem speculi in pũctis d & 3, ptrahaturq; à centro speculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, est minor quarta circuli, arcus ergo g 3, est maior quarta circuli, ergo per ultimã sexti, patet quod angulus 3 b g, est maior recto, hoc etiã patet sic, cum eã in triangulo b a g, angulus a b g, sit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, est minor recto, abscindat̃ ergo ab ipso angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquedistans lineæ cõtingenti circulũ qui est a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, pductæ nunq; concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, pducta per secũdam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo â puncto a, linea secans speculum quæ sit a m o, ita qd̃ corda m o, sit æqualis semidiametro speculi quæ sit b o, hoc aũt possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & punctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurrat̃q; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico qd̃ in quolibet puncto lineæ t o, est locus imaginis, & q; in nullo alio puncto diameter t b, est locus alicuius imaginis, & sunt puncta o & t, metæ locorũ imaginum, punctum o in superficie speculi & punctũ t, extra speculũ. Solũ eã in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g, sumatur eã aliquod punctum lineæ t o, quod sit k, & ducatur linea a n k, secans conuexam superficiem speculi in puncto n, & ducatur ppendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus sup punctum n, ut in alijs pmissis, & pducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, sit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ptrahat̃q; perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus eã concursus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ sunt b & g, non eã secat speculũ neq; secat lineam ipsum speculũ contingentem in puncto g, quæ est a g t, nisi in uno pũcto quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio super punctum g, ubi fit reflexio ad uisum existentem in puncto g, & sic duæ lineæ rectæ superficiem includerent qd̃ est impossibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebit̃q; imago eius in puncto k, in cõcursu katheti incidentiæ, qui est f b, cum linea reflexionis, quæ est a k extra speculi superficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t est demonstrandũ, & imagines oĩm uident̃ extra speculum, & qm̃ â puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorũ lineæ b f, qm̃ oĩes lineæ reflexionũ â puncto m ad punctũ a, factarũ æquedistant diametro b f, qd̃ patet si ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur usq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

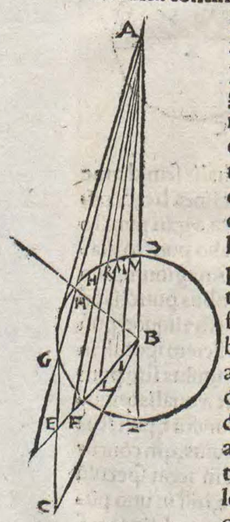


æqualis angulo q m a, tunc eñ quia anguli b m o, & m b o, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto speculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctoꝝ diametri b f, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea t o, ita quod puncta t o sunt loca imaginum, patet ergo ꝓpositum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quẽcunq; punctum arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexã superficiẽ, unũ tm̃ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, sit æqualis semidiametro speculi, & linea a g t, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l, & ptrahaī à centro speculi diameter b l, usq; quo secet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ est a t, secabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata sunt in ꝓxima p̃cedente. Sit ergo punctus sectionis e, & producatur linea a l, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor est q̃ linea m o, cũ ergo ex hypothesi linea m o, sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l, minor est semidiametro b l. Si ergo p. 136. primi huius, à p̃cto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia ſi detur ut cadat inter p̃cta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis eñ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de linea b p, quæ est maior q̃ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Est aũt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, est minor q̃ linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neq; in puncta l, ꝓpter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, secans portionẽ apparentem speculi in puncto u, cuius pars u i, sit æqualis parti diametri quæ est b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur eñ aliquod punctum lineæ l e, quod sit f, & ducatur linea f a, secans apparentẽ portionem speculi in p̃cto h, & ducatur à centro speculi perpendicularis quæ sit b h k, fiatq; per 23. primi super punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui sit h k n y, palamq; ex præmissis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam linea h y, cadit extra speculum, forma ergo p̃cti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq; à puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum linea reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ l e, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum b l, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto locus



locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se interſecat linea reflexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq; punctũ cuius formæ imago uidet in p̃cto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet ꝑ 17. Sed ut patet ꝑ 29. huius, oẽs formæ p̃ctoꝝ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctoꝝ sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod p̃ctum nunq̃ apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculi situ dispositio, ut patet ex hypothesi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, sequũtur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi. s. in p̃cto l, & eodẽ modo in q̃libet puncto arcus o g, poterit demõstrari diametris data p̃cta arcus o g, transeuntibus & superficiẽ speculi secantibus, prout demonstrationũ necessitas requirit.

XXXII.

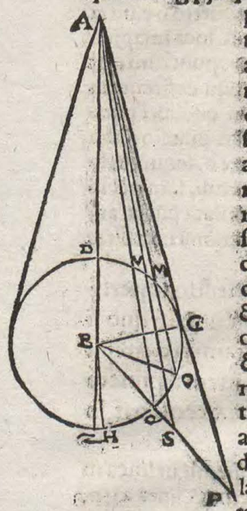
In quemcunq; punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

Disponant̃ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, sic secet circulũ speculi, ut linea m o, sit æq̃lis semidiametro speculi, & sic ut ī 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat speculũ in p̃cto g, dico q̃d arcui o h, kathetis icidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit semp extra speculũ, ducat̃ eñ per alĩ q̃d p̃ctoꝝ arcus o h, diameter b q, q cõcurrant cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cẽtro uisus linea a u q, secans supius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, est æqualis lineæ o p, & linea u q, est maior q̃ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, est maior q̃ linea q b, linea quoq; ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ est æqualis parti diametri p b, interiacenti ipsam & centrũ speculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc sit possibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̃ linea q b, quoniam si linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior q̃ linea u q, per 14. tertij. Restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq; linea taliter ducta, citra p, & sit punctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq; puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis ꝓpositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero oñes sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq; imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq; quod proponebatur.

XXXIII.

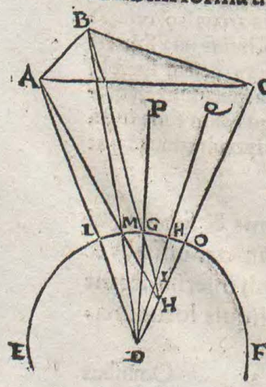
In arcum circuli communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus aliꝭ diſpoſitis ut in proxima ſuperiori figura, dico ꝙd in arcum h z, nō poteſt cadere aliqua diameter in qua ſit locus alicuius imaginis, qm̄ em̄ linea contingens quæ eſt a g p, æquediſtat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uerſus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ eſt a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad ſuperficiem ſpeculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipſius ſpeculi, utpote in portionē circuli quæ eſt g z c, & nulla ipſarum cadit in portionem circuli g d c, uiſui oppoſitam, niſi ſecando ſphæram ſpeculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uiſui apparentē uel ad uiſum, omnia aūt iſta quæ in ſemicirculo d g z, & in eius arcubus in præmiſſis theorematibus declarata ſunt, in arcubus quoq; ſemicirculi d c z, ſimiliter poſſunt demonſtrari ut in arcubus ſemicirculi d g z, ſimilibus enim acceptis utrimq; diſpoſitionibus arcuum & ſimilibus factis ꝓtractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent paſſiones, & idem eſt demonſtrādi modus, & ſimiliter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, poteſt in uno quoq; circulo qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum reflexionis & ſuperficiei conuexi ſpeculi ſphærici declarari. Vnde omnes paſſiones probatæ ſecundum quoſcunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam ſpeculi ſuperficiē, ſicut ſi punctus g, uel aliter punctus ſignatus moueatur per ſphæræ ſuperficiem & circulum deſcribat, paſſiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera ſuperficiei contenta ſub terminis æquediſtantiū circuloꝝ per totam ſphæram ſpeculi: ſicut ſi arcus aliquis æquediſtās polo motus ſpeculi aliquā ſuperficiem diſtinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, ſignabit ipſa motu ſuo ſecundum punctum z, portionem ſphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & ſi linea b z, immota exiſtente moueatur arcus o h, deſcribetur portio ſphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta exiſtentes ſunt extra ſpeculum, moto uero arcu o g, fiet portio ſpeculi, cuius diametrorum quædam imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, quædam extra, & quædam intra ſpeculū, uerum uiſus non ſemp comprehendit quæ imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, uel quæ ſint extra, nec certificatur in iſtorum comprehenſione, niſi intimū, quia ſentit quod ſunt ultra portionem ſphæræ apparentem. Sic ergo ex præmiſſis 6. theorematibus patet in propoſitis ſpeculis loca imaginum eſſe determinata, ſecundum quod imagines horum ſpeculorum uni tantum uiſui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uiſibus à duobus punctis reflexionis ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis eſt locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uiſuum a & b, & punctus uiſus ſit e, ſitq; d centrum circuli magni, qui eſt ſecans ambos circulos, qui ſunt cōmunes ſectiones ſuperficierum ambaꝝ reflexiōis & ſpeculi, à cuius punctis ſit reflexio, & cuius portio apparens uiſui ſit e f, ſitq; punctus reflexionis & ſpeculi formæ puncti c, ad uiſum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uiſum b, ſit punctus h, & ducaſ kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrū ſpeculi, qui ſit e d, ſecans circulū in puncto o, ſecetq; linea reflexionis quæ eſt a g, ꝓducta ipſum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in punctō i, ſuntq; primo uiſus ambo æqliter diſtantes à cētro ſpeculi d, & à punctō rei uiſæ qd eſt c, dico qd ambob9 uiſib9 a & b, formæ puncti uiſi c, licet duo ſint reflexionum puncta ſquæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus eſt imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d, à centris amborum uiſuum ad centrum ſphæræ ſecantes ſpeculum in punctis l & m, & palam, quoniā illæ lineæ ſunt æquales, oculis enim æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi quod eſt d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cōtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, ſunt æquales: ſi ergo ſitus puncti c reſpectu utriuſq; uiſus a & b ſit idem, ita ut linea a t ſit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uiſualium ſcilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus ſpeculi l o & m o ſunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uiſuales ſecant ex circulis cōmunibus ſuperficiebus ſpeculi & reflexionis arcus, & continēt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palā per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ ſunt h & g, & punctum o, ſunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ ſunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o ſunt æquales, & ſemidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ ſunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uiſus æqualiter diſtantes à centro ſpeculi ſecundum æquales angulos ſunt incidentes, eruntq; ſimiliter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g neceſſario ſe ſecant, quoniam cum anguli ſunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto neceſſe habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uiſus propter æqualem diſtantiam amborum uiſuum à puncto rei uiſæ, & à centro ſpeculi ſunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter ſe æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonū g c h eſt æquiangulum trigono h c i, & linea c h eſt æqualis ipſi lineæ e g, erit ergo per 4. ſexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipſi lineæ c i, puncta ergo k & i ſunt pūctus unus, ſuper idem ergo punctū katheti c d, erit ſectio ambarum linearū reflexionis, quæ ſunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui eſt c d, & in hoc puncto utriq; uiſui apparebit imago, uidebitur ergo una ſola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uiſus non æqualiter diſtent à ſpeculo uel à re uiſa, ad huc tamen unica uidebiť imago, licet enim imago pūcti uiſi cadat in diuerſis pūctis perpendicularis, hoc tamen eſt imperceptibile, imago ergo cuiuſcunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, ſemper ſeruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pūcti uiſi ab uno uiſu modico, eſt maior q̄ ab alio, & ob hoc loca imaginum ſunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent ſimiliter, qm̄ ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nō taliter à ſe diſtant, licet ptialiter aliquātulū diſtent, patet ergo ꝓpoſitū. Poteſt tamen quādoq; & hoc accidere, ut ſi forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uiſuū, qd' ꝓpter obliqtatem una forma uideatur duæ, ut cum in una ſuperficie reflexionis ſunt centra ambaꝝ uiſuum, tunc enim præmiſſi anguli in cētro ſpeculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, ſicut & nos in ſimplici modo uidēdi diximus in quarto libro huius capitulis de uiſione numerali, ſed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliqd diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

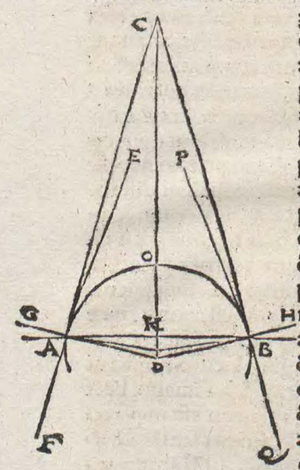
In ſpeculo ſphærico cōuexo eſt ordinatio punctorum imaginū in ambobus uiſibus, ſicut ordinatio punctorum rei uiſæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ eſt in re uiſa duo katheti ad centrum ſpeculi, palā ergo quod tunc erit triangulus in quo cōtinebuntur omnes imagines omniū punctoꝝ illius lineæ & ſi in illa linea ſit punctus non eiuſdem ſitus reſpectu amborum imaginū puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinqoris in ꝓpinquiori, qm̄ ſemper imago cuiuslibet rei uiſæ uidebitur in cōcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentie ducto ab illo puncto ad centrū ſpeculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obſeruabitur ſitus p artiū in imaginibus ſicut fuerit ſitus in punctis uiſis. Sumpta uero linea in qua eſt punctum eiuſdem ſitus, quodlibet pūctum illius lineæ eiuſdem erit ſitus reſpectu oculorum. Si aūt ſumať linea quæ angulū quā continent duæ lineæ à cētris oculorum ad punctū uiſum ꝓductæ diuidit per æqualia, ſitus cuiuslibet puncti illius lineæ quātumcūq; ꝓductæ eſt ſitus cōſimilis utriq; uiſui ſicut uni, patet ergo propoſitū.

XXXVI.

In quibuſdam ſitibus poſſibile eſt à ſpeculis ſphæricis conuexis pluribus uiſibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b, cuius centrum ſit d, & ſit punctum c, punctum rei uiſæ, ducaturq; linea c d, à puncto uiſo in centrum d, ſecans ſpeculi periferiã in puncto o, ſitq; arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypotheſi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, qm̃ anguli c a b & c b a, ſunt æquales, ſed & anguli e a o & o b a linea curua & recta contenti ſunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, ſunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; ſup punctũ a terminum lineæ e a cõſtituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui ſit g a c, & ſuper b terminũ lineæ c b cõſtituatur angulus æqualis angulo p b c, qui ſit h b c, eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Poſitis itaq; uiſibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uiſus exiſtentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h, à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d ſunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ ſimiliter cõcurret p præmiſſa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmiſſis linea a t eſt æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipſi b d, quia ſemidiameter & linea c d cõis eſt ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æqles, per 8. primi, & angulus g a c, eſt æqlis h b c, ſed & angulus p b c oſtenſus fuit æqualis eſſe angulo e a c. eſt ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k eſt æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis eſt angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, cũ a c ſit æqualis ipſi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, qm̃ latus c k eſt in ambobus trigonis æquale ſibijpſi, ſed pũctus k eſt locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uiſibus idem locus imaginis, ſecundum ergo propriã faciẽ aſpicientes uideãt ſiue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uiſus in pũctis g & h exiſtentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo tranſeunte pũcta b & a, qm̃ in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto diſpoſitis uiſibus eadem eſt demonſtratio, palã ergo propoſitũ. Si aũt anguli reflexionũ ſunt diuerſi, tunc res una diuerſis uiſibus in locis uidebit diuerſis, & plura idola obtinebit, & hoc eſt notandũ, & ſatis patuit per præmiſſa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuerſis punctis diametri ſpeculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum conſtituunt diuerſa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propoſitum.



XXXVII.

In ſpeculis ſphæricis conuexis minor eſt diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie, quàm ipſius rei extra.

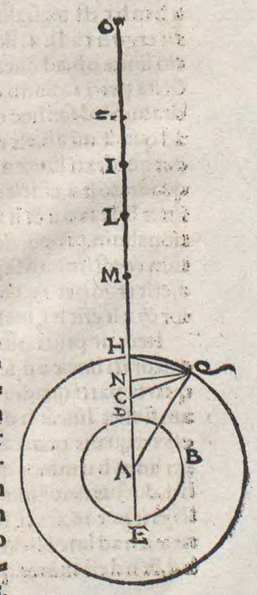
Eſto circulus, qui eſt cõis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uiſa oblique incidens ſpeculo ſit e f, ſitq; centrum uiſus b, & reflectatur punctus e, à puncto ſpeculi h ad uiſum b & f, à puncto q, ducanturq; lineæ e h, h b, f q, q b, & ducanꝫ perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. ſecetq; linea e z circulum ſpeculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra ſpeculum ſecet e z in puncto a, & b q ſecet f z in puncto g, & producatur li

tur linea à g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ ſit h t, & hæc producta ſecet lineam e z in puncto t, eritq; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, ſecetq; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineam e z per 11. primi, quæ producta ſecet e h lineam in puncto d, & ſit d t, quia itaq; angulus b h l eſt æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis eſt angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t eſt æqualis angulo t h a, ergo per tertiam ſexti erit proportio lineæ e h ad h a, ſicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h eſt maior q̃ linea h a, ergo & linea e t eſt maior, quàm t a. Quòd autem linea e h ſit maior quàm linea h a, patet; cum enim angulus e t d ſit rectus, erit angulus e t h maior recto; eſt ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior eſt angulo e h t, p̃ 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t eſt æqualis angulo a h t, ut patet ex præmiſſis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes ſimul ſumpti ſunt æquales angulis trigoni a t h, oĩbus ſimul ſumptis per 22. primi. Relinquit̃ ergo angulꝰ t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t, In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior eſt angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius eſt latere h a, per 18. primi: maior eſt ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r eſt maior quàm linea r a. Sed linea r a eſt diſtantia imaginis puncti a, à ſuperficie ſphæræ ſpeculi intra ſpeculum, & linea e r eſt diſtantia puncti uiſi, qui eſt e, à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum, & ſi à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, ſecet ipſum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis ſuper f z, quæ producta ad f q ſit m n, patebit ſimiliter, quoniam linea f k eſt maior quàm linea k g. hoc eſt ergo propoſitum. q̃niam ſi à mediis punctis lineæ e f, ducantur lineæ ſicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipſorum, quæ per 11. huius cadunt omneſ in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conſpecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uiſu comprehendi non poſſit, nonnunquã uidebitur imago rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per ſe uiſui occurrens.

Sit a centrum ſpeculi ſphærici conuexi, & circulus qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit e d b, & ſit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, uſq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, ſit æquale quadrato a d, ſemidiametro per 127. primi huius, ac ſi e d & a d ſint duæ lineæ datæ. Diuidaturq; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. ſexti, iſtud quod fit ex ductu a h in d z, eſt æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam ſexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale eſt quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius eſt quadrati h d, per 3. ſecundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus ſecundum quantitatem lineæ a h, quæ neceſſario æquediſtabit circulo priori, quoniam ipſorum eſt idem centrum punctum a, & ipſorum ſemidiametri ſunt ĩæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ ſit h q, & producantr lineæ q a, q t, & ſuper punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uiceſimamtertiam primi, qui ſit h q n, ducta linea q n ſuper lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis eſt angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,



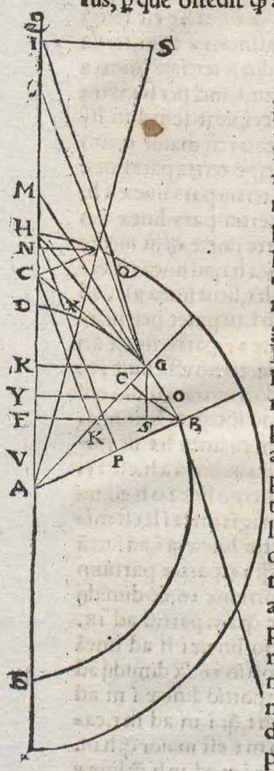
lis per 32.primi.ſ.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h, ſicut q h ad h n,ergo per 16.ſexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h q,ſed quadratū h q eſt 4. pars quadrati h d,ꝑ 4.ſecūdi,eſt em̄ h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n,eſt æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, eſt ergo linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.ſexti,cadit ergo punctū n,inter pūcta h & t, remanetq; linea t n, tres quartæ lineæ h t,reſtat ergo ut ductus h t in t n,ſit tres quartæ q̄drati h t,per 2.ſecundi. Sed & per 1.ſexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadrati h d,qm̄ aūt angulus a q h,eſt acutus ꝑ 42.primi huius,& ipſe eſt æqualis angulo q h a per 5.primi,qm̄ latera a h & a q,ſunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, eſt æqualis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, eſt æquale lateri h q, & angulus h n q eſt acutus,ergo ꝑ 13.primi,angulus q n t eſt obtuſus,ergo quadratum lineæ t q,amplius eſt quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h,ꝑ 12.ſecundi. Si em̄ â puncto q,ducat perpēdicularis ſup h n,palam per 31.primi huius,cū latera q h & q n,ſint æqualia qđ ipſa cadet in medio pūcto lineæ h n, ex prima uero ſecundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatē h n bis.

Sed ductus t n in n h,cū quadrato n t,æqualis eſt ductui h t in t n, per 3.ſecundi, igitur ductus h t in t n, eſt exceſſus quadrati lineæ t q,ſup quadratū lineæ n q,ergo & ſup quadratum h q,cū h q,ſit æqualis ipſi n q,ſi uero quadratū t q,eſt maius quadrato h q, & linea t q,erit maior linea h q,ſit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,ſicut t q ad q h, quia ergo linea q t,eſt maior q̄ꝫ linea q h,erit linea a i, maior q̄ꝫ linea a h,erit quoq; per 18.ſexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratū lineæ h q,qm̄ ſicut ſimpli ad ſimplū, ſic dupli ad duplū,proportio uero quadratoꝝ dupla eſt ꝓportioni lateꝝ ex 18.ſexti,erit ergo per 17.quinti,exceſſus quadrati a i,ſuper quadratū a h,ad quadratū a h,ſicut ductus h t in t n,ad quadratū q h,& qm̄ ex 4.ſecūdi,& ex p̄miſſis quadratū lineæ q h, quater ſumptum,efficit quadratū lineæ h d,& ductus h t in n t, quater ſumptus efficit triplum quadrati h t,ideo qđ ductus h t in t n,eſt tres quartæ quadrati h t,ut p̄miſſum eſt, quater uero tria ſunt 12.in quibus tria integra continent̄,erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t n,ad quadratū q h,ſicut tripli quadrati h t,ad quadratū h d. Sit aūt h o, linea tripla ad lineam h t,erit ergo per primā ſexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, ſed qm̄ ductus a h in h t,eſt æqualis quadrato h d,erit per 16.ſexti,ꝓportio h a ad h d,ſicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, ſicut quadrati h t,ad quadratū h d,ex corollario 17.ſexti. Verū ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a,eſt ſicut ductus o h in h t, ad ductū a h in h t, ex prima ſexti, & ita per 11.quinti,eſt ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a, ſicut tripli quadrati h t,ad quadratum h d,ſed hoc erat ꝓportio exceſſus quadrati lineæ a i, ſuper quadratum lineæ a h, ad quadratū a h,eſt ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, ſicut quadrati lineæ a i, ad quadratū a h, exceſſus em̄ quadrati a i,ſuper quadratū a h, cū quadrato h a,efficit quadratū a i,igit̄ ex 17.ſexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a,eſt.n.ut in corollario 17.ſexti,ꝓponit̄,triū lineaꝝ continue ꝓportionalium,proportio primæ ad tertiā,ſicut quadrati conſtitutæ ſuper primā ad quadratum conſtitutum ſuper ſecundam.igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,eſt ſicut lineæ i a ad h a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio reſidui ad reſiduum.ſ.o i ad i h,cū itaq; i a,ſit maior q̄ꝫ a h,erit o i,maior q̄ꝫ i h,ergo linea i h,eſt minor medietate lineæ o h.

Item ut prius oſtenſum eſt ductus lineæ a h,in lineam h d,eſt æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,ſed linea a d, eſt minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, eſt minor quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d eſt minor quarta parti lineæ a d, quoniam ſi eſſet lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1.ſexti ductus a d in h d eſſet æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo ſint altitudinis lineæ a d,eſt ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h. cū itaq; linea a h ſit maior q̄ꝫ quintupla lineæ h d,ductus uero lineæ a h in lineā h t,ſit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmiſſis,erit per 16.ſexti, linea h d maior q̄ꝫ quintupla lineæ h t,quoniā quæ eſt proportio h d ad h t,eſt ergo h t minor quinta parte lineæ h d,& h d eſt minor quinta parte lineæ a h,ergo h t eſt minor 25.parte lineæ a h; eſt aūt ex

ex præmiſſis ꝓportio lineæ o i ad i h,ſicut lineæ i a ad h a, ergo per 18.quinti erit cōiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h,ſicut lineæ i a cū linea a h,ad lineā a h. ergo per 15.quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad ſecundam,ſicut tertiæ partis ipſius tertiæ lineæ ad quartā:quia uero linea h o aſſumpta tripla lineæ h t, patet q; linea h t eſt tertia pars lineæ o h,eſt ergo proportio lineæ h t ad i h,ſicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineā a h. Eſt igitur ꝓportio lineæ h t ad i a,ſicut duaꝝ tertiaꝝ lineæ a h cū una tertia lineæ i h ad lineā a h,quia enim linea a h bis accipitur,ſemel per ſeipſam & ſemel in linea i h,ergo & eius tertia bis accipitur:linea uero i h accipitur ſemel in linea a i,unde & eius tertia eſt tantū ſemel accipienda,quia uero linea o i eſt maior quàm linea i h,ut ſupra patuit,& linea i h eſt minor medietate lineæ o h,ergo tertia pars lineæ i h erit minor ſexta parte lineæ o h per 15.ſexti. Sed cū linea h t ſit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t eſt æqualis ſextæ parti lineæ o h,eſt ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t,ergo duæ tertiæ lineæ a h cū minore parte lineæ q̄ꝫ ſit medietas lineæ h t,habuit ꝓportionem ad lineam a h,illā quam habet linea h t,ad lineā i h,ergo econtrario per 5.primi huius,erit proportio lineæ i h, ad lineā h t,ſicut linea a h, ad duas ſui tertias,cum linea minore medietate lineæ h t,eſt aūt linea h t,ut patet per præmiſſa minor 25.parte lineæ a h,& eius medietas minor eſt medietate 25.partis lineæ a h Sed linea a h in 25.partes diuiſa,duæ eius tertiæ cū medietate 25.partis nō efficiunt 18. partes ipſius,qm̄ duæ tertiæ de 24.ſunt 16.& remanet unū,cuius duæ tertiæ cū illo qđ eſt minus dimidio,fortè eſt plus q̄ꝫ unū integrum,minus autē q̄ꝫ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineā h t,eſt maior q̄ꝫ 25.ad 18.per 8.quinti. Item cū linea h t ſit minor 25.parte lineæ a h,erit linea a t,maior 24.ptibus illaꝝ partiū,quaꝝ linea a h,eſt 25. Sed linea i h,eſt minor medietate lineæ o h, eſt aūt o h,tripla ipſi h t,ergo linea o h,eſt minor una & dimidia partiū ex ptibus,quaꝝ a h,eſt 25,ergo multo magis linea i h,eſt minor una parte & dimidia illaꝝ 25.ptium lineæ a h :eſt ergo ꝓportio lineæ a i,ad lineā a t,ſicut lineæ minoris q̄ꝫ 26.partes & dimidiæ ad lineam maiorē q̄ꝫ 24.partes partium earundem. Eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26.& dimidij ad 24.per 8.quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineā h t,eſt maior q̄ꝫ 24.partiū ad 18. quoniā ex præmiſſis ipſa eſt maior q̄ꝫ 25.partiū ad 18. Igit̄ ꝓportio lineæ i h ad lineā h t, eſt maior q̄ꝫ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t.qm̄ minor eſt ꝓportio 26.& dimidij ad 24.q̄ꝫ 24 ad 18.quæ eſt ſeſquitertia. Fit quoq; per 3.primi huius,ꝓportio lineæ i m ad lineā m t,ſicut lineæ i a ad a t. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t,q̄ꝫ i m ad m t. cadit ergo pūctus m inter puncta i & h,per 9.primi huius,linea ergo m t eſt maior q̄ꝫ h m. ergo ꝑ 8.quinti,maior eſt,ꝓportio i m ad h m,q̄ꝫ ad m t,ergo maior i m ad m h,q̄ꝫ lineæ i a ad a t,ergo maior ꝓportio i m ad m h,q̄ꝫ i a ad a h,qm̄ per 8.quinti maior eſt ꝓportio i a ad a t,q̄ꝫ ad a h.cū a t ſit minor quàm a h. Sit ergo per 3.primi huius,ꝓportio lineæ i l ad l h,ſicut lineæ i a ad a h,cadet ergo ut prius pūctus l inter duo puncta m & i,quod poteſt oſtendi ſicut prius. Et his ſic præmiſſis innouabimus figurā. Fiat itaq; omni modo diſpoſitio ut in præmiſſa figuratione,& in demōſtratione ulterius ꝓcedat̄. A pūctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cōtingentes circulū d b e,ꝑ 16.tertij,quæ ſint l b & m g.& copulentur lineæ i h,h b,i g,t g, a b,a g,& educātur lineæ a b,a g,ad circulū exteriorē quælibet in punctū z,quia itaq; ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ i l ad lineā l h,ſicut katheti i a ad ſui partē a h,patet per 12.huius,qm̄ punctus h eſt locus imaginis formæ puncti i,reflexæ â puncto ſpeculi,quod eſt b,quia danti oppoſitum accidit contrarium proportionis prædemonſtratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a,ad lineam ductam ad locum imaginis â puncto a,ſicut lineæ i l ad lineam ductam â pūcto l ad locū imaginis,& quia ut præoſtenſum eſt,ꝓportio lineæ i l ad lineā h l,eſt ſicut lineæ i a ad h a:erit ergo punctus h locus imaginis,erit quoq; angulus i h z contentus ſub linea incidentiæ i b,& ſuper perpendiculari a b z,ducta â centro ſpeculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a,quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z,quoniam ut patet per 9.huius,illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ,quæ eſt a i; uterq; enim illorū angulorum eſt æqualis cui-

dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrū uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquat angulus i b z, p 20. quinti huius, p quē ostēdit q angulus incidētiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cū pūctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cōtingens circulū in pūcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cū linea m g sit cōtingens circulū in pūcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundū præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimā secundā primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus, angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p: & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam

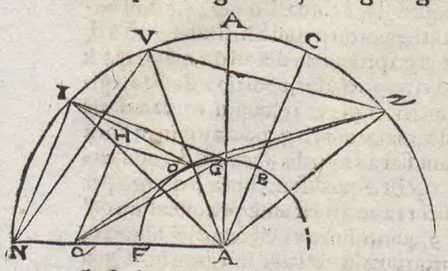


neam a t: & cum h p sit æqualis ipsi h b, & t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b, ad excessum quadrati a t, super quadratum t g, sicut lineæ a h, ad lineam a t, quia uero per 25. tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h, in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h, ad circulum d b e, q per 60. primi huius, & per 8. erit minor quàm linea h b, illud quod fit ex ducto lineæ e h, in lineam h d, est minus quadrato lineæ h b, patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h, in b d, minus est quadrato h b, fiat ergo per 127. primi huius, ut illud quod fit ex ductu a h in h u, minorem linea h d, æquale sit quadrato lineæ h b, & quoniam linea a h est maior q̄ linea h b, erit quoq; a h maior quàm h u, abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiā primi in puncto u, patet itaq; per 2. secundi, quia quadratum lineæ a h, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u, & in a u, illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b. Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u, ad excessum quadrati a t, super quadratū t g. Si itaq; duæ lineæ a h & a t, ducant̄ in lineam a u, erit per 1. sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u, ad illud quod fit ex ductu a t in a u, sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti, illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u, est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n, est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g, palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u, est æqualis quadrato h b, & ductus a t in t u, est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uicesimam nonam tertij, ducaturq; linea a o, & à punctis b & o & g ducantur tres p pendiculares super lineam a h per duodecimam primi, scilicet b f, o y, g k, & à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h, per tricesimamprimam primi, quæ sit g s, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g, quæ sit b t, & hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli, diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcū cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g, quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij. Sed ille angulus per uicesimamsextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a, igitur angulus c b g est medietas anguli g a u. est ergo per uicesimamsextā tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti, ergo per tricesimam tertij, si imaginetur circulus, cuius diameter sit b g, transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c, & fiet arcus c s, in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimamsextam tertij sunt æquales. Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimamnonam primi, quoniam lineæ g s & a y æquedistant: est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s, ut autem prius ostensum est, angulus e b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s, sed anguli a y o & g s b sunt recti, est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s, ergo per quartam sexti, est proportio lineæ g b ad lineam b s, sicut lineæ o a ad lineam a y, & proportio g b ad g s, sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius, palam per decimamtertiam secundi, quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis, igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b, maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis, quæ est a d, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis, est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h, in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cū quadrato lineæ a d, est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d, per septimam secundi: quadratum ergo lineæ a d, cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;, auferatur: remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cū eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis, æquale quadrato lineæ h p. Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod ex ductu a b in h u, est

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, quí communis ponitur utrobiq; , relinquit̃ ut illud qd̃ fit ex ductu a h in t b semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u duplata linea d f. Item cũ angulus a t g sit acutus, erit secundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei qd̃ fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qd̃ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t ø: ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t ø, est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo qd̃ fit ex ductu a t in t ø, restat ut illud qd̃ fit ex ductu a t in in ø u semel, sit æquale ei qd̃ fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea ø u est dupla lineæ d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea ø t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimã sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t ø est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, quoniam eiusdem lineæ quæ t h ptioribus antecedenti & consequenti fit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t ø, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t ø ad lineam h t. Sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quàm t ø ad h t. Sed t ø est dupla ad f k, ut patet supra, ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimamsextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli diffinitionem, & g s est æqualis ipsi f k per tricesimamquartam primi, erit ergo per septimam quinti, proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea c d: sed linea n d est maior quàm c d, ergo i h est multo minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multo minor quàm n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per diffinitionem perpendicularis. ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangula, ergo per quartam sexti est proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a sed linea m g est minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quàm linea k g. Sed linea k g est minor quàm linea o y, per decimamquartam tertij, & linea h d est minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est proportio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q sit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineæ h t, ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

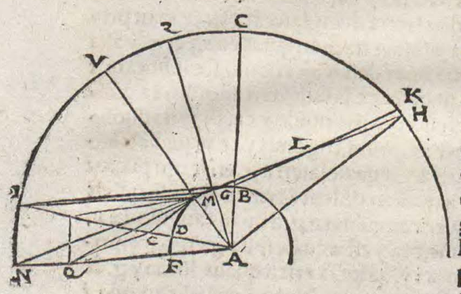
ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior q̃ f k ad o y. Item linea a q, secat circulũ e b d, sit punctus sectionis x, & ducat̃ corda d x, quæ ꝓpter æquedistantiã arcuũ h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, ꝓportio h q ad a h, sicut d x ad a d, sed ꝓportio h q ad h a, est maior q̃ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior q̃ f k ad o y, est aũt ex p̃missis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior ꝓportio x d ad d a, q̃ b g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior q̃ corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, ꝓducatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundã sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit ꝓportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est aũtẽ præostensum qd̃ est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ t q, cum ipsaꝝ ambaꝝ ad lineam q h, eadẽ sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus assumendaꝝ lineaꝝ excedit multipliciter numerum literaꝝ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipsaꝝ literaꝝ, mutetur figura, & qm̃ linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrũ a, secundũ ipsarum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n, sitq; circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & ꝓducantur lineæ a b & a g, usq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ a b c, & a g r, permutenturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, sit linea a f n, ponaturq; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f eritq; ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã sexti, si prius per 23. primi, super a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui sit b a m, ꝓducatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & sit a m u, ducant̃ etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducant̃ lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, sit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia ita q; trigonoꝝ n a m, i a b, duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cũ in præmissa proxima figuratione linea a h, fuerit posita æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonoꝝ q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo p 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i, & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q est æqualis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia ita q; angulus n m u, est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut p̃ostensum est, æqualis est angulo h b a, angulo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z, tota est extra circulũ, qa cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, qm̃ ostensum est, quod linea b h, est æqualis lineæ q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet qd̃ contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igit̃ cũ linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, qm̃ ipsa secat circulũ, est ergo tota linea m z, extra circulũ, qm̃ linea q m z, posita est esse linea una recta, propter qd̃ etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit̃ à p̃ncto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter distãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni existente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

26.tertij,angulus n a u,eſt æqualis angulo u a z. Sed ex p̄miſſis patet qđ angulus n a u, eſt æqualis angulo i a c,erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g,aut erit æqualis angulo g a m,aut minor aut maior,ſit primo æqualis, ſi igitur ab angulo i a b,ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus g a m,remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g,& quia duo latera i a & a g ſunt æqualia duobus lateribus z a & a g,ergo per 4. primi,erit linea i g,æqualis lineæ z g, & angulus i g a,æqualis angulo z g a, ergo per 13. primi,angulus i g r, eſt æqualis angulo z g r, fiat itaq; ſup g terminū lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r,per 23.primi, qui ſit angulus t g a, ducta linea g t,ſuper lineā i a,erit ergo angulus t g a,æqualis angulo z g r. Si igiť linea t g ,pducatur ad periferiam circuli,palam per 15.primi,qm̄ ipſa perueniet ad punctum z, linea em̄ z g & t g,coniunctæ in puncto g,ſiunt linea una per 14. primi, eſt ergo t g z linea una recta,forma ergo puncti i,reflectiť à puncto ſpeculi g, ad uiſum exiſtentem in puncto z,& locus imaginis eius eſt punctum t,palam itaq; qm̄ ad uiſum exiſtentem in puncto z,reflectuntur formæ duorum punctorū n & z,à duobus punctis ſpeculi ſphærici conuexi quæ ſunt m,& g,& loca imaginum ſunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q,erit imago totius lineæ m: ,pbatum eſt autē ſupra, quod linea t q eſt æqualis lineæ y i, palam ergo,qm̄ accidit in his ſpeculis imaginem eſſe æqualē rei uiſæ, quod eſt unum ,ppoſitorū. Quod ſi angulus b a g, fuerit maior angulo g a m,abſtrahatur b a g ab angulo i a b,& angulus g a m, ab angulo z a u, æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g,maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g,minor angulo z a g,per 23.primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k,& copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m,altius puncto g, linea ergo k g, ſecabit lineam z m. Sit ut ſecet ipſam in puncto l,& producatur k g,ſuper lineam i a, in punctum t, fiat quoq; deductio ut ſtatim in proxima linea t g,palam ergo qđ uiſui exiſtente in puncto l, reflectetur ad ipſum forma puncti n,à puncto m,& locus imaginis q,& ſimiliter ad ipſum reflectet forma puncti i,à puncto g,& locus imaginis erit t, ſecundū priorem probationem, erit quoq; linea t q,imago lineæ y i,quæ eſt æqualis ipſi, ut ſupra oſtenſum eſt,& ſic ſequitur idem ,ppoſitum quod prius. Si uero angulus b a g, fuerit minor angulo g a m,erit ut ſupra angulus z a g,minor angulo i a g. Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o,ad periferiā circuli æqualis angulo i a g, erit ergo angulus o a g, maior angulo z a g, eſt ergo punctum o inferius puncto z,& producatur linea o g,quæ incidat lineæ i a, in puncto t, palā itaq; quod forma puncti reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o, à puncto ſpeculi g, linea itaq; o g, aut ſecabit lineam z m q, extra circulum ſpeculi, aut non, ſi ſit poſſibile ſecet ipſam extra circulū, ſi in puncto ſectionis fuerit uiſus, reflectent̄ ad ipſum duæ formæ punctorū n & i, à punctis ſpeculi m & g, & loca imaginum erunt puncta q & t, & tota linea q t, imago totius lineæ y i, & erit per præmiſſa æqualis ei, patet itē hoc qđ prius qm̄ imago rei uidebitur in hoc ſitu æqualis ipſi rei. Si forte linea o g, ſecet lineam z m q, intra circulum ſpeculi, tunc non poteſt accedere probatio præmiſſa, ſed extra totalem hanc ſuperficiem eſt poſſibile inueniri punctum, in quo poſito uiſu reflectant̄ ad ipſum formæ duorū punctorū n & i, à duobus punctis ſpeculi, & ipſorum imagines erunt puncta q & t, qm̄ em̄ ut patet ex prius præoſtenſis, angulus n a z, eſt duplus angulo n a u, æquali angulo i a b, ut patet ex p̄miſſis, & angulus i a o, eſt duplus angulo i a g, eſt aūt angulus i a b, maior angulo i a g, in angulo g a b, & quia angulus g a b, eſt ex hypotheſi minor angulo m a g. patet quod angulus g a b, eſt minor medietate anguli m a b, totus uero angulus m a b, eſt per ultimam ſexti, æqualis angulo n a i, qm̄ arcus d f, eſt æqualis arcui m b, ergo angulus g a b, eſt minor medietate anguli n a i, angulus ergo n a z, excedens



dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipſum in angulo maiori cū ſit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, ſunt maiores tertio, qui eſt i a o, & duo anguli n a z, & i a o, ſunt minores tertio, qui eſt n a i, & duo anguli i a o, & n a i, ſunt minores tertio, q eſt n a z, ſunt ergo iſti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quoq; quilibet duo ſunt minores tertio, omnes aūt tres ſimul 4. rectis ſunt minores, qm̄ anguli ſuper centrum a, 4. rectis ſunt æquales, ipſos impoſſibile eſt euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, poſſibile eſt ex illis fieri unum angulum ſolidū, fiat ergo ille ſuper cētrum a, per eandem 23. undecimi, & ſit linea s a, eleuata ſuper ſuperficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, ſit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, ſit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut eſt in ſuperficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a a, uel a o, quæ oēs ſunt æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & producantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, eſt æqualis angulo t a o, ut patet ex p̄miſſis, & duo latera t a & a o, ſunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, eſt æqualis angulo t a s, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, baſis t s, æqualis baſi t o, & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Similiter q̄q; angulo q a s, eſt æq̄lis angulo q a z, & duo latera duob. lateríb. erit ergo, ut prio angulus z q a, qui eſt m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̄ itaq; angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & ſit y punctus, in quo linea diuidens angulū, ſecat lineam t s, palā cū angulus i a g, ſit medietas anguli i a o, ut patet ex p̄miſſis, erit angulus t a g, æqualis angulo t a y, ſed & angulus g t a, oſtenſus eſt æqualis angulo y t a, & quia duob9 trigonis y t a, & g t a, latus t a, eſt cōmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigono g t a, qm̄ latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pūctus y, in ſuperficie ſpeculi ſicut & punctū g, cū ambo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, qđ eſt a, & quia angulus t a g, eſt æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus ſunt æqualia, qm̄ i a eſt cōmune, & a y eſt æquale ipſi a g, ergo p̄ 4. primi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, ,pducta erit æqualis lineæ y g, & ,pducatur a y, extra ſpeculū uſq; ad punctū p, reſtat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cū linea t s ſit æqualis lineæ t o, ut ſupra patuit, & t y æqualis ipſi t g, reſtat linea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, ſunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & baſis a s, eſt æqualis baſi a o, ergo p̄ 8. primi, trigonorū a y s, a g o, anguli æqs lateribus cōtenti ſunt æquales, angulus ergo a y s, eſt æqualis angulo a g o. Reſtat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igiť duo anguli i g r, & o g r, æquales ſunt duob9 angulis i y p, s y p, uerū linea a s, ſecat ſuperficiē cōuexā ſpeculi, ſit pūctus ſectiōis e, tria ergo puncta q̄ ſunt e y d, ſunt in ſuperficie cōuexi ſpeculi, lineæ ergo à centro ſpeculi qđ eſt a, ad illa tria pūcta ,pductæ ſunt æquales, qa uero trigonū t a s, eſt p̄ ſecundā 11. totū in eadē ſuperficie, patet qđ iſta tria puncta d y e, q̄ ſunt in lateríb9 illius trigoni ſunt in eadē ſuperficie, ergo linea e y d, eſt p̄ 9. tertij, arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius cētrū eſt a cētrū ſpeculi, eſt aūt i ſuperficie reflexiōis cōmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi & reflexiōis t s p, p̄ primā huius, ergo forma pūcti i, reflectiť ad uiſum exiſtētē i pūcto à pūcto ſpeculi y, & locus imaginis eſt punctū t. Similiter diuiſio anguli n a s, p̄ æq̄lia p̄ lineā a x, ductā ſup q s, in punctū x, & ,pductā extra ſpeculū ſuperficiē in punctū o, demonſtrabiť p̄dicto mō, qa linea q x, erit æq̄lis q m, & a x æq̄lis a m, & liea x s, æq̄lis m z, & duo anguli n x o, & s x o, erūt æq̄les duob9 angulis n m u, & z m u, & ita forma pūcti n, reflectet ad uiſum exiſtentē in pūcto s, à pūcto ſpeculi x, & locus imaginis eſt punctū q, & ita ut prius formæ duorū punctorū n & i, reflectunt̄ à duob9 pūctis ſpeculi x & y, ad uiſum exiſtentē in pūcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, eſt aūt linea t q, æq̄lis lineæ i n, patet ergo ,ppoſitū, ut priùs. Itē ſi à pūcto i, ducat̄ ppendicularis ſup lineā n a, illa cadet iter pūcta n & q, nō extra punctū n, qa cū p̄ 42. primi huius, angul9 i n a, ſit acutus, ſi caderet extra punctū n, fieret acutus extrinſecus recto, & ita maior p̄ 16. primi, qđ eſt ipoſſibile, cadet ergo illa ppendicularis circa punctū n, faciet ergo illa ppendicularis angulū rectū, ſup lineā n q, quā reſpiciet linea i n, ergo p̄ 46. primi, erit linea i n, maior illa ppēdiculari, ergo illa ppēdicularis erit minor cū linea t q, q̄ eſt æqualis lineæ i n, pūctus itaq; lineæ n q, i quē cadit illa ppēdicularis, q ſit k, reflectiť ad uiſum i pūcto s, exiſtentē ab aliq puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qđ eſt a,ultra punctũ q,cꝫ ſit ipſum punctũ q,ut patet per 17.huius, quanto eñ remotiora ſunt puncta quoꝝ formæ reflectunt̃ â ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum â puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctũ t, quæcunqꝫ uero linea ducitur â puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cũ opponat̃ angulo obtuſo,ut patet, erit per 19. primi, maior cꝫ linea t q,ergo etiã erit maior cꝫ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo q imago illius ꝓpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunqꝫ linea ducatur à puncto i,ad lineã n q,inter illam perpendicularẽ i k & linea i n,erit eñ ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior cꝫ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior cꝫ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt aũt hæc clarius patefieri, quia eñ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctũ q,patet qđ



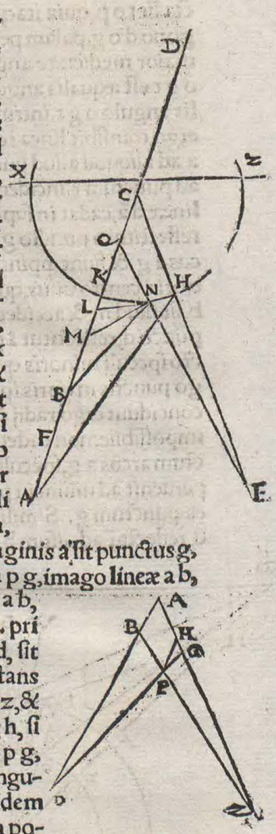
linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctũ ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulũ qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nõ poteſt cadere in punctũ m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nõ contingit,cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius cꝫ punctũ q,quoniam punctus in quem cadit,dicit̃ finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igit̃ perpendicularis ducta â puncto i, ſuper lineã n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginũ,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut ꝓmiſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pũctum ii,qui eſt meta imaginũ, uel inferius illo,tunc forma puncti nunqꝫ cadit perpẽdicularis nec reflectet̃,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ eſt inferior cꝫ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctũ n, infinita puncta,quoꝝ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q,& cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi, imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d,ſitqꝫ e centrum uiſus,& reflectet̃ forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligatur cꝫ linea a b,ꝓduci intra ſpeculũ,aut ergo ipſa tranſit centrũ ſpeculi, aut non. Sit aũt primo qđ tranſeat,& ducatur linea a b d,ducat̃ quoꝫ à puncto n, linea contingens circulũ,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cõtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e h,,pducanturqꝫ lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝓpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum

ctum q,palam ergo per 11.huius,quoniam t eſt locus imaginis formæ puncti a,& q eſt locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b eſt maior cꝫ linea q t,patet eñ ex 12.huius, quia ꝓportio a d ad d t,eſt ſicut a m ad m t. Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q, eſt ſicut ꝓportio b l ad l q,ſed a d eſt maior cꝫ b d, & d t eſt minor cꝫ d q,ergo per 9.primi huius, maior erit ꝓportio a d ad d t, cꝫ b d ad d q,ergo per 11.quinti,maior erit ꝓportio a m ad m t, cꝫ b l ad q l, ſecetur ergo linea a m,in puncto f,per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t,ſit ſicut h l ad l q,& ita cũ m t ſit maior cꝫ l q, erit per 14.quinti,f m maior cꝫ b l,ergo per 8.quinti,erit f m ad t m maior ꝓportio cꝫ b l ad t m,erit ergo minor ꝓportio b l ad m t,cꝫ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t,cꝫ b l ad q l, ſecet̃ ergo m t in puncto k,taliter ut ꝓportio b m ad m k, ſit ſicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis,& per 8.quinti,qm̃ punctus k neceſſario cadet ĩtra pũcta m & q,linea eñ l q, minor eſt cꝫ m q, & linea b l eſt maior cꝫ linea b m, cũ igitur ſit ꝓportio f m ad m t, ſicut b l ad l q,& ſicut b m ad m k,erit per 19.quinti,,pportio f b ad k t, ſicut b l ad l q,ſed b l eſt maior cꝫ l q, ergo f b eſt maior cꝫ k t, ſed f b eſt minor cꝫ a b,& k t eſt maior cꝫ q t. Si ergo f b eſt maior cꝫ k t, ergo multo fortius a b eſt maior cꝫ q t,& hoc eſt propoſitũ. Si uero linea a b,producta nõ perueniat ad centrum d,ducatur â puncto a, linea ad centrũ d,quæ ſit a d,& à puncto b ducatur b d,& locus imaginis à ſit punctus g, locus imaginis b,ſit punctus p,& ducatur linea p g,erit ergo linea p g,imago lineæ a b,

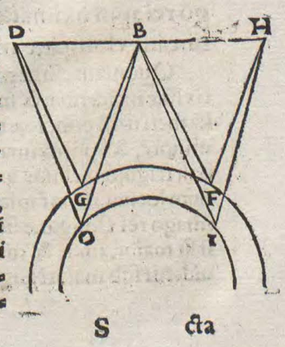


dico quia a b eſt maior cꝫ p g, aut eñ p g eſt æquediſtans lineæ a b, aut nõ, ſi fuerit æquediſtans,palã quia p g eſt minor cꝫ a g, per 29. primi,& per 4.ſexti,cũ eñ ſit ꝓportio a b ad p g,ſicut a d ad d g & a d, ſit maior cꝫ d g,erit a b maior cꝫ p g. Si uero linea p g, nõ ſit æquediſtans ipſi a b,,pducatur uſqꝫquo cõcurrat cũ a b,& ſit punctus cõcurſus z,& à puncto p ducatur æquediſtans a b,quæ ſit p h,angulus ergo p g h, ſi ſit rectus uel maior recto,erit per 18.primi,latus p h,maius latere p g, ſed p h eſt minus cꝫ a b,per 4.ſexti,ergo p g eſt minus cꝫ a b, ſi angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc ſequitur idem qđ prius: quod aũt angulus p g h,ſit minor angulo p h g,hoc non poteſt accidere,niſi cũ tanta fuerit rei à ſpeculo diſtantia, ꝙ illa diſtantia ipſi etiam uiſui uideretur minor cꝫ ſit ſecundum ueritatem, tunc autẽ poteſt imago uideri maior cꝫ forma per ſe uiſui occurrens, ut patet per præmiſſam. patet ergo propoſitum.

XL.

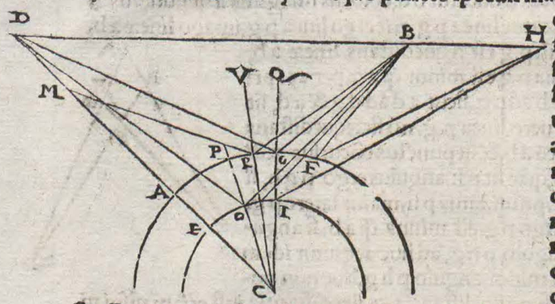
In minoribus ſpeculis ſphæricis cõuexis eiuſdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta ſpecula ſphærica conuexa ſuper idem centrum t, collocata, exemplicauſa quoꝝ maioris circulus cõmunis ſibi & ſuperficiei reflexionis ſit a g, minoris uero ſit e i, fiat quoꝫ reflexio formæ alicuius uiſibilis ut ipſius h d, ab utroꝫ illoꝝ ſpeculoꝝ ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli ſpeculi maioris. ſ. ipſius a g, ad uiſum qui ſit b. Si itaqꝫ idem uiſibile d reflectat̃ ad uiſum b ab aliquo puncto circuli e, ſpeculi minoris ut à puncto o, non eſt poſſibile ut linea reflexionis, quæ ſit o b, cadat in pũctum g ſpeculi circuli maioris: detur eñ ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uiſum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifeſtum itaqꝫ ꝑ 8. huius, qm̃ linea â centro ſpeculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta ſit t g q, & qm̃ forma puncti d, incidit pũcto ſpeculi minoris quod eſt o, ducatur linea t o, à centro ſpeculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-



S cta

cta ſit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinſecus eſt ex hypotheſi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, qm̃ ipſe eſt maior illo, ergo medietas anguli d g b, eſt maior medietate anguli d o b, & ita angulus q g b, maior eſt angulo p o g, ſed angulus o g t eſt æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinſecus erit æqualis angulo o g t, intrinſeco in trigono t o g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile: nõ ergo tranſibit linea reflexionis o b punctũ g, ſed neq; ultra punctum g, uerſus punctum a, ad aliquod aliud punctum ſpeculi maioris incidere poteſt, ſi em̃ hoc ſit poſſibile ſit ut ad punctum r incidens reflectat̃ linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a pũctus lineæ d a, cadat in ſuperficie ſpeculi & reflectat̃ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipſoꝝ lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctoꝝ arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro ſpeculi, quod eſt t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uiſus, quod eſt b, aliquod ergo punctoꝝ lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, ſit illud m, & accidet idem impoſſibile q̃d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel ſit forma puncti d, reflectitur à puncto ſpeculi maioris quod eſt g, & item per reflexionem à puncto ſpeculi minoris quod eſt o, incidet puncto ſpeculi maioris, quod eſt r, à duobus ergo punctis maioris ſpeculi quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uiſum b, concidunt ergo radij à duobus punctis huius ſpeculi reflexi, quod eſt contra 15. huius, & impoſſibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, ſpeculi minoris in aliquod punctum arcus a g, ſpeculi maioris, à quo fit reflexio formaꝝ punctoꝝ lineæ a d, ſed directe peruenit ad uiſum in punctũ b, trans aliquem punctoꝝ arcus circuli ſpeculi maioris, circa punctum g. Similiterq; ſit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uiſus b, cꝫ ſit punctũ d, reflectat̃ ad uiſum b, ab aliquo puncto ſpeculi maioris quod ſit f, eritq; f per 17. huius,



ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris ſpeculi ad punctum b. fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b, ſimiliter ut prius, quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolũ in maiori ſpeculo eſt maior cꝫ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, qm̃ in maiori ſpeculo maius apparet idolum cꝫ in minori, formæ em̃ magnæ coanguſtant̃ circa centra minorum ſpeculoꝝ, cꝫ circa centra maiorum, unde fiunt ſemꝑ maiores in ſpeculis maioribus, uniuerſaliter autẽ in omni ſitu proportionato rerũ ad ſpecula poteſt patere ꝓpoſitum per 46. primi huius, qm̃ partes diametrorũ circuli maioris ſunt maiores & minoris minores, & fiunt ex conſequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propoſitum.

XLI.

In eodem ſpeculo ſphærico conuexo centro uiſus immoto exiſtente imago rei approximatæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam em̃ ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uiſæ uidentur in kathetis ſuæ incidentiæ & imagines rerum uiſaꝝ inter kathetos incidentiæ ſuoꝝ terminorũ katheti uero punctoꝝ terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea em̃ æqualis & æquediſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupremo maiori angulo ſubtenditur, & qm̃ mutata reſecũdum locum, mutat̃ ipſius imago in omni ſpeculo, ut patet per 28. quinti huius, patet qd̃ imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ ſuperficiei ſpeculi fit maior, unde & uidetur maior, quod ſecundum præmiſſa in proxima præcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub lineis reflexionum ipſoꝝ punctorum

ctorum terminalium illius rei, ut patere poteſt per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propoſitum, & per hæc & per præmiſſam poteſt patere, qm̃ ſi ſit ꝓportio elongationis rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi minoris, ſicut exceſſus imaginum quæ prouenium in illis ſpeculis excedentes ſe ſecundũ proportionem diametroꝝ ſpeculoꝝ, poſſibile eſt in ſpeculo maiori plus elongato à re uiſa, & in ſpeculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiuſdem rei quæ aliàs in ſpeculo maiori appareret maior, & in ſpeculo minori minor, ut patet per præmiſſam, & hoc eſt notatu dignum.

XLII.

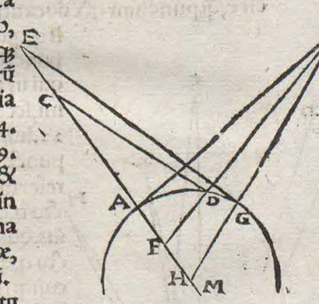
In ſpeculo conuexo ſphærico dextera rei uiſæ apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Hæc non requirit aliam demonſtrationem ab illa quæ ſimilem paſſionem declarat in ſpeculis planis, unde eodem modo demonſtrandum, nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

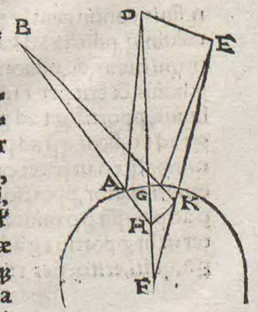
Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à ſpeculis ſphæricis conuexis, reuerſæ apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a d g, cuius centrũ m, incidatq; ſuperficiei ſpeculi perpendiculariter altitudo quæ ſit e a, cuius altius punctum ſit e, & ſit centrum uiſus u, reflectaturq; punctus a, à puncto ſpeculi qui ſit a, & ſit linea reflexionis quæ a b, reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e, à puncto ſpeculi g, ſitq; linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a, qui ſit t, inferior puncto e, reflectatur ad uiſum b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, ꝓducatur itaq; linea altitudinis e a, ultra punctũ a, palamq; ex hypotheſi, et per 72. primi huius, qm̃ ipſa tranſibit centrũ m, & producatur linea reflexionis u g, intra ſpeculũ, & quia lineæ e a & b g, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. quinti huius, palã cum non ſint æquediſtãtes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, ſed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniã per 11. huius puncta h & f, ſunt loca imaginum punctoꝝ e & t, palã quod linea h f eſt imago lineæ, & ſimiliter quoq; de aliis punctis lineæ e a demonſtrandũ. Eritq; imago lineæ e a, linea a h, reuerſa ergo uidetur altitudo, quod em̃ ſupremũ eſt uidetur infimum & econuerſo, patet em̃ per 23. huius, quoniã ſuper unum kathetum incidentiæ ſignatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti à centro ſpeculi ꝓpinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior, remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t, quæ eſt f, qm̃ imago puncti e, quæ eſt h, palam itaq; eſt propoſitũ primum, & eodem modo eſt de ꝓfunditatibus demõſtrandũ. Infimum em̃ punctum reflectitur ad punctum imaginis ſupremum, & econuerſo. Media quoq; puncta modo medio reuerſe diſponuntur, propoſitum autem eſt hoc.



XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſuæ propriæ diſpoſitionis.



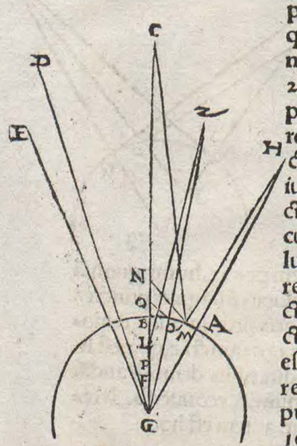
Eſto longitudo d e, oblique incidens ſpeculo ſphærico conuexo quod ſit a g, & eius centrum f, & ſit altius punctũ d cꝫ e, punctum à ſuperficie ſpeculi dati. Sitq; centrum oculi b, & reflectatur punctus d ad uiſum b, à puncto ſpeculi a, & punctus e, à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ per 72. primi huius, neceſſario tranſibit centrum ſpeculi qd̃ eſt f, quæ ſit d f, & ſimiliter ducatur kathetus e f, ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g, & ꝓducantur intra ſpeculum, concurratq; b a cum d f, in puncto h & b g, cũ e f, in puncto k, & ducatur linea h k, erit

h k,eritq; per 11.huius,linea h k imago lineæ d e,est autẽ linea k h,oblique se habens ad uisum b,sicut linea d e ad speculũ,qm̃ per 23.huius punctũ e, quod est propinquius centro speculi,imago quæ est k, remotior fit à centro speculi f,& punctũ h, quod est imago puncti d,remotioris à cẽtro speculi fit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, qm̃ alicuius puncti katheti d f,tamtũ distantis à puncto f,quãtũ punctũ e, locus imaginis est remotior à cẽtro f,q; locus imaginis pũcti d,p 23.primi huiꝰ,est itaq; h remotius à cõuexa superficie speculi apparens,& punctum k ,ppinquius eidem superficiei. Sic aũt & punctus d fuit remotior à superficie speculi,& punctus e propinquior, patet ergo ,ppositum, qm̃ obliquæ longitudines apparent illius distantiæ à superficie speculi,cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphærici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g,centro speculi remota,& sit e centrum uisus,& sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, circulus a b,cuius centrum erit punctum g,per primam huius. Sitq; punctũ d, ,ppinquius uisui, q est e,q; punctum t,& ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d,ad centrum circuli g,qui sint t g & d g, secetq; kathetus t g, superficiem speculi in puncto b, fiatq; angulus e g d,super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z,& angulus e g t,æqualis angulo qui sit t g h, p 23.primi,secetq; linea h g circulum in puncto a, & sumatur per 20, uel 22.huius,in circulo punctũ a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctũ z,quod sit punctum q,palã ergo quod forma puncti t nõ refertur ad punctũ h,ab aliquo puncto arcus b q,non em̃ à puncto b,quoniã cum ille sit in katheto incidentiæ, palã per 10.huius,quia reflectitur in seipsum & nõ ad punctũ h. Sed neq; à puncto q,qm̃ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq; uero puncto sumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctũ ducta secabit lineã q z,igit̃ ad illud punctũ sectionis reflectit̃ forma puncti t,à pũcto aliquo arcus b q,& ad idem punctus sectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis superficiei speculi ad unum punctũ qd̃ est impossibile,& contra 16.huius,restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h,ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m,& à puncto m ducatur linea cõtingens circulũ per 16.tertij,& ,pducat̃ usq; ad kathetũ g t, & sit m n, eritq; punctus n, finis contingentiæ puncti t,respectu puncti h,& à puncto q ducat̃ linea cõtingens circulum,q̃ ,pducta ad kathetum t g,sit q o,hoc ergo necessario cadet sub linea n m, p 60. primi huius,& ,pducat̃ linea z q, donec cadat sup kathetũ g t,in puncto p, cadet aũt per 9.huius,& erit per 11.huius,punctus p locus imaginis formæ puncti t,erit q; per 12. huius,,pportio g t ad p g,sicut t o ad o p,ergo per 16.quinti, erit permutatim ,pportio g t ad t o,sicut g p ad p o, sed maior est ,pportio g t ad t n, q; ad t o,p 8. quinti, cũ t n sit minor q; t o,ut patet ex p̃missis,maior erit ,pportio g t ad t n,q; s p ad p o,est aũt per 8. quinti, maior ,pportio g p ad p o,q; ad p n, ergo multo maior est ,pportio t g ad t n,q; g p ad p n,qm̃ p o minor est q; p n, diuidat̃ ergo p 119.primi huius, linea g n in pũcto l, taliter ut sit ,pportio t g ad t n,sicut g l ad l n,eritq; g l maior q; g p, nõ æqualis neq; minor p 8.quinti,eritq; per 16.quinti,,pportio t g ad g l,sicut t n ad l n,ergo per conuersam 13. huius

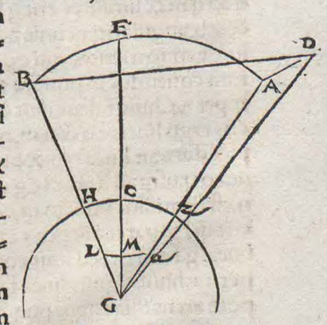


huius,erit punctũ l,locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g,e g,z g, æquales inter se,& g f sit æqualis s p,& s p æqualis lineæ g o,cũ igit̃ angulus e g d,sit æqualis angulo t g z,erit ex principio primi huius,remotio puncti d,à puncto e, sicut remotio puncti z, à puncto t,qm̃ cum puncta d & t sunt eiusdem distantiæ à cẽtro speculi quod est g, erũt lineæ d g & t g æquales,erit ergo per 23.huius,imago formæ puncti d,respectu uisus e, tm̃ eleuata in katheto g d,quantũ imago puncti t,eleuata est respectu puncti z,in kathe to g t,erit ergo locus imaginis formæ puncti d,in puncto f,sicut locus imaginis formæ puncti t,est in puncto p,cũ lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentiæ puncti d,respectu puncti e,erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentiæ puncti t respectu puncti z,erit ergo per p̃missa finis contingentiæ puncti d,in puncto s. Verum quia angulus e g t,æqualis est angulo t g h,& linea h g æqualis est lineæ e g,erit per ultimam sexti,,ppter æqualitatem angulorũ æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum t g, & lineas h g & e g,erit ergo p p̃missa punctus l,locus imaginis puncti t,respectu e, sicut est respectu h,& erit punctus n, finis cõtingentiæ respectu puncti e,sicut & respectu pũcti h,imago ergo p pũcti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cẽtro speculi q; imago puncti ,ppinquioris,& finis contingentiæ puncti remotioris remotior est ab eodem centro q; finis cõtingentiæ ,ppinquioris,& hoc est ,ppositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphærico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus,quod imagines ipsorũ à centro speculi æqualiter distabunt,nec em̃ ut patet ex p̃missis fit diuersitas in locis imaginum,cum fines contingentiarũ semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g,patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

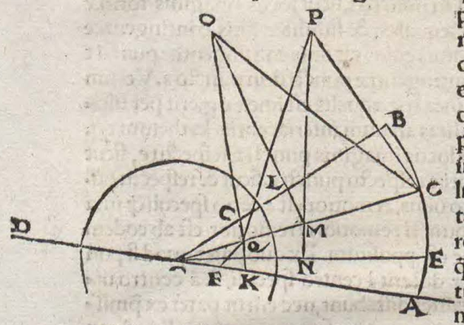
Esto a b arcus oppositus speculo sphærico conuexo,in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z, & sit g centrũ illius arcus a b,& similiter centrum speculi,qm̃ ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt contenta,sitq; d centrum uisus,& ducãtur lineæ d g,a g,b g,& sumatur in arcu a b,punctus e,quocũq; modo & ducatur linea e g,erit itaq; superficies a g b,superficies incidẽtiæ in qua erit linea e g,& linea d g, est diameter uisualis quæ ex hypothesi est erecta super superficiem a g b,erit ergo p diffinitionem lineæ sup superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, qm̃ d g est æquale sibijpsi,& alia latera sunt æqualia per diffinitionẽ circuli,ergo per 4.primi,bases illorũ triangulorum sunt æquales,omnia ergo puncta arcus a b,eiusdem distantiæ sunt à centro uisus,quare imagines omnium illorũ punctorum eiusdem distantiæ erũt à cẽtro speculi p corollariũ p̃missum. Sitq; q m l,imago arcus a e b,erit igit̃ linea g q,æqualis lineis g m & g l,quare p̃ 9.tertij,linea q m l,erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g,erit ergo cõuexitas ipsius respectu centri g,nõ respectu superficiei cõuexæ speculi siue loci reflexionis,& qm̃ curuitas arcus a b,respexit cõuexitatẽ superficiei speculi ut cõcentrica ipsi ex hypothesi,patet qd̃ idẽ arcus est concentricus suæ imagini,ergo p 73.primi huius,patet q; imago æquedistat arcui uiso qm̃ est semp in superficie incidentiæ,est em̃ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suæ incidentiæ p 11.huius,oẽs aũt kathetι illius sunt in superficie incidentiæ, patet ergo propositum.



XLVII.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali superficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans arcui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisu arcus incidente.

Disponantur omnia ut in p̄cedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est d g, nō sit erecta sed oblique incidens superficiei à b g, dico qd' imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em̄ perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cū ita q̄ illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiē per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc ꝓpendicularis uersus punctū g, minor quolibet angulo uersus punctū g, imaginato, quē continet alia linea à puncto d ad supficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad supficiem illam ducta quanto remotior erit ꝓpendiculari, tāto maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus ꝓpendicularem p 21. primi, si ergo hæc ꝓpendicularis nō cadat in arcum a e b, sed ultra ipsum, tunc erunt oēs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtem unā, & remotiores maiores & minorem angulū contingentes uersus punctum g, q̄ ꝓpinquiores perpendiculari. Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quæ sint a c b, & finis contingentiæ puncti b, sit l, & finis contingentiæ puncti b c, sit m, palam p̄ 44. huius, quia ex eo q̄ punctum c, est ꝓpinquius uisui d, q̄ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, q̄ punctus l, sunt autē lineæ g b & g t, æquales ex hypothesi, & per diffinitionē circuli, est ergo linea t m, maior q̄ b l, sit autem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducaī linea q t, & ducanī lineæ t b & m l, quæ quidē ꝓductæ concurrent, quia si à puncto m ducaī linea æquedistans lineæ c b, illa secabit ex linea g b, lineam æqualē ipsi m r, p secundam sexti, est autē c m maior q̄ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̄ per 9. huius, ꝓportio est lineæ g t ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cū lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & à punctis sectionū ducanī lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā qd' linea q t, cōcurret cū linea c b, m l, & erit ipsarum concursus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̄ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducatur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quā secet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̄ punctum f, & linea g q, minor erit q̄ f g. patet aūt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentiæ est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis p 5. quarti, circūscriptus, nō erit aūt ille arcus æquedistās arcui speculi neq; arcui uiso, qm̄ ut patet lineæ t b & q t, & f e, sunt inæquales, ꝓpter qd' remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̄q; demonstrandum si ꝓpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipsum, tūc em̄ similis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpositū primū. Si uero ꝓpendicularis ducta à puncto d, sup superficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuersis partibus ad arcū ductæ æqualiter distantes à ꝓpendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uersus punctum g, & imagines ipsarū æq̄liter distabūt à centro g, & fines contingentiarū, similiter imago ita q̄ æq̄distabit arcui a b, & arcui speculi, qm̄ imago figurabitur sup centrū speculi qd' est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest ꝓbari p̄dicto mō de utraq; parte arcus p se secundū qd' diuidit à ꝓpendiculari, q̄ eius imago sit linea curua modo p̄dicto æq̄distans arcui uiso ꝓpter æq̄litatē linearū à centro speculi & arcus uisui ad loca imaginū ꝓductarū, qd' est ꝓpositū. De imaginē em̄ arcus a c potest secūdū p̄missa idem patere.

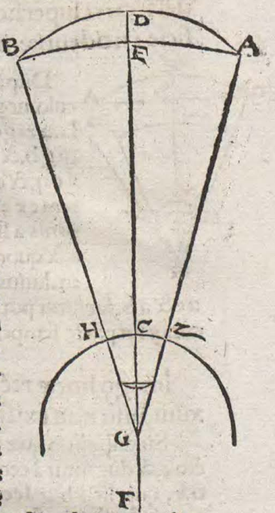


Imago

XLVIII.

Imago arcus ecentrici circulo, qui est cōis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi secundū mediū eius punctū propinquioris cētro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitatis q̄ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.

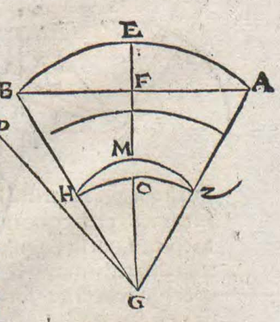
Esto arcus uisus b e a, circulusq; cōis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrū sit g, sitq; arcus b e a ecentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadē superficie, & sit e medius pūctus arcus b e a, propinquior centro g, sitq; uisus extra superficiem incidentiæ. Dico q̄ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̄ alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea à centro speculi quod est g, ad centrū arcus b a, quod sit t, producta q̄ linea g e, palam per 7. tertij, quoniā ipsa est breuior oībus lineis à cētro g ad cētrū a d b ꝓductis, & qm̄ arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̄ linea g a æqualis est lineæ g b, ductisq; lineis g a, g b, secundū ipsarū quantitatē describatur arcus à centro g, palamq; per præmissa, qm̄ arcus descriptus secundū suī pūctum mediū magis distabit ab arcu h z, q̄ arcus b e a. Sit ergo descriptꝰ arcus b d a, & ducaī linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum aūt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cōia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius à centro g q̄ punctū e. eius imago erit propinquior centro speculi q̄ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinquior centro imagine puncti sibi correspondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a c b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundū hunc modum in alijs sitibus arcuū & speculoꝝ potest fieri demonstratio, qñ uisus nō fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.



XLIX.

In speculis sphæricis conuexis uisu nō existente in superficie lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.

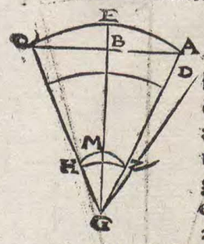
Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphærici conuexi centrū g. erit ergo superficies incidentiæ a g b, extra quā sit centrū uisus quod sit d, sitq; linea a b æquedistās speculo, hoc est lineæ contingenti arcū circuli, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi secundum medium punctū illius arcus. Dico q̄ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducanī enim lineæ rectæ d g, à centro uisus ad centrū speculi, & lineæ g b, g a, à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquedistant speculo, palā q̄ sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundū quātitatem illarū linearū, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita q̄ imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectā a b in punctō f, palā ergo q̄ punctus e est in eadem linea cū puncto f, sed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, q̄ imago puncti f, cōmuni utroq; punctoꝝ quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aūt q̄ linea z m h est linea curua, cū linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū ordinen



dinentur secundum conuenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu arcus h m, patet ergo propositum, resectis q; lineis a f & b f æq̃liter, eadē est demōstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret, uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.



Disponantur omnia ut in præcedente, nisi q; linea a b nō æquedistet speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo q; lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q; g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, q; sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, qm imago arcus a e est curua, pūctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq; z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet q; erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p pūcta media arcq; a e & a b, faciliter poterit ostēdi, patet ergo propositum, resecta quoq; linea a b, ex qua cunq; sui parte semper eadē est demōstratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conuexum, uisu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat speculum in pūcto e, & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitq; ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitq; sectio communis superficiei reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficiei speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficiei reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficiei speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectiōis Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, est cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, est altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una superficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & pducaī linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus

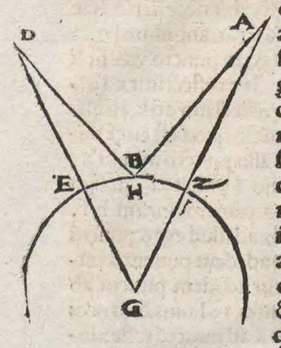
cus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Resecindaī ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatē lineæ g s, secabit necessario lineam f l, ideo quia linea g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa pūctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b, ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur pūctus k, & ad idem punctū à pūcto f, reflectetur pūctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma pūcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi qd̄ est pūctū g, quoniā ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectētur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctū g cētrū speculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pūctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, si igit̄ ab illo puncto ducatur linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ est f o, altior est aliis contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, q; a ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, cētro speculi quàm punctū a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q; y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ pūcti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

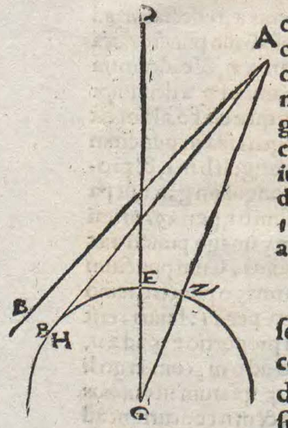
bz, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositiõe præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedẽti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e transit per punctũ q, & ita linea m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, est in periferia circuli, & est punctũ unũ. Si uero arcus ille sit minor arcu h e, secabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; istorũ accidit iteretur probatio præmissæ, & eodem modo penitus probabitur, q̃ imago lineæ a b est curua, quod est propositum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãsiret centrũ circuli, q̃ est cõmunis sectio supficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cẽtro uisus existente in eadem superficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, semp uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedẽtibus, nisi quod hactenus locuti sumus de passionibus harũ linearũ uisu non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus q̃q; esse in superficie incidẽtiæ, qui sit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, transiens ipsius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet super g, centrũ speculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.



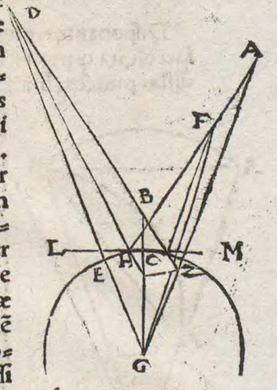
LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadẽ superficie incidentiæ, ita q̃d declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit linea a b declinata super circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad superficiem speculi, dico q̃d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centro uisus ad centrum speculi linea quæ sit g d, secans circulũ

ehz

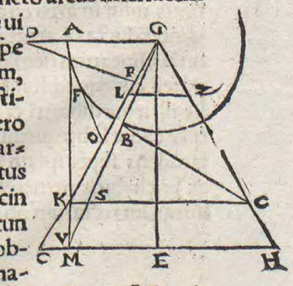
e h z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille pũctus reflectitur à pũcto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum linea suæ reflexionis sit ultra lineã reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie linea ergo incidentiæ ipsius pũcti secaret lineam incidẽtiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundẽ uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h, s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis quæ occultatur uisui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uisu sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cẽtro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscindente oẽs lineas reflexionum suorum punctorum, & præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.

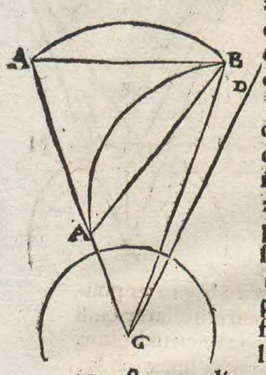


LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nõ tangentis superficiem speculi sphærici conuexi

uiſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, modicum imaginis uidetur, & erit imago ſemper curua.

Diſponantur omnia ut in præcedentibus, ſitq; linea a b, obliquata ſuper ſuperficiem ſpeculi, ita q; producta centrum eius non tranſeat nec tangat ſuperficiem ſpeculi, ſed diſtat punctus b aliqualiter ab illa in aere exiſtens, ſitq; uiſus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uiſui occurret, ducatur enim linea d b, ſuper ſuperficiem ſpeculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum p 16. tertij, quæ ſit l o y, & ſuper c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, ſecans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum ſpeculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq; quod forma puncti f, reflectitur ad uiſum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq; locus imaginis in linea f g, ſimiliterq; forma puncti b, cum non habeat aliquod obſtaculum reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto ſpeculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpoſitionem lineæ ſolidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non poſſunt reflecti ad uiſum, niſi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis ſectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ eſt res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod eſt propoſitum. Augetur tamen illa quantitas imaginis ſecundum quod centrum uiſus in eadem ſuperficie declinat plus ad ſuperficiem ſpeculi, unde ſi uiſus perueniat inter ſuperficiem ſpeculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & ſi taliter ſituetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, tranſeuntem ad centrum ſpeculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius ſemper curua, quod poteſt oſtẽdi per modũ 30. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineam tranſeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuerſaliter uero quidquid interpoſitum uiſui & ſpeculo, impedit peruentum formarum punctorum ſpeculi ad uiſum, illius imago nõ uidebitur in his ſpeculis. Hæc autem quæ hic propoſita ſunt, intelligenda ſunt de lineis occurrentibus uiſui in arcu circuli, qui apparet uiſui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculum, quoniam ille ſolum opponitur uiſui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum ſpeculo in parte circuli occulta uiſui in aliqua poteſt eſſe equediſtans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, ſimiliter eſt conterminalis illi æquediſtanti, & illa non uidebitur, ſimiliter & conterminalis illi æquediſtanti, quæ cadet ſub æquediſtante penitus occultabitur uiſui, ſed linea terminali æquediſtanti cadens ſuper ipſam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium induſtriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonſtranda, erunt tamen hoc modo uiſarum linearum rectarum imagines ſemper curuæ.

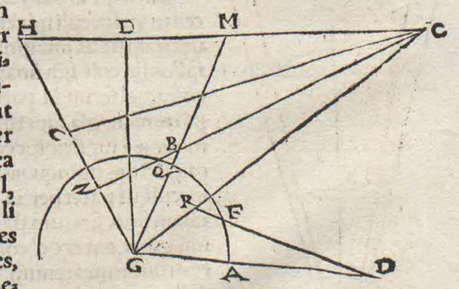


LVII.

Viſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi, ſed æquediſtantis lineæ interiacenti centrum ſpeculi & uiſus, uel concurrentis cum illa extra ſpeculum ex parte uiſus, imago uidebitur curua.

Sit

Sit d centrum uiſus, & g centrum ſpeculi, & h e, ſit linea uiſa, quæ quidẽ linea nõ cõcurrat cum circulo qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſed ſit æquediſtans lineæ d g, uel ſecet eam ex parte d, ſit quoq; a b circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua ſunt lineæ d g & h e, & ſuperficiei ſpeculi, p poſiti, & producaẽ linea h g, in qua ſit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum d ſit b, ducaturq; à puncto b, linea circulũ cõtingens, quæ ſecet lineã h g, ſuper punctũ t, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiã linea g b, quæ producta neceſſario continet cũ linea h e. Si eñ h e fuerit æquediſtans d g, concurret quidam per ſecundã primi huius. Si uero d g concurrat cũ h e, multo fortius g b cõcurret cũ eadem p 29. primi huius, cõcurſus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, ſi ultra concurrat in puncto m. Ducaẽ quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, ſitq; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ ſit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginũ. Similiter ducatur linea t s, copulãs fines contingentiarum, ſit quoq; ut linea d g, ſecet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ ſit a b, palã itaq;, qm̃ arcus a b, eſt minor quarta circuli, cũ uiſus d uideat ex circulo minus medietate p 3. huius, q̃re angulus a g b, eſt acutus per ultimam ſexti, & angulus u a g eſt rectus per 17. tertij, igit̃ linea a u cõcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cõcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cũ per 17. huius, punctus m reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, ſit demiſſior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demiſſior puncto u. Protrahaẽ ergo linea t s, donec cõcurrat cũ linea u a, cõcurret aũt per 14. primi huius, & ſit concurſus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cõcurret cum h m, per ſecundã, uel per 29. primi huius, ſit concurſus in puncto c, punctus itaq; c reflectit̃ ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonſtranda ſunt in 16. huius, ſit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens ſpeculũ uſq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demiſſior c̃ linea a k, & ſit f o, ſecans lineam g c, in puncto o, qui ſit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demiſſior pũcto k, ſunt eñ puncta k & o, fines contingentiaꝝ, producaẽ quoq; linea d f, uſq; quo cadat ſuper g c kathetũ, cadet aũt per 9. huius, ſit ergo ut cadat in punctũ r, & producatur linea z q, uſq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̃ punctum l, eſt altius c̃ punctũ r, linea eñ h c & c k, & z l, aut ſunt æquediſtantes aut concurrunt, ſint primo æquediſtantes, cum ergo hæ lineæ æquediſtantes ſecent lineam c g i, ſuper tria puncta c k l, & ſecent utrãq; lineaꝝ m g & h g, & cũ ſit proportio linea p h g ad h c, ſicut linea g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & ſimiliter cũ ſit, p proportio lineæ m g ad m s, ſicut g q ad q s, erit eadẽ, p proportio g e ad c k, q̃ g l ad l k, per 2. ſexti, ſed palam per 11. huius, qm̃ r eſt imago puncti e, linea eñ d f, eſt linea' reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, eſt finis contingentiæ, eſt ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o, ſed minor eſt proportio g c ad c k, c̃ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, c̃ g r ad r o, erit ergo econtrario conuerſim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, c̃ r o ad g r, eſt ergo minor proportio linea o r ad g r, c̃ k l ad g l, ergo coniuncti m p 15. primi huius, minor proportio eſt o g ad r g, c̃ k g ad l g, ſed k g eſt minor c̃ o g, ergo per 8. quinti, l g eſt minor c̃ r g, eſt ergo punctus r demiſſior puncto l, ſed z q l eſt linea recta, ergo linea z q r, eſt linea curua, ergo imago lineæ h e, eſt curua, erit ergo probare quod imago lineæ

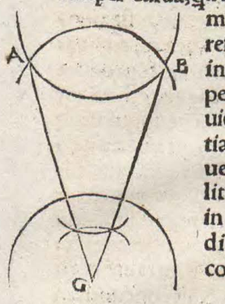


h e, rectæ sit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non sunt æquedistantes, concurrãt ergo, & erit cõcursus, aut ex ꝑte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, est ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphæricum conuexum uidetur semper curua.

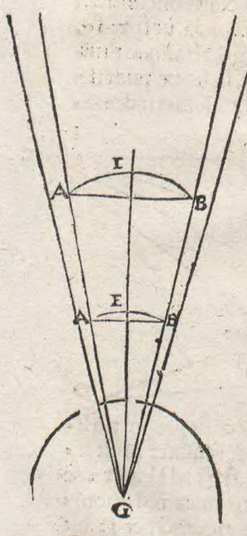
Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrũ uisus pũctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g, dico qd imago arcus a b, uidet semper curua, qa sensibiliter intra speculũ uidet, ducatur em̃ corda a b, palamq; ex præmissis ꝓpositionibus, qm̃ imago cordæ a b, secundum omnem sui sitũ, respectu speculi uidet semper curua, nisi solũ tunc qn̄ ipsa fit in katheto incidentiæ unius suæ extreminatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiẽs eius centrum, tunc em̃ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, esse in katheto incidẽtiæ suæ extremitatum est impossibile, cũ quilibet suoꝝ punctorum diuersum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq; uidebit imago arcus taliter dispositi in linea recta, qm̃ semp loca imaginũ diuersoꝝ punctorũ in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propositum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipsarum est intra speculum sphæricũ cõuexũ uel extra ipsum, conuexitati arcuum fit contraria secundum situm.

Esto qd arcus a b respiciat secundũ sui concauũ uel conuexum centrum speculi sphærici conuexi, qd sit punctum g, dico quod cõuexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̃ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundũ partem intra, secundũ partem extra, & secundũ partem in ipsa superficie speculi, loca em̃ imaginum punctoꝝ remotioꝝ à supficie speculi fuerint ꝓpinquiora centro speculi, & loca pũctoꝝ ꝓpinquoꝝ speculi superficiei fuerint remotiora à centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum, quaꝝ ipsæ sunt imagines, patet qd conuexitas ipsarum imaginũ conuexitati ipsorum uisorum arcuum sit contraria secundum sitũ, prout etiã ostendimus per 43. huius, patet ergo propositum.



LX.

Imaginum curuarũ eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

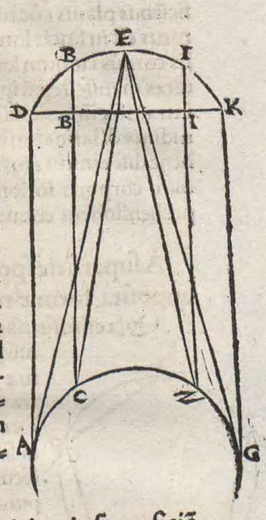
Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g. dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, fit maior, & recedente ipsa angulus a g b, fit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro speculi fit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo fit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, qm̃ ipsa semper sit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & sit pars circuli minoris in recessu à centro, & secundũ quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo ꝓpositum.

LXI.

Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.

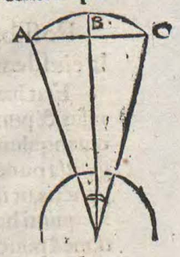
Esto speculum sphæricum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitq; ut loca imaginum istorum punctoꝝ sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoq; reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearũ reflexionis sit perpendicularis super superficiẽ speculi, palam per 72. primi huius, qm̃ ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omniũ linearum illarum reflexionis, & illi ꝓpinquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, qm̃ illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, qm̃ ducta perpendiculari linea à puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterũ imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & qm̃ eodem modo est demonstrandũ de qualibet imagine apparẽte in superficie speculi, patet ergo propositum.



LXII.

Imago lineæ curuæ secundum eius concauitatem respicientis superficiẽ speculi sphærici conuexi nonnunq; uidetur recta.

Sit linea curua a b c, opposito speculo sphærico conuexo secundum sui partem concauam, dico quod nonnunq; imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur em̃ eius corda recta linea quæ sit a b, palam per plures præmissarum propositionum lib. huius, qm̃ in aliquo situ imago ipsius lineæ rectæ uidetur curua curuitate respiciẽte centrũ speculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ sunt a & c, uidẽtur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipsi curuæ imagini lineæ rectæ sic subtendi corda intra speculum. Si itaq; hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsi⁹ arcus quæ est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordæ, ita quod eius situs uersi hinc inde sint similes, palã per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordæ ipsi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineæ a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concauum, cũ ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere



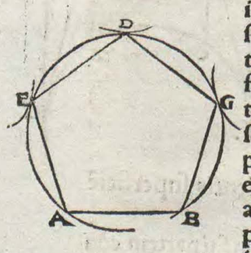
esset

esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut intersectione duoꝝ circuloꝝ inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quã ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua: & qd' ostendimus de lineis, accidit etiã in ipsis superficiebus planis cõcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsaꝝ. Si autẽ ꝓponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cũ ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nõ eñ bene discernit curuitas nõ magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nõ bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarũ opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia eñ diuersaꝝ sphæricaꝝ superficierũ diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiuscq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autẽ centra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersoꝝ punctoꝝ in partes diuersas protrahantur, & qñ à tota superficie fit reflexio, & pũcta reflexa, secũdũ loca diuersificant, nõ secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctoꝝ aggregat & unit suaꝝ ptium recipit inordinatũ situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & fit extensio uniformis aliquaꝝ suaꝝ partium secundum uniformem extẽsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secũdũ ꝙd partes aliquæ supficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.



LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrũ uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta anguloꝝ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdẽ punctis, ut in puncto g, linea s k, & qñ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam ꝑ 20. quinti huius, qñ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt est qd' ꝓponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam eñ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unq; puncto possunt concurrere, sed disperguntur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq; corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combustibile possunt incẽdere, ut reflectãtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculoꝝ cõpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illoꝝ speculoꝝ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctũ, cũ alioꝝ speculoꝝ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radioꝝ uirtutis. Hæc aũt speculoꝝ compositio plus esset difficilis q̃ utilis, unde tali operi nos nõ dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

ORdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphæricorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnarium & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ speculoꝝ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istoꝝ speculorum ex figuris illoꝝ præmissoꝝ speculoꝝ aliqualiter cõponunt. Speculũ eñ columnare cũ sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qñ pyramis sit ex transitu rectanguli, quod uno suoꝝ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝝ rectum angulũ continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousq; ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumq; ergo istoꝝ speculoꝝ, quia ex motu linearũ rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculoꝝ figuras cũ circulariter circũferuntur, in tñ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quaꝝ origo est circulus, cõmuniter cõsequũtur, & hoc maxime in speculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istoꝝ speculoꝝ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum, & motus accidũt in illis, hæc ergo specula posteriorẽ ordinẽ recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quãm de quibuscunq; cõcauis & sphæricis, propter simplicitatẽ passionũ speculoꝝ cõuexoꝝ respectu concauoꝝ, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

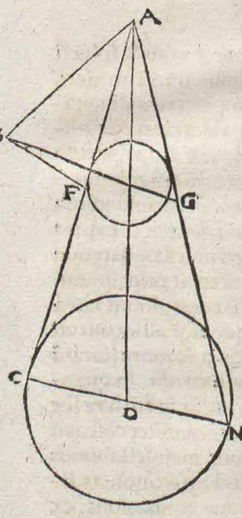
Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qd' est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ꝓpositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quaꝝcũq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicit kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum lineaꝝ reflexio ꝓcedit. Finis cõtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetoꝝ secat lineã in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineã ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cẽtro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundũ acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper eñ ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autẽ ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroq; propoſitoꝝ ſpeculoꝝ, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitũ in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaq; ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrũ baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cõcurratq; linea b a, à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeũtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducanẽ duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaq; quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget, & ſimiliter oſtendẽdũ eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum peruenieñs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.

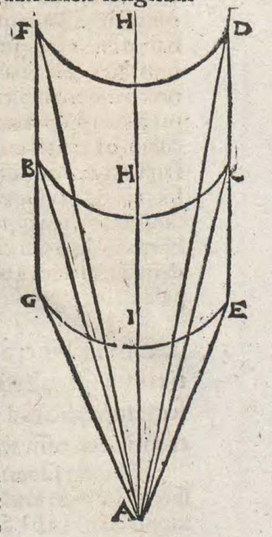


II.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

Verbi

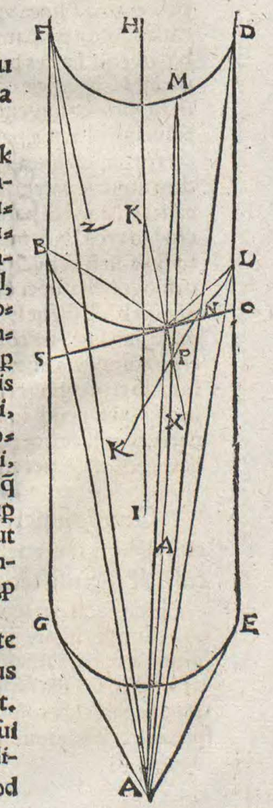
Verbi gratia, Sint conuexo ſpeculo columnari quod ſit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g, ſintq; illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa, & per 78. quarti huius, & ſit centrum uiſus a, productiſq; lineis a d, a f, a g, a e, erunt ſuperficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ ſuperficies cõtingent columnam. Si eñ dicatur qđ altera ipſarũ ſecat columnam, ut ſuperficies a d e, planum eſt quod illa ſectio erit ſuper lineam longitudinis d e, in qua cadit illa ſupficies, & ſimiliter erit ꝓcedere ſi ſuperficies a f g, ſecet columnam, & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo ut ſuperficies plana pertranſiens centrum uiſus ſecet columnam æquediſtanter baſibus, eritq; per 100. primi huius, ſectio communis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c, hæc ergo tranſit per duas lineas longitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnæ, ſecabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, cẽ ſit illud quod ſub lineis circulum b c, contingentibus à centro uiſus puncto, ſ. a, ductis continetur, qđ eſt contra ea quæ declarata ſunt in 51. quarti huius, & ſimiliter de baſibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas, quod eſt cõtra hypotheſim. Eodem modo quoq; eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandum, & ſequitur idem impoſſibile, qđ prius per 84. quarti huius, quod eſt contra hypotheſim, patet ergo propoſitum.



III.

Communis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ cõtingentiũ ſpeculũ, columnare conuexum, eſt linea tranſiens centrũ uiſus æquediſtanter axi illius ſpeculi.

Quod hic ꝓponit, eſto eñ axis ſpeculi columnaris conuexi h k i, & baſis ſuperior columnæ circulus f d, cuius centrum ſit h, & inferior baſis circulus g e, cuius centrum i, & communis ſectio alicuius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi columnaris ſit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq; axis h i, qui orthogonaliter eſt ſup baſes, ut patet per 95. primi huius, ſit etiã orthogonalis ſup circulũ b l, per 100. & ꝑ 23. primi huius, & per eadẽ ſint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales ſup circulũ b l, ſuperficies ergo contingentes columnam ſecundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt ſup circulum b l, per 18. undecimi, ergo & ſuper ſuperficiem reflexionis ſecantẽ columnam ſecundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis ſectio illaꝝ ſuperficieꝝ contingentium columnã orthogonaliter erit ſuper illam ſuperficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum ſuperficieꝝ cõmunis ſectio æquediſtans erit axi columnæ q̃ ſuper eandẽ ſupficiem eſt orthogonaliter erecta, ſecant aũt illæ ſup ficies ſe in centro uiſus, qm̃ centrum uiſus in omnibus illis exiſtit, ut patet ex hypotheſi de ſupficiebus planis ſpeculum ꝓpoſitum cõtingentibus, & de ſupficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo ꝓpoſitum.



IIII.

Ad quodcunq; pũctum ſignatũ in ſuperficie apparente ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uiſus ducatur linea recta, illa ꝓducta neceſſario ſpeculũ ſecabit.

Sit diſpoſitio omnimoda p̃miſſæ, ſignetur q; in apparente uiſui ꝓportione ſpeculi, qđ eſt e d, f g, punctus q, & ꝓducat linea a q, dico quod

co quod linea a q, ꝓducta necessario speculũ secabit, ꝓducatur em̃ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ sit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquedistans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet colũnã ultra punctũ q, secũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m necessario transibit per circulũ sectionis, qui est b l, secans ipsum in pũcto, sit ergo illud punctum p, ducaturq; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad circulum b l, ꝓductas illũ cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã qa secabit circulũ, ergo etiã superficies à cẽtro uisus ad speculi superficiem ꝓtensa, in qua sunt lineæ a p & a q, secabit speculũ, qa illa superficies secabit superficiem columnaris speculi secundũ lineã longitudinis, quæ est m q, palã ergo q̃m linea a q, ꝓducta secabit speculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in speculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius speculi superficie datũ, palã est ergo ꝓpositũ.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omesq; illæ superficies inter uisum & speculi supficiẽ extendunt.

Maneat superior dispositio, cõtingatq; aliqua supficies plana supficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã longitudinis, q̃ est m o, p 95. primi huius, ducaturq; supficies reflexionis quæ sit a b l, & in ea, ducat linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ sit s p t, palã ergo qd linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat em̃ linea p l, quia ergo linea s p t, secat angulũ a p l, patet p 29. primi huius, q̃m ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qd linea s p, secabit lineã a b, palã ergo, q̃m lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, est in superficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l est in supficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis d e, quæ est extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpositũ primũ. Sed & oẽs tales supficies, qualis est supficies in qua est linea s t, inter uisum & speculi supficiẽ, & nõ extendunt, & de speculi quidem supficie patet, qd sint illæ supficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & non secantes illã, sed & patet de centro uisus. Sit em̃ punctũ n, ꝓximũ punctũ signabile sub pũcto l, in arcu l b, & imaginet aliqua supficies cõtingens supficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ sit pũctus n, hoc ergo necessario secabit supficiẽ reflexiõis q̃ est a b l, q̃m est orthogonalis super illã per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiã undecimi supficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ superficiei cõmunis sectionis linea recta, q̃ sit n r, palam ergo per p̃missa, q̃m linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, sed punctũ n demissius est puncto l, ergo cõtingens linea quæ n r, erit demissior, linea cõtingente q̃ est a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ptinget linea n r, ad punctũ a centrum uisus. Eodẽ modo demonstrandũ in alijs quibuscũq; superficiebus taliter cõtingentibus supficiem apparentẽ speculi colũnaris. Similiter q̃q; demonstrandũ est de supficiebus cõtingentibus specula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi idẽ speculũ secundũ lineam suæ longitudinis necessario est cõtingens.

Hoc patet per modũ secundæ huius, q̃m eadem huius & illius est demonstratio. Sit em̃ resumpta figura p̃cedẽtis supficies reflexiõis g a f, in qua sit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ est g f, dico q̃d illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si deꝛ q̃ illa superficies columnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Oppsito

VII.

Oppsito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cõmunis sectio supficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linia longitudinis speculi, & si illa communis sectio sit lineæ lõgitudinis superfiices reflexionis secat speculum per axem.

Sit speculuũ columnare conuexũ, cuius axis sit h i, cuius superficies apparens uisui sit e d f g, sitq; a centrũ uisus, & b punctũ uisum, secetq; supficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, necessario sunt pũcta a & b, ipsum speculũ secũdum axem h i, dico qd cõmunis sectio illius superficiei reflexionis & supficiei e d f g, est linea longitudinis speculi, q̃m enim per 93. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei planæ & supficiei totius colũnæ speculi est quadrangulũ rectangulum sub duabus lineis longitudinis & duabus diametris basiũ columnæ contentũ, cum superficies reflectionis transeat per centrum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparẽs uisui, per primã huius, patet quod cõmunis sectio illarũ duarũ superficierũ, erit linea una longitudinis, quæ est unũ latus illius trianguli, quod est cõmunis sectio illius superficiei planæ, & superficiei totius columnæ. Sic quoq; patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, q̃m cõmunis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicæ speculi uisui apparentis, sit unum latus illius trigoni, quoniã est communis sectio huius planæ superficiei, & totius superficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propositum.

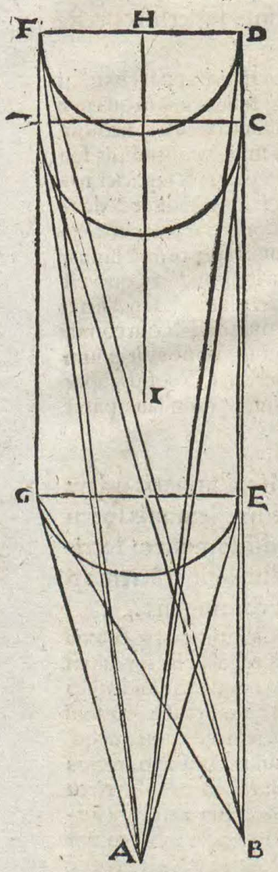
VIII.

Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis speculum secundum axem secantẽ, est erecta, ut quæ secundũ cõmunem sectionem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem apparentem speculi per æqualia diuidentem speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexũ, cuius apparens uisui superficies sit, e d f g, & axis h i, sitq; centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum secundũ axem secantis & speculi, fit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs supficiẽ e d f g, cõtingãtq; supficiẽ speculi supficies planæ ꝗtcũq;, dico qd unica illa quæ secũdũ lineã longitudinis m o speculũ cõtingit, erecta est sup illã supficiem reflexiõis, & qd oẽs aliæ super ipsam sunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos est angulos cõtinens cũ semidiamitris basiũ colũnæ & simul cũ semidiametris oĩm circulorũ basibus illis æquedistantiũ secantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoq; per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles sunt semp ipsam supficiẽ cõtingentẽ speculũ necessario trãseũt per axẽ speculi, oẽs uero illæ ꝓpendiculares cadunt in superficie speculũ secundũ axẽ secante, ergo per diffinitionẽ illa superficies contingens est erecta sup superficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ superficies dictã superficiẽ speculi secũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquæ, aliter enim illæ superficies contingentes se necessario intersecarent, si ab obliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, est communis sectio illarum superficierum, duæ lineæ in illis superficiebus contingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa superficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contingentium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectione speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstratio formari, patet ergo propositum.

IX.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquediſtanti baſibus columnæ, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit circulus æquedistans baſibus columnæ.



Eſto columnare ſpeculum conuexum, cuius axis ſit h i, & baſis ſuperior circulus f d inferior baſis circulus g e, & ſit cẽtrum, uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, ſitq; ſpeculum directæ uiſui oppoſitum, ut proponitur, dico quod quoniam ſuperficies reflexionis quæ ſit a b c z, ſecabit ſuperficiẽ propoſiti ſpeculi, taliter quod communis ſectio quæ ſit c z, erit circulus æquedistanter baſibus ſpeculi, hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100. primi huius. uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ â uiſu contingentes ſpeculum, quæ ſint a z & a c, ſintq; z & c puncta contingentiæ oppoſita adinuicem in eadem ſuperficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g, & quoniam linea d c, eſt æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypotheſi & per 25. primi huius, propter æquedistantia baſium ſpeculi & ſuperficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi, æquedistabit arcubus baſiũ, quæ ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdem ſunt ſuperficiebus, erunt æquedistantes & ſunt circulares, quoniam ſunt æquedistantes in eadem ſuperficie columnari, patet ergo propoſitum.

X

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis ſuperficie reflexionis oblique axi ſpeculi incidente, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit oxigonia ſectio.

Eſto ut in præmiſſis ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i, & ſuperficies eius apparens uiſui ſit e d & f g, ſitq; centrum uiſus punctum a, & punctus rei uiſæ b, ſecetq; ſuperficies reflectionis ſpeculum oblique tranſaxem, ſcilicet non æquedistanter baſibus columnæ, dico quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxigoniæ ſectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet q̃ omnis ſuperficiei ſecantis columnã uel pyramidem tranſaxem non æquedistanter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulum eſſe, eſt impoſſibile, uel etiã lineã longitudinis per 7. huius, cum talis ſuperficies plana nõ ſecet pyramidẽ uel columnam, ſecũdũ axis longitudinem, patet q̃ communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ plana eſt & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars ſectionis oxigoniæ, quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam ſectionem in 98. primi huius, patet ergo propoſitum.

Com-

XI.

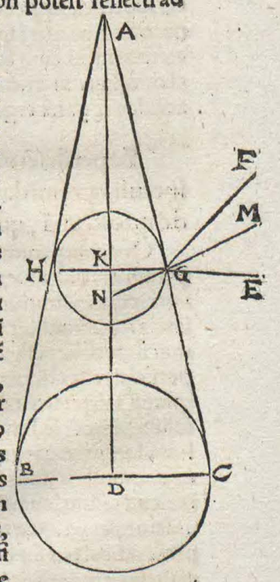
Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cõtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æquedistantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ ſuperficierũ erectarum ſuperficierum ſunt ſuperficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cõuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq; axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq; centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto ſquod reflectatur forma puncti f, ad uiſum e â puncto ſpeculi g, ſitq; circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquedistans baſi b c, producatur ergo â pũcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis oblique ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquedistantis baſi nõ orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliq; puncto axis, qui ſit punctꝰ n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulũ g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendiculauis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo q̃d formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio â puncto ſpeculi e, ut â puncto circuli. Si enim fieret reflexio â puncto g, ut â puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis, impoſſibile eſt reflexionẽ fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctus rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus, quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝓpendicularis ſuper illũ circulũ per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiẽ reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pũctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſupficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliũ acciderit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

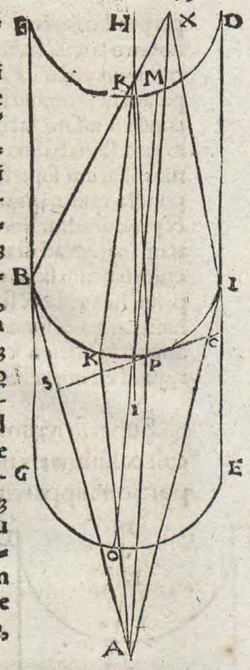
Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quã doc̄ ſolũ unã, quandoc̄ plurimas ad eundẽ uiſum poſſibile eſt applicari.

Quocunc̄ enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tũc ſolũ unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, eritc̄ cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniã quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itac̄ per 6. huius, quoniam ſuperficies reflexiõis taliter ſecans ſpeculũ columnare uel pyramidale ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi e d f g, uiſui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qd illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ſi ergo in linea m o ſignetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in ſuperficie ſpeculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquediſtantẽ baſibus, qui ſit b l, erit quoc̄ linea a p ꝓpendicularis ſuper lineam t p s, quoniam ducitur in ſuperficie ſuper illam ſuperficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x, ducãturc̄ lineæ a b & a l, quæ ſunt æquales per 58. primi huius, copulent̃ quoc̄ ſemidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula per 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, ſed arcus l p b, eſt æquediſtans baſibus columnæ, lineæ quoc̄ rectæ terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparentem æquediſtant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & ꝑ 28. primi, linea itac̄ m o diuiditur per æqualia baſis columnæ, eſt autem linea m o in ſuꝑficie reflexiõis, palam ergo quod illa ſuperficies reflexionis diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia, & quoniam in ſpeculo pyramidali ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies reflexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XVI.

Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt lineæ longitudinis illius ſpeculi.

Sit diſpoſitio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti, eſt linea longitudinis ſpeculi, niſi ſolum ſuperficie reflexionis columnam per axem ſecante per 7. huius, in hoc autem ſitu ſuperficies reflexionis quæ eſt a h i, ſecat ſuperficiem e d f g apparentem uiſui per duo æqualia, ut patet per præmiſſam huius, aut ſuperficies tranſiẽs per axem h i, eſt unica, patet ꝙd huius ſolius & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio, eſt linea longitudinis ſpeculi. Si autem dicatur quod & illa ſuperficies reflexionis eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi eſt linea longitudinis ſpeculi, ergo per 7. illa ſuperficies ſecat ſpeculum ſecundum axem h i, ducatur ergo in illa ſuperficie linea à centro uiſus ad axem h i, quæ ſit a r k, & ducatur in poſita ſuperficie reflexionis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia ſecante linea a p k, palam ergo quod iſtæ duæ rectæ includent ſuperficiem, quod eſt impoſſibile, patet ergo pro poſitum. Vnica eñ poteſt imaginari ſuperficies in qua ſunt axes columnæ & centrum uiſus & punctus rei uiſæ, & non plures.

XVII.

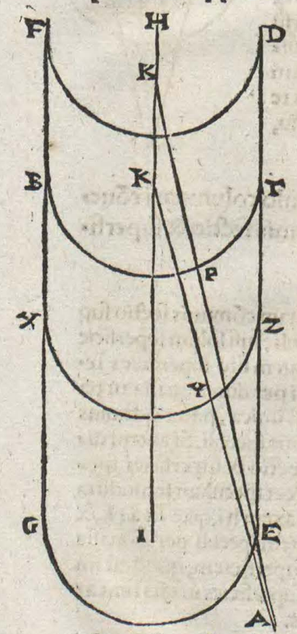
Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari conuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, ſit circulus, quia ergo in omni tali ſuperficie reflexionis linea

perpendicularis erecta sup superficiē cōtingentem speculū in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnæ æquedistantis,& nō potest esse in superficie columnæ nisi unus circulus æquedistās basibus colūnæ, quæ cū centro uisus sit in eadē superficie, palam quia omniū superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi,est circulus æquedistans basibus columnæ. Si em̄ dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficierum & superficiei speculi linea quæ sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r, & producantur lineæ a k & a r â centro uisus ad illa puncta,palam ergo per æquedistantiam basium ad istas,quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti,linea enim h r,cum sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est recta super bases columnæ p 92. primi huius,ita & super superficies circulorū illis basibus æquedistantiū per 23. primi huius,ergo & super diametros illorum circulorū est perpendicularis,sunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r,quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadē portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cōmunis sectio superficiei reflexionis æquedistantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundū partes sectionis columnaris,quia enim ad quodlibet illorum pūctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorū fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpēdicularē super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi huiꝰ, patet ergo, ppositū.

XIX.

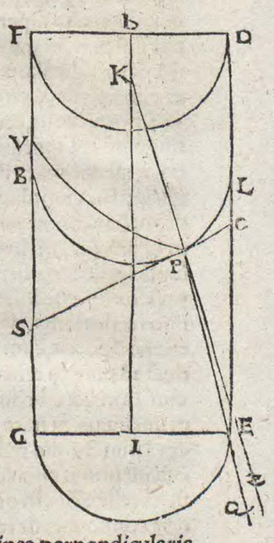
Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, q̄ secet superficiem speculi secundū lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erūt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnæ secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnam contingentem, superficies ergo m o, h i, est erecta sup superficiem in linea m o speculū contingentē, sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus & linea

linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o, quoniam dato opposito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie.



Fiat figuratio ut in 17. huius, & signetur quodcunq; punctū placuerit in circulo b p t, palam, quoniā semper semidiameter illius circuli, ducta à pūcto k, cētro illius circuli b p t, erit perpēdicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primā undecimi. Est aūt illa supficies educta extra columnam superficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a, similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ, quod est propositum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pūcto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli æquedistantis basibus columnæ, & econuerso.

Sit dispositio figuræ ut prius, Sitq; pūctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p, quæ sit p q. dico quod linea p q intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem esse super lineam s t, cōtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, est linea s t, cum & linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipsarum angulum rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiei contingentis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra speculum, si ipsa uero pertingat ad punctum q, sit ut ipsa pertingat ad punctum z, extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum p z & perpendicularem q p, eandem superficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quacunq; linea existente, formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

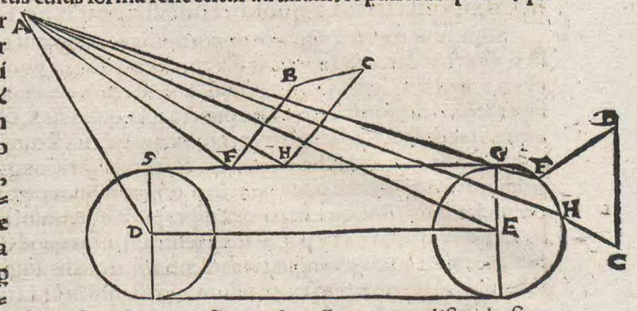
Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, niſi ab uno tantum puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45. quinti huius, ſi uero communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt per 16. ſexti huius, ſi uero illa communis ſectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrãdum, fiat ergo diſpoſitio figuræ ut in præmiſſa, ꝓxima, ſitq; pars columnaris ſectionis linea, quæ eſt p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uiſum in illa ſupficie, dato em̃ quocunq; pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta ſuper ſuperficiẽ colũnæ, orthogonalis, eſt ſup lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ tranſeuntis, quare & ſuper axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquediſtãtis baſibus ſpeculi ꝑ præmiſſam, et ſupficies reflexionis & circulus ille ſecat ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa eſt perpẽdicularis ſup ſupficiẽ ſpeculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſupficies reflexiõis eſt ſecãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſup quã fit cõtingẽtia, & eſt declinata ſup eã, ergo & ſup axẽ erit illa ſupficies reflexionis declinata, ſed in ſupficie plana ſup aliquã lineã declinata, ut ſpecialiter patet de ſectione oxigonia per 112. primi huius, non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineã uel in ipſum axẽ, qm̃ linea terminãs illã ſupficiẽ, in uno tantũ puncto ſecat illã lineã ſup quã ſupficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantũ illius ſectiõis fiet reflexio. Si em̃ à duob9 punctis illius ſectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uiſum, ſequereꝫ ꝙd in eadẽ ſupficie illius reflexionis, eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſup axẽ columnæ, qd̃ eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexionis cadit in circulum æquediſtantem baſibus columnæ in punctum axis, & eſt cõmunis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquediſtantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet ſupficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ ſuperficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem ſuperficie reſpectu eiuſdem uiſus, quamuis reſpectu duorum uiſuum poſſit fieri reflexio à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uiſu hæc fieri non poteſt, quoniam ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78. quarti huiuis, patet ergo propoſitum, quod nos demum particularius proſequemur, oſtendentes quod in his ſpeculis quacunq; linea cũ ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantum puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſus.

XXIII.

Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſſior cẽtro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo, ſemper fiet ſecundum oxigonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.

Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c, & ſit centrũ uiſus a, ſitq; axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducãturq; lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius ſuperficie nõ ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonũ a d e ſiue nõ, ſecet ipſum, fiatq; lineæ b c reflexio ad uiſum a, à ſupficie ſpeculi propoſiti, palã aũt quod ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti nõ poteſt ꝑ 29. quinti huius, dico quod ſi linea b c reflectatur ad uiſum a, à linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit s g, ut ſi linea b c æquediſtet axi d e, & ſuperficies in qua eſt linea b c ſecet ſpeculum tranſaxem

tranſaxem orthogonaliter ſuper baſem ſpeculi. Secetq; ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi qui eſt d e, ita q; cõmunis ſectio illaꝝ ſuperficierũ ſit axis d e, fiet tñ reflexio ad uiſum ſecundũ oxigonias ſexiones, q̃uis fiat à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt s g, palam em̃ per 27. quinti huius, qm̃ in omni ſuperficie reflexionis optet ut ſit centrum uiſus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uiſum, & punctus ſpeculi, qui eſt pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uiſum r, à puncto ſpeculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaq; punctus b, lineæ b c, non eſt in ſuperficie a d e, ex hypotheſi, patet quod ſuperficies ſuæ reflexiõis quæ eſt a f b, ſecat ſuperficiem a d e, ſuper punctum a, & ſup punctum ſpeculi f, ſecat ergo ipſam ſecũdũ lineam a f, & ſecat ſpeculum tranſaxem d e, nõ aũt æquediſtat baſi ex hypotheſi, qm̃ illa linea uiſa quæ b c, nõ eſt in ſuperficie a d e, ſed extra illam, ſuperficies ergo b f a, quæ eſt ſuperficies reflexionis tranſuerſaliter ſecat axem d e, qm̃ linea uiſa eſt altior uel baſſior cẽtro uiſus ex hypotheſi, cõmunis ergo ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi per 10. huius, eſt oxigonia ſectio. Similiterq; eſt de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uiſus a, à linea longitudinis ſpeculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uiſum fiet ſecundum oxigoniam ſectionẽ. Similiterq; demonſtrandũ, ſi ſuperficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter ſecet axem ſpeculi, & ſuperficiem a d e, tunc em̃ cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ lineæ b c, & ſuperficiei ſpeculi, fiet circulus æquediſtans baſi ſpeculi, ꝑ 100. primi huius, unde ſi fiat reflexio ad uiſum fiet ab arcu circuli æquediſtantis baſi ſpeculi, q̃libet tñ ſuperficies reflexionis tranſiens centrum uiſus ſecabit oblique axem ſpeculi ſecundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uiſum a, ab arcu circuli ſpeculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio ſecundum oxigoniam ſectionem. Si tñ aliquis punctoꝝ lineæ b c, fuerit cum centro uiſus in eadem ſuperficie æquediſtanter baſi ſpeculũ ſecante, illius ſolius reflexio fiet ſecundũ circulũ aliorum uero omnium punctoꝝ reflexio fiet ſecundũ oxigonias ſectiones, & ſic puncta illius ſuperficiei diuerſas afferunt uiſui paſſiones, patet ergo propoſitum.



XXIIII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

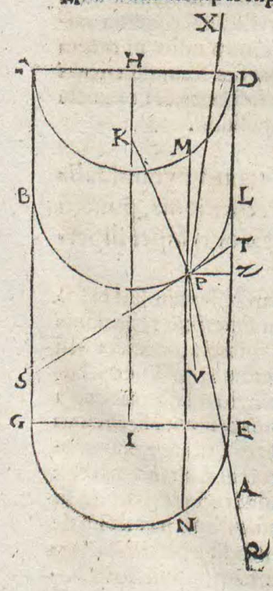
Quod centrum uiſus & punctum reflexionis & punctum reflexum ſint in ſuperficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ ſecundum lineam ſuæ longitudinis, palã per 7. huius, qd̃ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſunt in hac ſuperficie. Si uero cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui eſt punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes ꝑpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, eſt in ſuperficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus eſt in ſuperficie reflexionis. Si aũt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc ſectio decliuis eſt ſuper axem columnæ, interſecans axem in puncto cui incidit ꝑpendicularis, ꝑducta à puncto reflexionis ſuper ſupficiem contingentem columnam in puncto ſectio-

nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxigonia sectio, à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq; x punctus rei uisæ, Dico qd à punc to p, potest fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit em primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisa, quod est x, & centrum uisus a, & punctū à quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundū axem h k i, erit ergo per 7. huius, cōmunis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ quæ sit m p n, ducaf itaq; linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis sup lineam m n, per undecimā primi, quæ sit p r z, & super pūctū p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ sit z p q, Si itaq; centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cū angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, qm à puncto p fiet reflexio formæ pūcti x, ad uisum a, existentē in linea p q, qd si superficies reflexiōis secet colūnā speculi æqdistanter basib9, palā, qa cōis sectio erit circul9 p 9. huius, fietq; iteꝝ à pūcto p, reflexio ad uisum, ducaf em p 102. primi huius. circulus æqdistās basib9 columnæ transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrū sit k. in cuius superficie extensa extra speculū si fuerit punctū uisum, & ducatur linea x p, quæ pducta si transeat centrum circuli k, palam cū axis columnæ h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100, & per 23. primi huius, qm & ipse axis h k i, orthogonalis erit super lineā x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurret. Si uero linea x p, pducta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex pmissis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis sup lineam longitudinis, quæ est m p, & per 29. primi, erit ergo k p ppendicularis super superficiem contingentē columnam super lineā longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulū b p l, in pūcto p, quæ sit s p t, educaturq; linea k p, perpendiculariter super illam superficiē in punctū u, sitq; ut prius centrū uisus qd est a, in linea q p, in eadē superficie circuli, & qm in illa superficie circulū contingente est linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u est rectus per 15. primi, palā ergo quia angulus a p s, est minor recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est obtusus, rescindaf ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palā per 20. quinti huius, qm à puncto p reflectef forma puncti x, ad punctū a, centrum uisus, quod si linea x p, illum angulum nō contineat, tunc ut prius sup punctū p, tm lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̄q illum angulum continentē posito centro uisus a, patet, ppositū, & qm perpendicularis k p u, & cū puncto a, in eadem superficie, per pmissam erit linea a p, in eadem superficie cū linea x p, & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiem speculum contingentem secundū lineam m n, qm perpendicularis p u, quæ est in superficie reflexionis erecta est sup superficiem secundū lineam m n, speculū cōtingentem, & est in ea circulus b p t, æquedistans basibus columnæ, & similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie

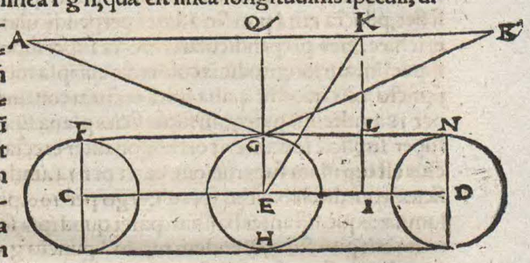


ficie speculi. Idem quoq; patet si cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, qm ut ostendimus in 21. huius, patet qd semper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiē speculi æquedistātem basibus columnæ, ductaq; linea in puncto dato speculū secundū oxigoniam sectionē contingentem, & pducta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrū uisus, cadant in eandem perpendicularē, uel in lineas in eadē superficie cū perpendiculari existentes, & æquales angulos cū ipsa continentes, fiet secundum pmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cōi superficiei reflexionis & supficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio.

Esto speculum columnarè conuexū, cuius axis sit c t, sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectaf ad a centrum circuli à puncto g supficiei speculi, & sit cōmunis sectio superficieꝝ istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, q̄ à puncto d, ducatur em à puncto g perpendicularis super supficiem contingentem columnā secundū lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, pductam inter punctū uisum & centrū uisus in pūcto q, palam p 21. huius, qm hæc linea g q, producta intra speculū secat ipsum transaxem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, qm axis c d, erit in eadem per 7. huius, ergo & punctū e, erit in illa superficie. cū itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam qd à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrū uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nō potest fieri reflexio ab alio puncto, q̄ ab uno solo puncto. s. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.



XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cōmuni sectione existente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, qm hac hypothesi existente superficies reflexionis a b g, erit æquedistans basibus columnæ, circulus quoq; qui est cōmunis sectio superficiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans basibus columnæ sit g h, cuius centrū sit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ est cōmunis sectio superficiei a b g, nō potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantū puncto g, patuit em per 16. sexti huius, quia in speculis sphæricis conuexis à circulo sup quem fit reflexio, nō potest fieri reflexio nisi ab uno tantū puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut à puncto l, similiter fiat reflexio sicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiē columnæ, hæc ergo pducta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctū axis, qd sit l. Similiter quoq; linea l k. ut patet

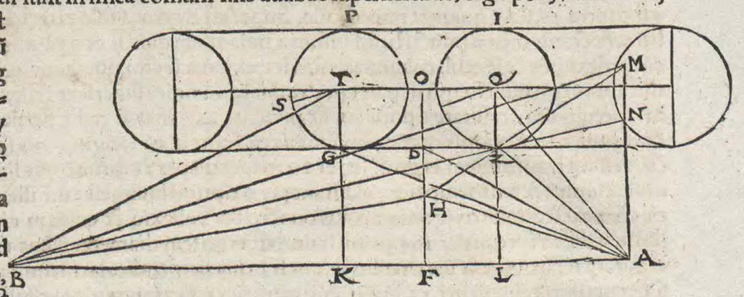
ut patet ex præmiſſis ſecabit lineam a b, ꝓductam inter punctū rei uiſæ & centrum uiſus, ſecetq; ipſam in puncto k, quod ſiue fuerit idē cū puncto q, ſiue aliud à puncto q, ducatur ſemper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq; linea k e, orthogonalis ſuper axem c d, qm̄ eſt in ſuperficie reflexionis orthogonaliter axem c d ſecantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cū linea e i, parte axis continent triangulū, cuius duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile, palam ergo quod in tali diſpoſitione non reflectitur forma puncti h, ad uiſum a, ab aliquo pūcto ſuperficiei totius circuli alio q̄ à puncto g, & hoc eſt ꝓpoſitū.

XXVIII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione exiſtente oxigonia, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno ſolo puncto totius ſuperficiei ſpeculi fit reflexio ad uiſum.

Sit ſuperficies reflexionis a b g, cuius cōmunis ſectio eū ſuperficie ſpeculi columnaris ſit oxigonia ſectio tranſiens in ſuꝑficie ſpeculi punctū g, & ſit b punctus rei uiſæ, & a centrum uiſus, & g punctus reflexionis, dico qm̄ forma puncti b, nō reflectitur ad centrum uiſus a, ab aliq̄ pūcto totius ſuꝑficiei ſpeculi, niſi à pūcto g, ducaſ em̄ à pūcto a ſuꝑficies æquediſtans baſibus columnæ ſecans ſpeculū ſecundum circulū, qui ſit e z l, quod ſi fiet, ꝓducta em̄ à puncto a, linea perpendicularis ſuper axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta ſuper ſuꝑficiē columnæ, quia erit ꝓpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ cui ipſa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodē puncto axis quod ſit q, alia linea rectum continens angulū cū axe quæ ſit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̄ ſuperficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertranſire ſuper ſuꝑficiē ſpeculi erit orthogonaliter erecta, & qm̄ per 4. undecimi, axis ſpeculi erectus eſt ſuꝑ illam ſuperficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̄ illa ſuꝑficies æquediſtat baſibus ſpeculi, ergo per 100. primi huius, cū ipſa ſecet ſuperficiem columnæ æquediſtanter baſibus, patet quod ipſa ſecat ſecundū circulū qui ſit e z i, cuius cē trum erit punctū q, & eodem modo à puncto g, ducatur ſuꝑficies æquediſtans baſibus ſpeculi quæ ſecet ſpeculū ſecundū circulū s g p, cuius centrum ſit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctū g, quæ ſit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝓpendicularis ſuper ſuperficiem contingentē columnā in linea longitudinis, in qua eſt punctus g. Linea q̄q; t g, ꝓducta cōcurrat cū linea a b, in puncto k, cōcurret autē per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulū a g b, & puncta g a b, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiā à puncto g, linea longitudinis ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit g z, cadens inter duas ſectiones æquediſtantes baſibus ſpeculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uiſæ ducatur linea ꝓpendicularis ſuper ſuperficiē ſecātem ſpeculū ſecundū circulum e z i, per 11. undecimi, quæ ſit b h, & ducanſ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in ſuꝑficie illa ad axem ſpeculi linea z q, eritq; hæc linea z q, ꝓpendicularis ſuper axem q t, per 21. huius, ſicut & ſuꝑficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝓpendicularis ſuper ſuꝑficiem cōtingentē ſpeculū in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra ſpeculi ſuꝑficiē neceſſario diuidit angulum h z a, eo quod cōcurſu lineaꝝ h z & a z, orthogonaliter ꝓducatur ſuꝑ ſuꝑficiē contingentem, cui ſuperficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝓducta linea z q, cōcurret cum linea a h, quæ ſubtendit angulo i z h, cōcurrat ergo in puncto l z, dico qm̄ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi z, ducatur em̄ à puncto a, linea æquediſtans k g, lineæ quæ ſit a m, hoc utiq; per ſecundā primi huius, cōcurret cū linea b g, cum qua ſua æquediſtans cōcurrit, ſunt em̄ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem ſuperficie reflexionis, ſit ergo punctus cōcurſus lineaꝝ b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, qm̄ linea g z, æquediſtat lineæ b h, cū utraq; ipſaꝝ orthogonalis ſuꝑ ſuꝑficiem e z i, æquediſtantē baſibus columnæ, eſt ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem ſuperficie, cū ſecet illas duas lineas æquediſtantes. In ſuꝑficie ergo reflexionis quæ eſt a b g, ſunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, eſt æquediſtans lineæ k g, ſed & linea z l, eſt

eſt æquediſtans lineæ b g, per 33. primi, ſunt em̄ lineæ g z & t q, æquales & æquediſtantes, ut patet ex p̄miſſis, & linea t g, ꝓducitur in punctū k, & linea q z æquediſtans lineæ a m. Sunt ergo per ſecundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem ſuperficie, & in eadem eſt linea h a, per 7. undecimi, igit̄ tria puncta m z h, ſunt in eadem ſuperficie in qua ſunt lineæ l z & a m, & h a, quæ eſt ſuperficies h l, z m, ſed iam patuit ſupra quod ſunt in ſuꝑficie m b h, igitur ſunt in linea cōmuni illis duabus ſuperficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, eſt linea recta. Cū itaq; punctus g ſit punctus reflexionis ex hypotheſi, erit ꝑ 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, ſed angulus k g b, ꝑ 29. primi eſt æqualis angulo a m g, cū ſit extrinſecus ad illū, & linea k g æquediſtet lineæ a m, ſed & angulus a g k, eſt æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia eſt illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, ſunt æquales, ergo per ſextā primi, duæ lineæ a g & m g, ſunt æquales, quia uero linea g z, eſt erecta ſuper ſuperficiem a h z, ut patet ex p̄miſſis, erit linea g z, orthogonalis ſuꝑ quālibet lineā ſuperficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝓpendicularis ſuper lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, quadratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineaꝝ m g & g z, & ſimiliter quadratum lineæ a g, eſt æquale quadratis lineaꝝ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale eſt quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, ſunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cōmuni, qd' eſt quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Eſto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z eſt æqualis angulo z a m, ſed per 29. primi, angulus l z h, extrinſecus æqualis eſt angulo a m z intrinſeco, & angulꝰ z a m, eſt æqualis angulo l z a, per eandē 29. primi, quia illi anguli ſunt coalterni, ergo angulus a z l, eſt æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens ſpeculo in puncto z, reflectit̄ ad a centrū uiſus à puncto ſpeculi, qd' eſt z, ut patet per 20. quinti huius. Sí uero dicaſ quod ab illo puncto g, poteſt forma pūcti b, reflecti ad uiſum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ eſt g z, aut in alia. Sí eſt linea g z, ducaſ à dato puncto lineæ g z, qd' ſit d, linea perpendicularis ſuper lineā g z, quæ ad utramq; partē ꝓducta ſit linea o d f, & copulent̄ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, neceſſario ſecabit lineā a b, & erit æquediſtās lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctū d, neceſſario cōcurret cū linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem ſuperficie, qm̄ lineæ d f & a m, cum ſint æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1. primi huius; linea ergo b d, aut cadet ſuper punctum m, aut ſupra aliud punctum lineæ a m, ſi cadat ſuper punctū m, eſt ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineā b g m, & lineam b d m, quod eſt impoſſibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ ſuperficiem includerent. Sí uero ad aliud punctum lineæ a m, q̄ ad punctum m, incidat linea b d, ſit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & poteſt ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam ſicut priꝰ ꝓbatum eſt de linea m z, qm̄ em̄ puncta n z h, ſunt in duabus planis ſuperficiebus, ergo ſub nullarum cōmuni ſectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z tranſeuntes, & in diuerſa puncta lineæ a m, cadentes, quod eſt impoſſibile per primā undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, poteſt forma puncti b reflecti ad



uiſum a, nõ à ſolo puncto g, ſi dicatur quod extra hanc lineam ſumpto puncto in ſuperficie ſpeculi ab illo poſſit flecti forma pũcti b ad a uiſum, ducat̃ ſup illud punctũ ſpeculi linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quẽ cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uiſum a, ſecundũ p̃dictã ꝓbationẽ, ſed iam ꝓbatum eſt, quod forma puncti h, à puncto ſpeculi z, reflectitur ad uiſum a, & ita formæ eiuſdem pũcti h, ad eundem uiſum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qd̃ eſt contra 16. ſexti huius, et impoſſibile. Super eſt ergo ut à ſolo puncto ſpeculi propoſiti reflectatur forma puncti b, ad uiſum a, palam eẽ quia ſi communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit oxigonia ſectio, quia tunc non fiet reflexio niſi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis de neceſſitate oportet ut ſit punctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis eſt ſuper lineã longitudinis ſpeculi per punctum illud tranſeuntem, ergo & ſuper axem ſpeculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis ſemper æquediſtant per 92. primi huius, eſt autẽ illa perpendicularis cõmuni ſectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquediſtanti baſibus ſpeculi per 104. primi huius, eſt ergo ſemidiameter illius circuli, ſuperficies itaq; reflexionis, & ille circulus ſecant ſe in illa perpendiculari ſemidiametro circuli ſuper periferiã circuli per 21. huius, & ſuperficies reflexionis in qua eſt illa ſectio oxigonia eſt declinata ſuper ſuperficiem circuli, & ſuper illam ſemidiametrũ, quæ eſt perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſuper axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia ſectione fieret à duobus punctis reflexio, eſſet neceſſariũ, ut ĩ illa ſectionis ſuperficie poſſent duci duæ perpendiculares ſuper axem ſpeculi, quod eſt impoſſibile, cũ unus uiſus ſemper uideat minus medietate columnæ, & ſimiliter patet per 79. quarti huius, ꝙ duo uiſus uident minus medietate columnæ, quando diameter baſis columnæ maior eſt ꝙ diſtantia oculorum, hoc autem planius declaratum eſt in 22. huius, patet itaq; propoſitum.

XXIX.

Oxigonia ſectione exiſtente cõmuni ſuꝑficiei reflexiõis & ſpeculi colũnaris cõuexi dati pũcti uiſi, ad datum centrũ uiſus punctũ reflexiõis inueniri.

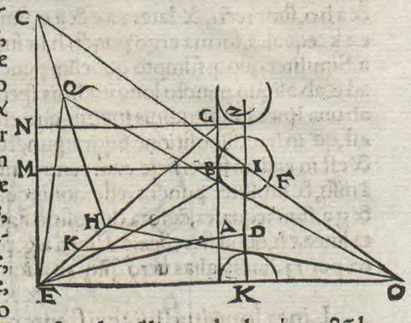
In omni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti exiſtente linea longitudinis ſpeculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis planis ꝑ 46. quinti huius, oſtenſum eſt. Si uero illa communis ſectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis ſphæricis conuexis oſtenſum eſt per 20. uel 22. ſexti huius. Si autem illa communis ſectio ſit oxigonia qualis proponitur, ſit rei uiſæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ ad a centrum uiſus, dico quod poſſibile eſt inuenirĩ punctum reflexionis, ducatur eẽ à puncto a, ut in præcedenti propoſitione ſuperficies æquediſtans baſibus columnæ, quæ ſecabit columnam ſuper circulum qui ſit e ẽ i, & ducatur à puncto b, perpendicularis ſup hanc ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit b h, & per 20. uel 22. ſexti huius, ſicut in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt, inueniatur in hac ſuperficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum a, qui ſit punctus ẽ, & à puncto ẽ, per 101. primi huius, ducat̃ linea longitudinis quæ ſit ẽ g, & ducatur linea h a, & à puncto ẽ, ducatur perpendicularis ſuper lineam h a, per 12. primi, quæ ſit ẽ l, & huic ducatur æquediſtans à puncto a, per ẽ 1. primi, quæ ſit a m, & linea h ẽ, producatur uſq; quo concurrat cum linea a m, & ſit concurſus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ neceſſario ſecabit lineam ẽ g, cum ſit in eadem ſuperficie cum illa, quoniam cum linea b h, ſit æquediſtans lineæ g ẽ, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g ẽ, ſunt perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem e & i, æquediſtantẽ baſibus columnæ, erit ergo linea h m, in ſuperficie illaꝝ per ſeptimã undecimi, & 1ta linea m b, erit in eadẽ ſuperficie, quæ ſi ſecat lineam ẽ g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propoſitione præmiſſa ſunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uiſum, hæc omnia pluraq; alia patent ꝑ ea q̃ dicta ſunt in p̃cedenti demonſtratione, & hoc eſt ꝓpoſitũ, qm̃ ſecũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uiſum pũctus reflexiõis poterit ĩueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi uiſu non exiſtente in eadẽ ſuperficie, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi colũnaris conuexi, linea ẽ k, & ſit linea uiſa axi æquediſtans, quæ t h, eritq; centrũ uiſus e, extra ſuperficiem t h, ẽ k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei t h, ẽ k, & ſuꝑficiei ſpeculi, & quia uiſus e, nõ eſt ĩ ſuꝑficie t h, ẽ k, ſit ſuperficies per ipſum uiſum tranſiens ſecans columnã ſpeculi æquediſtanter baſibus, eritq; hæc ſuperficies ſecans colũnam ſecundũ circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cũ linea h t ex hypotheſi æq̃diſtanter axi ẽ k, qd̃ aliquis eius pũctus reflectit̃ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc à puncto b, punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, ſit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ ſit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens ſuper axem ẽ k, in punctum l, quæ ꝑducta ad lineam q e, ſecabit ipſam p ſecũdã primi huius, qm̃ illæ duæ lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, qm̃ ſuꝑficies e q b, eſt ſuꝑficies reflexionis, patet qd̃ punctũ b cũ linea e q, eſt in eadẽ ſuꝑficie, ſecet ergo linea b l, ꝑducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit linea m l, ducatur̃q; à puncto e, linea æquediſtãs lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ ſit e o, & ꝑducat̃ linea q b, ultra punctũ b, q̃ quia cõcurrit cũ linea m l, palã per ſecundã huius primi, quia ipſa concurret cum eius æq̃diſtante, q̃ eſt linea e o, ſit ergo punctus cõcurſus o, palã aũt per 20. quinti huius, qm̃ angulus incidentiæ, q eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, qa recti. Relinquit̃ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, qñq; extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalternus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃le lateri b o. Sumat̃ aũt & alius punctus in linea t h, qui ſit punctus c, & ducat̃ linea t a, quia ergo linea t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g, per 30. primi, ideo qd̃ utraq; illaꝝ eſt æquediſtans axi ẽ k, palã ergo per 1. primi huius, qd̃ lineæ t h & a g, ſunt in eadẽ ſuꝑficie cum linea t h & ẽ k, axis ſint in eadem ſuꝑficie, er go per 7. undecimi, linea q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quæ ſunt t h & a g, eſt cũ illis in eadem ſuꝑficie, & ſimiliter linea t o, eſt in eadẽ ſuꝑficie cũ illis, per 1. undecimi, ſunt eẽ puncta t & o, in dicta ſuꝑficie, ſecabit ergo linea t o, lineã a g, ſit pũctus ſectionis g, & ducat̃ linea e g & e t, qa itaq; a g, q̃ eſt linea lõgitudinis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſup ſuꝑficiẽ circuli b f, per 8. undecimi, ideo qd̃ axis ẽ k, cui æquediſtat linea a g, perpendicularis eſt ſuper eandẽ circuli ſuꝑficiẽ per 23. primi huius, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnæ, ꝑ 92. primi huius, ſuperficies aũt circuli b f, eſt pars ſuperficiei e o b f, hæc eẽ ſuperficies ſecat columnã æquediſtantẽ baſi, ut patet ex p̃miſſis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ ſuꝑ ſuꝑficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratũ lineæ g o, ualet ambo quadrata linearũ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g b & b e, & qm̃ oſtenſum eſt qd̃ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſarũ quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq; eſt commune, erit ergo quadratũ lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̃ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq; g, ducat̃ ꝑpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt ẽ k. per 12. primi, quæ ſit linea g ẽ, & hæc ꝑducta ultra punctũ g, ad lineã t e, ſit ẽ g n, eritq; linea ẽ n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, qm̃ lineæ n ẽ & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem ẽ k, ſed & linea e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex p̃miſſis, linea ergo ẽ n, æquediſtat lineæ

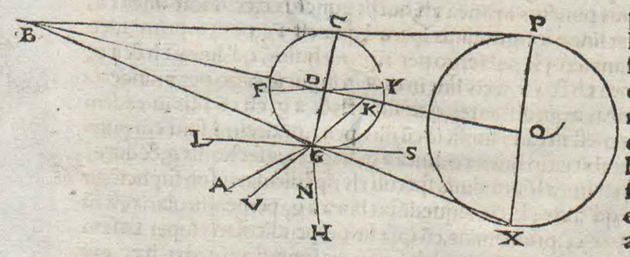


e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,existens extrinsecus æqualis angulo g o e,intrinseco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia sunt coalterni. Sed angulus g e o, ostensus est esse æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g 3,sunt in eadem superficie in qua est punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g,per 1. undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uisum e, à puncto speculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorꝫ t g n,& n g e. Sumpto aũt in linea t h,puncto h,eiusdẽ distantiæ à puncto q,& à centro uisus e,cuius est pũctus t,& dicta linea h o,transibit hãc per lineã longitudinis speculi, quæ est a g,sit punctum transitus a,& ducta à puncto a,linea ꝓpendiculari super axem 3 k,quæ sit a d, & q̃ ꝓducta ad lineam h e,sit d k,& ducta linea e a penetrabit sicut prius, ga duo anguli a b e & a b o,sunt recti, & latera a e & a o,sunt æqualia,fiuntꝙ ut prius duo anguli h a k, & e a k,æquales, forma ergo puncti h,ut supra patuit,reflectit̃ ad uisum e,à puncto speculi a. Simliter quocꝫ sumpto quocũcꝫ puncto lineæ t h,erit ꝓbare qd' ille punctus reflectit̃ ad e,ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g,tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi,quæ est a g,ad uisum e,qd' est ꝓpositũ. Et notandum est,qd' in hac dispositione figuræ punctum q,lineæ t h, est medius punctus illius lineæ, & est in eadem superficie cum centro uisus e,ꝓpter qd' puncta t & h,æqualiter distant à uisu, & similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b & g a,sunt æquales,& tota dispositio figuræ sit secundũ illũ,quod si uisus sit inferior tota linea t h,quod fit reflexio à linea a g,prout secat plurimas oxigonias sectiones,ut patet per 13.huius,alias uero qñꝫ ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi,à quolibet pũcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex sit b,& diameter basis x p,sitꝙ centrũ basis q,erit ergo linea b q,axis ipsius speculi. Sit quocꝫ qcunꝫ datus punctus in ipsius superficie apparente punctus g,& sit centrũ uisus a,& punctus rei uisæ sit n,dico qd' forma puncti n,reflecti potest à puncto g,ad uisum a: si fuerit in situ cõuenienti reflexiõi,circũducat̃ em̃ p 102 primi huius,à pũcto g circulus pyramidi speculi æquedistans basi x p, cuius cẽtrũ sit d,& cuius diameter sit g c,semidiameter g d,q̃ necessario erit ꝓpendicularis sup axem b q p 29.primi, eo qd' e x q, semidiameter basis speculi est ꝓpẽdicularis super eandẽ axẽ b q,sicut & alia semidiameter basis in eadẽ supficie



existẽs cũ diametro g c æq̃distat illi,est em̃ axis b q ꝓpẽdicularis sup superficies ambos circulos x p & g t,p 23.primi huius,& ꝓducat̃ linea g b,à dato puncto g,ad uerticẽ pyramidis b,palã ergo p 32.primi,qm̃ angul9 g b d est acutus,& similiter angul9 b g d,est acutus,cũ angul9 b g d,sit rectus,in supficie q̃dꝫ trigoni g b d, sit linea reflexiõis, q̃ est a g,p 7.huius,& ex hypothesi erũt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d q in eadẽ superficie,& qm̃ angulus b g d est acutus, fiat p 23.primi, angul9 b g k, rect9 ꝓducta linea g r,ad axẽ,eritꝙ r g linea perpẽdicularis sup lineã longitudinis, q̃ est b x, eritꝙ g r liea in eadẽ superficie cũ aliis lateribꝰ trigoni b g r,p 2.undecimi, à pũcto q̃dꝫ g,ducat̃ liea cõtingẽs circulũ p 16.tertij,q̃ sit liea l g s,eritꝙ p 27.tertij,linea l g s perpẽdicularis sup diametrũ g c, ducaturꝙ alia diameter circuli g c, perpendicularis super diametrum

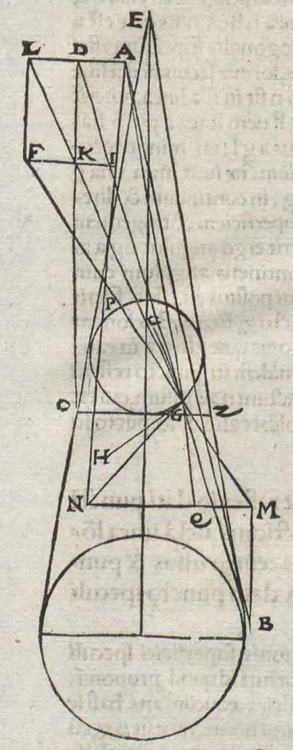
diametrum g r,quæ extrahatur à puncto d,per undecimã primi, & sit f k,eritꝙ sicut prꝰ diameter f k perpẽdicularis super axẽ b q,erit ergo per 4.undecimi diameter f k perpẽdicularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q,eritꝙ diameter f k æquedistãs lineæ contingenti circulum,quæ est l g s,per 17. tertij,& per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c,quæ est s g l,perpẽdicularis est super superficiẽ in qua sunt diameter g c & axis e l q. ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ,angulꝰ l g r,est rectꝰ: si ergo imaginemur superficiẽ contingẽtem pyramidẽ,in qua sit linea l g s,contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g,erecta est super illã superficiẽ, si ergo linea reflexionis quæ est a g,transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r,erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in pũcto g,fiet ergo per 21.quinti huius,formæ secundũ illã lineam superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ, & si punctꝰ n sit in illa linea,poterit forma eius reflecti ad uisum a,à puncto speculi g, per lineã a g,si uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g t,palã per conuersam 14.primi,quod angulus a g l, est minor recto uel maior,quoniã si erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ sunt linea una ꝑ eandem 14. fit ergo angulus a g l acutus,& producatur linea r g, in continuum & directum usq; ad punctum u,eritꝙ linea u g perpendicularis super superficiem cõtingentem speculum in puncto g,& erit angulus u g l rectus per 15.primi,erit ergo angulus u g a acutus,ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a,per 23.primi. Si ergo punctus rei uisæ,qui positus est esse n, fuerit in linea h g,palã per 20. quinti huius,quoniã possibile est à puncto g, fieri reflexionem ad uisum a,eruntꝙ lineæ incidentiæ,quæ est n g cũ linea reflexionis quæ est g a in eadẽ superficie orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g,reflecteturꝙ forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum,qui est in puncto a,à puncto speculi quod est g,& eodem modo de quolibet alio dato pũcto superficiei speculi demonstrandum,patet ergo propositum.

XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi,à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis,uel à linea lõgitudinis speculi, possibile est loca inueniri,in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi pro ut est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus,b punctus rei uisæ,& sit g pũctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis cõuexi,cuius uertex sit e,dico quod possibile est inuenirꝰ id quod ꝓponit̃, ducatur em̃ pro ut docuimus in 28.huius,super punctũ g superficies æquedistans basi secans pyramidem super circulũ basi æquedistantem per 100.primi huius,quæ sit p g,cuius centrũ sit t,& ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g c, & uertice pyramidis,qui est pũctus e, ducatur axis e t,& quoniã superficies reflexionũ semper est erecta super superficiem speculũ in puncto reflexionis contingentẽ,ut patet per 15.& per 8.huius,uel per 25.quinti huius,ducatur in superficie reflexionis linea perpẽdicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto reflectionis, qd' est g, quæ sit h g, & palã per 26.quinti huius,quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æq̃lia,ipsa ergo producta secabit lineã a b per 29.primi huius,sitꝙ ergo ut secet eam in pũcto z,ducatur quocꝫ à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis speculi,quæ sit e g, & huic lineæ e g ducatur æquedistãs à pũcto a, centro uisus, quæ necessario secabit superficiem circuli p g, secet ergo ipsum in pũcto n.& sit a n, & similiter à pũcto b, ducatur linea æquedistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq; ambæ lineæ a n & b m, æquedistant eidẽ lineæ longitudinis speculi, quæ est e g, patet per 30.primi, quia ipsæ adinuicem æquedistant. ſ. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur p 31.primi, linea æquedistans semidiametro circuli, quæ est g r, sitꝙ illa æquedistans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29.primi huius, quia linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n, est eĩ transuersim

ducta in eadem ſuperficie & lineæ n f & g t ſunt æquediſtantes, ſed linea n m ſecat lineã n f, ergo & ipſa ſecabit per ſecundam primi huius, lineam g t, ſecet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ ſecundam primi huius, quod linea m g producta ſecabit lineam n f, cũ ſecet linea g t, æquediſtantẽ ipſi n f, ſitq; punctus ſectionis f, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ perpendiculari ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in pũcto g, quæ eſt linea h z, & ſit illa æquediſtans linea a l, palam ergo per ſecundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia ſecat eius æquediſtantem lineam h z, ſit ergo punctus cõcurſus l, ducatur quoq; linea quæ eſt ſectio communis ſuperficiei contingẽti ſpeculi in puncto g, & ſuperficiei circuli p g, quæ ſit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis ſuper ſemidiametrũ circuli, quæ eſt g t per 17. tertij, ideo quia linea g o eſt contingens circulũ p g, quoniã ipſa ducta eſt in ſuperficie plana contingẽte ſpeculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquediſtant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis ſup lineam n f æquediſtante lineæ g t, ſumatur etiam linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingentis ſpeculum in puncto g, palam per ſecundã primi huius, qa ipſa ſecabit lineam a l æquediſtantẽ lineæ g h, ſit ergo pũctus ſectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis ſuper lineam a l, per 29. primi, eſt enim linea g d perpendicularis ſuper lineã g h, quia cum linea h g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter neceſſario per pendicularis ſuper lineã g d, productã ab eodem puncto in il la ſuperficie per diffinitionẽ lineæ ſuper ſupficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, eſt æquediſtans ſemidiametro circuli p g & g c, ſimiliter quoq; linea a l, eſt æquediſtans lineæ g h. igitur per 15. undecimi ſuperficies in qua ſunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, neceſſario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet ſunt minores duobus rectis, eſt æquediſtans ſupficiei g t h, ſed & linea e g, æquediſtat lineæ b m, ut patet ex præmiſſis, ergo per primam primi huius, ipſæ ſunt in eadem ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficies æquediſtantes unã ipſarum ſuper lineã e g, aliã uero ſuper lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipſarum ſectiones erunt æquediſtãtes, erit ergo linea f l æquediſtans lineæ e g, ſed linea a n eſt æquediſtans lineæ e g, ut patet expræmiſſis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquediſtans lineæ a n: uerum ſupficies contingens ſpeculũ in puncto g, ſecat eaſdem ſuperficies æquediſtantes quæ ſunt g t h & n f, & a l, unã earũ ſup lineam e g, ſecundum quam ipſa eſt ſpeculũ contingẽs, & aliam ipſarũ ſuper lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquediſtat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquediſtans lineis a n, & l f æquediſtantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadem ſuperficie, per ſecundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, ſunt in eadem ſuperficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquediſtãs liniæ l a, per 31. primi, ſecãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq; linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & ſimiliter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipſi d a. Eſt autem per ſecundam 6. proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmiſſis angulus b g z, eſt æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, ſed angulus b g z, eſt æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinſecus eſt intrinſeco eſt æqualis, & lineæ h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ſimiliter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis eſt angulo g a l, qa coalternus, angulus



ergo

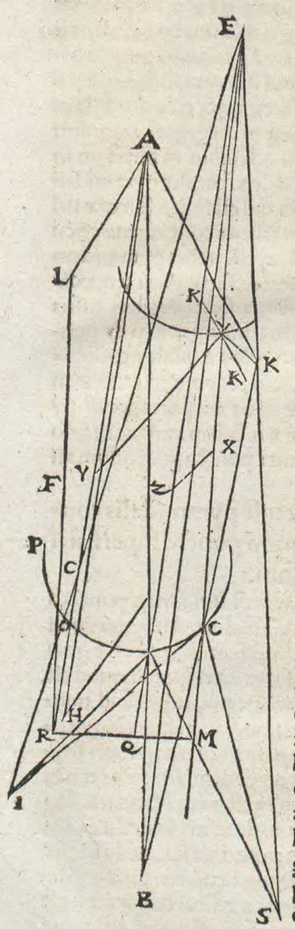
ergo g l a æqualis eſt angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l ſunt æquales, & linea g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis, trigonũ ergo a g l, diuiſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles p 31. primi huius, eſt ergo proportio lineæ a d ad lineã d l, ſicut lineæ g a, ad lineã g l. ſed linea a g, ut patet expræmiſſis, eſt æqualis lineæ g l, eſt ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o eſt æqualis lineæ o f, & linea g o eſt per 29. primi, perpẽdiculariter ſuper lineã u f, quoniã linea g o, eſt perpẽdicularis ſuper lineã g t, ut patet ex præmiſſis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquediſtãt ut præmiſſum eſt, quia itaq; angulus g o f, eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, ſed angulus q g m, æqualis eſt angulo o f g, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q g n, æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, et lineæ c q & n f æquediſtant ut patet ex præmiſſis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, poteſt forma puncti m, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n, non tamen quod ſecundum circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidalibus conuexis, ſed ſit ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphæræ uel columnæ intra ſpeculum pyramidale, imaginare, quoniam ſuperficies contingens circulum p g, eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis, propter quod neceſſe habet pyramidem ſpeculi in ſui parte ampliorem, ut in ea quæ eſt uerſus baſem ſecare ſecundum æquediſtantiã axis pyramidis ſpeculi, & ſit ſuperficies reflexionis, in qua ſunt centrum uiſus & punctus rei & circulus p g, erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentem & puncta n & m, ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecũdum angulos æquales contentos cum diametro ipſius collocato ergo centro uiſus in puncto n, & puncto rei uiſæ in puncto m uel econuerſo, reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi pyramidalis non præſtante impedimentum, ut ſi forte lineæ a n & b m, cadant in ipſo circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeant à puncto g, ad uiſum aliquod reflecti, & hoc eſt propoſitum. XXXIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi, ab uno tantum puncto ſuperficiei ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio omnino quæ eſt in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi quod ſit g, ita quod cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt g: ſi enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi, tunc illud punctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut non, ſi ſit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, ſit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſupficiẽ contingentẽ ſpeculũ in illo pũcto p, 12. undecimi, hæc ergo ppẽdicularis ſit x i, eritq; linea x z per 6. undecimi æquediſtãs lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpẽdicularis ſup eandem ſuperficiem, tamen punctũ g & x ſint in eadẽ linea longitudinis ſecundũ quã ſuperficies illa pyramidẽ contingit, & quia linea h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ut patet per illa quæ dicta ſunt in præmiſſa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquediſtans lineæ a l, & quia linea e z æquediſtãs lineæ a l, & quia linea x z ſicut & linea z h eſt in ſupficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, eſt erecta ſuper ſuperficiem contigentẽ ſpeculũ in linea e g, erit ergo p ſecundã primi huiꝰ, linea a l in ſupficie reflexionis huius lineæ perpẽdicularis, quæ eſt x z, & erit ſimiliter in ſupficie reflexiõis lineæ ppẽdicularis q̃ eſt z g, igit̃ illæ duæ ſupficies reflexiõis lineæ ppẽdiculariter ſecãt ſe ſup lineã a l per 19 primi huiꝰ, ſed ſecãt ſe etiã ſup punctũ b, qm̃ illud eſt q̃d reflectit̃ putrãq;, hoc aũt eſt impoſſibile, quoniã punctũ b nõ eſt in linea a l, oſtẽſum eſt em̃ prius lineã f l æquediſtãtẽ eſſe lineæ b m, q̃ duæ lineæ uel cõcurrẽt ſi pũctũ b eſſet in linea a l, uel ſequeret̃ pũcta m et n cadere ex una pte lineæ g q, nõ ergo fiet reflexio pũcto⁊ m & n adinuicẽ à pũcto g, q̃d eſt cõtra demõſtrata in p̃miſſa, reſtat ergo ut à nullo pũcto lineæ lõgitudis, q̃ e g, p̃t̃ç à pũcto g, forma puncti b, poſſit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens à pũcto a, ſi aũt poſſibile eſt,

ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a, ab aliquo puncto ſpeculi extra lineam longitudinis g e, ſit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c. quæ in puncto c, ſecet periferiam circuli g p, & ſumatur ſuperficies æquediſtans baſi tranſiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n ſecat hanc ſuperficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n ſecat eandem ſuperficiem, ſunt autem per ſecundam primi huius lineæ a n & e g in eadē ſupficie, cū ſint æquedistāter, ſicut ergo in linea a n ſecat illā ſuperficiē in puncto y, ſimiliter quoq; linea b m æquedistās lineæ e g, ſecabit eandem ſuperficiē, ſit quoq; pūctus ſectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa ſuperficies per 100. primi huius, ſecet pyramidem ſecundum circulum tranſeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ ſit r u, & producatur extra ſpeculum, & ſit illud u r, & à uertice pyramidis ſpeculi pūcto ſcilicet e, ducātur lineæ e k, e y, quæ neceſſario ſecabunt ſuperficies circuli p g, & ſint puncta ſectionū i & s, & ducantur lineæ i a & s c, ſicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à pūcto ſpeculi g: eodem modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto y, à puncto ſpeculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniā linea b h æquedistat lineæ e g, & linea communis ſuperficiei b g, e k. & ſuperficiei circuli p g, eſt linea m g per 19. primi huius, quoniā linea m g, eſt in utraq; illarum ſuperficierum, patet quod linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiē circuli p g, cadet ſuper lineam communē, quæ eſt m g, cadet autem in punctū ſuperficiei quod eſt o s ut præmiſſum eſt, ḡni am linea e k o, eſt linea una, erit igit̄ linea s m g linea recta, eodem modo cum ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiem circuli p g, ſuper lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmiſſum, ergo linea i n g, eſt una linea recta, palam quod ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineam i t, ſecat autem ſuperficiem huic ſuperficiei æquedistantem, quæ tranſit per punctū u ſuper lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquedistat lineæ y u, ſimiliter ſuperficies u ç e ſecet ſuperficies illas æquedistātes ſcilicet ſupficies g p t & u y ſuper duas lineas s c & k u, ergo peandem 16. undecimi lineæ s c & k u ſunt æquedistantes; ſimiliter ſi ſumatur ſuperficies ſecās ſpeculum ſuper lineam longitudinis, quæ eſt e o in ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt em̄ puncta r u, c m in eadem ſuperficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, ſunt in eadem ſuperficie, quia eadem eſt demonſtratio dato alio quocunque puncto lineæ c m. ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculū ſecundum lineā e c, ſecabit illas ſuperficies æquedistantes ſuper duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, ſunt æquedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis eſt angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, ſed iam patuit quod angulus k u r, æqualis eſt angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis eſt angulo m q, quare forma pūcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentē in puncto i, à pūcto ſpeculi c, non impediēte corpore pyramidis ſpeculi ſed iam probatum eſt per præmiſſa, quod forma puncti m, reflecti poteſt ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam poteſt reflecti ad punctum n, & puncta

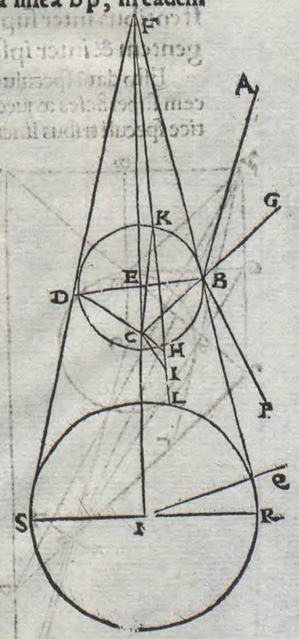


puncta n & l ſunt in eadē linea recta conſiſtentia, ut præoſtenſum eſt, poterit ergo forma puncti m à pūcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentē in pūcto l, & ita punctum s, quod eſt in linea s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentē in puncto l, à pūcto g, igit̄ forma puncti s reflectitur ad uiſum in punctū l, à duobus punctis circuli p g, quod eſt impoſſibile, & contra ſedecimā ſexti huius, & cōtra 27. huius ſeptimi, reſtat ergo, ut primū ſit impoſſibile, ſcilicet qd̄ forma pūcti b reflecti poſſit ad uiſum exiſtentē in pūcto a, ab aliquo alio pūcto ſpeculi, quàm à pūcto g, ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdem puncti communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexa exiſtente linea longitudinis ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Eſt o ſpeculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter baſis k s, centrūq; baſis n, erit ergo axis ſpeculi linea f n, ſitq; centrū uiſus punctus a, dico quod cōmuni ſectiōe ſupficiei reflexiōis & ſpeculi exiſtēte linea oxigōia, quæ ſit b l, poſſibile eſt à q̄libet pūcto ſpeculi, ppoſiti fieri reflexionē, alicuiꝰ pūcti uiſi ad pūctū a, qd̄ eſt cētrū uiſꝰ, ſit em̄ pūctꝰ b datꝰ in ſupficie ſpeculi, de quo dubitamur utrū ab eo poſſit fieri reflexio formæ alicuiꝰ pūcti rei uiſæ ad cētrū uiſus qd̄ eſt a, ducaī ergo à pūcto b linea lōgitudinis pyramidis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit b f, ducaturq; à puncto b ppendicularis ſuper illam lineā longitudinis extra ſpeculū, quæ ſit b g, & ſuper punctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ ſit g b p ducta linea b p, in eadem ſuperficie reflexionis, patetq; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uiſæ exiſtens in linea b p, reflectetur ad uiſum in punctum a, ſed à ſolo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uiſum exiſtentē in puncto a, palā em̄ per 96. primi huius, quod ſi perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniā concurret cū axe f n, ſitq; punctus concurſus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū ſit in ſupficie ſectionis uerſus uerticē pyramidis eſt acutꝰ p 23. primi, qm̄ in trigono b e f angulꝰ c b f, eſt rectꝰ, circūducaī ergo per 102. primi huius à pūcto reflexiōis quod eſt b circulus ſpeculo pyramidali, cuius diameter ſit b d, et eius cētrū e, ſecans axē f n in puncto e, & quia ille circulus per 100. primi huius, eſt æquedistans baſi ſpeculi, palam quia perpēdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem, quia linea æquedistans lineæ g c, ſi producet à puncto n cētro baſis ſpeculi, patet quod declinata eſt ſuper baſem pyramidis, ut ſit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c ſit æqualis angulo d e c, quoniam utercq; ipſorū eſt rectus, omnes enim anguli cōtenti ſub ſemidiametris circuli & axe ſe ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea eſt cōmunis per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale eſt lateri e d. & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales, quia idem eſt de omnibus lineis à pūcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, ſecans ſpeculū ſecundum oxigoniā ſectionē, fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e, ſuperficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxigoniam ſectionem, aut cōtinget hanc pyramidem c b d, aut ſecabit, ſi contingat dico quod à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis tantum fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem, palam enim quod ſuperficies reflexionis contingat pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua eſt punctum b, à quo ducitur

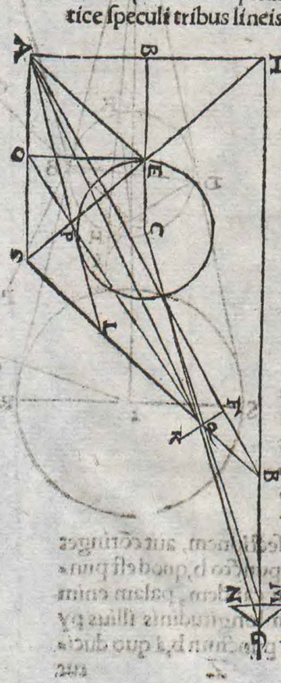


tur linea b c perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi ducantur lineæ plures ad ſectionem oxigoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s, omnes itaq; illæ lineæ cadent in ſuperficiem circuli b d, quæ eſt baſis pyramidis intellectæ, qm̃ cadant in ipſam ſectionem præter unam ſolam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ eſt linea f b, à ſolo itaq; puncto b, fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ ſectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uiſum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod eſt uertex pyramidis intellectæ ducta quæ ſit i c, erit ut prius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis neceſſario ſit in ſuperficie reflexionis in qua eſt ſectio, oportet quod ipſa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis ſuper lineam longitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctum i tranſeuntem, quæ ſit f i l, ſit quoq; punctus in quo linea f i, ſecat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmiſſa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis neceſſario eſt perpendicularis ſuper illam, ſicut linea c b eſt perpẽdicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod eſt impoſſibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto ſectionis oxigoniæ quæ eſt b i, quàm à puncto b ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq; uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus inter ſuperficiem æquediſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem & inter ipſum baſem poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis.

Eſto datũ ſpeculum pyramidale, cuius uertex ſit punctus g, & fiet ſuper ipſum tertiam ſuperficies æquediſtãs baſi pyramidis, quæ ſit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice ſpeculi tribus lineis perpẽdicularibus ſuper axem ſpeculi p undecimã primi, & imaginata plana ſuperficie inter illas lineas extenſa. Sitq; a punctus rei uiſæ, & b centrum uiſus, quæ ſint ambo ſub illa ſuperficie m n g, inter ipſum ſcilicet & baſem ſpeculi, ſitq; exempli cauſſa punctum b, propinquius uertici b ſpeculi g, quàm punctum a, quoniam ſi poſitum fuerit eſſe econuerſo ſemper eadẽ eſt demonſtratio, dico quod eſt poſſibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur eñ à puncto a, quæ eſt pũctus rei uiſæ ſuperficies ſecãs pyramidẽ æquediſtãter baſi ut prius, & ducaſ à uertice ſpeculi q eſt punctũ g, linea ad pũctũ b, q̃d eſt cẽtrũ uiſus, quæ ſit g b, hæc itaq; linea, pducta cadat in ſupficiẽ à pũcto a rei uiſæ ductã æq̃diſtãter baſi pyramidis, cũ illa linea g b, ſit inter ſupficies æquediſtãtes ducta à uertice axis ambas illas ſuperficies tranſeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, ſit pũctus h, ergo p modũ demõſtrãdi q̃ uſi ſumus in 32. huius demõſtrari poteſt qm̃ forma pũcti a reflectet ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto h, ab alio pũcto circuli, q̃d efficit ſupficies ſecãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ ſit pũctũ axis ſpeculi q̃d eſt t, & ſit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũcto e, & ducaſ inſ a punctũ rei uiſæ & cẽtrũ uiſus .ſ. linea a b, & linea lõgitudis ſpeculi, quæ ſit g e & axis pyramidis ſpeculi ſit g t, & ducaſ à puncto e linea ad centrum ſui circuli quæ ſit e c, hæc enim cadat ſuper axẽ g c ppẽdicularit̃ p 100. & p 89. primi hui9, uel p 21. hui9, & ideo q̃d axis g c cũ ſit ppẽdicularis ſup baſem pyramidis ſpeculi & etiã erectus ſup ſupficiẽ circuli æquediſtantis illi baſi per 23. primi hui9, eſt ergo p diffinitionẽ lineæ ſup ſupficiẽ erectæ axis g c perpẽ



g c perpendicularis ſuper ſemidiametrũ e c, & erit linea e c erecta ſuper lineam contingẽtem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, ſecabit angulum ab eis contentum per æqualia, ſcilicet angulum h e a, per 26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã ſecabit, cum ſit cum illa in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet per 24. huius, ſit ergo linearum c e & h a punctus ſectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt ſuperficiem ſecantẽ lineã a b, ſit pũctus ſectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽdicularis ſup lineã lõgitudinis g e, q̃ ſit f q, eritq; linea f q per diffinitionẽ lineæ ſuper ſupficiẽ erectæ ppẽdicularit̃ ſup ſupficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ ſup lineã g e, deinde à pũcto a ducaſ linea æq̃diſtãs lineæ f q, q̃ ſint linea a l, pducatur̃q; linea f q, donec cõcurrat cũ axe g c, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquediſtans lineæ r c, quæ ſit a s, & ducatur à puncto e linea quæ ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a e h, & ſuperficiei cõtingentis pyramidẽ ſpeculi in linea lõgitudinis quæ eſt g e, & ſit hæc linea e o, quæ cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum circuli, quæ eſt e t, ut patet per 17. tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius eſt centrum punctum t, palam quod ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis ſuper lineam a s, quoniam linea a s æquediſtat lineæ t r, ut patet ex præmiſſis, ducatur quoq; linea b q, quæ producta neceſſario concurrat cum linea a l, per 2. primi huius, quia concurrit cum eis æquediſtante. ſ. linea f q, ſit punctus concurſus l, & ducatur à puncto q linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei contingentis ſpeculum ſecundum lineam longitudinis g e, & ſuperficiei a b l, quæ ſit q p, quæ per ſecundam primi huius ſecabit lineam a l, quæ ſecat eius æquediſtantem, quæ eſt f k, ſit punctus ſectionis p, producatur̃q; linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per ſecũdam primi huius, ſit punctus concurſus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t eſt perpendicularis ſuper axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angulus eñ f q g per 32. primi, eſt acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmiſſis eſt rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c, ſed illarum æquediſtãtes lineæ quæ ſunt a l & a s concurrunt in puncto a, ſuntq; in alia ſuperficie quàm lineæ r t & f k, quæ ſunt in ſuperficie g e k per primam undecimi, palam ergo quoniam ſuperficies g a l s eſt æquediſtãs ſuperficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ quoq; q e & p o ſunt in ſuperficie contingente ſpeculum in linea longitudinis g e, & ſecãte illas duas ſuperficies æquediſtãtes ſuper duas lineas, quæ ſunt q e & p o, igitur linea q e æquediſtat lineæ p o per 16. undecimi, & quia linea h e producta cõcurrit cum linea a s in puncto s, erit ergo linea e s in ſuperficie h e g per primam undecimi, & in eadem ſuperficie eſt linea b l, & hæc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies æquediſtãtes, q̃ ſunt a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q eſt æquediſtans lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ eſt æquediſtans lineæ q s, ut ſupra patet, erit æquediſtãs ipſi lineæ l s, erit ergo per ſecundam ſexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, ſicut lineæ a p ad lineam p l. ſed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r eſt æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinſecus ingulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinſecus ingulo r e a, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia trinſeco eſt æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia angulus e s a eſt æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s, quia linea e o eſt perpendicularis ſuper lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigoni a e o & s e o ſimiles, ergo p diffinitionem ipſorum latera æquos angulos reſpicientia ſunt, proportionalia, ſed ex præmiſſis patet quod latus a e eſt æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & linea a p eſt æqualis ipſi lineæ p l, & linea p q eſt per 29. primi, perpendicularis ſuper lineam a l, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam f k æquediſtantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p ſunt æquales, quia recti, & latus l p eſt æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt cõmune, ergo latus l p eſt æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt cõmune, ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis eſt angulo q a l, ſed angulus q l a æqualis eſt angulo b q f, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q a l, æqualis eſt angulo a q f, cum ſit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, à pũcto speculi q, quod est proppsitum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

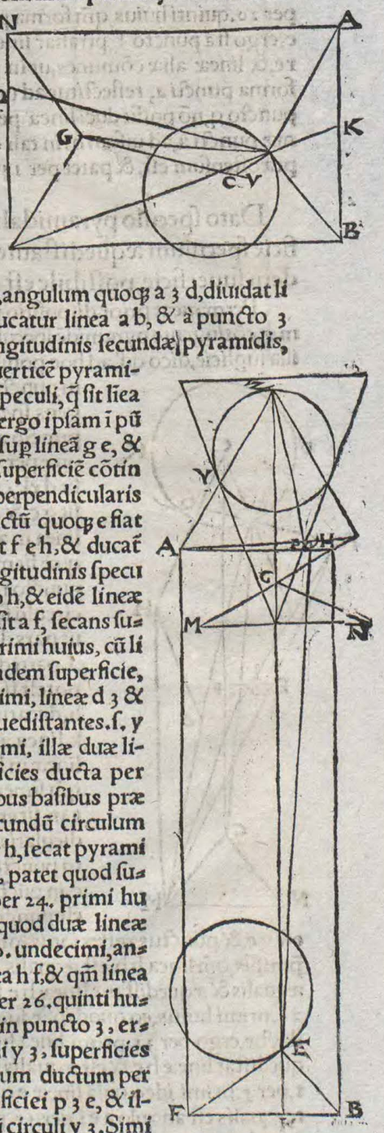
Fiat dispsitio ut proximæ præcedentis, sitq; uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum cõtingat superficies plana, quæ sit m n g æquedistãs basi ipsius, & sint cẽtrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quod unum sit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur eñ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quæ sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis super hanc lineam lõgitudinis, quæ est g e, per 22. primi, quæ sit q e, super punctũ e ducatur superficies æquedistans basi speculi, quæ secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huic circulo sit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, quæ est e g, per 31. primi huius, quæ producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est pũctus rei uisæ ducatur linea æquedistãs lineæ g e, quæ producta in dictam superficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra speculum, quæ secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, æquedistat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa est cũ ipsa in eadem superficie, quæ superficies secat superficiẽ m n g, & superficiẽ b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m g n & b e a sunt æquedistantes per 24. primi huius, qm̃ ipsæ ambæ æquedistãt basi speculi, ergo per 16. undecimi, linea m g est æquedistans lineæ b e: similiter quoq; lineæ a n & g e sunt in superficie secãte illas æquedistãtes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquedistat lineæ a e, similiter superficies q g e secat easdẽ superficies æquedistãtes secũdũ duas lineas r e & q g. igiť ut prio lineæ r e, & q g æquedistãt, igiť duæ lineæ q g & m g æquedistãt duabus lineis b e & r e, ergo p 10. undecimi angulus m g q, est æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe est æqualis angulo r e a, ergo p 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e, si ergo à puncto a ducať linea æquedistãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquedistãs lineæ r e, & copulenť lineæ m e & n e, & pducať linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃distãte lineæ ducto à pũcto q, & ducaťr lineæ cõmunes, ut in pxia pcedẽte, & iteret pbatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, potest reflecti ad uisum m à pũcto speculi e, igiť punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

XXXVII.

Dato speculo pyramidali conuexo, & cẽtro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquedistantem basi speculum in uertice contingentem, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quæ prius, & sit b centrũ uisus, & a pũctus rei uisæ ultra superficiẽ m g n, speculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico q̃ est possibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est hæc pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quæ sit in uertice g, eritq; basis huius pyramidis æquedistans basi pyramidis primæ, ducatur itaq; à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans hanc secundam pyramidem æquedistanter basibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ ille bases ad inuicem æquedistãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa superficies æquedi-

æquedistat ambabus pyramidib9, palã aũt per 100. primi huius, qm̃ illa superficies secabit pyramidẽ illam secundã secundũ circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidẽ secante, aut nõ, si fuit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & cõpleatur demonstratio sicut ī 35. huius, qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uisus b, ab aliquo puncto secundæ pyramidis quod sit z, quo habito cõpleatur demonstratio ut o infra, statim patet qd' si punctus b, qui est centrum uisus y, nõ fuerit in illa superficie, ducatur à puncto g, uertice ipsius speculi ad centrũ uisus quod est b, linea g b, q̃ producatur usq; quo cõcurrat cũ hac superficie circuli y 3, & sit cõcursus in puncto d, palã itaq; qd' forma pũcti a, reflectiť ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis, palã q̃q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea, producta transuerticẽ pyramidis speculi, erit linea lõgitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q̃ sit linea 3 g e, palã ergo qm̃ superficies p 3 e. secabit lineã a b, secet ergo ipsam ī pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducaťr linea ppẽdicularis sup lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis super superficiẽ cõtingentem pyramidẽ secundũ lineã g e, qm̃ linea q e, est perpendicularis super curuam sphæram pyramidis, ut patet supra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, superficies æquedistans basi, qui sit f e h, & ducaťr à puncto b, centro uisus linea æquedistans lineæ 3 e, longitudinis speculi, quæ sit b q, cõcurrens cũ superficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uisæ, linea æquedistans quæ sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palã ita q; per 1. primi huius, cũ linea b h, sit æquedistans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, sunt in eadẽ superficie, quæ secat superficies illas æquedistantes. s. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igiť per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, sunt æquedistantes, & similiter qm̃ superficies ducta per punctũ a, secat pyramidẽ secundã æquedistantẽ ambabus basibus præmissaq; pyramidũ speculi. s. & pyramidis imaginatæ secundũ circulum y 3, & superficies ducta per lineã quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundũ circulũ æquedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineæ a 3 & f e, sunt æquedistãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, sunt æquedistãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquedistant duabus lineis h e & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, est æqualis angulo h e f, copuleť quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, est diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, pducta trãsibit centrũ circuli y 3. superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo cõmunis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, transibit centrũ alterius circuli sup quẽ superficies f e h, secat pyramidẽ speculi æquedistanti basi, & quia superficies in qua sunt duæ lineæ p 3 & e r, secat illas duas superficies æquedistantes super duas lineas p 3 & r e, igiť per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, sunt æquedistantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, sunt æq̃distantes

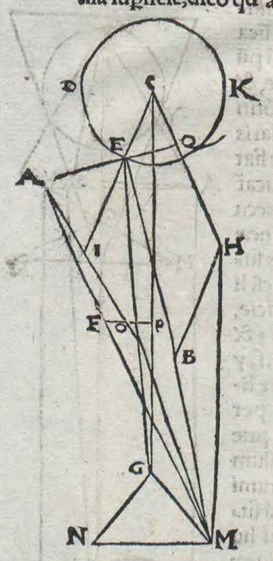


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, qm̃ sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti f, ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, ꝓtrahaꝫ linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, qm̃ forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est ꝓpositum, quod si à puncto q, nõ possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutũ, aliàs aũt semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub superficie speculum æquedistanter basi in uertice cõtingente, & cẽtro uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio ꝑmissaꝫ, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n m g, cõtingente pyramidẽ speculi in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa supficie, dico qđ ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrũ uisus in puncto m, supficiei m g n, quæ posita est sup superficiẽ cõtingens speculũ in puncto uerticis g, æquedistanter basi speculi, à puncto a, rei uisæ, ducaꝫ supficies æquedistans basi pyramidis, quæ per 100. primi huius, secabit pyramidem super circulũ qui sit d e k, cuius centrum sit punctum c, & ducatur axis speculi, qui sit g c, & à puncto m, centro uisus ducaꝫ ad a, punctum rei uisæ linea m a, & linea ꝓpendicularis super ductam supficiem circuli quæ sit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uisæ, quæ est a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ secans periferiam circuli in puncto e, est ꝓducta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui est e q, sit æqualis lineæ q t. s. parti diametri interiacente punctum sectionis & centrũ, qđ̃ potest fieri per 136. primi huius, & ducaꝫ linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ superficie speculũ secante secundũ circulũ d e k, linea æquedistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq; g e, linea longitudinis speculi, palã qm̃ superficies g t e, secans speculum transaxem, secat & lineam a m, sit ergo punctus sectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctũ o, & ꝓducatur ad axem g t, & sit f o p, secans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o, dico qm̃ punctus o q, est punctus supficiei speculi, cũ sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uisus, pũctum m, palam eñ ex ꝑmissis, qm̃ linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet ꝑ 33. primi, erit linea h t æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, ꝑ 25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter supficies æquedistantes ꝓductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lieæ m g, ergo ꝑ 30. primi, linea m g, æquedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex ꝑmissis sunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, ꝓpter hoc quod lineæ e b & t h, æq̃distant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo ꝑ 29. quinti huius, qm̃ forma puncti a, reflectiť ad uisum existentẽ in puncto b, à puncto speculi e, & cũ linea b m æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducaꝫ linea æquedistans lineæ f o p, & linea æq̃distans



distans lineæ i t, & iteretur figura supra dicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectiť ad centrum uisus existens in punctũ m, à puncto speculi o quod e. ꝓpositum, nec refert quẽadmodum demonstrauí hoc in sequenti ꝓxima, siue punctum rei uisæ, siue centrũ uisus sit in superficie m g n, qm̃ idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde. XXXIX.

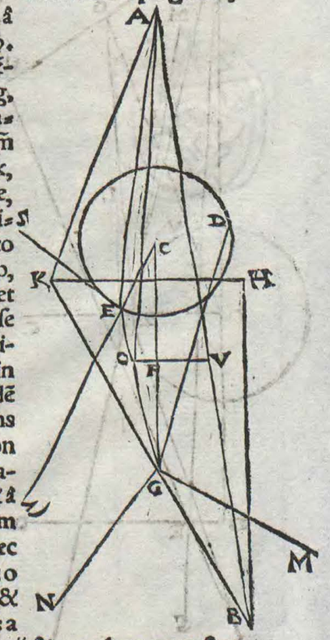
Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice cõtingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ ꝑcedentis, sit centrũ uisus in punctum m, supficiei, g m n, & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiẽ, fiatq; pyramis alia, huic opposita, & fiat super punctũ a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per ꝓximam ꝑcedentem, & inueniaꝫ in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturq; punctus reflexionis secundũ ea quæ ꝑmisimus in 37. huius, eiusq; probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositione priori remanente, sit pũctus a, rei uisæ sub superficie m n g, & punctus b, centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerso, a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrũ uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit eñ exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq; à puncto a, superficies æquedistans basi speculi secans per 100. primi huius, pyramidẽ speculi super circulũ qui sit d e, cuius cẽtrum sit t, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret necessario cum superficie a e d, qm̃ concurrit cũ axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e, inueniaꝫ per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e, ducta quæ sit e s, diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq; lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cũ linea k e, concurrente cũ eius æquedistante quæ est g e, per secundam primi huius, sit concursus in puncto h, palã itaq; ꝑ primam undecimi, quia punctus h est in superficie g e k, qm̃ est in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadẽ superficie per 1. primi huius, qm̃ ipsa linea b h, est æquedistans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ contactus e, palam itaq; qm̃ superficies g t e, secans speculũ transaxem g t, secat etiã lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝓpendicularis sup supeficiem contingentem speculum secundũ lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hæc eñ supficies continget circulum d e, in punctο e, q̃ linea sit u o p, secans supficiẽ speculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducanť lineæ a o & b o. Cũ itaq; ut patet ex ꝑmissis, angulus a e s, sit æqualis angulo s e k, & cũ angulus i e s, sit rectus ꝑ 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis est angulo



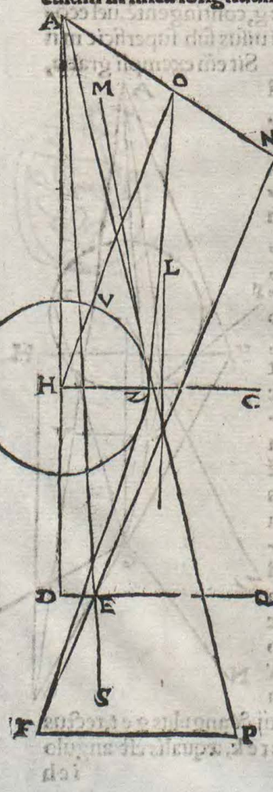
i e h

e i h, ꝑ 15. primi, ergo angulus a e i, eſt æqualis angulo i e h. poteſt ergo forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducaꝫ linea æquediſtans lineæ u p, & linea æquediſtans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam qm̃ forma puncti a, reflecteꝫ à puncto ſpeculi quod eſt o, punctum lineæ g e, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, quod eſt ꝓpoſitũ, & qm̃ ſemper eſt eodem modo demonſtrandũ quodcũq; punctoꝝ a uel b fuerit ex quacũq; altera parte ſuperficiei m n g, patet idem qd̃ ꝓponebaꝫ, & imaginendũ eſt ita quod in figura ſolida punctum b, cadat in lineam e g, qd̃ in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex p̃miſſis ſex theorematibus, cũ non ſit poſſibile alio modo ſe habere punctũ rei uiſæ ſecundũ ſitũ reflexibilitatis à ſpeculis pyramidalibus conuexis ad centra uiſus niſi modis ꝓpoſitis, qm̃ aut ambo erunt ſub ſupficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unũ in illa, aliud ſub illa uel ultra illam, aut unum ſub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctũ eſt inueniri, uniuerſaliter ergo in tota ſuperficie ſpeculi pyramidalis cõuexi quocunq; modo ſe habente rei uiſibilis puncto ad centrum uiſus, punctum reflexionis eſt poſſibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo ſuper ipſius baſem erecto poſſibile eſt rectam lineam rei uiſæ & centrum uiſus ſic ſiſti, ut ab una linea longitudinis ſpeculi fiat formarũ cum omniũ punctorum illius lineæ reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculum pyramidale conuexum, cuius uertex ſit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis ſuper ſupficiem contingentẽ ſpeculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta neceſſario concurret cũ axe a h, per 96. primi huius, ſitq; linea h z t ſecans axem a h, in puncto h, & eius pũctus t, ſit extra ſuperficiẽ ſpeculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, eſt acutus, ducatur quoq; à puncto a, uertice ſpeculi linea extra pyramidẽ ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, continens angulũ acutũ cum ſpeculi axe, quæ eſt a h, & cũ linea longitudinis a z, quæ ſit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nõ ſunt in eadẽ ſupficie, ſed in diuerſis, & in ſuperficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cõtinens angulũ acutũ æqualem angulo a h z, quæ linea cõcurret cũ linea a n, per 14. primi huius, cũ anguli h a n & a h z, ſint acuti, ut patet ex p̃miſſis, concurrant ergo in puncto o, & ſit linea h o, & facto ſup punctum z, circulo æquediſtante baſi ꝑ 102. primi huius, palã qm̃ linea h o, tranſibit ſuperficiem illius circuli, ſicut etiã linea h z c, tranſit ꝑ ſupficiẽ eiuſdem circuli. Sit em̃ punctus h, polus illius circuli, ideo quod ſe midiameter illius circuli cũ axe a h, cõtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, ſunt acuti, ut patet ex præmiſſis, ſecet itaq; linea h z c, ſupficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a u ſ, ducatur quoq; linea o z, quæ ꝓducaꝫ uſq; ad punctũ f, & qm̃ linea o z, eſt ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, cũ linea h z, ſit perpendicularis ſup illam ſuperficiẽ, palam quia angulus o z h, eſt maior recto, cũ angulus a z h, ſit rectus igit̃ per 13. primi huius, angulus f z h, eſt minor recto, à puncto ergo z, ducaꝫ linea contingens circulũ ꝑ 16. tertij, qui ſit z m, cadetq; linea z m, in ſuperficie contingente ſpeculum ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a z, eſt ergo linea h z perpendicularis ſup lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis ſup lineam a z, per 12. primi, quæ ſit linea f e, cõcurrens cũ linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta concurret



concurret cũ linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, ſit rectus, angulus e a n eſt acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ t h, quæ ſit e q, per 31. primi. Itemq; ab eodẽ puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ m z, quæ ſit e l, palam aũt qd̃ linea m z, eſt perpendicularis ſuper lineã a e, per 22. primi huius, qm̃ ipſa eſt perpendicularis ſuper lineã t h, ut ſuper diametrum circuli quem ipſa eſt cõtingens in puncto z, igitur linea l e, cũ ipſa ſit æquediſtans lineæ m z, eſt per 29. primi, perpẽdicularis ſuper lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem ſuperficie per 1. primi huius, cũ ipſæ ſint æquediſtãtes, ꝓducaturq; linea q e, ultra punctũ e, & hoc per 2. primi huius, ſecabit axẽ a h, cũ ipſa ſit in eadẽ ſuperficie cũ linea h t, per 1. primi huius, ſecet ergo axẽ in puncto d, eritq; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q̃q; ſuperficies l e d q, ſecãs pyramidẽ, erit ergo illius ſuperficiei & ſuperficiei pyramidis cõmunis ſectio oxigonia per 103. primi huius, cũ ergo linea a e, ſit ꝓpendicularis ſup lineã f n, & ſuper lineã d q, & ſup lineã l e, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ ſup ſuperficiẽ, qm̃ linea longitudinis pyramidis, q̃ eſt a e, erecta eſt ſuper ſuperficiẽ illius ſectionis oxigoniæ, quæ eſt l e d q, & quia linea a e, eſt ꝓpendicularis ſuper lineã f e n, erit ergo linea f n, in ſuperficie illa ſecante pyramidẽ ſecundũ illam ſectionẽ, fiat ergo ut in illa ſuperficie ſectionis à puncto f, ducaꝫ linea f p, per 31. primi, æquediſtans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquediſtans lineæ z t, uerũ cũ angulus o z t, eſt acutus, ideo qd̃ angulus o z h, eſt obtuſus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtuſus, ducaꝫ itaq; à puncto z, linea faciens t z, angulũ æqualẽ angulo o z t, q̃ quidẽ linea ꝓducta neceſſario ſecabit lineã f p, per 2. primi huius, cum linea f p, ſit æquediſtans lineæ z t, ſecet ergo ipſam in puncto p, & ducaꝫ linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in ſuperficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̃miſſis per diffinitionẽ lineæ ſup ſuperficiẽ erectæ, cũ ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̃miſſis, in eadẽ ſuperficie pyramidẽ ſecante, & angulus o z t, æqualis ſit angulo t z p, palã per 20. quinti huius, q̃ forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, à puncto ſpeculi z, uerũ q̃ angulus o z t, per 29. primi, eſt æqualis angulo z f p, quia eſt extrinſecus illi, & angulus h z f, æqualis eſt angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis eſt angulo p z t, per 29. primi, quia eſt coalternus, palã quia angulus z f p, æqualis eſt angulo z p f, ergo ꝑ 6 primi, latus z f, æquale eſt lateri z p, & quia angulus f e z eſt rectus, ideo q̃ linea a e eſt perpendicularis ſup lineã f n. palã per penultimã primi, q̃ quadratũ lineæ f z, ualet ambo quadrata lineaꝝ e f & e z. Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p, ualet ambo quadrata lineaꝝ e z & e p, qm̃ ut patet ex p̃miſſis, angulus p e z, eſt rectus, quadratũ uero lineæ eſt æquale q̃drato lineæ z f, qm̃ ut patet ex p̃miſſis lineæ z f & z p, ſunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde ſunt æqualia, ergo ablato cõmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratũ lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit̃ latus f e, æquale eſt lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angulus e p f, eſt æqualis angulo e f p. Sed angulus n e q, eſt æqualis angulo e f p, ꝑ 29. primi, qm̃ extinſecus eſt illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̃ coalternus eſt illi, angulus ergo n e q, & q e p, ſunt æquales, qm̃ cũ ſint in eadẽ ſuperficie q̃ eſt p e n, palã per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti n, reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ in puncto p, à puncto ſpeculi qd̃ eſt e. Similiterq; diuidaꝫ à puncto f, q̃cũq; linea ad aliq̃d punctũ lineæ z e, & ꝓducaꝫ uſq; ad lineã o n, ſemꝑ ꝓbabit̃ de pũcto lineæ o n, in quã cadit ꝓducta linea qd̃ ipſa reflecteꝫ ad punctũ p, à pũcto aliq̃ lineæ z e, quẽ ſecat illa linea, ſimili modo & oĩm huius lineaꝝ ꝓbatio ſumet initiũ à linea ꝓpẽdiculari, q̃ eſt f e, & à pte lineæ e z, q̃ erit cõmunis oĩbus illis triãgulis, & ita q̃dlibet punctũ lineæ reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto p, ab aliq̃ puncto lineæ z e, qa de oĩbus eſt eadẽ demonſtratio, qd̃ & patet ꝑ 34. quinti huius. Si itaq; q̃cũq; linea recta cuiuſcũq; rei uiſæ, ponaꝫ in loco lineæ a o n, & centrũ uiſus ſiſtaꝫ in puncto p, ſemꝑ fiet reflexio ad uiſum ab aliq̃ punctoꝝ lineæ a z e, q̃ eſt linea longitudinis ſpeculi, & hoc ꝓponebaꝫ faciẽdũ, patet ergo ꝓpoſitũ. XLII.

Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis cõuexi communis ſectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & diſtantia ipſarum à uiſibus, quæ & in ſpeculis planis.

Quando cauſa in diuerſis ſubiectis uniuocat, & paſſio uniuocabitur, ob hoc non repetimus illa hic quæ in ſpeculis planis dicta ſunt in quinto libro huius ſcientiæ, quia utrobiq; in planis.ſ.& ꝓpoſitis ſpeculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis,erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi tm diſtans à ſuperficie ſpeculi quantũ punctus rei uiſæ diſtat ab eadem ſpeculi ſuperficie,ideo quod ſemper imago rei uiſæ uidetur in concurſu lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ in oĩbus his ſpeculis,ut patet per 37.ꝗnti huiꝰ, patet ergo ꝓpoſitum.

XLIII.

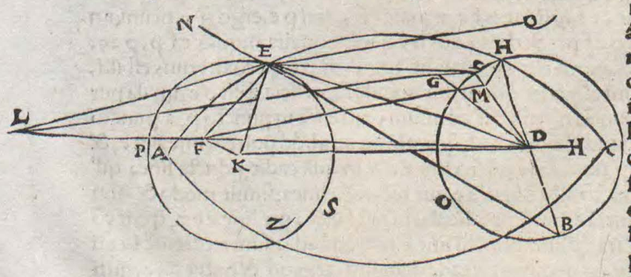
Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris cõuexi cõmunis ſectio fuerit circulus,erunt puncta reflexionum & loca imaginum,quæ eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis.

Erit em̃ aliq̃n locus imaginis intra ſpeculum columnare cõuexũ,aliq̃n in ſuperficie ſpeculi,aliq̃n extra ſpeculũ,ſecundum modum quẽ kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuerſis punctis concurrunt,cuius qui cauſam & demonſtrationem quæſierit,recurrat ad ea,quæ in ſexto huius ſcientiæ libro de ſpeculis ſphæricis conuexis demonſtrata ſunt,nam eadẽ penitus eſt ratio hinc inde,quia & fines contingentiarũ & metæ imaginũ & loca & eædem ꝓportiones lineaꝝ ſunt in illis ſpeculis & in iſtis,patet itaq; per illa ꝓpoſitũ,nec uiſum eſt nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto ſectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris conuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concurſus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari ſub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonſtrandum patet per 114. primi huius,ut autẽ huic noſtro ꝓpoſito concluſo Mathematica ſenſibiliter applicetur,eandem demonſtrationẽ duximus imitandam. Sit ergo a e b c,columnaris ſectio,& ſit e datus punctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n,qui ſit punctus rei uiſæ 3 b,ſit punctus reflexionis à quo ducta ſit linea b d,perpendicularis ſuper axem ſpeculi qui ſit h k,ſecetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui eſt punctus rei uiſæ ipſum ſpeculum ſecundum punctum ꝓpoſitæ ſectionis, qui eſt e, dico uerum eſſe qd̃ proponit, ducat em̃ linea e d, ſitq; ita,ut fiat e d b angulus acutus,ſit ergo q e l,linea cõtingens ſectionem in puncto e & ſuper punctum ſectionis b,fiat circulus æquediſtans baſibus ſpeculi per 102. primi huius,quæ ſit b t o,cuius centrũ ſit d, ducatur à puncto e,linea longitudinis ſpeculi per 101.primi huius, quæ ſit e t, à puncto quoq; d per 11.primi,ducat linea d g,perpendicularis ſuper lineam b d, in ipſa circuli ſuperficie,palam ergo quod ſuperficies h d g,cum per axem h k,tranſeat,qui per 92. primi huius eſt erectus ſuper circuli ſuperficiem per 18. undecimi. Superficies uero cõtingens ſpeculum in puncto b, erit æq̃diſtans ſuperficiei h d g,ſpeculũ ſecãti, ideo em̃ quia linea longitudinis ſpeculi ducta à pũcto b,eſt æq̃diſtans axi h k,& linea h t o,circulum contingens ſuper punctũ b,eſt æq̃diſtans lineæ g d,per 29.primi,angulus em̃ g d b,eſt rectus,ut patet ex p̃miſſis;& angulus cõtentus ſub linea d b,& ſub linea contingente circulũ in puncto b,rectus,p 17.tertij,ergo ille ſuperficies æquediſtant per 14.undecimi,igitur ſuperficies in qua ſunt lineæ



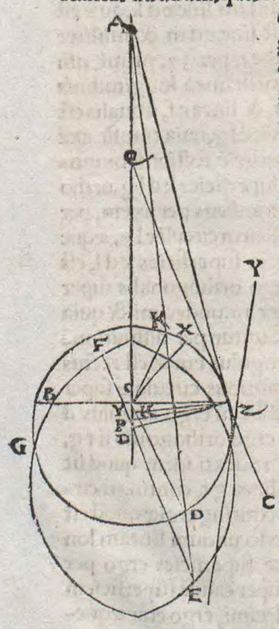
neæ l e & t e,non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g,quod patet per 24.primi huius,qm̃ ſuperficies contingens ſectionem oxigoniam in puncto b,nõ eſt æquediſtans ſuperficiei contingẽti eandem ſectionem in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q, contingens ſectionẽ & linea longitudinis quæ eſt e t,angulus em̃ e d b,ut patet ex hypotheſi eſt acutus,ſuperficies ergo h e g,non æquediſtat ſuperficiei l e t,ergo concurret cũ illa, concurrat ergo in linea l g,& ducatur linea g t,quæ neceſſario erit contingens circulũ b t o,cũ ſupficies in q̃ ducit linea g t,ipſum ſpeculũ ſit contingens,ducta autẽ linea t d,erit angulus g t d,rectus,per 17.tertij,qm̃ linea t d,eſt diameter circuli,& linea g t,contingit illum circulum in puncto t,fiat quoq; ut prius ſuper e,punctum ſectionis circulus æquediſtans baſibus ſpeculi q ſit e s 3 p,& centrũ huius circuli ſit punctus axis,q k,& ducat̃ linea k e,& ducat̃ etiam linea d l,quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e l p,ſecet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, eſt in ſuperficie ſectionis per 24.huius,cũ ipſa ſectionis ſuperficies ſit ſuperficies reflexionis,& punctum l,qd̃ eſt punctũ lineæ contingentis ſectionẽ eſt in eadem ſupficie ſectionis,ergo per primã undecimi,tota linea d l,eſt in ſuperficie ſectionis,punctum ergo f,eſt in ſupficie ſectionis, ſed ipſum eſt in ſuperficie circuli e 3 p. Eſt ergo in cõmuni ſectione illaꝝ ſupficieꝝ circuli & ſectionis, ſed & punctum e, eſt in ambabus eiuſdem ſuperficiebus,ergo itẽ per 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis ſupficiebus,ergo per 19.primi huius,ſecundũ lineam e f,ſecant ſe ſuperficies ſectionis & circuli e 3 p,ducatur itaq; linea k f,& à puncto f,ducatur perpendicularis ſupficiem circuli b t o,per 11.undecimi,qui ſit f m, cadetq; punctus m in linea d g,ut patet. & ducat̃ linea t m,palam qm̃ linea k d,æquediſtans e t,æqualis eſt lineæ f m,per 25.primi huius,ſunt em̃ lineæ k d & f m,ambæ ꝓpendiculares ſuper ſupficiem circuli b t a, qa illi circuli æquediſtant per 24.primi huius,utraq; em̃ ipſaꝝ æquediſtat baſibus columnæ per 100.primi huius,qm̃ ergo linea f m,eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k,quæ eſt pars axis,ergo per 33.primi,linea k f,æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit m f,linea æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t, per 37. primi, qm̃ linea e t,eſt æqualis & æquediſtans axi k a,per 92.primi huius, cũ ſit linea longitudinis ſpeculi,& erit ut prius linea k e,æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f, æqualis eſt & æquediſtãs lineæ t m,per eandẽ 33.primi,uerũ etiã ſuperficies k d l g,quia tranſit axẽ columnæ,& angulus g d b,eſt rectus,orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ,quæ eſt a e b c,per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ,& eadem ſuperficies k d l g,orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ circuli e s p,qm̃ illa ſuperficies k d l, tranſiens per axem, per 18.undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ,ergo & ſuper ſupficiem circuli e l p, æquediſtans baſibus erecta eſt in eadem ſuperficie k d l,quia itaq; ducta ſuperficies k d l, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ & circuli e s p. Eſt ergo orthogonalis ſuper lineam communem dictæ ſectionis & circuli quæ eſt linea e f, per 19.undecimi,& quia linea e f,eſt erecta ſuper ſuperficiẽ k d l, in qua ducta eſt linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ angulus e f k,eſt rectus, ergo & angulus t m d, eſt rectus per 19.undecimi,latera em̃ illos angulos cõtinentia in æquediſtantibus circuloꝝ ſuperficiebus ꝓtracta æqualia ſunt & æquediſtantia, ut patet ex p̃miſſis, cũ ergo angulus d m t,ſit rectus,& angulus g t d,ſit rectus per 17.tertij,in trigono ergo orthogonio d t g, ducta eſt ab angulo ad baſem perpendicularis t m,ergo per 8.& 16.ſexti,idem quod ſit ex ductu lineæ d m,in g m,eſt æquale quadrato lineæ m t,& qm̃ linea g t, contingit circulum b t o,cum ſit in ſuperficie cõtingente ducta ad punctum contingentiæ quod eſt t,palã quod linea l g,eſt æquediſtans axi k d,qm̃ enim ſuperficies ſecundum lineam longitudinis ſpeculũ cõtingentes ſunt erectæ ſuper baſem columnæ, ſuperficies ergo per 19.undecimi,earũ cõmunis ſectio quæ in ꝓpoſito eſt linea l g, ſuper eandẽ ſuperficiem baſium perpendicularis erit,æquediſtabit ergo axi h k,per 6.undecimi, ergo etiã æquediſtabit lineæ f m,per 30.primi,quia ergo in trigono l g d, linea f m æquediſtat baſi l g, patet per ſecundã ſexti,qm̃ ſecat alia latera illius trigoni ꝓportionaliter. Eſt ergo proportio lineæ d f ad f l,ſicut lineæ d m ad m g,ergo permutatim per 16.quinti, erit proportio lineæ d f ad d m,ſicut lineæ f l ad m g,ſed linea d f,maior eſt q̃ linea d m, p 19.

primi,qm̃ in trigono f d m, angulus f m d,est rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l,est maior q̃ꝫ linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l,maius est illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g.ergo & quadrato lineæ t m,sed linea t m,est æqualis lineæ e f,ut patet ex p̃missis,ergo illud qd' fit ex ductu lineæ d f i l f,maius est quadrato lieæ e f.Est ergo in trigono d e l, angulus l e d,maior recto p 30.primi huius,qa si esset rectus, tunc cum linea e f,sit perpendicularis super lineam d l,esset per 8.& per 16.sexti,idem qd' fit ex ductu lineæ d f in f l,æquale quadrato lineæ e f.Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentẽ sectionẽ a e b c,quæ est linea q l,ducta à puncto e, cadat sub linea e d,nõ perueniens in punctum d,sit ergo illa ppendicularis linea e b,& quia angul9 e d b,est acutus,& angulus d e u,acutus,qm̃ angulus u e q est rectus,ergo per 14.primi huius,lineæ e u & b d,productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k,& sub concursu lineæ e d,cum linea b d,quod est euidens,patet ergo propositum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis sũ per superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̃ꝫ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse,dum tantum linea à puncto incidentiæ kathe ti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ,ppositio patet per 113.primi huius,ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur.Sit speculum pyramidale cõuexum a b g,cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq; in ipsum sectio oxigonia,à cuius circũferentia formæ punctoꝝ lineæ uisæ reflectantur ad uisum,quæ sit b f e z,punctũ q̃ꝫ reflexionis sit e,& sit linea e d,existens à pũcto e,qd' est punctũ reflexionis ppẽdicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculũ,q̃ ,pducta in superficie sectionis, concurrat quidẽ cũ axe a k,per 14.primi huius,angulus em̃ e a k, est acutus,& angulus a e d est rectus,cõcurrat ergo in puncto d, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, q̃ sit h z,dico qd' kathetus h z,cõcurret cũ perpendiculari e d,ultra punctũ d,sub axe speculi,ducat̃ em̃ linea t z q,quæ cõtingat sectionẽ b e f,in puncto z,cum sit punctũ z, remotius à puncto a,uertice speculi,q̃ꝫ sit punctum e, ducta quoq; linea z d,angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d,super ipsum axem speculi,in quo cadit punctũ d,transeat quoq; super punctũ z, superficies æquedistans basi speculi,quæ secando speculum faciat circulũ r z g,per 100.primi huius,iste ergo circulus secat sectionẽ b e f,in duobus tm̃ locis per 104.primi huius,qm̃ circulus est p pendicularis super axẽ a d,& sectio est obliqua super eandem axem,& ducantur lineæ a z & a e,linea quoq; a e,quæ ex hypothesi est breuior q̃ꝫ linea a z,ideo quod punctum z,remotius est à uertice pyramidis q̃ꝫ punctum e,,ptrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g,& sit concursus punctus o,ergo punctus o,est remotior à puncto a,uertice speculi q̃ꝫ sit punctus e,eritq; linea a o,æqualis lineæ a z, per 89.primi huius,ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã.Cum ergo exierit à puncto o, perpẽdicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculũ secundum lineam a d,cõcurret illa linea cum axe a k,ultra punctum d,cui prius data est incidere perpendicularẽ e d per 2.primi huius.Sit ergo punctus cõcursus k, erit em̃ linea o k,æquedistans lineæ e d ,p 6.undecimi ducant̃ ergo lineæ k z & d z, & quia ,linea k z, est æqualis lineæ k o,p 65.primi huius,est em̃ k polus circuli,sed linea a d,est æqualis lineæ a z,p 89.primi huius,cũ sint lineæ lõgitudinis unius pyramidis,& linea a k, cõis est



ambobus

ambobus illis trigonis,erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æq̃anguli,sed angulus a o k est rectus,ergo & angulus a z k est rectus,est ergo linea k z perpendicularis super lineam lõgitudinis speculi a z,quæ est in superficie contingente speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, ergo per 18.undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingentem,& quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est c z q, cum ergo ut patet linea k z sit erecta super superficiem speculum contingentem secundũ linea a z & cõmunis sectio superficiei sectionis , & illius superficiei speculũ contingentis sit linea t z q cõtingẽs sectionẽ,erit linea k z ppẽdicularis super lineã t z q,erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ contingentẽ, & quia ut patet ex præmissis,angulus k z q est rectus, trigonũ q̃ꝫ a z k erectũ est super superficiẽ speculũ secundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea b z est similiter perpẽdicularis super hãc superficiẽ cõtingentẽ.Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ sectionẽ superficiei circuli r z g,& supficiei pyramidẽ secũdum lineã a z contingẽtis,hoc aũt per 3.undecimi est linea recta , sit erhæc linea z y,est palã per præmissa q̃ linea z y cõtingit circulũ r z g, sit quoq; cẽtrũ huius circuli c,& producatur linea c 3 angulus c z y, est rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto e,q̃d est centrũ circuli r 3 g,linea continens cum linea 3 c angulum rectum per 13.primi,& sit linea c f, linea ergo c r,est æquedistãs lineæ 3 y per 28.primi, linea uero c r,est perdẽdicularis super superficiẽ a 3 c per 4.undecimi,ideo quia angulus z c r est rectus ex præmissis ,& angulus 3 c a,est rectus,ideo quia axis a c est perpendicularis sup superficiẽ circuli r 3 g,per 89.primi huius , & quia etiam axis est perpendicularis sup basem pyramidis,cui circulus æquedistat,ergo & axis erit erectus super circulum per 23. primi huius, linea ergo 3 y æquedistans lineæ c r est perpendicularis super superficiem a 3 c per 8.undecimi , ergo linea a q contingens sectionem est obliqua super superficiem a 3 c, ergo & super lineam c 3,producatur ergo à puncto 3 in sectionis superficie extra ipsam sectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimã primi , quæ sit 3 b, & quia punctus d per 24.huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis , palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferior puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie patet ergo quoniam linea k 3 est extra superficiẽ sectionis, linea ergo k 3 secat lineam 3 h,nec cõtinuatur cum ipsa,quoniam linea 3 h est in superficie sectionis,& linea k 3 est extra illam,& quoniam lineæ k 3 & h 3 secant se in puncto 3 , patet quod ipsæ sunt in aliqua superficie una per 2.undecimi,sint ergo lineæ 3 k & 3 h in alia superficie præter superficiem sectionis,quæ secet superficiem sectionis super lineã p 3 h in ambabus istis superficiebus existentem per 19.primi huius, & sit 3 p eadem linea cum 3 h,quæ est producta in superficie sectionis, linea uero d 3, quæ est in superficie sectionis, est extra superficiem in qua sunt lineæ k 3 & 3 h,sed linea 3 k continet cum linea 3 q , angulum rectum ideo quia ut prædictum est linea k 3 est perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem quæ transit lineas a 3 & 3 q, &, superficies k 3 h secat superficiem d 3 h super lineam illis duabus superficiebus cõmunem,per 19.primi huius,quæ est h 3,una linea d 3 est in superficie sectionis ut supra patet,& secatur à linea k 3 in pũcto 3,& pũcta c & q sunt à lateribus superficiei k 3 p h,ergo & superficies h 3 k,secat superficiem d 3 q, differẽtia ergo cõmunis supficieꝫ h 3 k & d 3 q,& in supficie h 3 k est q̃ꝫ illa cõmunis sectio linea recta per 3.undecimi,cõtinet ergo illa linea cũ linea 3 q angulũ rectũ, nã linea 3 q cũ sit ppẽdicularis sup lineã 3 h,& sup lineã 3 k,patet per 4.undecimi,qm̃ ipsa est erecta super superficiẽ h 3 k,ergo & super lineã 3 p,& qm̃ superficies h 3 k, secat superficiẽ d 3 q & declinatio superficiei h 3 k à superficie sectionis,cuius pars est superficies d 3 q fit ex parte semidiametri 3 t, erit linea quæ est differentia communis his duabus superficiebus media inter duas lineas q 3 & 3 d,ergo angulus q 3 d est obtusus,& h 3 est in superficie in qua sunt lineæ d 3 & 3 q,quæ est superficies sectionis, & continet cum linea 3 q angulum rectum , linea ergo 3 h producta intra sectionem ultra punctum 3,secabit angulum d 3 q, & linea h 3 , concurret cum linea e d sub puncto d,puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidētiæ qui est h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurret sub axe & sub puncto ipsius axis, qui est d, sit itaq; punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis conuexi, cū katheto incidentiæ puncto propinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cōcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe, dum tamē linea à puncto superiori cū ppēdiculari ducta à puncto inferiori super axem angulū cōtineat acutū.

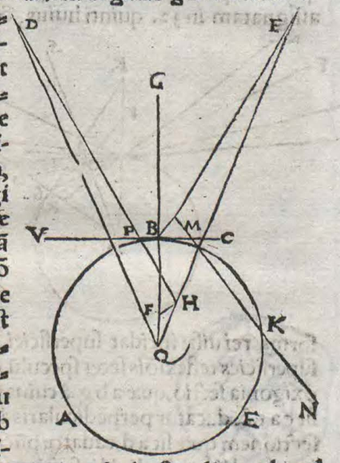
Sit ut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi concurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pūcto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pūctum e, ita tamē quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerū est quod ꝓponitur, circūducatur em̄ à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pūctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctum e sit ergo ut abscindatur in pucto o, est ergo pūctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est em̄ pūctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z p 89. primi huius, & linea a k, est cōmunis ambobus illis trigonis, erūt ergo p 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineā a z, ducta quoq; à puncto z linea cōtingentem sectionem in puncto z, quæ sit t z q. Perficiat demonstratio, ut in proxima præmissa, patetq; propositum nunc ut prius, cadat enim pūctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cum perpēdiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus ꝓpinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit punctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus, demonstrabitur cōcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pūctus y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulū a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum cōtinens cum ppēdiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horū medij, à quorum punctis incidētiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidētiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secāte, & à puncto reflexionis ducta cōtingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partē sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utraq; interiacet sectiones.

Esto

Esto a b c sectio oxigonia, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus rei uisæ, d centrum uisus, à puncto quoq; reflexionis quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, ducatur quoq; linea cōtingens speculum in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ sunt g b q & o k, concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes, sit ergo punctus cōcursus illarum perpendicularium pūctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducātur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmissis, quoniam linea k m, cadet intra superficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in pūcto m. Cū ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis, palā quod angulus e k b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo pūcto superficiei reflexionis, cū sint in eadem superficie, sit ut prius earum cōcursus in puncto q, similiter ꝺ̄q; angulus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est rectus, ut patet expræmissis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cōcurrēt, sit ipsarū concursus punctus h, igitur per 37. quinti, huius, punctus h, est locus imaginis formæ pūcti e, dico itaq; ꝺ̄d erit proportio lineæ e q, quæ est kathetus incidētiæ formæ pūcti e, ad lineā q h, sicut lineæ e t ad lineā t h, qa em̄ lineæ e k & b e cōcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æque distans lineæ e b, per 31. primi, & qm̄ angulus e b t, est per 20. quinti huius, æq̄lis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, est æqualis angulo t b h, palā ꝺ̄d angulꝰ e b t, erit æq̄lis angulo c b h. Restat ergo ut angulus e g b, sit æqualis angulo h b q, ideo quia anguli c b q & c b g, sunt recti & æquales, cū igitur linea c b diuidat angulū e b h p æqualia, erit p 3. sexti, proportio lineæ e t, ad c h, sicut lineæ e b, ad b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, est æqualis angulo h b f, qm̄ ut p̄ostēsum est angulus e b g, est æqualis angulo h b f, ergo p 6. primi, lineæ h b, est æqualis lineæ h f, ergo p 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineā h f, sicut ad lineā h b, est aūt proportio lineæ e b, ad h f, sicut lineæ e q ad q h, per 4. sexti, qa per 29. primi, trigona e q b & h q b, sunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ e t, ad lineā t h, sicut lineæ e q, ad lineā q h, ꝺ̄d est propositum.



XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existēte linea recta interiacens pūctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locū imaginis maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

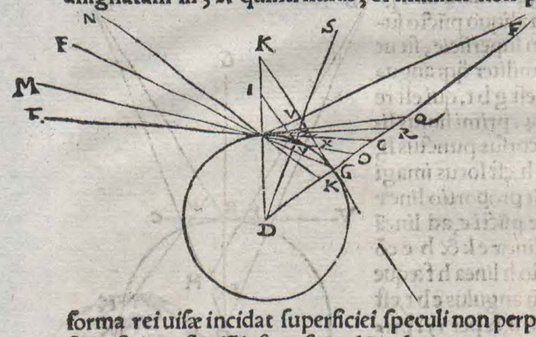
Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f, per 4 sexti, & proportio lineæ e b ad h f, est sicut lineæ e b ad lineam h b. per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineā b h. sicut lineæ e q ad lineā q h, p 11. quinti, ergo ꝑmutatim p 16. quinti, ꝓportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed linea e q maior est ꝙ̄ linea e b p 19. primi, eo ꝺ̄d angulꝰ e b q maior est recto, ut patet ex p̄missis, qa angulꝰ t b q, est rectꝰ, ergo linea q h est maior ꝙ̄ linea h b, ꝺ̄d ē ꝓpositū, est em̄ pūctū q illud in ꝺ̄ concurrūt duæ ꝓpēdiculares g b q & e b

& e b, quæ eſt kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, et punctus b eſt punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uiſus exiſtens in puncto d.

XLIX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, formaq; rei uiſæ oblique ſpeculo incidente, locus imaginum formarum uiſorum punctorum quandoq; erit in ſuperficie ſpeculi, quandoq; intra ſpeculum, & quandoq; extra ipſum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uiſæ non fuerit in diametro uiſuali perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi, tunc enim unius ſolius forma pūcti ſuper lineam perpēdicularem accedit ad ſpeculum, & ſecūdum eandem lineam reflectetur ad uiſum, utpote pūctus ipſius ꝓpendicularis lineæ, quæ eſt in ſuperficie oculi uidentis, punctus eſt ultra ſuperficiem oculi ſumptus non poteſt reflecti ſuper hanc ꝓpendicularem, quia non poteſt accedere ad ſpeculum ſuper lineam perpendicularem propter rationē aſſignatam in 32. quinti huius, & ſimiliter non poteſt reflecti forma illius puncti ad uiſum ab alio puncto ſpeculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpēdicularis, ſi enim daretur hoc poſſe fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à ſuperficie ſpeculi cōcurrere in cētro eiuſdem uiſus, q̄d eſſet contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod eſſet contra 33. primi, & impoſſibile, in tali ergo ſitu perpendicularis reflectitur tantū in ſeipſam, ſit autem nunc ut forma rei uiſæ incidat ſuperficiei ſpeculi non perpenpiculariter, ſed oblique, & eſto ut ſuperficies reflexiōis ſecet ſpeculū columnare conuexum, & communis eorum ſectio ſit oxigonia ſectio, quæ a b g, à cuius punctum a ſumatur linea cōtingens ſectionem, quæ ſit c a t, & ducatur perpēdicularis à puncto a per undecimā primi, ſuper lineam, e t, intra ſectionem quæ ſit a d, cadatq; pūctus d intra ſectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit ſectionem in duas partes, in quarum utraq; eſt pūctus unicus in quo pūcto linea ſectionem contingens erit æquediſtans lineæ d a, ſit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui ſit pūctus g, cuius puncti contingens concurrat cū linea d a in puncto h extra ſectionem, & ducatur linea perpendicularis ſuper hanc lineam contingentem, quæ eſt g h per undecimā primi, perpendicularis ſit g q, ſecans lineam aliam contingentē quæ eſt e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cōtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, neceſſario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h eſt rectus, & angulus g h d acutus, ſit ergo in puncto d ipſarum concurſus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra ſectionē uſq; ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut eſt æqualis angulo h a p, aut maior, aut minor, ſi ſit æqualis, incidit ergo forma pūcti q ſpeculo in pūcto a, & reflectetur ad centrum uiſus exiſtens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui eſt punctus ſectionis oxigoniæ & ſuperficiei columnæ ſpeculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cōcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uiſæ, quæ eſt q, ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto g, cū linea reflexionis, quæ eſt p a, & quia punctus g eſt in ſuperficie ſpeculi, patet q̄d tunc uidebitur imago formæ puncti q in ſuperficie ſpeculi, ſi uero in linea g q ſupra punctum a, ſumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Eſt enim angulus f a h minor angulo q a h, qui eſt æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h ſuper a terminum b e h a æqualis angulo qui ſit h a n, per 23. primi, & producatur linea n a intra



intra ſectionem, concurretq; cum katheto f q g d, & ſit punctus concurſus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto ſpeculi, quod eſt a, ad uiſum exiſtentē in pūcto n, & locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ q f, quæ ſunt ultra punctum q, erunt intra columnam ſpeculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmiſſis, ſi non inter punctum q & punctum t, qui eſt finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui ſit h a m, palam quod linea m a producta cadet ſuper lineam g q extra ſectionem, ideo enim quia linea p a cōtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipſum ſectionem in punctum g, patet quia linea m a, ſecabit lineam g q, extra ſectionem, ſitq; ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra ſpeculum intra puncta o & g, ſi autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, ſecetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pūcti q, imago erit in puncto k, & omnium ſuperficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra ſectionem, ſi uero punctus r, ſumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h ſit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in ſectionis puncti g, quod eſt in ſuperficie ſpeculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra ſpeculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra ſpeculi ſuperficiem, ſi uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta ſecabit ſectionem, linea enim e a t, eſt cōtingens ſectionem in puncto a, propter quod linea m a producta neceſſario ſectionem ſecabit, ſecet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens ſectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l eſt rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritq; angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l ſit rectus, eſt ergo per 13. primi, angulus h l b obtuſus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorū b & g, quia quantum ad hoc eadem ratio eſt in circulis & in ſectionibus, faciētq; cum ipſa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis ſuper lineam l b à puncto b, et per undecimā primi, quæ ſit g s, hæc ergo coniuncta cū linea d b, fiat linea una per 14. primi, quoniam utraq; ipſarum cum linea l b, in eodem puncto qui eſt b, continet angulum rectum, & linea b s, ſecabit lineam h g, ſit ut ſecet ipſam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, eſt rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoq; angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapoſitus ſimiliter eſt acutus per 15. primi, quia uero linea h g, ſecat lineam q a, ſit punctus ſectionis u, & quoniam angulus h g d, eſt rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ ſunt in una ſuperficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum ſuper punctum u, qui eſt angulus h u a, quia ergo angulus s x h eſt acutus, & angulus q u g, contrapoſitus angulo h u a, per 15. primi, eſt acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, ſit ergo concurſus ipſarum in puncto z, forma itaq; puncti z, mouebitur ad ſpeculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uiſum exiſtentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra ſectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ ſunt circa z, loca imaginum erūt extra ſectionem, quod eſt propoſitum.

L.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, centroq; uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, reflexionem poſſibile eſt fieri à tota linea longitudinis ſpeculi ad uiſum, imagoq; eius uidebitur recta æqualis rei uiſæ.

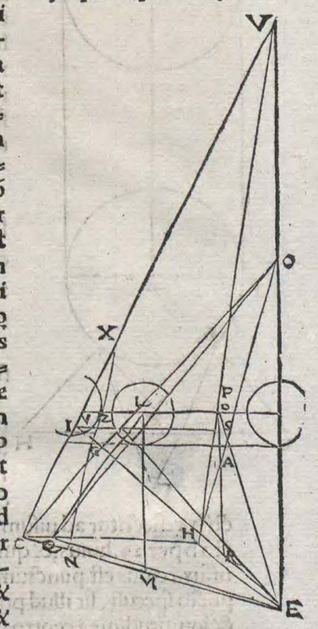
Esto ſpeculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z h, æquedistat linea recta quæ sit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquedistans lineæ lō gitudinis ſpeculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g, dico quod si uisus, cuius centrū sit e, fuerit in eadem superficie t h z k cum linea t h, & cū axe z k, possibile est, ut omnia puncta lineæ t h reflectātur ad uisum e, quoniā per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omniū punctorū lineæ t h, sint in linea longitudinis columnæ, quæ est g a, quia illa linea superficiei reflexionis in qua sunt uisus e, & axis z k & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebit̄ ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum linenam rectam dispositā, sicut in speculis planis per 52 quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisi, patet ergo propositum.

LI.

Lineæ rectæ æquedistātes axi speculi columnaris cōuexi, uisu nō existē te in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uisa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectatur̄q; forma lineæ t h, à linea lōgitudinis speculi, quæ sit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliqñ curua, forma enim pūcti eius quod est q, ut supra patuit reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad cētrū circuli b f, quod est l, quæ erit q l, & ipsa est kathetus incidētiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, est ppē dicularis super lineā contingentē circulum b f, cuius periferia est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, hic quoq; kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendicula ri, pducta à puncto b, quod est punctum reflexionis super ipsam superficiem speculi sup axē z k, & erit concursus in pūcto axis l, scilicet in centro circuli b f, p 96. primi huius, cōcurrat ergo linea q l cū linea m l, in puncto axis l, producatur q̄q; linea reflexionis, q̄ est e b, quousq; cōcurrat cū katheto q l, & sit punctus concursus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & est punctus c, per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea q h, & axis z k, est linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto speculi g, q per 10. huius, est punctus sectionis oxigoniæ cū punctus c sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsa sunt in eadem superficie. Est aūt à puncto t, unā tm̄ ducere ppendicularē sup ipsam oxigoniā sectionē, quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineā contingentē speculū in pūcto aliq; oxigoniæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44. hu ius, cōcurret cū perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est g, super axē z k, quæ est linea n g z, erit̄q; cōcursus sub axe, hoc est sub puncto z, qui est concursus p pendicularis, n z, & axi z k, qm̄ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod an gulus n z y est rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur i taq; linea n z ultra punctum z ad punctum x, & ducatur à puncto g, linea concurrēs cū linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo quia angulus x n t, est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, secet̄q; linea t x axē k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, concurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta secat angulum t g x, ergo & basem t x, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uisum e, per decimā huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, sub puncto d, qui est punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p, & sit

& sit secundum præmissos modos punctus concursus s, erit quoq; ut prius pūctus s ima go puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in puncto x cū perpendiculari, n z, quæ est æquedistans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, similiter linea h s, cum cōcur rat cum perpendiculari d r, quæ est æquedistans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti t lineæ t h, respectu puncti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem di stantia à uisu, qm̄ linea t h, æquidistat axi z k, & similiter pun cta t & h, æqualiter distant à puncto q, & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti t & puncti h, ad punctum o, est idem, et punctorum i & s respectu puncti o, est etiam idem situs, ut pa tet ex præmissis in præsenti demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s respectu lineæ e o, idem situs, li neæ ergo c i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o, cō current ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in super ficie huius trianguli erit linea 1 s, axis autem speculi, qui est z k, non est in hac superficie, uerum linea c h, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli c b h sup lineam cōmunē, quæ est e h, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k, sit in eadem sup ficie, & punctus c non sit in linea t h, ergo non est in superficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, sunt in superficie illius trian guli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ip sa est imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est t h, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas mo dica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctum .s. sectionis lineæ i s, & superficiei circuli est ualde par ua, sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est t h æquedistans li neæ lōgitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quanto minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor est quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & est quasi æquedistans lineæ t h, sicut & axi k z, patet ergo quod linea ima ginis quæ est i t s, minor est re uisa, in qua est linea t h, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.

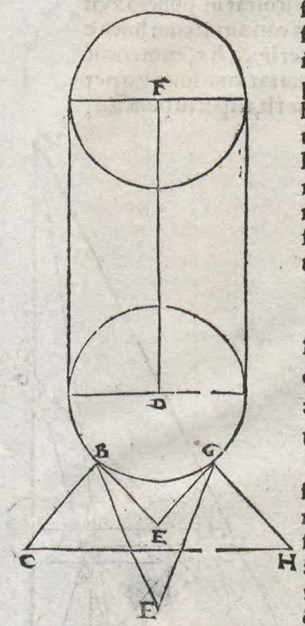


LII.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiē in qua est axis speculi columnaris cōuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circūferētia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficierum & spe culi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt cen trum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f, sit̄q; punctum e in superficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius li neæ t h à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiei, t h e, & superficiei columnæ ipsius speculi qui sit g b, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e, erit retro lineā t h, & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas oc cultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt t & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est b g, & erit for marum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius patuit

de ſpeculis ſphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona groſſæ diafonitatis, ut criſtallus, de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ, ſed ſi linea t h ſiue exiſtente diafona ſiue non, fuerit uiſus ſub illa intra ipſam .ſ. et ſpeculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝓpter interpoſitionẽ capitis in quo eſt uiſus, pars autẽ illa lineæ t h, quæ uideri poteſt non obſtante capitis impedimento, reflectetur â circulo b g, ad uiſum, eodem penitus modo quem de ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtendimus ſuo loco. eſt ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uiſæ ſemper curua, quod ſi centrum uiſus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem ſuperficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uiſum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa, & hoc eſt propoſitum.

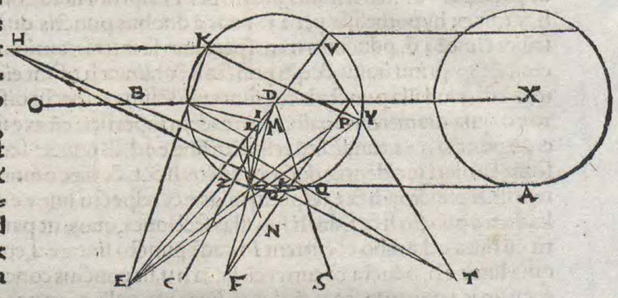


LIII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroꝙ uiſus non exiſtẽte in eadem ſuperficie, factaꝙ reflexione ad uiſum æqualiter diſtãtem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit ſuperficies plana in qua eſt linea t h orthogonaliter ſecãs ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g. Sitꝙ centrum uiſus e, non in eadẽ ſuperficie cum linea t h, cuius extrema t & h, ſicut proponitur æqualiter diſtent â centro uiſus e, palamꝫ per 10. huius, quoniam communes ſectiones omnium ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypotheſi forma pũncti h, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi propoſiti, ſit ergo ut hoc fiat â puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiuſdem eſt diſtantiæ â puncto e quod eſt centrũ uiſus, cuius eſt punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi, ſit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ ſunt b & g eiuſdẽ diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus, igiſ duo puncta b & g, erunt in circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, quæ cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem tranſeuntem centrum uiſus e, & ſecantem ſpeculum æqũediſtanter baſibus ipſius ſpeculi, quod ideo accidit, quia pũcta reflexionũ quæ ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & c, quorum formæ reflectuntur, ſit ergo ille circulus b z g, cuius centrũ ſit d, ducãtur itaꝙ lineæ incidẽtiæ, quæ ſunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ ſunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares ſuper lineas circulum b z g, cõtingentes in punctis b & g, quæ ſint d g & d b o, palã quia per 21 huius, qm illarũ perpendicularium partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g, & ducatur linea â pũcto d, centro circuli ad centrũ uiſus quæ ſit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ aũt puncta h & t, ſint eiuſdẽ ſitus & diſtãtiæ reſpectu puncti e, & reſpectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, eſto qd cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturꝙ linea lõgitudinis columnæ ſpeculi in qua ſit pũctus z, & ſit hæc linea in ſuperficie plana, in qua eſt centrũ uiſus & axis ſpeculi, ſitꝙ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniam ſuperficies in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi interſecat ſuperficiem in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo hæc ſectio punctus q, & a puncto q, ducatur linea æquediſtans lineæ d z c, cadat quidẽ hæc linea p 2. primi huius, ſuper axẽ ſpeculi ex una parte & ſuꝑ lineã l z n ex alia, cadat ergo in pũctũn lineæ l z n, palã aũt per 20. quinti huius, qm angulus h b o, q eſt angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, eſt eq̃alis angulo o b e, q eſt angulus reflexiõis, ſed angulꝰ h b o per

h b o, per 15. primi huius, eſt æqualis angulo l b d, qm̃ eſt ei contrapoſitus, & angulus o b e, æqualis eſt duobus angulis b e d, & b d e, per 32. primi, cum in triangulo e b d, ipſe ſit extrinſecus, angulus ergo l b d, æqualis eſt eiſdẽ duobus angulis. ſ. b e d, & b d e, ſeceſ itaꝙ ex angulo l b d, angulus qui ſit m b d, æqualis angulo b d e, per 27. primi huius. Remanet ergo angulus m b i, æqualis angulo b e d, quia ergo in triangulo e b m, angulus b e m, eſt æqualis triangulo m b l, & angulus b m e, cõmunis utercꝙ illoꝝ trigonoꝝ erit per 32. primi, angulus m b e, trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, eſt ergo per 46. proportio lineæ e m ad b m, ſicut lineæ b m ad m l, ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale eſt quadrato lineæ b m, ducatur quoꝙ linea m 3, & qm̃ angulus b d m, maior eſt angulo 3 d m, quia eĩ angulus s d e, eſt æqualis angulo o d e, ꝓpter identitatem ſitus punctoꝝ reflexionũ, quæ ſunt b & g, â centro uiſus e, quæ cauſatur ut præoſtenſum eſt ex identitate ſitus punctoꝝ uiſorum, qui ſunt h & t, reſpectu uiſus e, angulus uero s d e, maior angulo 3 d m, nec totum ſua parte, ergo & angulus b d m, eſt maior angulo 3 d m. Sed & duo latera 3 d & d m, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d m, qm̃ d b & 3 d, ſunt ex centro ad circũferentiã, & latus d m eſt cõmune, erit ergo ꝑ 24. primi, latus m b, maius latere m 3, illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius eſt quadrato lineæ 3 m, ſit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor cꝫ ſit lmaius eſt quadrato lineæ 3 m, ſit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor cꝫ ſit linea m l, æqualis quadrato lineæ m 3, & ducantur lineæ l b, i 3, e 3, & quia trianguli e 3 m, & 3 i m, quoꝝ cõmunis angulus eſt 3 m i, per 6. ſexti, ſunt æquianguli ꝓpter laterũ ſuoꝝ ꝓportionalitatẽ ex 16. ſexti, quæ continẽt illum communẽ angulum, erit ergo angulus m 3 i, æqualis angulo 3 e i, eſt ergo angulus m 3 l, qui eſt maior angulo m 3 i, maior angulo 3 e d. Sed qm̃ angulus m b d, conſtitutus eſt æqualis angulo b d m, erit linea m d, æqualis lineæ m b, per 6. primi. Sed linea m b, eſt maior cꝫ linea m 3, ut patet ex ꝑmiſſis, ergo linea m d, eſt maior cꝫ linea m 3, ergo per 18. primi, erit angulus m d 3, maior angulo m 3 d, igitur angulus d 3 l, maior eſt duobus angulis e d 3, & 3 e d, angulus eĩ d 3 l, continet angulũ m 3 l, maiorem angulo 3 d e, qm̃ angulus m 3 i, qui eſt pars anguli m 3 l, æqualis eſt angulo 3 e d, ut ſupra patuit. Item præter angulum m 3 l, cõtinet angulum d 3 l, & angulũ d 3 m, maiorẽ angulo m d 3, angulus uero n 3 e, eſt æqualis angulo d 3 l, per 15. primi, & angulus e 3 c, per 32. primi, æqualis eſt duobus angulis 3 d e & 3 e d, eſt ergo angulus n 3 o, maior angulo e 3 c, ſeceſ ergo ex angulo n 3 c, ꝑ 27. primi huius, angulus æqualis angulo e 3 c, qui ſit 3 c f, ducta linea 3 f, quæ quidẽ concurret cum linea n q, per 2. primi huius, qm̃ concurrit in puncto 3, cum linea c d, æquediſtante lineæ n q, concurret ergo ſuper punctum f, cũ ergo angulus f 3 c, ſit æqualis angulo e 3 c, palam per 20. quinti huius, qm̃ reflectetur forma puncti f, ad uiſum e, â puncto ſpeculi e, ſed forma puncti q, reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineæ longitudinis ſpeculi tranſeuntis per punctum 3, reflectiſ ergo â puncto quod eſt ultra punctum 3, quia ſi deſ ut reflectaſ â puncto quod ſit circa punctũ 2, ꝓpriquius puncto e, cꝫ ſit punctũ 3, tũc linea ducta â puncto q, ad illum punctũ reflexionis ſecabit lineam f 3, ille ergo punctus ſectionis reflectẽ ad uiſum e, â duobus punctis lineæ longitudinis ſpeculi, qui eſt 3 a. ſ. â puncto 3, & ab alio puncto dato, quod eſt impoſſibile, per 26. huius. Sumaſ ergo punctus reflexionis formæ puncti q, ultra punctũ 3, & ſit punctus k, â quo reflectaſ forma pũcti q, ad uiſum e, & ducatur linea incidẽtiæ quæ ſit l k, & linea reflexionis quæ e k, & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q, concurret autẽ linea e k, cum



linea n q, per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante lineæ n q, hæc em̃ in eadem superficie est inter puncta e & k, cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p, locus imaginis formæ pũcti q, sed punctus h, reflectit̃ ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cũ non sit in eadem superficie cũ uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentẽ sectionem oxigoniam in aliquo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari o b d, sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ, lineam. s. perpendicularẽ super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectit̃ forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius cõcurret cũ perpendiculari s g d, sub axe, & qm̃ semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, qm̃ reflexio formaꝝ punctoꝝ h & t, fit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionũ columnarum scilicet lineã 3 d, ꝓducta transpeculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. unde cimi, & 19. primi huius, & qm̃ puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdẽ situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, ideo em̃ quod illa puncta h & t, sunt eiusdẽ situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cũ axe speculi & centro uisus, habẽt ergo puncta h 3 t, eundẽ situ respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter ꝓ quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt ꝓpter identitatem situs punctoꝝ h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti sup illas sectiones, quoꝝ ut patet ex p̃missis quilibet cõcurrit cũ linea e d, ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, ꝓducta cõcurret cũ linea h u, sit punctus concursus r, concurratq; linea e g, cũ linea t u, in puncto y, & ducat̃ linea r y, palã ergo per 37. quinti huius, quia punctum t est imago formæ puncti h, & punctũ y, est imago formæ puncti t, habemus q̃q; triangulũ e r y, & extra superficiẽ huius trianguli est punctum 3, superficies ergo huius, triangul̃ altior est q̃ linea e p, si centrum uisus fuerit altius q̃ linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius q̃ linea h t, est ergo punctus p, semper extra illã superficiem, linea ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ h t, ut patet per 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

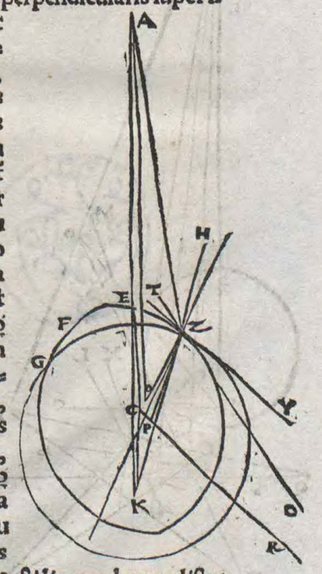
Quia em̃ per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet non rectam sed curuã, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cũ linea uisa, imago semper uidet̃ curua per proximã p̃missam, palam per eandem, qm̃ lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedũt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quaꝝ superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatẽ, & augmẽtatur uel minuitur curuitas imaginum secundũ accessum uel recessum lineaꝝ ad alterũ istoꝝ situum, & hoc est propositum.

LV.

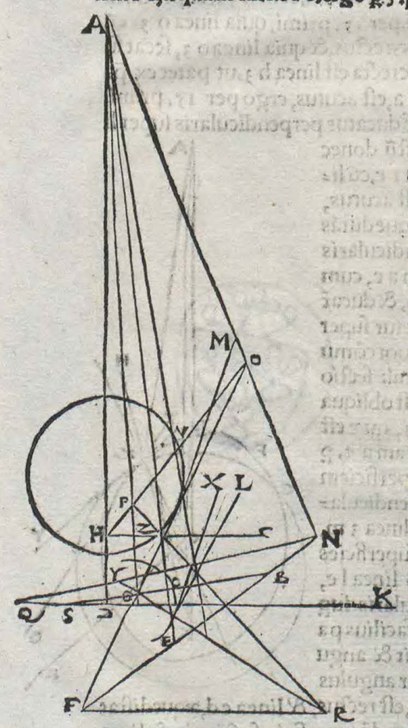
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiẽ speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexũ a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signeturq;

turq; in superficie conica eius linea longitudinis utcũq; contingit, quæ sit a 3, per 101. primi huius, ducaturq; punctũ 3, superficies æquedistans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidẽ speculi secundũ circulũ qui sit 3 u, & ducat̃ per 11. primi, à puncto 3, ꝓpendicularis super lineam longitudinis 3 a, quæ ꝓducta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctũ h, concurret autẽ cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a 3, est acutus, & à puncto 3 ducatur linea contingens circulũ 3 u, per 16. tertij, quæ sit 3 m, & ducat̃ à puncto a, linea continens cũ utraq; lineaꝝ a 3 & a h, angulum acutũ, quæ sit extra superficiẽ contingentẽ pyramidẽ super lineã a 3, hoc em̃ est possibile, cũ angulus h a 3, sit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo 3 h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex p̃missis, duo anguli n a h, & a h 3, sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circũferentiã circuli 3 u, ideo em̃ quod angulus a h o, est æqualis angulo a h 3, oportet quod lineæ 3 h & o h, sint in eadem superficie. Secet ergo linea h o, peripheriã circuli in puncto u, & ꝓducatur linea longitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h 3, extra speculũ ad punctum c, & ducatur linea o 3, & ꝓducatur in continuũ & directum, & sit o 3 f, & producatur linea a 3, ad punctũ e, angulus ergo f 3 h, est acutus, per 15. primi, quia linea o 3, cũ linea t 3, continet angulum acutũ. Est em̃ angulus a 3 c, rectus, & quia linea o 3, secat superficiẽ contingentẽ speculũ super lineã a 3, super quã erecta est linea h 3, ut patet ex p̃missis, angulus itaq; a 3 h, existente recto, angulus o 3 a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e 3 f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & ꝓducat̃ in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autẽ linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o, est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducat̃ à pũcto e, linea e d, æquedistãs lineæ 3 h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super superficiẽ contingentẽ pyramidẽ secundũ lineam a e, cum linea 3 h, sit perpendicularis super eandẽ superficiem, & ducat̃ à puncto e, linea e l, æquedistans lineæ 3 m, & imaginetur superficies, in qua sint lineæ e l & e d, secare pyramidẽ, erit quoq; cõmunis sectio huius superficiei & superficiei conicæ ipsius speculi sectio oxigonia ꝑ 103. primi huius, qm̃ illa superficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m 3, quæ est contingens circulũ 3 u, est perpendicularis super lineam a e, ꝑ 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus est sup superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea 3 m, est perpendicularis super illius circuli diametrũ per 17. tertij, est ergo linea 3 m, erecta sup superficiẽ a 3 h, ut patuit in 41. huius, qm̃ superficies circuli, & superficies a 3 h, sunt adinuicẽ erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ 3 m, per 8. undecimi, est perpẽdicularis sup superficiẽ a d e, ergo angulus a e l, est rectus, quod tñ facilius patet per 29. primi, quia em̃ angulus a 3 m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a 3 h, est rectus, & linea e d, æquedistat lineæ 3 h, ergo per 5. undecimi lineæ n e, l e, d e, sunt in eadẽ superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiẽ illius sectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, cõcurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, ꝓtrahat̃ itaq; linea d e, in continuũ & directũ usq; ad punctum k, & extrahat̃ à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit f r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h 3, per 30. primi, & producatur à puncto 3, in superficie o 3 h, linea recta continens cũ linea 3 c, angulũ æqualem angulo o 3 c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o 3 h, est obtusus



tusus. hæc ergo linea concurret cū linea f r, per 2. primi huius, quia secabit lineam 3 h, æquedistantē lineæ f r, & est in superficie eius, quia linea 3 f, est in superficie eius. Oēs autē lineæ æquedistantes sunt in eadē superficie per 1. primi huius, cōcurrat ergo in puncto r, & sit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, est æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia est extrinsecus illi, & angulus c 3 r, æqualis est angulo sibi coalterno, qui est angulus 3 r f, palā quod angulus z f r, est æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, sunt æquales. Et quia linea f e n, est in superficie sectionis, & linea f r, est æquedistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in superficie illius sectionis, producatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & qm superius declaratū est, quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est ꝓpendicularis super superficiē sectionis, uterq; ergo angulus a e r, est rectus per diffinitionē lineæ sup superficiē erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & f e, ꝑ 46. primi. Similiter quadratū lineæ 3 r, ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & e r. Sed quadratū lineæ 3 f. est æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ est æqualis ex ꝑmissis. Est autē amboꝝ cōmune quadratum lineæ 3 e. Relinquit ergo quadratū lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ r e, ergo ꝑ 5. primi, duo anguli e r f, & e f r, sunt æquales. Sed angulus n e r, est æqualis angulo e f r, per 29. primi, qa est ei extrinsecus, & angulus k e r, est æqualis angulo e r f, quia est ei coalternus. Sūt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto r, â puncto speculi e, & forma puncti o, reflectit ad uisum existentē in puncto r, â puncto speculi 3, & omnis linea ꝓducta â puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, secabit lineam 3 e, patet quoq; secundū ꝑmissa quod illa linea erit æqualis lineæ ꝓductæ â puncto r, ad idē punctū, quia linea a e, est perpendicularis super superficiē, in qua sunt lineæ r e & f e, quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ f e & r e, sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ â punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, sunt æquales iterando modū, ꝓbandi quo usi sumus prius, patet ergo qd forma omnis puncti, qui est in linea o n, cōuertet ad uisum existentem in puncto r, ex illo puncto speculi qd secatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; oblique sup axem pyramidis speculi, q est a d, ita ut angulos acutos cōtineat cū axe a d, & cū linea longitudinis quæ est a 3, uel alia quocūq; ꝑmisso modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectit ad uisum, tunc dispositū respectu illius uisibilis ut nunc est dispositū punctum r, respectu lineæ o n. Similiterq; patet, q in hac dispositione formæ pūctorum totius lineæ a o n, reflectent ad uisum in pūcto r, existentē, & si punctus r, ulterius ꝓducat in maiori distantia â puncto 3, & augmentabit quantitas lineæ a o n, secundū illud, & huius quidē simile demonstratū est per 41. huius, nunc uero hoc ꝑmisimus in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Oibus itaq; ex his suo modo dispositis cōtinet linea n d, secabit ergo linea n d, circūferentiam sectionis, nam duo puncta d & n, sunt in eadem superficie sectionis, & punctū n, est extra circūferentiā sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea n d, circūferentiā sectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, est totus in eadē supficie per



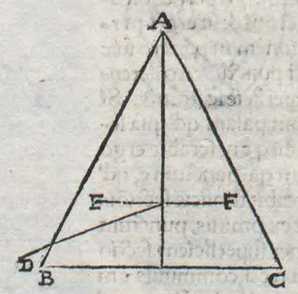
per 21. undecimi, palam qm linea n d, erit in superficie trianguli, a o h, per primam undecimi, puncta em d & n, sunt in lineis a o & a h, ergo & linea n d, est in superficie eadē cum illis, erit ergo punctus c, in superficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u, sunt in superficie huius trianguli a o h, ut patet ex ꝑmissis, qm linea h o, secabat periferiam circuli 3 u, in puncto u, sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt a & u & c, sunt in superficie huius trianguli a o h, sed puncta a b c, sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta a u c, sunt in linea cōmuni, q est linea recta per 90 primi huius, fiat em sectio secundū axem speculi, ergo pūcta a u c, sunt in linea recta, ꝑ trahat ergo linea a u, recta ad punctū c, & ꝓducat linea r 3, ultra punctū 3, quæ secabit lineā o h, per 29. primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, sunt in eadem superficie, & linea r 3, q secat angulū f 3 c, secat angulū eius contrapositū, q est h 3 o, ergo & basem illi sub tensam quæ est h d, necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto p. Est ergo punctus p, in supficie trianguli a o h, ꝓducat q; linea a p, & protrahatur ultra p, secabit ergo lineā d n, ꝑ 29. primi huius, secat angulū d a n, secet q ipsum in puncto g, & quia punctus f, nō est in superficie cōtingente pyramidē speculi transeuntē per lineā a 3 e, sed obliquе incidit eidē, ut patet ex ꝑmissis. Est autē in superficie sectionis, & qm superficies sectionis non est erecta super superficiē a d e, per 103. primi huius, patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus a e d, acutus, qm angulus a e f, est rectus, angulus ergo d e n, per 13. primi, est obtusus, ergo angulus e d n, est acutus per 32. primi, cadit ergo in triangulo ampligonio qui est d e n, & sit linea e x i, cōtingens sectionē in puncto c: per ea ergo quæ ꝑmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo qm angulus d e x, est obtusus, palā quod ꝓpendicularis extracta ex puncto c, super lineam c x, cōtingentem sectionē secat angulum d c x, & qd concurret cū linea e d, sub puncto d, hæc ergo perpendiculariter secet lineā e d, producta ultra punctū d, in puncto r, perpendicularis ergo extracta ex puncto n, sup lineā contingentē sectionem secabit lineam e d, ultra punctū s, remotius â puncto d, q; sit punctū s, siue ista perpendicularis cum linea e d, cōcurrant ultra circūferentiam sectionis uel intra illam: perpendicularis em extracta â pūcto n, super lineam contingentē sectionem non secabit angulū d e x, sicut linea perpendicularis ducta â puncto c, secat angulū illum, ut em patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa ꝓpendicularis remotior â linea n e, q; sit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est a d, in puncto altiori q; sit punctum d, sit ergo perpendicularis extracta â puncto n, super lineam contingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ, linea n q, & linea r e, secat lineam n e, in puncto e, qui est punctus circūferentiæ sectionis, & est in ipsius superficie, & similiter linea n q, est in superficie sectionis. Si ergo linea r e, quæ est linea reflexionis extrahat motiuū & directum, palam qd ipsa secabit lineam n q, per 29. primi huius, qm ipsa protracta secat angulū q e n, secabit ergo basem q n in trigono n e q, sic ergo n t, secet ipsum in puncto x. Item qa punctum e, qd est in supficie sectiōis est extra supficiē trigoni a n d, qd trigonū secabit supficiē sectiōis quia superficies a n d, non est superficies sectionis, cum sicut patet ex ꝑmissis, punctum a, sit extra superficiem sectionis, & linea a e, sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus e, est in circūferentia ipsius sectionis, est autē linea n c d, communis ambabus illis superficiebus trigoni. s. a n d, & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea n c d est communis sectio illarum superficierum. s. trigoni a n d, & sectionis linea n q, concurrit cum ipsa sectione ultra punctū c, ut supra declaratum est, ergo linea n q, est ultra superficiem trigoni a n d, sed linea a p g, est in ipsa superficie trigoni a n d, punctus ergo y, qui per 37. huius, est locus imaginis formæ puncti n, cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est r e, & katheti incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea n q, erit ultra lineam a p g, uisu itaq; existente in puncto r, & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto r, â linea longitudinis speculi, quæ est 3 e, ut nunc in præcedentibus ostensum est, quod forma puncti o, reflectitur ad uisum existentem in puncto r, â pūcto speculi 3, & forma pūcti n, â pūcto speculi e, tūc pūctus p, erit locus imaginis formæ pūcti o, ꝑ 37. qnti huius, qm ipsum pūctum p, est cōis sectio liеæ reflexionis, 3 r,

katheti incidentiæ forma puncti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis formæ puncti n, forma uero puncti a, uidebit in suo loco proprio, quia est in uertice pyramidis, & erit imago lineæ a o n, linea transiens per puncta a p y, sed hæc linea est cōuexa, quia punctū y, est ultra lineā a p g, sit ergo illa linea imaginis curua, quæ est linea a p y, iam aūt patuit qđ formæ omniū pūctorū lineæ a n, reflectant ad uisum existentem in puncto r, a linea longitudinis speculi, quæ est a e, lineæ ergo reflexionū per quas reflectuntur illæ formæ sunt omnes in superficie trianguli r a e, omnes ergo imagines punctorum lineæ a n, sunt in hac superficie, ergo linea a p y, quæ est conuexa, est in hac superficie, & punctus p, qui est locus imaginis formæ puncti o, & ꝓpior centro uisus qui est punctus r, ꝯ sit punctus y, qui est locus imaginis formæ puncti r, ꝓpter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus, eritꝯ conuexitas parua, & diameter huius imaginis, quæ diameter est linea a y, erit maior ꝯ sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit aūt illius diuersitatis excessus ī modica quātitate, imagies ergo lineaꝝ quæ extrahuntur ex uerticibus pyramidaliū speculoꝝ conuexorum oblique super axem speculi, comprehendūtur à uisu à talibus speculis secundum lineam longitudinis suæ reflexæ, & apparent conuexæ, & hoc est propositum.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum æquedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundū oxigonias sectiones, imagoꝯ ipsius uidetur curua maximæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale conuexū, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonū a b c, sitꝯ centrū uisus d, & linea recta uisa sit e f, æquedistans superficiei trigoni a b c, sitꝯ centrū uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existente per ipsam secaret speculū æquedistanter suæ basi, dico qđ forma lineæ e f, reflectitur ad uisum d, secundū oxigonias sectiones speculi superficiē secantis, nō em̄ potest reflecti secundum lineā longitudinis speculi, qm̄ tunc oportet ut concurret cū axe speculi uersus uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, à superficie uero istoꝝ speculoꝝ secūdum circulum non fit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harum lineaꝝ reflexio cū sit ad uisum fiat secūdū oxigonias sectiones, & qm̄ katheti incidentiæ qui sunt perpendiculares sup illas oxigonias sectiones, qui sunt perpēdiculares super lineas illas sectiones contingentes cū lineis reflexionum, concurrunt em̄ in eadē linea æquedistante lineæ uisæ, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium lineaꝝ sic dispositaꝝ respectu superficieꝝ istoꝝ speculoꝝ uidēt curuæ, sicut de speculis columnaribus ostēdimus in 53. huius. Sunt aūt imagines harum lineaꝝ multum curuæ, ita ut ipsaꝝ curuitas sit manifesta sensui, fitꝯ centrum illaꝝ imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harū linearum, fiantꝯ diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, qđ accidit propter augmentum suæ curuitatis, patet ergo propositum.



LVII.

Linearum rectarum superficiebus specularum pyramidalium cōuexorū non secundum concursum cum uertice axis neqꝯ æquedistanter latitudini speculi, sed inter hæc oblique incidentium imagines sunt curuæ diuersæ curuitatis secundum modum quo plus participant sitibus extremis.

Quod hic proponit satis euidentē habet causam, lineæ em̄ rectæ applicatæ his speculis neqꝯ secundū lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neqꝯ æquedistanter latitudini speculi, ut in ꝑmissa medio modo secundū quod plus approximant uni situi uel alteri participant

participant modos curuitatis, unde illæ quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus cōuexas, quæ uero plus approximāt lineis æquedistantibus latitudini speculoꝝ, habent formas magis manifeste conuexas, sed tortuose tñ, quia quæ appropinquant plus uertici speculorum habent formas strictiores & cōuexiores, quæ uero appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores, uerumtñ omnium illorum imaginum conuexitas erit manifesta, patet ergo ꝓpositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisæ in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic ꝓponitur patet per 40. sexti huius, qm̄ ibidem monstratum est in speculis sphæricis conuexis, quod quanto minus fuit illud speculū, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius, & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erunt minores, similiter quoꝯ sectiones cadētes in aliquo speculo pyramidali, illæ quæ sunt ꝓpinquiores uertici sunt minores & strictiores, & sic locus imaginis erit ꝓpinquior puncto in quo cū axe speculi concurrunt perpendiculares ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionū oxigoniaꝝ sectionū, à quarum punctis fit reflexio ad uisum, erunt ergo illæ imagines minores, sectiones uero oxigoniæ ꝙ sunt ꝓpinquiores basi habent contrariā dispositionem alijs superficiebus, qm̄ ipsæ sunt ampliores, ut patet per 116. primi huius, unde loca imaginū fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt ꝑdictæ perpendiculares ductæ sup superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum, fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit, quod imagines formaꝝ uisarū in speculis pyramidalibus cōuexis fiunt pyramidales similes pyramidalitati specularum, quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius, & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisæ quæ comprehenditur per reflectionem ab aliquo specularum facta assimilabitur superficiei speculi à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38. quinti huius, reliquæ uero oēs fallaciæ quæ accidunt uisui ex speculis colūnaribus conuexis, accidūt etiā istis, unde non est iterū talibus immorandum, econuerso etiam quæcunqꝫ fallaciæ accidunt in speculis his pyramidalibus, accidunt etiā in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum, qm̄ oxigoniæ sectiones columnariū speculoꝝ, quæ sunt eiusdē decliuitatis super axem columnæ, omnes sunt æquales, & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodē situ respicienti basem speculi, quod non est in sectionibus oxigonijs pyramidū, quæ, ut ostensum est per 116. primi huius, oēs ad partem basis pyramidū dilatant, secundū quod circuli ipsas æquedistāter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt æquales, patet itaqꝫ propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola, reiꝯ uisæ propinquioris imago uidetur maior.

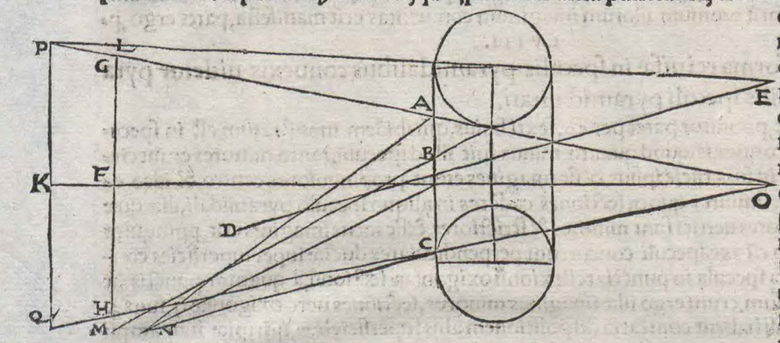
Propositæ passiones aliæqꝫ ꝯ plures cōmunes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphæricis cōuexis, unde istaꝝ passionum sicut & aliaꝝ communiū idem hinc inde demōstrandi est modus, uerū si in ꝓpositis his speculis fiat cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia, quæ non accidit in speculis sphæricis, cū in illis solum sint circuli, tunc in his quæ in hoc nostro libro ꝑmisimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum, patebitꝯ propositum ingenio diligenti.

LX.

Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisæ.

Sit speculū columnare conuexum, cuius linea longitudinis sit a b c, quod erigatur sup basem suam in loco aliquo domus cōuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, erecta super pauimentū domus, ducaturꝯ linea contingens speculum in puncto b, perpendiculariter super lineam a b, quæ sit d b e, quæ secundum puncta d & e tangat, parietes domus, & illa pūcta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies

itaq; in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis sup axem speculi, palam qm secat spe-
culum secundũ circulũ per 100. primi huius, sup punctũ itaq; d, parietis domus signa-
to puncto f, ut ꝓpinquius cõuenienter possit fieri, ducat à puncto f, linea æquedistans li-
neæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g f h, & eius medius
punctus sit f, copuletur q; linea f b, quæ ꝓducatur ultra punctum f, trans murum in pũ-



cto k, & perfo retur paries, se cundũ lineã g f h, itaq; ergo ex alia parte supficiei mũ ri maior fiat excisio rimæ parietis cẽuer sus speculum, sicut consue-
uit fieri in fe-
nestris domo rum, fiatq; to talis illa excisio rimæ secundũ extensionẽ lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto spe culi, quod est b, ducat linea erecta sup superficiẽ speculi, quæ erit perpendicularis super lineam d b e, quæ educta extra speculũ sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducant lineæ ad speculũ quæ sint g a & h c, quæ ꝓductæ cõcurrant in puncto o, superficiei circuli secantis speculũ in puncto b, du-
catur q; linea b o, facta quoq; tali resectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqua-
lis lineæ b o, dico quod si in puncto n, ponat centrum uisus, q; ad ipsum reflectetur for-
ma lineæ g f h, à linea longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autẽ patet per 30. huius, for-
ma quoq; totius lineæ g f h, uidebit extra speculũ. s. intra speculũ & inter lineam g f h. s.
citra punctum d, lineæ d e, cõtingens speculũ in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq;
lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murũ in puncta, & copulet linea una quæ sit p k q, in q̃
tabula aliqua depicta ordinet ultra murũ, ita ut media linea formæ ĩ illa tabula depictæ
situetur super lineam p k q. taliterq; disponat quod per uisum existentẽ in puncto n, uel
citra illud uideri nõ possit forma depicta in tabula, uidebit tñ uisu sic disposito imago il-
lius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens
intuitor potest sistere speculũ pyramidale conuexũ in centrũ uisus per 41. & per 49. hu-
ius: à speculis uero sphæricis cõuexis adeo regularis reflexio nõ fiet ut à ꝓpositis specu-
lis, patet ergo ꝓpositũ. Secundũ hunc itaq; modũ studiosus percuntator inuigilet, qm
hoc quod hic ꝓmisimus in præsenti theoremate exempli causa fecimus, ut ex huius libri
septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artifici pateat animæ diligenti.

LIBER OCTAVVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

NOtificatis aliqualiter passionibus speculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariũ ut sphæricoꝝ columnariũ & pyramidaliũ, superest nunc ut de speculorum cõcauoꝝ proprietatibus aliqua conscribamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionũ diuersitas & mirabilis diffusio naturaliũ formaꝝ, uisuumq; aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius scientiæ libro propositione octaua declarauimus, sunt tm tria, scilicet

scilicet sphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis quorum passiones ueluti simpliciores aliis in reliqua cõcaua specula descendũt. Et qm principia communia his speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmisimus, ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his speculis duximus explicanda.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat, ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum, & secundum hoc totus situs partium imaginis respectu situs partium rei uisæ uarietur.

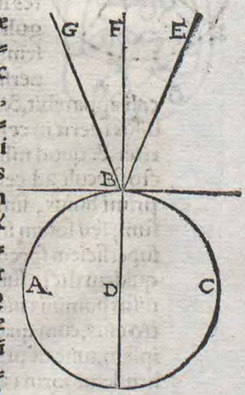
THEOREMA I.

Opposito uisui speculo sphærico concauo, communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica, patet per 110. primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quãdoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

II.

Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.



Huius propositi theorematis non est alia demõstratio, quàm quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphæricis speculis conuexis, & quia sphæræ concauitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Esto enim speculum sphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & sit centrũ uisus g, reflectatur q; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculi b, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem p 12. undecimi huius, hæc ergo cadet necessario in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctũ b, necessario transibit centrum sphæræ per 72. primi, quæ est d, producta quoq; fit diameter sphæræ, ergo & circuli magni illius sphæræ, & qm hæc diameter cõmunis est superficiei reflexiõis & ipsi sphæræ, palã ergo propositũ.

III.

In omni superficie reflexionis, à speculis sphæricis concauis centrum uisus, centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminum q; dimetri uisualis à centro uisus per centrũ sphæræ ducti, ad sphæræ superficiem consistere est necesse.

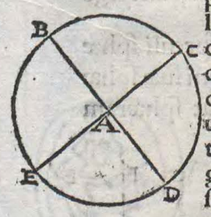
Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cõmunis sectio superficiei

reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, eſt circulus magnus per æqualia diuidẽs ſphæram per præmiſſam, palam, quia in qualibet ſuperficie reflexionis eſt centrũ ſpeculi, quia quælibet ipſarum tranſit centrum ſphæræ ipſius ſpeculi, cum quælibet illarum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per primam undecimi, producta diametro uiſuali per centrum uiſus & centrum ſphæræ, terminus illius diametri neceſſario erit in eadem ſuperficie, cum alijs duobus ſuis punctis, prædicta ergo 5. puncta neceſſario ſunt in omni ſuperficie reflexionis, quæ fit à propoſitis ſpeculis, & hoc eſt propoſitum.

IIII.

Centro uiſus uel puncto rei uiſæ in centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtẽte, à quolibet puncto fiet reflexio in ſe ipſum, ex quo patet, quod in hoc ſitu uiſus non comprehendet, niſi ſe tantum, & quod punctus rei uiſæ exiſtens in centro ſpeculi non reflectitur aliqualiter ad uiſum.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius centrum ſit a, & ſignetur in ipſo aliꝰs ſuorum magnorũ circulorum, qui b c d e, & centrum uiſus ſit in centro ſpeculi, quod eſt punctũ a, dico quod à quocũq; pũcto fiet reflexio ad uiſum, ſemper oportet ut reflectatur radius in ſeipſum: dato enim q; à puncto b, fiat reflexio ad centrum ſpeculi a, in quo eſt centrum uiſus, palam ergo per 72. primi huius, quoniã linea u a, quæ eſt linea reflexiõis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b, ſed omnis perpendicularis in ſe ipſam ſemper reflectitur per 21. quinti huius, ſi ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim oppoſito, ſequitur angulum incidentiæ inæqualem eſſe angulo reflexionis, quod eſt cõtra 20. quinti huius, & impoſſibile, linea itaq; a b, reflectitur in ſeipſam ut ipſa eſt facta linea b a, & quoniam in hoc ſitu uiſus, omnes lineæ incidẽtes ſuperficiei ſpeculi, ſunt ſemidiametri ipſius, palam quoniam omnes anguli incidentiæ ſunt inter ſeæquales, per 43. primi huius, quia ſunt anguli ſemicirculorũ, reflectũtur ergo neceſſario in ſeipſos, uidebiturq; in tota ſuperficie ſpeculi forma aſpicientis oculi una forma, & apud ſuperficiem ſpeculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uiſum, & ex hoc patet, cum uiſus fuerit in centro a, quod ipſe uidebit ſe aquolibet puncto ſpeculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionẽ à ſuperficie ſpeculi, quoniã ab uno puncto ſpeculi ad centrum plures perpendiculares duci non eſt poſſibile, ut patet per 20. primi huius, ſimiliter neq; punctus rei uiſæ exiſtens in centro uiſus reflectitur ad uiſum, ſed ſolum in ſe ipſum, quoniam omnes lineæ incidentiæ ſunt perpendiculares ſup ſuperficiem ſpeculi, unde non reflectentur niſi in ſe ipſas, & hoc eſt propoſitum, & hæc quidem dicta ſunt non præſtante impedimentum uiſui capitis denſitate. Si ergo centrũ uiſus hominis uidentis conſtitutũ, fuerit in diametro ſphæræ ſpeculi concaui, & in centro eius, cum quælibet linea à uiſu ad ſuperficiem ſpeculi ducta ſit perpendicularis ſuper ipſam, tunc ut prius demonſtratum eſt, comprehendet uiſus ſe ipſum, & non comprehendetur forma alicuius puncti ſpeculi, niſi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uiſualis, quæ à centro ſpeculi intelligit protendi, quoniam forma cuiuſlibet alterius puncti cadet in ſpeculis ſuper lineam à uiſu declinatam, & neceſſario reflectetur ſuper illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non tranſibit per centrum ſpeculi, & ita non pertingat ad centrum uiſus, patet ergo propoſitum.



V.

Centro uiſus exiſtente in aliqua ſemidiametro ſpeculi ſphærici concaui extra centrum ſpeculi, impoſſibile eſt ad uiſum reflecti formã alicuius punctorum illius ſemidiametri oblique ſpeculo incidentẽ, reliqua uero ſemidiameter eſt poſſibile.

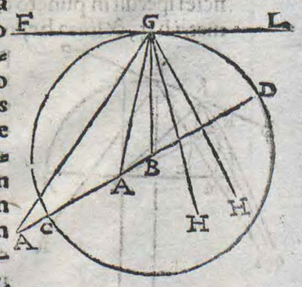
Hoc

Hoc quod hic propoſitur euidenter declaratur, ſi enim centrum uiſus fuerit in ſemidiametro aliqua propoſiti ſpeculi, ſed non in centro, non comprehendet uiſus formã alicuius puncti ſemidiametri, in qua eſt obliqueſpeculo incidentẽ, qm̃ angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto ſumpto in illa ſemidiametro, & alia à centro uiſus in idem ſpeculi punctũ, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductã, cũ illa perpendicularis tendatur ad centrũ ſpeculi, ſecũdũ formam alicuius puncti alterius ſemidiametri coniunctæ ſemidiametro, in qua eſt centrũ uiſus, ad complendam diametrũ ſpeculi, in qua conſtitutus eſt uiſus oblique ſpeculo incidentem, percipere poteſt uiſus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum ſpeculi, ab eodem puncto ſpeculi ducta linea reflexionis ad uiſum. angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo pũcto reflexionis ad centrum ſpeculi productam, hæc enim eſt proprietas reflexionis in omnibus ſpeculis, ut angulũ à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, illæ ergo punctus poterit in ſpeculo uideri, & non eſt niſi unicus talis punctus in quibuſcunq; diametri ſpeculi conſiſtens, qui ab uno circulo ſpeculi ad uiſum reflecti poſſit, quoniã centro ſpeculi ad quod terminatur ꝓpendicularis ducta à pũcto reflexionis & centro oculi exiſtentibus fixis, erit punctus ab uno circulo ſpeculi reflexus ſemper unus, à diuerſis uero circulus ſpeculi diuerſa puncta diametri poſſibile eſt reflecti, patet ergo propoſitum.

VI.

Poſito uiſu extra centrum ſpeculi ſphærici concaui à quolibet puncto ſpeculi poteſt fieri formæ alterius reflexio ad uiſum, niſi ſolum ab illo puncto cui incidit diameter uiſualis.

Eſto per ſecundam huius, communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui ſit g d c, cuius centrum ſit b, & centrum uiſus ſit a, & ducatur a b à centro uiſus per b centrum ſpeculi diameter uiſualis, quæ ſit a b d incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto ſpeculi dati poteſt fieri reflexio formæ puncti alterius rei uiſibilis ad uiſum a, niſi à ſolo pũcto d, ſit enim datus alius punctus qui ſit g, ducatur ad ipſum ſemidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ ſit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnũ ſpeculi tranſeuntem puncta g d c, palam ꝑ 15. tertij, quia angulus b g f & b g l ſunt recti per 42. primi huius, quoniam angulus b g a erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ eſt extra ſpeculũ, ubicunq; ponatur eſſe centrum uiſus ſiue intra ſiue extra circulum g c d, conſtituatur quoq; per 23. primi, in eiuſdem circuli ſuperficie ſuper lineam l g ad pũctum g, angulus æqualis angulo f g a quæ ſit h g l, erit ergo angulus h g b æqualis angulo b g a, & quoniam angulus cõtingentiæ eſt minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abſciſo quocunq; angulo acuto rectilineo, ſemper linea illum acutũ angulum continens cadet intra circulum g c d, quoniam ſolus angulus cõtingentiæ cadet extra circulum: poſito itaq; quocunq; puncto uiſibili in linea h g, ſemper fiet reflexio formæ alicuius ſui puncti ad uiſum a, & eodem modo de quolibet alio ſpeculi puncto extra pũctum d, dato demonſtrandum, ſed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d ſit perpendicularis ſup ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto d, quia linea a d reflectitur in ſeipſam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uiſus, quod eſt a, & punctum ſpeculi d, nulla fiet reflexio ad uiſum impediente medio. Si uero nullũ tale interponatur, ſolius puncti ſuperficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud, & hoc eſt propoſitum.

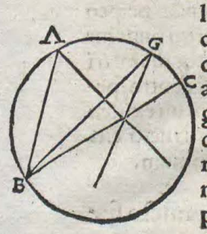


VII.

In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra periferiã uel extra ponatur cẽtrum uiſus, oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur.

Sit

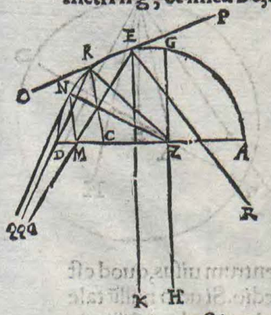
Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitq; centrum uiſus in puncto b ſuper ſpeculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam g a non fiet reflexio ſecundam lineam a b, ſed fiet ad partē maioris anguli, & ſimiliter eſt de puncto g, quoniam non fiet reflexio ſecundam lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, ſi enim forma puncti b à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctum g, eſſent æquales, quod eſt impoſſibile, & contra 43. primi huius, per diametrum tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli, anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tūc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundū lineam b c, quæ nō percipitur, quia indiuiſibilis eſt, & omne quod uidetur diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & non perueniūt ad uiſum, niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi uel extra ponatur centrū uiſus, nō uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi poſiti oculus ponatur, & eodem modo demonſtrandum, quoniam linearum inæqualitas naturā reflexionis nō immutat, patet ergo propoſitū.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici cōcaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illam, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſſibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z, & producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h, ducaturq; à centro z, per undecimā primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineā h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi, quæ ſit linea b e, incidens ſuper ſuperficiei ſpeculi in puncto e, dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri, detur enim ſi ſit poſſibile, ut punctus q, ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e, & à pūcto e contingens circulum per 16. tertij, quæ ſint p e o, & ducatur linea e z, ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtētem in puncto e, eſt palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, ſed angulus b e p eſt maior angulo recto, quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13. primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b, ſed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſſibile, ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſſibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoq; patet uiſu poſito in puncto r, citra diametrum a d, producta linea c k, uel poſito ipſo in punc-

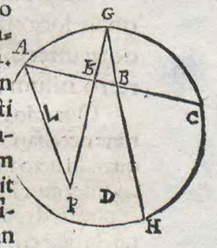


ſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſſibile eſt ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

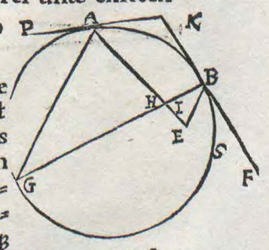
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoq; ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutū inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentē in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius, angulus pportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & p 20. quinti huius, quoniā angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cū angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo p 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam pūcti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterq; demonſtrandū ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tūc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetq; per modum quo præceſſimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitq; concurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b maior eſt angulo p g h. Si itaq; angulus l a c ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearum a b & p g ad punctū p, per 14. primi huius. Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b, fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoq; ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi lineæ a l & p g æquediſtabunt. In nullo ergo puncto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrum uiſus à duobus pūctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum.



X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtente in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b s, ſitq; pūctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circunferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitq; u t g pūctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, q̄ ſint puncta a & b, fiatq; reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ ſunt b e & a l, poſſibile eſt concurrere, ducantur itaq; lineæ contingentes ſpeculū in punctis a & b, contingatq;

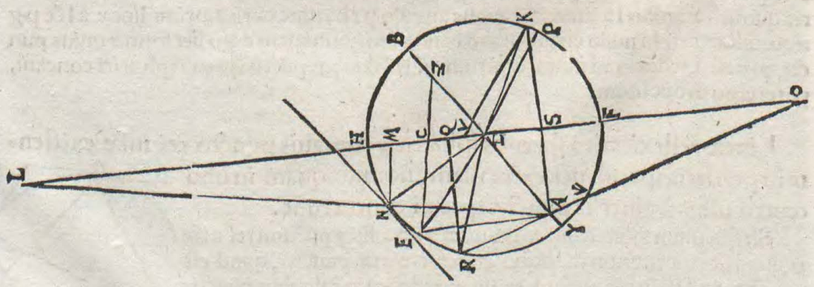


ipſum línea k a p in puncto a, & línea k b f in puncto b, & ducantur líneæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b ſecent ſe in puncto h, quía itaq; omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, p 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k æq̃lis eſt angulo p a g, & anguli cõtingentiæ omnes ſunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b s minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palã ergo quía angulus e b g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cum angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, líneæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaq; centrũ uiſus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis ſpeculi fiet ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quía poſſibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim líneæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.

XI.

Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum, qnandoq; eſt in puncto reflexionis, quandoque eſt ultra ſpeculum, quandoq; inter uiſum & ſpeculum, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, quandoq; retro uiſum.

Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ, tunc neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi in pũcto ſcilicet ſuæ reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt ſuperficiebus propoſitorum ſpeculorum, tunc diuerſificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus, & pũctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui, & ducatur ſuperficies plana per hæc duo pũcta quæ erit ſuperficies reflexionis, quoniam ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem contingentẽ ſpeculum ſecundum punctum illum ſuperficiei ſpeculi cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati, & erit communis ſectio illarum ſuperficierum circulus magnus per ſecundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur línea â centro uiſus ad centrum ſpeculi, quæ ſit a d, & â puncto a ducatur ad circuli periferiam línea maior quàm línea a d, quæ ſit a e, & â puncto d ducatur ad circulum



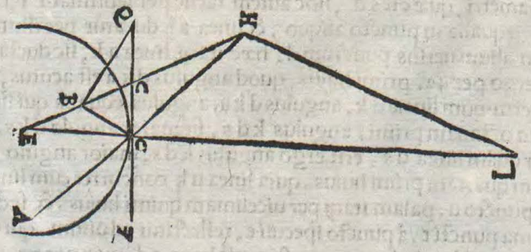
circulum línea æquediſtans líneæ a e, quæ ſit d h & producatur línea a d ex utraq; parte ſui ad circumferentiam in pũcto l & b, taliter ut compleatur diameter l a d b, & ducatur línea d e, quía itaq; línea a e, eſt maior quàm línea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus e a d, eſt minor angulo a d e, eſt ergo p 32. primi, angulus a e d minor angulo recto, ſiue angulus a d e fuerit rectus uel obtuſus, uel acutus, ſed per 29. primi, angulus e d h, eſt æqualis angulo a e d, quía ſunt coalterni. Eſt ergo angulus e d h minor recto, ſuper punctum quoque e líneæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui ſit d e t, palam itaq; quoniam línea e t cadit intra circulum, quoniam ſi caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, ſi línea producta circulum contingeret, aut obtuſus, ſi ſecaret: quod totum patet ducta línea contingente circulum in puncto e patet per 16. tertij. & quía hoc eſt impoſſibile, ut patet ex præmiſſis, palam quía línea t e, cadet intra circulum, ſecabitq; líneam d h, ſitq; punctus ſectionis t, & erit línea e t æqualis líneæ d t per 6. primi, ſunt enim anguli e d t & c d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior eſt angulo a e d per 16. primi, palam quía angulus a e d maior eſt angulo d e t, ergo per 14. primi huius, línea e t non æquediſtat líneæ a b, concurrant ergo, ſitq; punctus concurſus z, deinde à pũcto a ducatur ad arcum e h, línea a n, quæ concurrat cum línea a e in puncto a, & inter ipſam líneam d h, ſibi æquediſtãtem producatur, palam per ſecundam primi huius, quía concurret cum línea d h, ſit ergo punctus concurſus l, & ducatur línea d n, & ſuper punctum n líneæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per líneã m y, quæ ſit m n d, & quía anguls d n a, eſt acutus per quadrageſimã ſecũdã primi huius, erit etiã angulus d n m acutus. Ideo eñ, qa angulus in ſemicirculo eſt rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunq; línea & termino diametri, palam quod eſt acutus, concurret ergo línea n m cum línea d h, ſit concurſus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, línea ad arcum e i f, quæ ſit a g, & ducatur línea d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a. & quoniam ut prius angulus d g a, eſt acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, concurret ergo línea g q, cum línea d h, ſit concurſus in puncto q, palam quoq; cum línea g a, concurrat cum línea a e, quoniam per ſecundam primi huius concurret cum línea d h illius æquediſtante, ſit concurſus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d eſt maior angulo e a d, ergo per decimam quartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concurſus, ſecetq; línea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h, quod autem línea g q cadit inter puncta d et h, palam ſatis eſt ex præmiſſis, ſed & idem patere poteſt ex hoc, quía cum arcus quem ſecat línea, g o ex circulo h b, f g, qui eſt arcus g y ſit maior arcu g h, producatur línea g d ad periferiam circuli in punctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. ſexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, ſed angulus q g d, eſt æqualis angulo a g d, ut patet ex præmiſſis, ergo angulus h g p, eſt maior angulo a g d, línea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29. primi huius, diuidit & baſem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc â pũcto a ducatur ad arcum f b, línea a k ſecans líneam d f in puncto s, ita ut ſit línea k s maior quàm pars diametri, quæ eſt s d, hoc autem facile per ſeptimam tertij, ut ſi línea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & línea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uerſus punctum d, hæc itaq; línea a k, ſic ducta, ducatur línea d k, palam ergo per 42. primi huius, quod angulus d k a eſt acutus, fiat ergo ſuper punctum k terminum líneæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui ſit d k u, ut itaque per decimam octauam primi, angulus k d s, ſit maior angulo d k s, ideo quia línea s k eſt maior quàm línea d s, erit ergo angulus k d s, maior angulo d k u, palam ergo per decimam quartam primi huius, quía línea u k concurret cum línea d h, ſit ergo concurſus in puncto u, palàm itaq; per uiceſimam quinti huius, & ſecundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto ſpeculi e, reflectitur ad uiſum, qui eſt in puncto a, kathetus quoque incidentiæ formæ puncti t, eſt línea t d, quæ per 72. primi huius, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum, cum ſit tranſiens per eius centrum, & ipſa eſt æquediſtans líneæ reflexionis, quæ eſt a e, nunquam ergo con

curret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in pũcto a, kathetus quoq; suæ incidentiæ qui est b z d ductus à puncto z, per centrũ speculi concurrit cum linea reflexionis quæ est a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum uisus quod est a, forma uero puncti m à puncto speculi quod est n reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locum imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q peruenit ad punctum speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o quod est ultra uisum, & forma puncti u, peruenit ad punctum speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrũ speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto s, locus itaq; imaginis suæ est punctũ s, quod est inter uisum & speculum, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi ut in ipso pũcto reflexionis, quædam uidentur ultra speculum, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrũ uisus sit extra circulum speculi uel in circunferentia ipsius, idem accidit, et eodem modo est demonstrandũ, quoniam semper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt oĩa ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.

Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculum ut in puncto s, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cũ uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexionis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cum punctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cũ sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra medium punctum sumptum apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum medium apparebit inter uisum & speculum, & cum totalis forma secundum partes ulteriores sui sphæræ speculi & citeriores uersus uisum semper uideatur una & cõtinua, necessario forma illius pũcti sensibilis ꝓximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in pũcto s reflexionis, aliæ q̃q; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctũ uidebunt ab illo puncto declinare modo

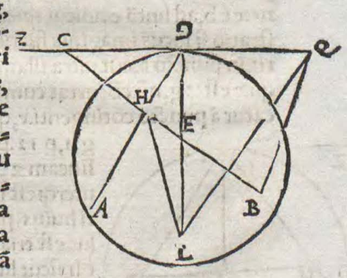


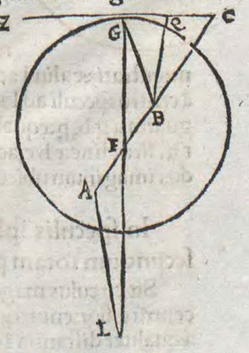
modo dicto, quædam ad uisum & intra speculũ, quædã ultra speculũ, uerũ in imaginibus quæ locus est punctus a, qd' est centrum uisus, ueritas ipsaꝝ non cõprehenditur, unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autẽ maiorem euidentiã, ut nõ solum demonstratio, sed etiã experientia doceat quod ꝓmisimus, erigatur super superficiẽ speculi sphærici cõcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigat' uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior q̃ distantia centri uisus à diametro ꝑ stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cũ tñ stipes sit formæ lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nõ cõprehendit' ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculũ aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari ꝑ lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

XIII.

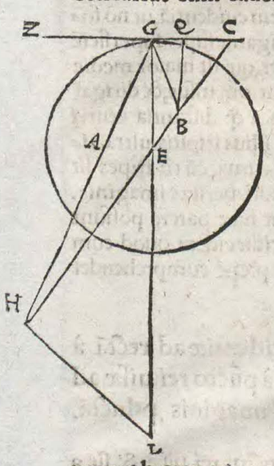
In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectã à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à pũcto rei uisæ ad finẽ cõtingẽtiæ ductæ ad lineã à fine cõtingẽtiæ ad locũ imaginis ꝓductã.

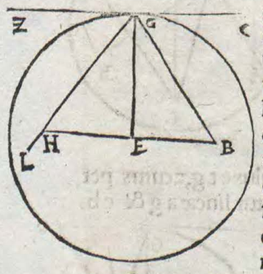
Esto speculũ sphæricum concauũ, cuius centrũ sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulũ qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto g, ducatur q̃ linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus cõcurrat cum linea z g, in puncto t, cõcurret autẽ per 14. primi huius, cũ sint in eadẽ superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cum per 17. tertij, angulus e g 3, sit rectus, & angulus uero g e b, sit acutus, sit ergo punctus t, finis cõtingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur quoq; extra circulũ linea reflexionis quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, sunt duæ lineæ rectæ, quaꝝ a g, secat lineã z g, in puncto g, & sit angulus a g t obtusus, q̃m angulus e g t, est rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g, acutus per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nõ sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctũ g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctũ g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem ꝓportio katheti e b, ad lineã e h, interiacentẽ centrum speculũ, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est ꝓportio lineæ b t, interiacentis punctũ rei uisæ, & finem cõtingentiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cũ incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, ꝓducatur eĩ perpendicularis quæ e g, ultra speculũ, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ necessario per 2. primi huius, cõcurret cũ ꝓducta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, cõcurrat cum eadẽ, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans





lineæ g h, quæ ut prius necessario concurret cũ linea z t, per 2. primi huius, cũ linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per 20. quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per 29. primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15. primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit lineæ l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cũ anguli e g z & e g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales. Remanẽt anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, p. 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaq; lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineã h g, per 7. tertij, sunt em̃ antecedẽtia & cõsequẽtia æq̃lia inter se, qa uero angulꝰ g h t, æqualis est angulo t b q, p. 29. primi. Sunt em̃ illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b, & g t h, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est ꝓportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero p 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit p 4. sexti, ꝓportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam l h, ergo ut prius erit ꝓportio lineæ e b, ad lineã e h, sicut lineæ b t, ad lineã t h, quod est ꝓpositũ, eadem q̃q; est demonstratio si locus imaginis fuerit inter a centrũ uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in puncto a, aut ultra illam. Si uero linea in puncto reflexionis speculũ contingens, quæ est z g, nõ cõcurrat cum katheto incidentiæ, qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto cõtingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, p. 12. primi, eritq; per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaq; angulus b e g, est æqualis angulo h e g, quia uterq; est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e, p. 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, q̃m triangulus b g e, æquianguli us est triangulo h g e, ergo p 4. sexti, est ꝓportio lineæ b e, ad lineã e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, qd̃ est ꝓpositum ut prius, non em̃ tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ q̃ punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterq; demonstandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc em̃ punctum b, q̃ est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, fit idem cũ puncto a, qui est centrũ uisus, nec oportet in illius demonstratiõe aliud adijci nisi quia p 3. sexti, est ꝓportio katheti b e, ad lineã e a, ductam à centro speculi ad locũ imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, q̃m linea g e, diuidit angulum a g b, p æqualia, p 20. quinti huius. Erit ergo ut prius ꝓportio lineæ b t, ad lineã t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est ꝓpositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.



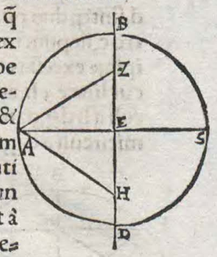


XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrũ e, signenturq; supdiametrũ b e d, duo puncta ex utraq; pte cẽtri e, quæ sint h & z æqualiter distantia à cento e, erunt ergo lineæ h e & z e æquales, ducat̃ q̃q; à centro p 11. primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrũ b d, & copulent̃ lineæ h a & z a, quia

quia itaq; in trigonis h e a, & z e a, duo latera h e & z e, sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cõmunis est utriusq; trigonoꝝ anguli h e a, & z e a, sunt æquales qa recti, palã p 4. primi, q̃m angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicẽ mutuo reflectunt̃ à puncto speculi quod est a, idẽ quoq; patet ductis lineis h g & z g, q̃m istoꝝ punctoꝝ mutua reflexio fiet à puncto g, si itaq; fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigonũ a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, q̃ est h z, manente fixa, tunc punctum a, motũ peruenier in punctum g, & ex inde reuertet̃ ad locũ suum primũ, motuq; suo describet in concauitate speculi circulũ, à quo tali fiet formaꝝ punctoꝝ h & z, ad seinuicẽ mutua reflexio, q̃m ad quẽcunq; punctum illius circuli ducant̃ lineæ à punctis h & z, semp̃ ducta semidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrũ uisus fuerit in puncto h, reflectet̃ ad ipsum forma puncti z, à tota piferia illius circuli. Si tñ puncta h & z, inæqualiter, distent à centro e, nõ fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius centrũ e, secentq; seĩ ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quaꝝ una quæ k d, sunt duo puncta h & z, inæqualiter distantia à centro e, sitq; h, ꝓpinquius centro e, & z remotius, sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctoꝝ semicirculi a d g, nõ potest fieri istoꝝ punctoꝝ adinuicẽ reflexio, sit enim si possibile est ut fiat à pũcto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palã ergo per 4. primi, quia anguli us h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctoꝝ h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, p. 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio pũcto arcus a d g. Sit em̃ si possibile est ut fiat istoꝝ punctoꝝ reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e, ad lineam e z, sed linea e h est minor q̃ę e z, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̃ę h z, est aũt linea h k maior q̃ę k z, q̃m est maior q̃ę linea e k, p. 19. primi, ut em̃ patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a, recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̃ę linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̃ę linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorem, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo punctoꝝ arcus a k g, ab aliquibus uero punctis periferiæ semicirculi a b g, mutuam reflexionẽ istoꝝ punctorum fieri est possibile, q̃m est possibile esse aliquod punctum arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineã h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z, diuidet̃ per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod ꝓponebatur, q̃m ab aliquo puncto arcus, b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

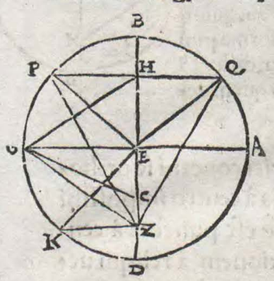
XVI.

Duobus pũctis in una diametro speculi sphærici superficiei cõcaui existẽtibus sub inæquali distantia à cẽtro speculi, si excessus distantiarũ ad minorẽ

distantiam

distantiam proportionē habeat, quā pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum impossibile est à circulo illius diametri illorū pūctorū fieri mutuā reflexionē.

Sit speculi sphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter b d, sintq; duo puncta 3 & h, constituta super illam diametrum b d, quorū remotior à centro e, sit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior q̄ linea h e. Sitq; ipsaꝝ excessus linea 3 t, dico quod si ꝓportio lineæ 3 t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit sicut lineæ 3 h, ad lineam h b, quod impossibile est reflexionē fieri ab aliquo punctoꝝ circuli a b d g, patet eī per p̄missam quod non potest fieri reflexio ab aliquo punctorū semicirculi a d g, sed neq; ab aliquo punctoꝝ semicirculi a b g. detur eī si sit possibile à pūcto l, arcus a b, & ducaī linea l b, & ipsi æquedistans ducatur à centro speculi per 13. primi, quæ sit linea m e n, & ducantur lineæ l 3, l e, & l h, secabit itaq; per 2. primi huius, linea l 3, lineā n m, sit punctus sectionis m, perducaī quoq; linea l h, ultra punctū h, quæ similiter per 2. primi huius, secabit lineam m n sit punctus sectionis n, quia itaq; ex hypothesi est ꝓportio lineæ 3 t, ad lineā t e, sicut lineæ 3 h, ad lineā b h, erit ergo p̄ 18. quinti, cōiunctim proportio lineæ 3 e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineā h e, sicut lineæ 3 b, ad lineam b h, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim ꝓportio lineæ 3 e, ad lineam 3 b, sicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquedistant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h, & n h e, sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e n, ad lineā b l, sicut lineæ e h, ad lineam b h, similiter quoq; trigona b l 3, & e m 3, sunt æquiāgula per 29. primi, quia lineæ b l & e a, æquedistant, erit ergo ꝓportio lineæ e m, ad lineam b l, sicut lineæ 3 e, ad lineam 3 b, sed eadē est ꝓportio lineæ e h, ad lineā h b, quæ lineæ 3 e, ad lineam 3 b, eadem ergo ꝓportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineā b l, quia ergo lineaꝝ n e & m e, ad lineā b l, eadē ꝓportio lineæ, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e, sunt æquales, quia itaq; angulus n m l, diuidiī per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, fit eī reflexio punctoꝝ h & 3, à puncto l, erit per 3. sexti, ꝓportio lineæ l n, ad lineā l m, sicut lineæ n e, ad lineam e m, est ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, est communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m, & l e n, sunt æquales, sunt ergo recti per diffinitionē anguloꝝ rectoꝝ, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, contingit circulū, & cadit extra circulum p̄ 15. tertij, qd̄ est impossibile, est eī ducta secans circulū per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, sequitur autē magis impossibile si sit ꝓportio lineæ 3 t, ad lineam t e, sicut lineæ 3 h, ad aliquā lineam minorem linea h b, patet ergo propositum, qm̄ de quolibet dato puncto est penitus eodem modo decernendum.

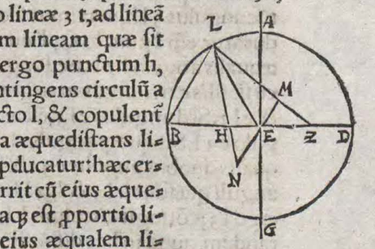


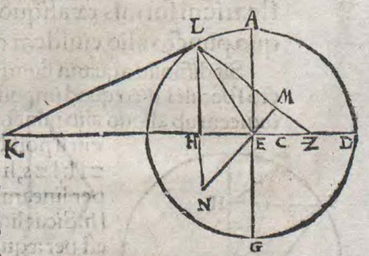
XVII.

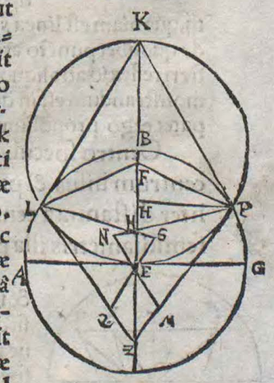
Centro uisus & pūcto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphærici concaui & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionē habeat quā pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorē parte diametri interiacente punctum centro ꝓpinquius & piferiā fiet reflexio, possibileq; est punctū reflexiōis inueniri.

Sit speculi sphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter sit b d, in qua sit centrum uisus quod sit 3, & punctus rei uisæ quod sit h, distetq; centrum uisus 3, plus à centro speculi qd̄ est e, q̄ punctus rei uisæ qui est h, sitq; ꝓportio excessus distantiæ maioris quod est 3 e, ad minorē quæ est h e, sicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ est 3 h, ad lineam maiorē parte diametri quæ est inter punctū h & periferiam, quæ est h b, dico qd̄ in hoc situ fiet reflexio, & quod est impossibile, punctum reflexionis

flexionis inueniri, ducatur eī diameter a g, orthogonaliter super diametrū b d, & quia linea 3 e, est maior q̄ linea h e, sit linea e t, æqualis lineæ h e, patet 3. primi, erit linea 3 t, excessus lineæ 3 e, super lineam h e, quæ ergo est ꝓportio lineæ 3 t, ad lineā h e, eadem sit per 3. primi huius, ꝓportio lineæ 3 h, ad aliam lineam quæ sit h k, eritq; ex hypothesi linea h k, maior q̄ linea h b, cadet ergo punctum h, extra periferiā circuli, à puncto itaq; k, ducatur linea contingens circulū a b g d, per 16. tertij, quæ sit k l, contingens circulū in puncto l, & copulentur lineæ l 3 & l h, & l e, & à puncto e, per 31. primi, ducaī linea æquedistans lineæ k l, quæ sit n, secans lineam in puncto m, & linea l h, ꝓducatur: hæc ergo per 2. primi huius, concurret cū linea m e n, quia cōcurrit cū eius æquedistante, quæ est linea l k, sit punctus concursus n, quia itaq; est ꝓportio lineæ 3 h, ad lineā h k, sicut lineæ 3 t, ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam. s. r e, per 7. quinti, erit per 18. quinti, coniunctim proportio lineæ 3 k, ad lineam h k, sicut lineæ 3 e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, proportio lineæ 3 k, ad lineam 3 e, sicut lineæ h k, ad lineā t e, uel ad eius æqualē lineā h e. Est autē proportio lineæ k h, ad lineā e h, sicut linea k l, ad lineā e n, per 4. sexti, qm̄ trigona h l k, & h n e, sunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, sunt æquedistātes, ꝓportio uero lineæ k 3, ad lineam e 3, est sicut proportio lineæ k l, ad lineā e m, per 4. sexti, qm̄ trigona k l 3 & e l 3 sunt æq̄angula p̄ 29. primi, qa linea e m æquedistat lineæ k l, lineæ itaq; n e & m e, ad lineam k l, eandem habent proportionē, qm̄ ex hypothesi est ꝓportio lineæ k 3, ad lineā 3 e, sicut lineæ k h, ad lineā h e, ergo per 9. quinti, lineæ e n & e m, sunt æquales, linea uero l e, est cōmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n & l e m, sunt æquales, quia sunt recti per 29. primi, angulus eī k l e, est rectus per 17. tertij, ergo per 4. primi, duo anguli 3 l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti h, reflectitur ad punctū 3, uel econuerso, à puncto speculi quod est l, patet ergo propositū. Ostensum est eī, quia fit reflexio mutua datorum punctoꝝ in hoc situ, & inuentus est pūctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq; manifestū est quod si linea e 3, fuerit maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k 3, ad lineam 3 e, sicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphæricis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor q̄ linea e k, fiet mutua reflexio punctoꝝ h & 3, adinuicē à duobus punctis cōmunis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit eī in linea k h, punctus, qui sit b, & sup centrum e, describatur circulus ad quātitatem unius semidiametri e b, qui sit a b g d. Sitq; in speculo sphærico concauo, & diuidaī linea e k, per æqualia in puncto f, per 10. primi, fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, hæc ergo secabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quæ sint puncta l & p, dico quod punctoꝝ h & 3, mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur eī lineæ k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e, rectus per 30. tertij, ergo per 15. tertij, linea k l, contingit circulū a b g d, cū sit perpendicularis super diametrum ipsius quæ est e l, ducta itaq; à puncto e, linea n e o y, æquedistanter lineæ k l demonstrabiī ut prius, qm̄ puncta h & 3, mutuo reflectent adinuicem à puncto k & l. Similiter quoq; ductis lineis 3 p & h p, & linea q e s, æquedistante lineæ k p, nam eadē est demonstratio hinc inde, Semper eī anguli incidentiæ & reflexionis ad puncta l & p, fiunt æquales, patet







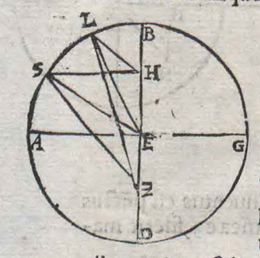
ee ex

ex præmiſſis quod ſi linea incidentiæ & reflexionis quæ eſt h l, ſit perpendicularis ſuper lineã e k, qm̃ linea 3 l, neceſſario circulũ cõtingit. cuius diameter eſt linea e k, efficiturq; tũc angulus 3 l h, maximus illorũ angulorũ, ſecundũ quos in hoc ſitu poteſt fieri reflexio, ducatur em̃ à puncto f, qd' eſt centrũ circuli k l e p. linea f b, erit p 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b. Sed angulus f e l, eſt æq̃lis duobus angulis e 3 l, & e l 3, p 32. primi, cũ ſit illis extrinſecus in trigono 3 e l, angulus q̃q; f e l, eſt æqualis duobus angulis e 3 l, & e l 3. Sed angulus e l 3, eſt æq̃lis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e 3 l. Sit quoq; angulus h l 3, cõmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l 3, æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3, ex hypotheſi eſt rectus, patet p 32. primi, qd' illi duo anguli qui ſunt h l 3, & h 3 l, ſunt æquales uni recto. Angulus ergo f l 3, eſt rectus, linea ergo l 3, cõtingit circulum k l e m, p 15. tertij. Sequit' ergo idem quod prius, et hoc eſt notandum, quod in hac diſpoſitione centrũ uiſus & ipſorũ uiſibilium ſemp locus imaginis eſt in centro uiſus, patet p 37. quinti huius, qm̃ ut patet ibi, concurrit kathetus incidentiæ cũ linea reflexionis, patetq; ex p̃miſſis, quomodo in hac diſpoſitione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ ſunt inter ſectiones duorũ circulorũ, patet ergo ꝓpoſitum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro ſpeculi ſphærici concaui exiſtentium formis ex aliquo puncto ſpeculi adinuicem reflexis eaſdem ab aliquo puncto alio eiuſdem quartæ illius circuli impoſſibile eſt reflecti.

Sit diſpoſitio quæ in figuris ꝓximis, reflectaturq; forma puncti h, ad punctũ z, à pũcto ſpeculi l, dico quod impoſſibile eſt ut formarum illorum pũctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiuſdẽ quartæ circuli, quæ eſt b a, q̃ à puncto l. Sit em̃ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto s, eiuſdẽ quartæ, & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s, quia itaq; angulus z l h, diuiſus eſt per æqualia per lineam e l, patet per 3. ſexti, quia eſt proportio lineæ z l, ad lineã l h. Sicut lineæ z e, ad lineam e h, ſimiliter quia angulus z s h, diuiſus eſt per æqualia per lineam e s. Erit per 3. ſexti, proportio lineæ z s, ad lineam l h, ſicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo p 11. quinti, erit proportio lineæ z s, ad lineam s h, ſicut lineæ z l, ad lineam l h, ergo p 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z s, ad lineam z l. Sicut lineæ s h, ad lineam l h, ſed linea z s, eſt minor q̃ linea z l, per 7. tertij, ergo linea s h, eſt minor q̃ linea h l, quod eſt contra eandem 7. tertij, quoniam eſt linea s h, propinquior centro ſpeculi quod eſt e, q̃ linea h l, & quoniam de quolibet puncto arcus a b, poteſt eadem fieri deductio, patet ergo quod non poteſt fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio q̃ à puncto l. Similiter quoq; demonſtrandum eſt in quarta circuli, quæ eſt b g, ſi ab illius aliquo puncto fiat reflexio patet ergo propoſitum.

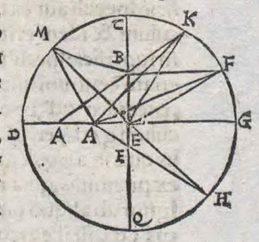


XIX.

Centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtente extra lineam connectentem centrum uiſus, & punctum rei uiſæ in diametris diuerſis exiſtentia, & æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, ab uno tantum puncto ſemicirculi, in cuius ſemidiametris illa puncta non conſiſtunt, fit reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculi concaui circulus a b g, cuius centrũ ſit d, diameter a g & ſemidiameter d b, orthogonaliter erigatur ſuper diametrum a g, ſitq; centrum uiſus punctum z, & punctus rei uiſæ ſit h, & ducatur linea z h, ſecans ꝓductã ſemidiametrũ d b, in puncto e, ita qd' centrũ ſpeculi d, ſit inter lineã z h, & ſupficiem ſpeculi à qua fit reflexio, diſtentq; puncta z & h, æq̃liter à puncto d, qd' eſt centrũ ſpeculi, propter qd' erit linea b d e, ꝓpẽdicularis ſup lineã z h, dico qd' forma pũcti h, reflectitur ad uiſum z, ab uno tantum puncto ſemicirculi a b g, quod eſt b, ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h, & quia per 3. tertij, linea d e b, diuidit lineam h z, per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, ſunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h, & b e z, ſunt

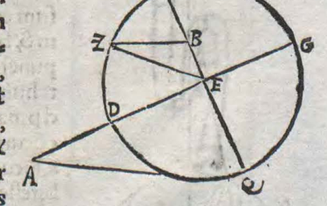
b e z, ſunt æquales, quia recti, ergo per 4. primi, patet, qm̃ anguli z b e, & h b e, ſunt æq̃les, ſit ergo p 20. huius, reflexio formæ puncti h, à puncto ſpeculi b, ad centrum uiſus quod eſt z, dico itaq; qd' non poteſt ab aliquo alio puncto ſpeculi fieri hæc reflexio. Si em̃ detur quod fiat à puncto t, ducantur lineæ z t & t h, & à centro d, ducatur ad punctum reflexionis t, linea d t, quæ producta ad lineam z h, ſecet ipſam in puncto k, quia itaq; per 20. quinti huius, linea k t, diuidit angulũ z t h, per æqualia, ꝫ patet per 3. ſexti, qm̃ eſt proportio lineæ z t, ad lineam t h. Sicut lineæ z k, ad lineam k h. ſed linea z k, eſt minor q̃ linea z e, ergo & q̃ linea k h. Erit ergo linea z t, minor q̃ linea t h, ſed per 7. tertij, linea z t, eſt maior q̃ linea z h, & linea h b, maior q̃ linea h t, erit ergo linea z b, minor q̃ linea h b, quod eſt contra p̃miſſa & contra 4. primi. Non ergo reflectetur forma puncti h, ad centrum uiſus exiſtens in puncto z, à puncto ſpeculi t. Similiter quoq; demonſtrandum eſt de quolibet puncto ſemicirculi a b g, patet ergo ꝓpoſitum.



XX.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diametris diuerſis circuli magni ſphærici ſpeculi concaui, poſſibile eſt reflexionem fieri ab aliquo pũcto arcuum interiacentium diametros circuli tranſeuntis per illa puncta, nõ autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

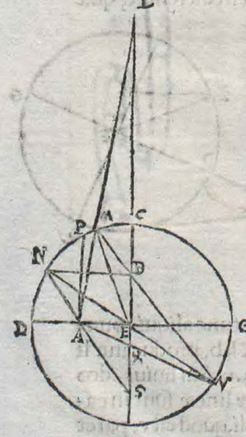
Circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui ſit d g t q, & ſit a centrũ uiſus intra ſpeculũ ſphæricũ concauum, & ſit e centrũ ſpeculi, & ſit b punctus rei uiſæ, & ducaſ diameter d a g, per centrũ uiſus a, & ducaſ diameter t q, ut contingit, dico quod ſi fuerit b, punctus rei uiſæ in ſemidiametro e t, poteſt fieri reflexio formæ eius ad uiſum a, ab aliquo pũcto ſemicirculi d t g, & ab aliq; pũcto ſemicirculi ſibi oppoſiti, q eſt d q g, ducaſ em̃ à pũcto b, rei uiſæ ad aliq̃d pũctũ ſemicirculi g t d arcus quartæ t d, qd' ſit punctus m, linea incidẽtiæ quæ ſit b m, & ducaſ lineæ b a & m a, & ducaſ diameter e m, quæ quia diuidit baſem a b, trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a, per 20. primi huius, ꝓducatur ergo ſemidiameter m e, ad partem circũferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctum, qui ſit punctus h, arcus g q & ducantur lineæ b h & a h, ſecabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut ſecet ipſum in puncto t, & linea h b, ſecabit eandem diametrum t q, in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c, ex diuerſis partibus centri e, linea ergo e h, diuidet angulum a h b, per 29. primi huius, qm̃ diuideret ei baſem ſubtẽſam, quæ eſt b c, dico itaq; quod forma puncti b, poteſt reflecti ad uiſum a, uel ab aliquo puncto arcus interiacentis ſemidiametros e t & e d, in quibus ſunt puncta a & b, qui eſt arcus t d, & ſimiliter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppoſiti interiacentis alias ſemidiametros illis conterminales, qui ſunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui eſt a g, & quod non poteſt reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si em̃ hoc dicaſ eſſe poſſibile, ſumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui ſit k, propinquius puncto t, & ducantur lineæ a k & k b, producatur linea k b, donec cadat ſup diametrũ d g, in punctũ o, cadet aũt per 14. primi huius, ideo quia angulus b e d eſt rectus, & angulus k b t, eſt acutus, & omes illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, qm̃ ergo puncta o & a, ſunt in eadẽ parte centri circuli, quod eſt e, patet quod perpendicularis ducta à puncto k, ad centrũ e, non diuidit angulũ o k a, & ita forma puncti b, nõ poteſt reflecti ad uiſum a, à puncto ſpeculi quod eſt k. Similiter ſumpto alio puncto quod ſit f, ita ut linea b f, ſit æquediſtans diametro d g, uel quod angulus f b t, fiat obtuſus. Semp em̃ tunc patebit, qm̃ ꝓpendicularis e f, non diuidit angulũ b f a, p 29. primi huius, qm̃ cadet extra a b, baſem trigoni a b f, non ergo poteſt reflecti forma puncti b, ad uiſum a, à puncto ſpeculi f, ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppoſiti arcui



g t,qui eſt arcus d q,eodē ꝙq; modo demonſtrandū ſi b punctus rei uiſæ fuerit in ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculū,dum tñ punctum a,quod eſt centrum uiſus,ſit intra ſpeculum,& idem erit modus ꝓbandi. Similiter quoq; ſi punctus a, centrum uiſus fuerit in ſuperficie ſpeculi,& punctus b,fuerit interius uel exterius,idem eſt ꝓbandi modus. Si etiam centrum uiſus a,fuerit extra ſpeculū,& punctus b,rei uiſæ fuerit intra ſpeculum, patet idem qđ ꝓpoſitum eſt. Ducanť eñ à puncto a,cētro uiſus lineæ contingente circulum g t d,per 16.tertij,quæ ſint lineæ a h & a 3,& ducantur duæ diametri una uiſualis quæ ſit a e g,& alia quæ ſit t e q,& ſit b punctus rei uiſæ in diametro t e q,palam itaq; ex præmiſſis,quia reflectitur forma puncti b,ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t 3,quia impoſſibile eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus 3 d,qm̄ ille arcus cadit ſub puncto contingentiæ,& etiā propter inæqualitatem angulorum,qm̄ per 15.tertij,angulus e 3 a eſt rectus,& angulus b 3 e,per 42.primi huius, erit minor recto,cui fiunt inæquales omnes anguli conſtituti ſuper lineam 3 a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g, qui eſt oppoſitus arcui t d, poteſt fieri reflexio formæ puncti b,ad uiſum exiſtentem in puncto,ſed ab arcu t g,uel d q,nulla fiet reflexio propter ſupradicta,ſimiliterq; permutato puncto b,in aliam diametrum quæ ſit idem diameter t q,idem accidet quod prius, patet ergo propoſitum. XXI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diuerſis diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui,ſi à centro uiſus ducatur linea æquediſtans diametro in qua eſt punctū rei uiſæ ſecans circulum,erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu ſpeculi interiacēte terminū diemetri rei uiſæ,& illam æquediſtantem extra ſpeculum & loca imaginum reflexarū à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uiſum, oppoſiti uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uiſus & ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ prius,& ducať à puncto a,linea æquediſtans ſemidiametro t e,q̄ ſit a p,dico qđ loca imaginū reflexaꝝ à punctis arcus t p, erunt extra ſpeculū, loca uero imaginū arcus p d,erunt ultra centrū uiſus,qđ eſt a,loca uero imaginū arcus q g,erunt inter centrū uiſus & ſpeculi ſuperficiē, dato eñ qđ forma pūcti b,exiſtens in ſemidiametro t e,reflectať ad uiſum exiſtentē in ſemidiametro t e,ab aliq̄ puncto arcus p t, qui ſit m & b,palā p 14.primi huius, qđ lineæ a m & b e,cōcurrent ultra puncta m & b,extra ſpeculū. Sit ꝙq; pūctus cōcurſus l,q̄ p 37.qnti huius,erit locus imaginis formæ pūcti b,qđ ſi à puncto n, arcus d p,fiat reflexio,patet p eandē 14.primi huius, qm̄ linea a n & b e, cōcurrent ultra pūcta a & e,ſit cōcurſus in puncto s,eritq; punctū s,locus imaginis formæ puncti b,retro uiſum. Si uero forma pūcti b,reflectať ad uiſum a,ab aliq̄ puncto arcus q g,qm̄ in p̄miſſa oſtē ſum eſt hoc eſſe poſſibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g qđ ſit u,palā itaq; qm̄ linea b e,,producta diuidit angulū a e u, ergo p 29.primi huius, patet qđ ipſa ſecat baſem a u, ſit ut ſecet ipſam ī puncto x,linea itaq; a u,q̄ eſt linea reflexionis,& kathetus incidē tiæ formæ puncti b,q eſt b e,ſecat ſe ī puncto x,eſt ergo p 37.qnti huius,punctū x,locus imaginis formæ puncti b,& ipſe eſt inter uiſum & ſpeculū,ſecundū hoc itaq; loca imaginū diuerſanť, ut etiam declaratū eſt in 10.huius,nunq̄ aūt eſt poſſibile locū imaginis eſſe in cētro uiſus,niſi cū pūctus rei uiſæ & centrū uiſus i eadē ſunt diametro. Tūc eñ facta reflexiōe,utcūq; ſit poſſibile,ſemꝑ patet qđ linea reflexionis & kathetus incidētiæ cōcurrunt in centro uiſus,qm̄ ſolus ille punctus ambabus illis lineis eſt communis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodem modo eſt demonſtrandum propoſitum,ſiue punctum a,centrum uiſus ſit intra ſpeculum,ſiue in ſuperficie ſpeculi,ſiue extra ſpeculū, dum tamen linea à puncto a, ducta æquediſtanter diametro in qua eſt punctum rei uiſæ

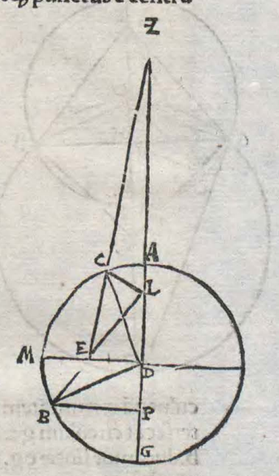


uiſæ ſecet circulum ſpeculi & non contingat ipſum,forma uero reflexa à puncto p ſecundum lineam p a,ſi punctus cuius forma reflectitur fuerit in ſemidiametro t e, cui æquedi ſtat linea a p,poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie ut oſtendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſphærici concaui poteſt eſſe locus imaginum quantumcunq; producatur.

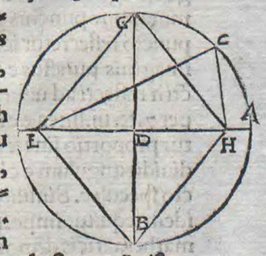
Sit a g diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui, qui ſit a p m g, cuius circuli centrū ſit d,producaturq; extra circulum,& ſignetur in ipſa punctum z,ſitq; punctus e centrū uiſus intra circulum in ſemidiametro m p, dico quod punctus z poteſt eſſe locus imaginis,ducatur enim linea e t z per t punctum circunferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d,acutus per 43.primi huius, fiat itaq; angulus d c l ſuper terminum lineæ d c æqualis angulo e c d,per 23.primi,ſecetq; linea c l diametrum d a in puncto l,palam itaq; per 20.quinti huius, quoniā forma puncti l,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e,à puncto ſpeculi quod eſt c, & eius imaginis locus eſt in puncto z, per 37. quinti huius,quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ qui eſt d l z,cum linea reflexiōis quæ eſt c e,& aſſumatur punctus diametri a g intra circulum,qui debet oſtendi poſſe eſſe locus imaginis,ut ſi ille punctus ſit l,palam quia & ipſe erit locus imaginis alicuius formæ,ducať enim linea e l,& producatur uſq; ad punctum circunferentiæ quod ſit b,& ducatur linea d q,eritq; angulus d b e acutus,per 42.primi huius,fiat ergo æqualis ſibi,qui ſit d b p, palam itaq; per 20.quinti huius,quoniam reflectitur forma pūcti p ad uiſum e,à puncto ſpeculi b, & locus imaginis formæ puncti p eſt punctus l,per 37.quinti huius, ſumpto quoq; quolibet puncto alio eadem eſt probatio,patet ergo propoſitum.



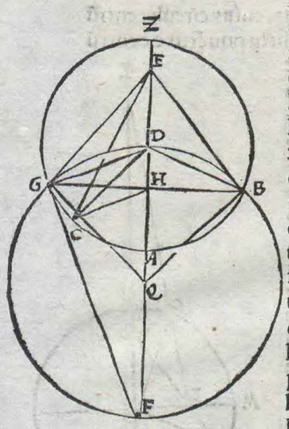
XXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in eadem circuli magni diametro exiſtentibus punctorum reflexorum à ſpeculis ſphæricis concauis quilibet eſt locus imaginis centrum uiſus,poſſibile eſt ut ab uno tantum ſemicirculi puncto fiat reflexio ad uiſum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Eſto circulus ſpeculi ſphærici concaui g z b a, cuius centrum ſit d, & interſecent ſe in ipſo duæ diametri z a & g b orthogonaliter,& ſit in diametro z a pūctus e, qui ſit centrum uiſus z h, qui ſit punctus rei uiſæ, ſit in eadem diametro z a, quoniam ubicunq; fuerint centrum uiſus,& punctus rei uiſæ in una illius circuli diametro, ſemper poſſunt dictæ diametri taliter produci,ut ſe orthogonaliter interſecent, diametro z a per puncta e & h tranſeunte,aut ergo linea e d interiacens centra uiſus & ſpeculi eſt æqualis lineæ d h aut non. Si ſit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter diſtent à centro ſpeculi, ducantur lineæ h g,h b,e g,e b,palam itaq; per 4.primi, quoniam triangulus h g d eſt æqualis triangulo g d e,& æqualis triangulo h d b & triangulo e d b,& ipſorum anguli reſpicientes æqualia latera ſunt æquales, & quoniam angulus h g d eſt æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e,diuiditur per æqualia per lineam g d,poteſt ergo per 20. quinti huius,forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflecti ad uiſum in punctum e,& erit per 37.quinti huius,locus imaginis punctus e, quod eſt centrū uiſus. Similiterq; poteſt forma puncti h à puncto ſpeculi b reflecti ad uiſum in punctum e,& erit iterum locus imaginis punctum e,per eandem quæ prius. Sitaq; diametro z a ma-



nente immobili, ſemicirculus z g a, imaginetur moueri per ſphæram ſpeculi, aut etiam ſolus triangulus h g e moueatur fixa manente latere e h, palam quia pũctus g, motu ſuo deſcribit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti poteſt forma puncti h ad uiſum e, & locus imaginis erit ſemper punctus e quod eſt centrum uiſus, quod autem ab alio puncto ſpeculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non poſſit forma puncti h, reflecti ad uiſum e, manifeſtũ eſt. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu ſuo cauſat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius ſemicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod ſit e, & hoc erit extra illũ circulum imaginatum in ſuperficie ſpeculi, ducantur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g, per eandem 7. tertij, non ergo erit ꝓportio lineæ e c ad lineã h c, ſicut lineæ e d ad lineam b d, quæ ſunt æquales, ergo per 3. ſexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, nõ ergo reflectitur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, & eadem eſt deductio ſi ſumatur punctus c inter puncta g et z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uiſus quod eſt e, à puncto rei uiſæ, quod eſt h, exiſtentibus in eadem diametro, & æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſemper fit reflexio formæ pũcti uiſi ad uiſum modo propoſito, quod ſi puncta ducta in eadem diametro exiſtentia inæqualiter diſtent à centro ſpeculi puncto d, utpote ſi linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, per 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h ſit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. ſexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, ſicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem ſemidiametri d q cuius centrum ſit q, & quoniam ille circulus interſecat circulum g z b a in duobus locis, per 10. tertij, ſunt illa loca ſectionis pũcta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b, & quia linea q g eſt æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniã eadem eſt proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, eſt ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis eſt utriq; triangulorum qui ſunt e q g & h q g, ergo per 6. ſexti, illi duo trianguli ſunt æquianguli. Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. ſexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. ſexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur p. 20. quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e locus imaginis ſuæ, & ſimiliter forma puncti h, à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctũ e locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e, & ſemper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non poſſit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet ut prius. Si emꝫ ſumatur punctus c inter puncta g & a, erit per 7. tertij. linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea h g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. ſexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia, non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c. Similiter quoq; ſi punctus c à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z idem ſequitur impoſſibile, patet ergo propoſitum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt, ſic de punctis mediis naturalium imagꝫnum reflexarũ intelligenda ſunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum, & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & pũctus medius totius illius formæ erit in puncto e quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari ſpeculi

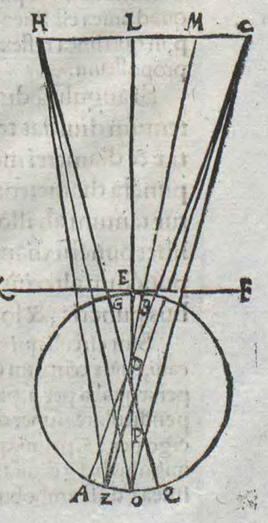


ſpeculi habente ſenſibilem latitudinem, cuius medium mathematicum eſt circulus prædictus, & ſunt pũcta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit eſſe maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g, prout oſtendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, exceſſus lineæ e d ſuper lineam d h, ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uiſum e, per 16. huius, eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineã d h, alias enim non poterit reflecti forma puncti h, ad uiſum in punctum e, quia ſi detur quod poſſit reflecti, ſit ut reflectatur à puncto g, dico itaq; quod neceſſario ſequitur ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus. erit quoq; per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaq; à puncto g, linea contingens circulum a g z b, quæ ſit g f, hoc ergo neceſſario concurret cum linea e h, p. 14. primi huius, cum angulus h d g ſit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, ſit cõcurſus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui eſt h d ad lineam d e, ductã à centro ſpeculi ad locum imaginis, ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius, erit econuerſo proportio lineæ e f ad f h, ſicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm ſit lineæ e f ad lineam f h per 4. primi huius, quoniã æquali linea quæ eſt f a addita utrobiq; minuitur proportio, igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineã h a, quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e, neceſſarium eſt ut proportio lineæ e a ad lineam h a, ſit maior quàm lineæ e d ad lineam d h, hoc itaq; cum fuerit erit ex hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ ſicut prius demonſtratum, palam ergo ſunt omnia quæ propoſita ſunt, cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi non poſſibile ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantum puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Eſto c pũctus rei uiſæ, & h centrum uiſus, & ſit d centrum ſpeculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, ſuperficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, eſt ſuperficies h d c, ſecat ſuperficiem ſpeculi per ſecundam huius, ſuper circulum qui ſit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c nõ reflectitur ad uiſum h, niſi ab aliquo puncto huius circuli, non enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis, producatur itaq; linea h d ultra centrum d, donec ſecet circunferentiam circuli, & ſit punctus ſectiõis a, & producaꝫ linea c d ultra punctũ d, ſecans circulũ in puncto q, incidatq; linea h d circulo in pũcto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cũ ſolum ſit poſſibilis reflexio ab arcubus interiacẽtibus diametros, in quibus ſunt centrũ uiſus, & punctus rei uiſæ, quod forma puncti c ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, nõ reflectiꝫ ab aliq; pũcto arcus q g uel arcus b a, reflectiꝫ it aq; aut ab aliq; pũcto arcus g b, aut ab aliq; pũcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatq; ipſum linea d e l, ſecans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ ſit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint ſuper aliam lineam contingentem, ubicunq; conſiſtant, palam quod non eſt poſſibile reflecti formam puncti c ad uiſum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto e ducatur linea ad aliquem interiorem punctũ huius arcus, linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet ſuper eundem arcũ exterius



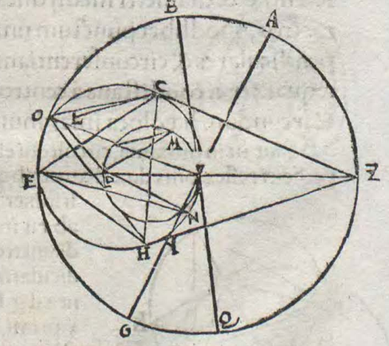
terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q, & punctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentiæ, qui est c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet quod angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est communis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h est diuisus per æqualia per lineã d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctũ h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrũ speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor q̃ linea h z, est autem per 3. sexti, cũ angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandem 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per nonam primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, quàm lineæ h o ad lineam c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineã l e, quàm lineæ h m maioris, quàm sit linea h l ad lineam m c minorem, quàm sit linea l c quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorẽ q̃ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à pũcto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatem minoris, per 3. primi, & ordinetur demõstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiõis, patet quod quæcunq; istarũ linearum fuerit maior quàm alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secũdum modũ præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione centri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantũ pũcto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet pũctus p, in quo linea reflexionis quæ est h z secat kathetũ incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

XXV.

Si angulũ à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circũferentiæ & diametri medij ducãtur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorũ, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circunferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctũ diametri interiacens illa pũcta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, p 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & æquianguli, quoniã eũ angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi, anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autẽ per 20. huius, qđ nõ reflectet forma pũcti c ad punctũ existentẽ in pũcto h, ab aliq̃ puncto arcus a b, uel ab aliq̃ pũcto arcus g q, nec ab aliq̃ pũcto arcus a q, nec à pũcto z, p 19. huius, & qm̃ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus secundũ quantitatem diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d fiunt recti, quoniã ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq; punctus e, sit communis utriq; illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cõtingat circulus maior minorem tantũ in puncto e, p 12. tertij, et non in alio, circulus itaq; minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c. per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cõmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æq̃lis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quàm linea h e, & linea c o est minor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quàm linea c o, nõ ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neq; ab aliquo alio pũcto arcus e b. Similiterq; est deducendũ, si punctus o, à quo supponit fieri reflexionẽ cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducat ut contingit linea e m super partem diametri b q, quæ est c d & secetur linea h d pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus e m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaq; e m d, p 27. primi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æque distans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per secundam primi huius, cũ linea e d, cum qua concurrit sua æquædistans, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p, eritq; per 30. tertij, ille circulus transiens per quatuor puncta m, d n p, quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 26. tertij, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̃lis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p existente communi triangulo n e p, & trian-

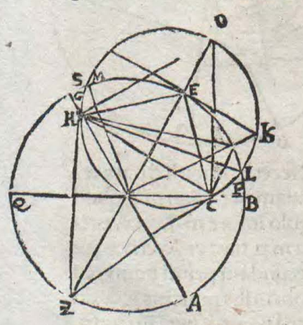


gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma puncti m, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à pũcto z, & non ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pũcto arcus b g quàm à pũcto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & sumpto pũcto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctũ sibi simile lineæ d n, tantũdem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cõcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tũc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tunc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio, lineæ reflexiõis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circunferentiæ & diametri mediȝ ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphærici concaui, & superficiei reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum speculi sphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semidiametro b d punctus c supra punctum, in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d, & in linea d g, sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e. dico quod forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, & à puncto z, sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, est autem necessarium formam puncti c, reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis super lineam c d, per 11. primi, quæ sit c o, & quia linea c o est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e, super semidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulũ speculi non secans punctum e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipsorum est minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cum linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum angulus d c o sit rectus, quod etiam d h o est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, necessario transibit per pũctum o, & erit linea



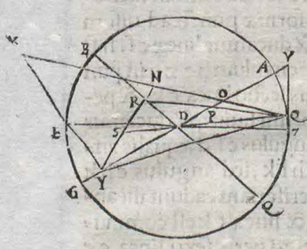
do diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniam circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij, angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c m d est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, fit locus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, est ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, qm̃ idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à pũctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z constitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ob hoc inæquales angulos constituunt super circunferentiam circuli maioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inueuire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentum per æqualia, sitq; c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pūctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimā primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimā primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineam f l, erit itaq; angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, secetq; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m q sit i d a, sitq; pūctus circūferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminū lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctū o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducātur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile est duci aliam super lineā f l diuidentem eam secundū proportionem qua diuisit ipsam linea m c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est remus, ergo per 22. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineā c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cū triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cōtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm triangulus r i s, est simi lis triangulo f l n, per 22. primi, cū eā anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineā i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniā linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y b, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem

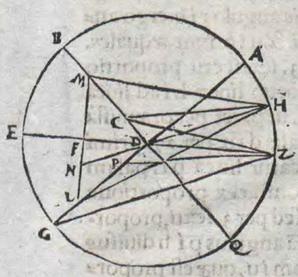


dem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq; à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producat quoq; linea d a, donec cōcurrat cū linea i u, concurret autē per 2. primi huius, quæ cōcurrit cum eius æquedistante quæ est h x, fietq; concursus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triāgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autē ut patuit ex p̄missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineā m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineā o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandē 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniā triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniā ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineā x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineā i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerū angulus u i d, ut patet per præmissā maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitq; punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaq; per 13. primi huius, qd̄ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniā angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportio lineæ h d ad lineam d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerum ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, qm̄ angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cū sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autē ut patet per p̄missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, et angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t, utercq; tñ illoꝝ angulorꝝ æqualiū, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, qm̄ ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̄missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentē in puncto h, à puncto speculi, quod est i, semꝑq; eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulū speculi siue intra, similiter siue punctū h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit em̄ reflexio ab uno tantū puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & qm̄ à puncto m, impossibile est duci alia linea sup lineā f l, diuidentē ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pūctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non cōsistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorū paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, secentq; circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphæræ, speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatq; diameter e d 3, angulū b d g per æqualia, dico quod quicūq; punctus sumat in arcu a q, præter punctū 3, ab illo possunt reflecti infinita paria pūctorum inæqualiter à centro distantiū. Sumatur em in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, punctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ i d, & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitq; diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, q secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritq; per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq; h d, quousq; cadat super lineam m l, p 29. primi huius, sitq; punctus sectionis n, eritq; linea l n, minor q̄ linea n m, ideoq; linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, est



æqualis angulo n d f, minor est angulo a d 3, est æqualis angulo f d l, uerum cū angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d 3, p 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, em maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur p 24. primi, linea l h, est maior q̄ linea h m, cū linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, cōmunis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, qm si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, p 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequet impossibile ut prius, pducta alia linea secāte ad lineā l n, p 29. primi huius, est igit angulus d h l, minor angulo d h m, secet igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, p 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor q̄ linea l d, qm est minor q̄ linea d m, similiter si sumant in semidiametris b g & g d, alia puncta q̄ l & m, æqualiter distantia à punctis l & t, Similiter, pbabit q, à puncto h, fit reflexio pūctorū inæqualiter distantiū à centro adinuicē, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semp similis erit proportio, & à quocūq; puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadē est demonstratio, à puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulos t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet p 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3, patet ergo propositum.

XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterq; distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarū eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

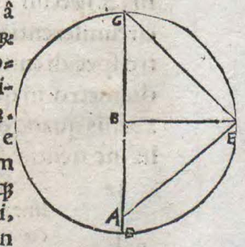
Remaneat omnimoda dispositio theorematis p̄cedentis, & sit ut punctus rei uisæ, qui est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectat ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, q̄ punctus rei uisæ qd est t, sintq; puncta t & l, ambo intra speculū, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, q̄ à puncto h. Si enim fit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctū k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousq; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autē p 29. primi huius, ut in p̄missa ostendimus, quia itaq; ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

go per 3. sexti patet, qm est proportio lineæ l h ad lineam t h, sicut lineæ l n ad lineam n t, & similiter cū angulus t k p, sit æqualis angulo l k p, ex hypothesi, erit per eandem 3. sexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, sicut lineæ l p ad p t, sed linea l h, est maior q̄ linea l k, per 7. tertij, & linea t h, est minor q̄ linea t k, igit per 9. primi huius, maior est, p portio lineæ l h ad lineam t h, q̄ lineæ l k ad lineam t k, maior ergo erit, pportio lineæ l n ad lineam n t, q̄ lineæ l p ad lineam p t, qd est impossibile, & contra eandē 9. primi huius, quocūq; uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impossibile, palam ergo qm ab alio puncto arcus a q, q̄ à puncto h, est impossibile formam puncti t ad l centrū uisus reflecti, ergo nec aliquē punctorū æqualiter distantiū à puncto t, & à puncto l, possibile est ab alio puncto arcus a q, q̄ à puncto h q, reflecti, & hoc est propositum. Ex his itaq; duobus theorematibus patet uniuersalis passio, quæ accidit uisibilibus, & uisui sic dispositō respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q, qm à nullo puncto alio rū arcuū est possibilis reflexio punctorū taliter dispositorū, ut etiā hoc patet p 27. huius.

XXX.

Centro uisus intra circulū qui est cōmunis sectio superficiei reflexiōis & speculi sphærici concaui in eius diametro existente, à quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad uisum formæ punctorum æqualis uel inæqualis distantiæ à centro speculi cum ipso centro uisus.

Sit a centrum uisus, centrum uero speculi sphærici concaui sit b, & sit a intra speculum, ducaturq; una diametros quæ sit d a b g, & imaginet superficies plana, in qua sunt puncta a & b, quocūq; modo extensa, hæc ergo per 69. primi huius, secabit sphærā speculi secundum circulū qui sit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius istorū semicirculorum reflectunt ad uisum a, formæ punctorū inæqualiter distantium à centro speculi cū ipso puncto a. Sumatur em in alicuius semicirculorū illorū periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palam itaq; quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum semicirculi, sup punctum itaq; e, tm lineæ b e, fiat p 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, qui sit p e b, & producatur linea p e quantū placet, palam itaq; per 20. quinti huius, qm quodlibet punctum illius lineæ reflectitur ad uisum a, à puncto speculi quod est e, ducta q̄q; à centro speculi quod est b, ad lineā p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, secundū quā distat centrum uisus à centro speculi, aut maior aut minor, si fuerit æqualis, tunc cū omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, p̄ter illam perpendicularē, sint maiores illa perpendiculari per 18. primi, qm opponunt angulo recto in illo triangulo, palā qd omnes lineæ erūt maiores q̄ linea b a, & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, super lineam p e, inæqualiter distabit à centro b cum puncto a, centro uisus, si uero perpendicularis fuerit maior q̄ linea b a, tunc patet secundū præmissa qd omnia puncta lineæ p e, plus distabunt à centro b, q̄ punctus a. Si autē illa perpendicularis fuerit minor q̄ linea b a, tunc possibile est duci à puncto b, duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet subtensis illis angulis rectis, ex utraq; parte lineis æqualibus lineæ a b, per 16. primi huius, & oēs lineæ aliæ ductæ à cētro b, ad lineā p e, aut sunt minores aut maiores, q̄ linea b a, palā itaq; 28. huius, qm à puncto e, reflectuntur omnia puncta lineæ p e ad a centrum uisus, quorū distantia à centro speculi inæqualis est distantiæ centri uisus, quod est a, ab eodem centro speculi. Sed ut patet ex p̄missis, inter hæc sunt puncta æqualiter distantia à centro speculi cū puncto a, sumpto quoq; quocūq; puncto in toto semicirculo illo, in quo sumptum est punctum e, semper est eodem modo demonstrandum, eodem quoq; modo potest in alio semicirculo circuli d l g, demonstratio formari, patet ergo propositum.

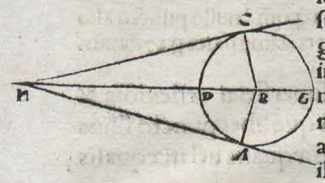


XXXI.

Centro uisus extra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis

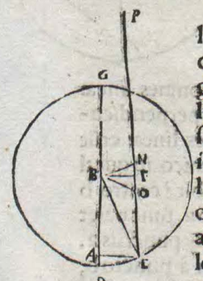
nis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, ſi à uiſu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminũ ultimũ diametri & punctum contingentiæ præter cẽ ab illis punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum punctorum inæqualiter diſtantium à centro circuli cum centro uiſus.

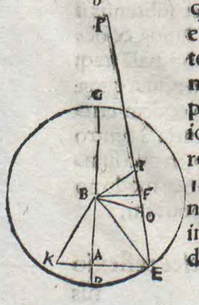
Huius demonſtratio euidens eſt per p̃miſſa, ſit eñ centrũ uiſus h, extra circulũ d l g, cuius centrũ eſt b, ducatur diameter h d b g, patetq; per 6. huius, quod à puncto g, nõ fit aliqua reflexio ad uiſum, ducanturq; à puncto h, quod eſt centrũ uiſus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ ſint, h t & h q, palamq; eſt per ea quæ dicta ſunt in 24. huius, quoniã ab arcu q d t, nulla ſit reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, ſed nec ab aliquo puncto eæ contingentiæ quæ ſunt q & t poteſt fieri reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, qm̃ angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, & lineæ q h & t h, ſint circulũ contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus ſub termino cordæ & diametri eſt acutus, angulus uero b q h eſt rectus, nõ ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uiſum in punctum h, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, poteſt fieri reflexio, demonſtratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propoſitum, ſeruata hypotheſi præmiſſa.



XXXII.

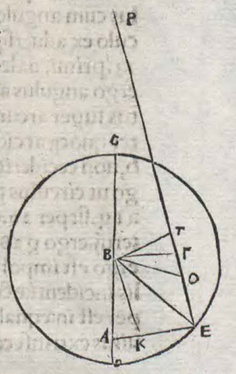
Centro uiſus intra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, factaq; reflexione ab aliquo pũcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cum centro uiſus diameter circuli in qua eſt punctus reflexus, cũ diametro in qua eſt centrum uiſus facit angulum extrinſecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.





Stante priori diſpoſitione 30. huius, ducatur à centro ſpeculi quod eſt b linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, aut ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper lineam e a, aut non, ſit primo ꝓpendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 32. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli ſunt recti ex hypotheſi, ducatur itaq; linea o, ſuper lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e eſt obtuſus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cũ angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, ſit æqualis triangulo e b a, q̃a cum angulus b f e ſit æqualis angulo b a e, qm̃ uterq; rectus, & angulus b e f, eſt æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e b a, æqualis angulo e b f, eſt eñ b e latus utriq; illorũ trigonorũ cõmune, eritq; p̃ 4. ſexti, latus f b, æquale lateri b a, qm̃ ipſa reſpiciunt angulos æquales, ſed latus o b, per 18. primi, eſt maius latere b f, ergo & ipſum eſt maius latere b a, ducta uero linea b n, ſuper aliquod punctũ lineæ f p, erunt per p̃miſſa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, ſed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor eſt angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior cẽ linea b f, erit ipſa maior cẽ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi quod eſt e, & inæqualiter diſtat à centro ſpeculi quod eſt b, cũ centro uiſus quod eſt a, & diameter b n, in qua eſt punctus rei uiſæ quod eſt n, cum diametro a b g, in qua

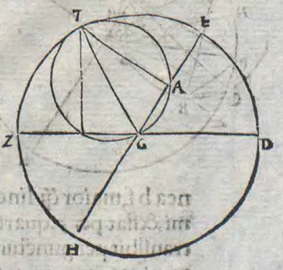
qua eſt centrum uiſus quod eſt a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui eſt angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, diameter uero o b, cum diametro a b g, continet angulũ o b g, maiorem angulo o e a, patet ergo propoſitum. Si uero linea b g, nõ fuit perpendicularis ſuper lineã e a, tunc p̃ 12. primi, à puncto b ſuper ꝓductã lineam e a, ducat̃ perpendicularis quæ ſit b k, quæ quidẽ ſiue cadat ultra lineam a b, uel citra uerſus punctũ e, ſemp eadẽ ꝓbatio. Sit eñ linea b f, perpendicularis ſuper lineã e p, & ſit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducat̃ linea t b, palam itaq; qm̃ in trigono f e b, angulus e k b, eſt rect9 æqualis angulo f e b, trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo f e b, linea uero e b, eſt latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, ſunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, ſed linea a k, æqualis eſt lineæ f t, ex hypotheſi, ergo p̃ 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, ſed duo anguli k b f & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, q̃a in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui ſunt b f e & b k e ſunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, ſed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis eſt angulo t e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſi igit̃ à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineam t e, ducatur linea ultra punctum t, faciet angulũ cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, qm̃ faciet minorem angulum t b g, qui eſt æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior cẽ linea a b, quia erit per 18. primi, maior cẽ linea b t, quæ eſt æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum ſpeculi quod eſt b, faciet angulũ cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorẽ angulo t e b, & erit quælibet illaꝝ linearũ minor cẽ linea b t, ergo erit minor cẽ linea b a, patet ergo ꝓpoſitũ.



XXXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoſſibile eſt diametrum in qua eſt punctus rei uiſæ cum diametro in qua eſt centrum uiſus angulum extrinſecũ angulo reflexionis æqualem conſtituere angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uiſus, & centrum ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter p puncta b & g, quæ ſit z d, ſitq; a punctus rei uiſæ, & eſto ut aliqua ſuperficies plana ſecet ſphæram ſpeculi ſuper circulum z e d, per 69. primi huius, dico ſi forma puncti a, exiſtentis in diametro h g e, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & ſi inæqualis eſt diſtantia punctorum a & b, à centro ſpeculi quod eſt g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte pũcti d, faciet angulum a g d, quẽ impoſſibile eſt eſſe æqualem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, ſi uero hoc ſit poſſibile ponatur ineſſe, & ſit punctus reflexionis t, ſitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus tranſiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, trãſibit ergo ille circulus neceſſario per punctum t, ſi enim tranſeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferẽtiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

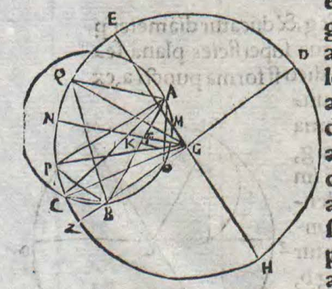


ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palam eſt per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, qm omnes duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a g b, cum angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b, ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoq; accidit idem impoſſibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctū t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25 tertij, ergo p 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, ꝓpoſita aūt eſt eſſe inæqualis, hoc ergo eſt impoſſibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrū uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrū uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis quod eſt propoſitum.

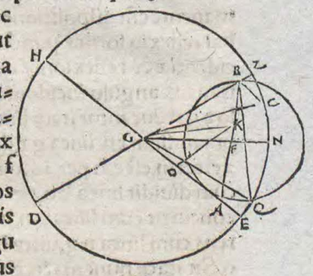
XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus, & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ fiet reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit 3 d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius, ſectio communis circulus qui ſit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior q̄ linea a g, dico qđ ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, non erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d, Sint enim duo puncta à quibus fit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e 3, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b, qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tñ quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3, per æqualia per 9. primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor q̄ linea g a, eſt ergo linea b f, maior q̄ linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus nō tranſibit per punctum g, ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualē eſſe duobus rectis, quoniā illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero in



ſcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoq; dico quod non tranſibit ille circulus minor punctū reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſſibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritq; palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, qđ eſt ipoſſibile, non ergo tranſibit ille circulus per punctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q, ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius.



Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit cordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo cordis b o & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k, perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſſis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b, & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus & angulus g f b, obtuſus per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta concurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoq; ſi concurret cum linea g f, in puncto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdē altitudinis, & eorum baſes quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f, in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per 3. ſexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſſibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior q̄ linea k a, quod totum eſt impoſſibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in puncto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præiſſis diuidit cordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpēdicularis ſuper lineā b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copulentur ut prius cordæ b o & a o, patetq; per 4. primi, quoniam cordæ b o & a o, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit in

ter puncta k & o, ut ſupra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de neceſſitate prius concurret cum linea g a, ſub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmiſſis, oſtenſum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita ſequeretur duas rectas lineas includere ſuperficiem quod eſt manifeſtum impoſſibile. Reſtat ergo ut angulus a q b, non ſit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uiſum in punctum b, à puncto q, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile, eſt ergo angulus a q b, nõ minor angulo a g d, ex quo ſequitur propoſitum quod in hac diſpoſitione non erit utercꝫ angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadẽti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una eſt centrum uiſus, & in altera punctus rei uiſæ, patet ergo propoſitum, quoniã ſemper ſimilis erit improbatio ſumpto quocunqꝫ alio puncto arcus e n, ſed necꝫ ab aliquo puncto arcus 3 n, poſſibile eſt fieri reflexionem formæ puncti a, rei uiſæ ad uiſum exiſtentem in puncto b, ita ut angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, ſit utercꝫ minor angulo a g d, remanente eñ diſpoſitione figuræ prioris quæ eſt anguli a t b, ſit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uiſum b. Sit itacꝫ quod angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui ſit f r, punctum p, ſit minor angulo a g d, ſicut & angulus cõſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui eſt ſupra punctũ t, minor eſt eodem angulo a g d. ducantur itacꝫ lineæ a p, b p, g p, ſecabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmiſſum eſt linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, eſt eñ per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præoſtenſum eſt, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, ſecat angulum n g c, cui ſubtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, ſecabit lineam k o. Sit itacꝫ punctus ſectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cũ itacꝫ duæ lineæ g t & g p ſint æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & utercꝫ acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, ſuper lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens ſpeculi circulum, qui eſt e d h 3, & producta cadet ſuper terminum diametri minoris circuli per 20. tertij. cũ angulus quem efficit illa ꝓpendicularis cum linea t g, reſpiciat ſemicirculum minoris, linea enim t o, cadit ſuper lineam k o, ſitcꝫ angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, eſt pars diametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b eſt rectus, & linea k o, producta ſecat circulum minorem tranſiẽs per eius centrum per primam tertij, ideo quod ipſa ſecans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia ſecat ipſam neceſſario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritcꝫ punctus concurſus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in ſemicirculo ſit rectus q ſit ſuper punctũ t, tantũ lineæ g t, ſed linea t p, eſt inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunqꝫ linea ducatur à puncto g, centro ſpeculi ad lineam t p, ſecans diametrum o k, illa cadet neceſſario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & ſecet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli cui ſubtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a b p, tranſibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, ſecabit illum circulum ſicuti priorem circulum a b t, ſecabit linea t o, circulus itacꝫ a b p, ſecabit circulum a b t, in duobus punctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum ſit citra illum circulum uerſus punctum t, neceſſario ſecabit illum circulum in tertio puncto quod eſt contra 10. tertij & impoſſibile. Reſtat igitur ut forma puncti rei uiſæ qui eſt a, non reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum ſit minor angulo a g d, palam ergo quod impoſſibile eſt ut forma puncti a, reflectat ad uiſum b, à duobus punctis arcus interiacentis eoꝝ diametros q eſt e 3, ita ut utercꝫ angulorꝫ cõſtãtiũ ex angulis incidẽtiæ & reflexiõis ſit minor angulo a g d, qd eſt ꝓpoſitũ.

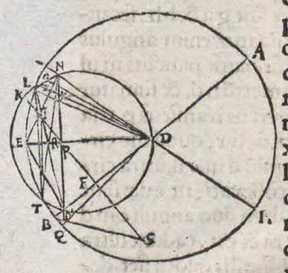
In

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & in æqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta cõſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſſibile eſt inueniri.

Sit circulus, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ d, & ſumantur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſſibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto e, ſuper diametrũ b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g æqualis lineæ m d, & fiat per 5. quarti, circulus tranſiens p tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctũ e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietcꝫ quadrangulũ d m e n, intra circulũ, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadrunguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſſibile, dum duo anguli e m d & e n d, ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quocꝫ fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt iterum minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in puncto p, cum itacꝫ ut patet ex præmiſſis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, cõmunis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d æqualis eſt triangulo p n d, erit quocꝫ angulus f p d æqualis angulo n p d, & utercꝫ rectus, angulus itacꝫ p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circũferentiam minoris circuli ſit linea f k, hæc itacꝫ ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itacꝫ quoniam aliquis pũctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctũ n quàm punctum k, ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſcꝫ ad circunferentiam circuli minoris cadatcꝫ in punctum o, arcus itacꝫ n o, aut eſt minor arcu c l, aut nõ. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminũ illius arcus linea à pũcto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcu l c, ſit ergo arcus n ó minor quàm ſit arcus c l, ergo per ultimã ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatcꝫ punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n qui ſit angulus q c m, cũ itacꝫ angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſſis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q, qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, ſit itacꝫ concurſus in puncto q, cũ igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſſis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z, eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cũ angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineã m q. & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, punctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itacꝫ c f r eſt rectus, cum linea f k ſit perpendicularis ſuper lineã c d,

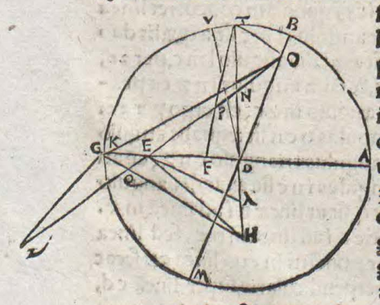
ergo ꝑ 32. primi, angulus f c r est acutus, ꝙa uero linea d m, ut patet ex ꝓmissis est æqualis lineæ d n, erit ꝑ 27. tertij, arcus d m æqualis arcui d n, ergo ꝑ 26. tertij, angulus m c d est æqualis angulo d c n, sed angulus q c m est æqualis angulo o c n, ex præmissis, sit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r, quia ex æqualibus angulis constat, angulus ergo q c f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam c d, angulus quoq; c f k est rectus, ergo per 14. primi huius, linea k f producta concurret cum linea c q, sit punctũ concursus s, & linea producta à puncto cuscq; ad punctum s, quod est punctum concursus, cuius pars est linea c q est æqualis lineæ c r, quoniam enim illorũ trigonorum anguli ad punctum f, fiunt recti ad punctum c, ex præmissis sunt æquales per 32. primi, quoniam illi trigoni c f s & c f r sunt æquianguli, & linea c f communis, reliqua ergo latera quæ sunt c d & c r, sunt æqualia per 4. sexti, sed linea c s est maior quàm linea c q, & linea c z est maior ꝙ̃ linea c r, linea ergo c q est minor quàm linea c z, est ergo per 8. quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineam c z, igitur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineã n z, quare per 10. quinti, linea m q est minor quàm linea n z, secetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q quæ sit n x, & ducatur linea d x, & quoniã ꝑ 22. tertij, angulus l n d cũ angulo l m d, ualet duos rectos, & angulus l n d æqualis angulo q m d, ergo per 4. primi, triangulus x n d est æqualis triangulo d m q, & linea d x æqualis lineæ d q, & angulus x d n est æqualis angulo q d m, & angulus d x n æqualis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto, cũ sit maior angulo d n x, per 16. primi, & angulus d n x est maior recto per 30. tertij, quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l, & etiã patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus l m d est acutus, patet quod angulus d n l est obtusus, ergo per 19. primi, linea d z est maior quàm linea d x, ergo linea z d est maior quàm linea q d, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctũ z, à duobus punctis speculi quæ sunt c & l, & puncta q & z, sunt inæqualis distantiæ à centro & in diuersis diametris, qđ patet ideo quod angulus x d n est æqnalis angulo q d m, addito ergo communi angulo q d x, sed angulus n d m est minor duobus rectis, ergo & angulo q d x, ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z, non sunt in eadem diametro, sed in diuersis, & hoc est propositum.



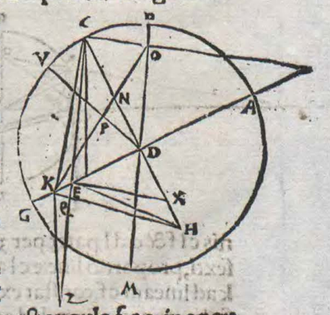
XXXVI.

A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantibus à centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

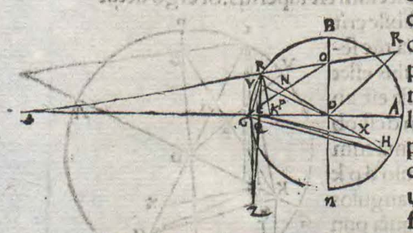
Sit circulus speculi sphærici concaui a g h, cuius centrũ sit d, & sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g, sitcq; punctum k, remotius à centro speculi quod est d quàm punctus o, & sint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus sunt pũcta illa k & o, sitcq; punctum k, in semidiametro g d, & pũctus o, in semidiametro b d, reflectanturcq; formæ istorum punctorum ad inuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur ꝑ præcedentem, & sit angulus o d k maior angulo o d a, & sit c unus punctus arcus b g, à quo fit reflexio, palam ergo ex 34. huius, quod utercq; duorum angulorum cõstantium ex angulis incidentiæ & reflexionis, non erit minor angulo o d a, necq; est aliquis illorum angulorũ æqualis angulo o d a, ut patet ꝑ ea quæ declarata sunt in 33. huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o c, d c, k c, & ex angulo o c k, secet ꝑ 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a, qui sit



qui sit c o f, ducta linea c f super diametrũ g d, & diuidatur angulus f c k, per æqualia, ꝑ 9. primi, ducta linea c e super lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquedistans lineæ c f, per 31. primi, quæ sit k z, & quoniam linea c f æquedistans lineæ k z, concurrit cũ linea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cũ linea c e, producta per secundam primi huius, sit ergo linea k z cõcurrens cũ linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o in puncto p, cũ ergo sit linea k d maior ꝙ̃ linea o d, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineæ k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior ꝙ̃ linea p o. Item sit ut linea d c secet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta k & n, non aũt inter duo pũcta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, sed angulus p d o est æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior est angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior est angulo o p d, est ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, est acutus, sed angulus k n d est acutus, quod patet si fiat circulus trãsiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctũ d, quod est centrũ circuli maioris, quoniam cũ angulus o d k sit maior angulo o d a ex hypothesi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille transiret punctũ d, uel supra punctũ d, quoniam eadem est demonstratio, linea uero n d diuidet k c o, arcũ illius circuli per æqualia, per 25. tertij, quoniam diuidit angulũ o c k per æqualia ex hypothesi, fiet aũt illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuisionis arcus o k, ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k, quæ est corda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis super lineam o k, per 8. primi, & cadet illa ꝑpendicularis inter puncta p & k, cũ linea k p sit maior quàm linea p o, & angulus super punctum n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus super punctũ p ex parte o erit acutus, hoc enim ostẽsum est superius. Si ergo detur quod punctus p cadat inter duo puncta n & o, impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tũc secaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est angulũ k n d esse acutum, ergo per 13. primi, angulus o n d est obtusus, punctũ ergo p non cadet inter pũcta n & o, quoniã cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex præmissis angulo d p k est obtusus, sequeret ergo in trigono d n p, duos esse angulos obtusos, quod cũ sit impossibile per 32. primi, palam quia punctus p, non cadet inter puncta n & o, non cadit etiã in pũctum n, ut est euidens, cadet ergo inter pũcta k & n, quia ergo ut patet ex præmissis angulus k c d est medietas anguli k c o, sed & angulus k c e est mediętas anguli k c f, angulus uero k c o maior est angulo f c o, in angulo k c f, restat ergo ut angulus e c d sit medietas anguli f c o, sed angulus f c o est æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d est medietas anguli o d a, cũ angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p ualent duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni e c d sunt æq̃les duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c hinc inde illis angulis cõmuni, & ablato angulo e c d, ꝙ est medietas anguli o d a, restat ut angulꝰ c e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus, est aũt angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cũ sicut patet ex præmissis pũctum n, lineæ d n cadat inter pũcta p & o, est ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a maior angulo c o d, cũ medietate anguli o d a, patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus c e d est acutus, quare per 15. primi, ei contrapositus, qui est angulus k e z, est acutus, igitur si per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis super lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmissis linea k e, non est perpendicularis super lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicularis ca



ris cadat ultra punctum e, ſuper lineam c e, tunc cum angulus c e k, per 13. ſit obtuſus, accidit triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtuſum, quod eſt impoſſibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ ſit linea k q, hoc autem ſeruato nunc quidem neceſſarium interponimus, ſcilicet quod linea k c, ſe habet ad lineam c f, ſicut linea k d ad lineam d o, eſt eñ linea c o, aut æquediſtans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primũ æquediſtans, erit ergo per 29. primi, angulus o d a æqualis angulo c o d, eſt ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmiſſis, anguli o c f & o d a ſunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedi ſtabunt, aut concurrent. Si æquedíſtent, cũ illi cadent inter lineas k d & c o æquedíſtantes, palam per 34. primi, quoniam ipſæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, concurrũt facient triangulũ, cuius duo latera erunt æqualia, per 6. primi, quoniã duo æquianguli qui ſunt f c o & d o c ſunt æquales, linea uero f d ſecat illa duo latera æqualia æquediſtã ter baſi d o, erit ergo per ſecundam ſexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterũ ad lineam d o, ſicut alterius ad lineam f c, eſt ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, ſit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt ſub linea k d, quaſi concurrant ſub linea c o, erit eadem ꝓbatio, quia fiet triangulus cuius unum latus eſt linea c o, & alia duo latera æqualia per ſextã primi, ut prius, quia linea c o eſt æquediſtãs lineæ d f, erit per ſecundam ſexti, proportio unius illorum duorũ laterum ad lineam d o, ſicut alterius ad lineam c f, erũtq; ut prius p 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f eſt æqualis angulo d c o, per 29. primi, ideo qđ linea c o data eſt æquediſtans eſſe lineæ k d, ergo angulus c d f eſt æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k ſint æquales ex hypotheſi, & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k ſunt æquales, eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ c k ad lineam c f, ſicut lineæ k d ad lineam d o, ideo qđ ante cedentia & conſequentia ſunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquediſtat, ſed concurrit cũ linea k d, aut hoc eſt ad partem puncti g, diametri a g, ſi fiat concurſus ex parte a, ſit hoc in pun cto l, manifeſtum ergo per 13. primi huius, quoniã ꝓportio lineæ c k ad lineam c f, cõponitur ex proportio ne lineæ c k ad lineã c l, & ex proportione lineæ c l ad lineam c f, ſed proportio lineæ k c ad lineã c l, eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d l, per 3. ſexti, linea eñ d c diuidit angulũ k c o per æqualia ex hypotheſi, quia uero angulus o d l per præmiſſa eſt æqualis angulo l c f, & angulus ad punctũ l, cõmunis eſt ambobus trigo nis c l f & o d l, patet per 32. primi, quod tertius angulus eſt tertio æqualis, erit ergo ꝑ 4. ſexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, ſicut lineæ d l ad lineam d o, ꝓportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, conſtat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, ſed proportio lineæ k d ad lineam d o, conſtat ex eiſdem proportionibus poſita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, eſt ſicut proportio li neæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, ſit cõcur ſus in puncto s, & à puncto d, ducatur linea æquediſtans, lineæ k c quæ ſit d r cõcurrens cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis eſt an gulo c d r, per 29. primi, ſed & angulus k c d ex hypotheſi æqualis eſt d c o, ergo anguli d c r & d r c ſunt æquales, ergo per ſextam primi, linea d r eſt æqualis lineæ c r, ſed quo niam triangulus s c k æquiangulus eſt triangulo s r d, per 29. primi, & propter angulũ a s d cõmunẽ erit per 4. ſexti, proportio lineæ d r ad lineam s r, ſicut lineæ k c ad lineam c s, ſed linea d r eſt æqualis lineæ r c, eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r s, ſicut lineæ k c ad lineam c s, ſed proportio lineæ r c ad lineam r s, eſt ſicut proportio li neæ d k ad lineam d s, per ſecundam ſexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, eſt pro portio lineæ k c ad lineam c s, ſicut lineæ k d ad d s, ſed quoniam angulus f c o æqualis eſt angulo o d a, erit angulus o d s æqualis angulo f c s, per 13. primi, & angulus ad punctum s eſt cõmunis, erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f c s, ꝑ 32. primi,



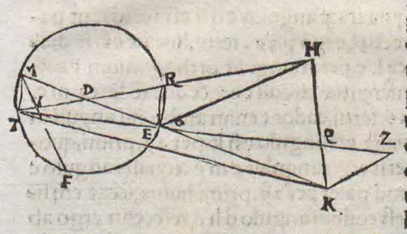
ergo

ergo ꝑ 4. ſexti, eſt ꝓportio lineæ c s ad c f, ſicut lineæ d s ad d o, eſt aũt ꝓportio lineæ k c ad lineã c s, ſicut lineæ k d ad lineam d s, & eſt ꝓportio lineæ c s ad lineam c f, ſicut lineæ d s ad lineam d o, ergo per 22. quinti, erit proportio lineæ k c ad lineam c f, ſicut lineæ k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquediſtat lineæ c f, ut patet ex præmiſſis, erit ꝑ 29. primi, angulus k z e æqualis angulo e c f, ſed angulus k e z eſt æqualis angulo c e f, per 15. primi, ergo trigoni k z e & e c f, ſunt æquianguli per 32. primi, ergo per 4. ſexti, erit pro portio lineæ k e ad lineam e f, ſicut lineæ k z ad lineam c f, ſed proportio lineæ k e ad li neam e f, eſt ſicut lineæ k c ad lineam c f, ꝑ 3. ſexti, quia angulus k e f, diuiſus per lineam c e, lineæ ergo k z & k c, ad eandem lineam c f, eandem habent proportionem, ergo ꝑ 9. quinti, linea k z eſt æqualis lineæ k c, ſed ex præmiſſis patet, quod eſt proportio lineæ z k ad lineam c f, ſicut lineæ z e ad lineam e c, eſt ergo per 11. quinti, ꝓportio lineæ z e ad lineam e c, ſicut lineæ k d ad lineam d o, ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quàm linea d o, linea ergo z e eſt maior quàm linea e c, hoc quidem pro alijs reſeruares, nũc ad ꝓpo ſitum redeamus, quia uero ut ſupra patuit linea k q, eſt perpendicularis ſuper lineam e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti, ſed angulus e c d eſt acutus, quoniã eſt medie tas anguli f c o, ut ſuperius oſtenſum eſt, ergo per 14. primi huius, linea k q concurret cũ linea c d ſit punctus concurſus h, & ducatur linea e h, & à puncto e, ducatur linea æquedi ſtans lineæ k h, producta uſq; ad lineam d h quæ ſit e x, ſecans lineam d h in puncto x, fi atq; per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt e c x, & immutatur figura ſi placet ꝓpter diuerſam intricationẽ linearũ, quia itaq; angulus c q h eſt rectus, ut pa tet ex præmiſſis, erit ꝑ 29. primi, angulus c e x rectus, ergo ꝑ 30. tertij, linea x c erit dia meter illius circuli qui eſt e c x, & ꝓducatur linea k e, per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m, circunferentiæ circuli c e x, & ducaẽ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e, per 26. tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui eſt e c, ſed angulus c x e æqualis eſt angulo c h k, per 29. primi, quo niam lineæ e x & k h, ductæ ſunt æquediſtãtes, erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k, ſed angulus c h k maior eſt angulo d h e, quod patet per 29. primi huius, ſecat eñ li nea h e baſem k d, ergo angulus c m e maior eſt eodem angulo d h e, reſecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27. primi huius, qui ſit angulus f m d du cta linea f m, & punctus in quo linea f m ſecat lineam c x, ſit i, palã ergo cũ ex præmiſſis angulus i m d ſit æqualis angulo d h e, & per 15. primi, angulus i d m ſit æqualis angulo e d h, quoniam per 32. primi, triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo d h e, ergo per 4. ſexti, eſt, ꝓportio lineæ h d ad lineam d m, ſicut lineæ e h ad lineã i m, & ſimiliter trian gulus c m d ſit ſimilis triangulo k h d, cũ ſicut patet ex præmiſſis angulus d h k ſit æqua lis angulo c m d, & per 15. primi, angulus c d m ſit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32. primi, erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c, ſicut lineæ h d ad lineam d m, eſt autem ꝓportio lineæ h d ad lineã d m, ſicut lineæ e h ad lineã i m, eſt ergo per 11. quin ti, ꝓportio lineæ k d ad lineam d c, ſicut lineæ e h ad lineã l m, ſed proportio lineæ k d ad lineam d c eſt nota, qm̃ ſemper una & eadem permanet, quicunq; punctus reflexionis ſit c, in arcu b g, quia ſemper linea d c, quæ eſt ſemidiameter eſt una, & linea k d, ſimiliter eſt ſemper una, quoniã ipſa eſt diſtantia alterius punctorũ reflexorum à centro ſpeculi, li nea etiam e h, una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quãtitas, quo niam non mutatur quantitas anguli e c h, qui eſt medietas anguli o d a, qui nõ mutatur, quare linea i m, ſemper erit una & æqualis, erit ergo punctus circunferentiæ in quem ca dit lineam i m producta ultra punctum i, qui eſt punctus f, ſemper eſt notus & determi natus. Si ergo à tribus punctis arcus b g, poſſit fieri reflexio, contingat ducere à puncto f, ad circulum c x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x, & perife riam circuli ſit æqualis lineæ i m, per 9. quinti, quia ſemper erit proportio lineæ k d ad li neam d c, ſicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearum, patet aũt hoc eſſe impoſſibile, ꝑ 133. primi huius, qđ ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ per ipſam diametrũ ad circũferentiã, ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã par tem circunferentiæ ſit æqualis datæ lineæ, nõ niſi duæ lineæ æquales duci poſſunt, qua te à duobus tantum punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio, quod eſt propoſitum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato pũcto ſpeculi ſphærici concaui ductæ poſſibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantum alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur.

Remaneat diſpoſitio proximæ, ſitq; datus quicunq; punctus ſpeculi, qui ſit c, proponitur nobis ut inueniantur duo pũcta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtentia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantũ alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuo reflectantur, ſit enim ut quantacunq; placuerit ſumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineæ z e ad lineã e c, ſicut in præcedenti propoſitiõe prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineæ k d ad lineã d o; & quoniã ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis ſuper lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo p̃ 24. primi huius; linea t d, concurret cũ perpendiculari ductu à puncto q, ſuper lineã z t, ſit concurſus in puncto h, completum eſt ergo trigonũ orthogoniũ, quod eſt t q h, in cuius altero laterũ rectum angulũ t q h continentiũ quod eſt t q, datus eſt punctus e, poſſibile eſt ergo à puncto e, per 137. primi, duci lineam ad baſem trigoni t q h quæ eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cũ altero laterũ rectum angulũ continentium, quod eſt q h, producto ultra punctũ q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partẽ abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineã datam, ſic à puncto e, taliter ꝓducta linea d e k, ita ut ſit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrum ſphæræ ſpeculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis ſemidiametro, punctũ ergo d, eſt centrum ſpeculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, ſuper punctũ t, terminũ lineæ d t æqualis angulo qui ſit o t d, dico qm̃ punctus ſpeculi qui eſt t, eſt pũctus reflexionis formæ puncti o, ad uiſum exiſtentem in puncto k, uel econuerſo formæ puncti k, ad punctũ o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantũ alio ꝓpoſiti arcus puncto, ſit illorũ punctorũ mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis p̃cedentis, ꝓut huic ꝓpoſito eſt neceſſe, patet ergo ꝓpoſitũ.

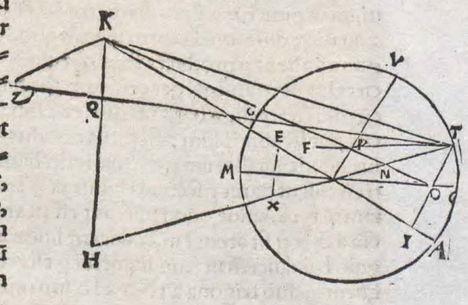


XXXVIII.

Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulũ, & alio extra illum & inæqualiter diſtantibus à centro reſpicientibus arcum ſpeculi à quo fit reflexio, ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris non eſt ea poſſibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ ſit g, ſintq; ille diametri a e & b d, & ſit pũctus reflexionis t, & ducant̃ lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t ſecabit arcũ circuli, ſit pũctus ſectionis q, ſed & linea a t, ſecabit periferiã eiuſdem circuli, ſit pũctus ſectionis m, & qm̃ angulus b t g æqualis eſt angulo a t g, palam p̃ 25. tertij, qm̃ cadunt arcus æquales, ꝓducãtur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, ſi igitur forma pũcti b, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ à puncto a, ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem, ſit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & ſecet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in pũcto n, producatur̃q; ſemidia

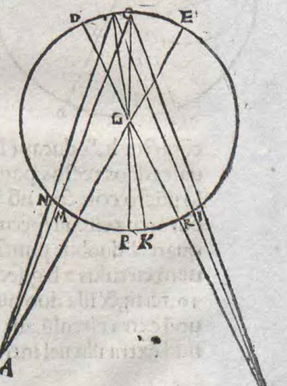
ſemidiameter b g, in punctũ circunferentiæ qui ſit k, ſecundũ prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitũ eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſſibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſſibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum a, à puncto h, uel ab alio pũcto arcus d t e, oppoſitis diametris in q̃bus ſunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoq; accidit impoſſibile, & eodem modo deducendum ſi unũ datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.

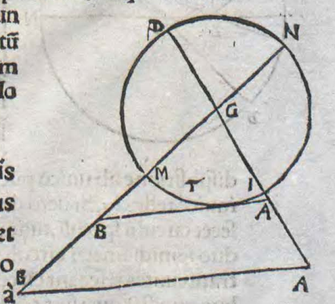


XXXIX.

Duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui exiſtẽtibus ambobus extra circulũ, ſi linea continuans illa puncta cõtingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſſibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantum illius ſpeculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum ſit g, ſintq; illi diametri l d & n m, ſitq; punctus a, in ſemidiametro l g, & pũctus b, in ſemidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b, & hæc cõtingat circulũ illũ, à quo per ſecundam huius, poteſt fieri reflexio, ſitq; ille cõtactus in arcu circuli qui ſit arcus l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculum, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus ſunt illa pũcta, fit reflexio formæ uniuſ punctorum a & b, ad pũctum reliquum, ſumpto enim q̃cũq; puncto in arcu l m, ut pũcto c, ductiſq; lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculum, linea b c neceſſario cadet extra ſpeculum, quoniã hoc requirit talis ſitus ſpeculi, & econuerſo, ſi linea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadat extra, ſemper em̃ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculũ, et ſic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, ſimiliter quoq; patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculum nõ contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadent intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculum, reliqua erit tota extra ſpeculũ, unde non fiet reflexio ſecũdũ illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, poteſt fieri reflexio per 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

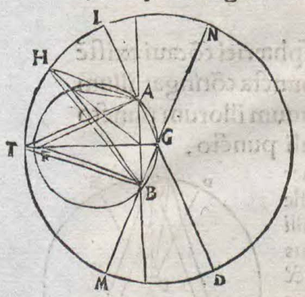


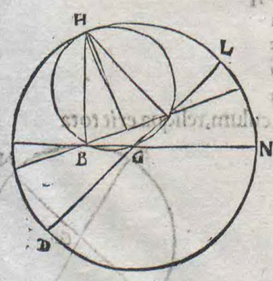


XL.

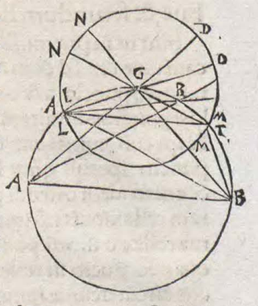
Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor poſſibile eſt reflecti, & ſecũdum hoc loca imaginum numerantur.

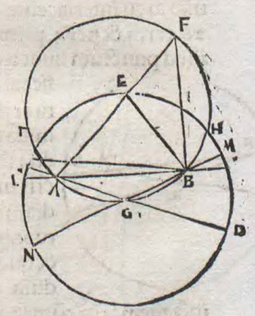
Sint ut ſupra duo puncta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concauí, ita ut punctus a, ſit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, ſintq; illa pũcta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi quod eſt g, & línea a b, ducta ab uno illorum pũctorum ad alterum producta ſecet circulum, díco quod uerum eſt quod proponitur, fiat eñ circulus pertranſiens per centrum ſpeculí quod eſt g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulum ſpeculi, aut cõtingat ipſum intrinſecus, aut ſecabit ipſum. Sí totus circulus a b g, fuerit intra ſpeculi circulũ, palam p 6. huius, quod unũ illorum punctorũ reflectetur ad alterũ ab alíquo puncto ſpeculi & propoſiti circuli, ut patet p ſecundã huius, & p 27. quinti huius, ſic ergo pũctus reflexionis t, palamq; p 20. huius, quod pũctus t, eſt in arcu interiacente diametros in quibus ſunt puncta a & b, q ſit arcus l m, & ducanť lineæ a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, ſit eñ ut ſemidiameter g t ſecet circulũ a b g in pũcto f, & ducanť lineæ a f & b f, fientq; duo trígona a t b & a f b, ſup unã baſem, q̃ eſt a b, palã ergo p 21. primi, qm̃ angulus a f b eſt maior angulo a t b, ſed per 21. tertíj, angulus a f b cũ angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b eſt æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b eſt minor angulo b g d, quílibet quoq; angulus ſic factus ſup arcũ l m, ut ſuper punctũ h, erit minor angulo b g d, ac arcu itaq; ſpeculi qui eſt l m, nõ fiet reflexío níſi ab uno tantũ puncto ſpeculi, qm̃ iam oſtenſum eſt p 34. huius, quía non eſt in huius pũctorũ reflexorũ diſpoſitiõe poſſibile reflexionẽ fieri à duobus pũctis ſpeculi, ita ut utercq; angulorũ cõſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo b g d. In hac ergo diſpoſitiõe ab uno tm̃ puncto ſpeculi fiet reflexio quod eſt unum ꝓpoſitorum. Sí uero circulus a b g, ſit intrinſecus contingens circulũ ſpeculí, ſit punctũ cõtactus h, & ducanť lineæ a h, b h, g h, q̃a itaq; angulus a h b, p 21, tertíj, cũ angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, qd' angulus a h b eſt æq̃lis angulo b g d, quare ab illo pũcto cõtactus nõ fiet reflexio p 33. huius, angulus q̃q; factus ſup quocũq; aliud punctũ arcus circuli ſpeculi erit minor illo angulo, p modũ quo iam ſuperius p̃oſtenſum eſt, quare à duobus punctís illius arcus nõ fiet reflexío p 34. huius, ſed ſolũ ab uno pũcto, ſi uero circulus a b g, ſecet circulũ ſpeculi, patet q̃ tm̃ in duobus punctís ſecare neceſſe eſt p 10. tertíj, & illa duo pũcta a & b, aut ambo erũt extra ſpeculũ circuli, aut ambo intra, aut unũ extra circulũ, aut aliud intra illũ, aut unũ illorũ punctorũ in circũferentia circuli & aliud extra illũ uel intra illũ. Sí fuerint ambo extra circulũ ſpeculi, tũc patet qd' línea a b, nõ ſecabit circulũ ſpeculi, fietq; reflexío ab uno tm̃ ſpeculi pũcto, ut patet p p̃cedentem, tũc eñ manifeſte patet, qd' circulus a b g, nõ ſecabit circulũ ſpeculi ſecũdũ arcũ l m, qm̃ ille arcus interiacet líneas a g & b g, et arcus b g a cadit extra illas líneas in alia pũcta periferiæ circuli ipſius ſpeculi, cũ ambo pũcta a & b ſunt extra circulũ ſpeculi, ſi uero pũctus b, ſit in perifería circuli ſpeculí uel intra, pũcto a cõſtituto extra, patet tunc qd' arcus l m, in duobus pũctis nõ ſecabitur, ſed arcus b g, trãſibit pũctum aliq̃d arcus l m, qd' ſit t, ergo angulus factus ſuper arcũ l m, erit maior angulo b g d, qm̃ ductis líneis l t, b t & a t, patet ſecundũ p̃miſſa p 21. tertíj, qm̃ angulus l t b eſt æqualis angulo b g d, angulus uero a t h eſt maior illo, patet ergo p 24. huius, qm̃ in hac diſpoſitione ab unico pũcto, uel à duobus pũctis arcus l m, fiet formæ illorũ punctorũ ad inuicẽ reflexio. Sí uero duo puncta a & b, fuerint extra circulũ ſpeculi, & circulus a b g, ſecet circulũ ſpeculi, tunc patet qd' circulus a b g, ſecabit arcũ l m in duobus punctís, qm̃ duo ſemidiametri circuli maioris q ſunt g l & g m, ſecãt circulũ a u g, in pũctís a & b, & tranſeuntes reſecant ex circulo ſpeculí arcũ l m, ſecat ergo circulus a b g, arcũ l m, in duobus punctís quæ ſint t & h, & reſtabunt ex ipſo arcu l m, duo arcus in diuerſis partíbus ipſius qui ſunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cõſtitutus ſup arcum circuli ſpeculi qui eſt t h,

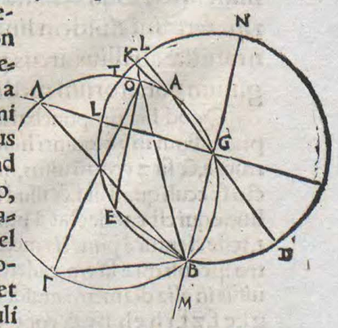




eſt t h, erit maior angulo b g d, quod patet ſi ſuper periferiam ſpeculi fiat angulus a e b, ille eñ eſt maior angulo b g d, producta eñ línea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, ſi copuletur línea b f, erit per 31. tertíj, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, ſed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, eſt maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & ſimiliter erit de quolibet alío puncto arcus t e h demonſtrandũ, ad hoc itaq; arcu t e h, ut patet per 34. huius, poterit fieri reflexío, forſan ab uno tantum puncto, & forſan à duobus, quod ſi fiat reflexío à duobus arcubus l t & h m, qui reſtant ſuper arcum t e, ex arcu l m, & ex díuerſis ptibus ipſius circuli a b g, tũc ſecũdũ præmiſſa oñes anguli ſuper illos arcus conſiſtentes cõtenti ſub líneis à punctís a & b, producťis, erunt minores angulo b g d, fiat eñ angulus b k a, ſuper punctũ arcus b t, & qm̃ arcus a t, circuli a b g, eſt intra circulũ ſpeculi ſub arcu l t, ſecet línea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur línea a o, patet ergo p 21. tertíj, & per 13. primi, qd' angulus a o b, eſt æqualis angulo b g d, ſed angulus a o b, eſt maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, eſt minor angulo b g d, & ſimiliter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, eſt demonſtrandũ, ergo p 34. huius, ab uno tantũ illorũ arcuũ puncto fiet reflexio, in hac itaq; ſitu fiet reflexio à duobus punctís arcus l m, interiacentís diametros, aut forſan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qd' ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc ſitu aliq̃n à tribus pũctis ſpeculi, aliquãdo uero à quatuor punctís fiet reflexío. Sí uero unus punctorũ a uel b, fuerit in perifería circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, ſecet circulum ſpeculi, tunc ſecabit arcum l m in uno tm̃ puncto, qui ſit t, qm̃ in loco alterius punctorũ l uel m, erit punctum a uel b, exiſtens eñ in altera diametrorũ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qd' eſt cõmunis ſectio illarũ, & fit ī puncto b, exiſtente in puncto m & puncto a, intra ſpeculũ, reſtabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui ſit l t, patet itaq; ſecundũ p̃miſſa ductis, ut príus, líneis a f & b f, ſuper arcum circuli a b g, & líneis a e & b e, ſuper aliq̃d punctũ arcus l m, qd' ſit e, qm̃ per 21. primi, omnes anguli conſiſtentes ſup arcũ t b, ſunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, poteſt fieri reflexio à duobus punctís illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præoſtenſum eſt príus, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, ſed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio quandoq; à tribus punctís, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod ſi puncto b, exiſtente in perifería circuli ſpeculi, punctus a ſit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq; ſecabit circulũ ſpeculi ſecundũ arcum l m, qm̃ ſemidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis ſectio eſt punctus m, in quo eſt punctus b, ſemidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ ſecat arcum t b, nec ſecatur ab illo, oñes itaq; anguli arcus l m, ſunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmiſſis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forſan à duobus punctís arcus l m, poteſt fieri reflexio pũctorum a & b, ſimíliter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio à duobus aut à tribus punctís ſpeculi & non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi aliquando ab uno tm̃ puncto, aliq̃n à duobus, aliq̃n à tríbus, aliq̃n à quatuor, nunq; à pluribus reflectanť, ſecũdũ hæc quoq; loca imaginũ numeranť quẽadmodũ patuit iam pluribus in præmiſſis, & hoc eſt quod proponebatur declarandum.



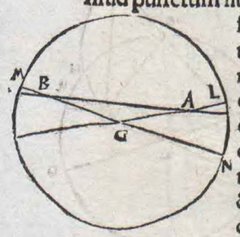




XLI.

Existentibus duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa pũcta secet circulum, possibile est unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo pũcta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq; puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illoꝝ punctoꝝ ad alterũ secundum circulum, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qđ proponit̃, quod em̃ ab uno tantum puncto speculi qñq; fiat illoꝝ punctoꝝ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest per modũ 24. huius, linearũ em̃ inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq; uero fit mutua reflexio istorũ punctoꝝ a & b, à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25. huiꝰ, quandoq; uero fit reflexio mutua propositoꝝ punctoꝝ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculoꝝ formas punctoꝝ æqualiter distantium à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si em̃ ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet p̃ 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatẽ laterũ g a & g b, qm̃ anguli constituti super illud punctum fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & qm̃, ut patet p̃ præmissam & ex pluribus ꝓpositionibus huius libri, nunq; fit à tribus punctis speculi reflexio aliqꝝ duoꝝ pũctoꝝ adinuicẽ nisi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiõe reflexio fiet semp à quatuor punctis speculi oppositi, & nunq; à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmissa theoremata disposuimus secundum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cõmendanda.

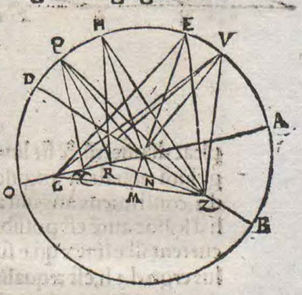


XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis mediis reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24. quinti huius, esto ergo arcus speculi sphærici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq; g r linea uisa, cuius unus terminus qui g reflectat̃ à puncto speculi quod sit f, & illud sit alius punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectat̃ à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectentur à punctis mediis arcus h f, coaptetur em̃ linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq; intra semidiametrũ o e, sitq; punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducant̃ lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq; linea f e, ultra punctum e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ em̃ reflectat̃ forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectant̃ ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum em̃ est per

per 20. huius, qđ in hoc situ à duobus arcubus a b & d o, non potest fieri reflexio formæ puncti c, ad uisum existentẽ in puncto z, oportet ergo q̃d fiat reflexio ab aliquo puncto arcus a d, qm̃ patet solum offerri uisui arcũ speculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo qđ centrũ uisus est in puncto z, diametri d b, ostensum etiã est per eandẽ 20. huius, qđ forma cuiuscũq; puncti semidiametri e o, reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a d, sit autẽ p̃ 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uisum ab uno tm̃ puncto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrũ uisus, forma ergo puncti c, reflectit̃ ab uno tm̃ puncto arcus a d, ad uisum existentem in puncto z, si ergo illud punctũ sit in arcu f h, habemus ꝓpositũ. Si uero non, esto primo qđ ipsum sit in aliquo puncto arcus a f, sitq; punctũ u, & ducant̃ lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7. tertij, linea g u, maior q̃ linea g f, sed per eandẽ 7. tertij, linea z u, est minor q̃ linea z f, ergo p̃ 9. primi huius, lineæ ꝓportio g u, ad lineam z u, est maior proportione lineæ g f, ad lineam f z, sed per 3. sexti, & ex hypothesi, ꝓportio lineæ g f, ad lineam f z, est sicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, ꝓportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, est maior q̃ ꝓportio g m ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, secat lineã z m, secat ergo lineam z e, p̃ 22. primi huius, angulus ergo g b u, est minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uisum 3, in pũcto speculi u, ut patet per 20. huius, similiter q̃q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflecti tur ad uisum existentẽ in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo puncto arcus h d. Sit em̃ si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat̃ à puncto eius quod sit q, & ducant̃ lineæ 3 q, e q, c q, r q, i r, & ꝓducatur linea o e h, ultra punctũ e, ad lineam r 3, incidatq; in punctum n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, est maior q̃ linea 3 h, & linea q r, est minor q̃ linea r h, est ergo per 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineã q r, maior ꝓportione lineæ 3 h, ad lineam h r, sed per 3. sexti, quæ est ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem est lineæ 3 n, ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia secat lineam n r, ergo p̃ 32. primi huius, secat lineam r e, angulus ergo r q e, est maior angulo e r q, angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uisum in punctum 3, à puncto speculi quod est q, arcus h d: eodemq; modo deducendũ quocũq; puncto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto 3, ex arcu h d, sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctoꝝ h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo puncta media lineæ g r, reflectuntur à punctis mediis arcus h f, nec possunt à punctis aliis reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectant̃ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ mediorꝝ q̃ katheti suaꝝ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremoꝝ, & quia illarum linearꝝ cõmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginum punctoꝝ mediorꝝ cadunt inter loca imaginũ punctorũ extremorum, & hoc est ꝓpositum. Idem em̃ accidit, si res uisa uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur, quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt, patet ergo propositum.



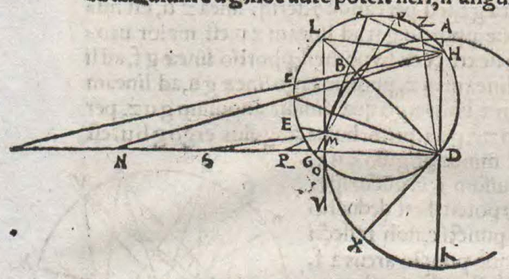
XLIII.

Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sit quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locũ imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q̃ lineæ interiacentis idem centrum

& locũ

& locum imaginis proqinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro ſpeculi propinquiorem.

Sit ſpeculum ſphæricum concauũ, per cuius centrũ tranſeat ſuperficies plana, ſecabit ergo illa ſuperficiem ſpeculi ſecundũ circulũ magnum illius ſphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ ſit d, & extrahaſ̃ à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ ſit d g, & tranſeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducatur à centro d, in ſuperficie illius circuli linea pendicularis ſuper lineam d g, quæ ſit d a, & abſcindaſ̃ ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & ſit angulus g d e, ita qd̃ inter angulum rectum, qui eſt a d g, & inter angulũ a d e, ſit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulum e d g, hoc autẽ poteſt fieri, ſi angulus rectus qui eſt a d g, diuidaſ̃ ꝑ æqualia, & item eius medietas per æqualia, & ſic deinceps quouſq; fiat angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut ſi angulus a d e, ſit ſeptuplus angulo e d g, erit rectus a d g ſequi ſeptuplus angulo a d e, & diuidaſ̃ angulus a d e, in duo æqualia per lineã d b, per 9. primi, à pũcto quoq; d centro ſpeculi extrahaſ̃ linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q̃ ſit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut cõpleat diametrũ, & ſit linea d k, & à puncto d, ducaſ̃ linea d 3, continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui ſit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur ſuper lineam d 3, conſtituens angulũ æqualem angulo k d x, qui ſit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrũ h d k, hoc autẽ eſt poſſibile, quia eñ anguli k d x & a d z, ſunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ ſunt a d & 3 h, per 14. primi huius, ſit concurſus punctus h, angulus ergo d 3 h, eſt æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, eſt æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquiſ̃ angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahaſ̃ â puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cũ linea 3 h, angulũ æqualem angulo h d k obtuſo, qui ſit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, ſunt minores duobus rectis, deficiunt eñ à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, concurret cũ linea d b, ſit concurſus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũſcribaſ̃ per 5. quarti, qui ſit circulus d h l, tranſibit ergo ille circulus per punctũ 3, per 31. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, ſunt æquales duobus rectis, ſunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, eſt ergo illud quadrilaterũ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, ſunt æquales ꝑ 26. tertij, cadunt eñ in arcũ eundẽ circuli d h l, q̃ eſt arcus 3 l, ſed ut ſupra oſtendimus angulus 3 h d, eſt æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui ſunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, ſed angulus l d x, eſt rectus, angulus ergo l h d, eſt rectus, abſcindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducaſ̃ linea l m, angulus l m d eſt rectus, quia eñ angulus b d e, eſt æqualis angulo b d h, qm̃ angulus a d e, diuiſus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, eſt æqualis lineæ d h, ſed latus h d, eſt cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, eſt æqualis lineæ l m, & angulus l m d, eſt æqualis angulo l h d, ſed angulus l b d, oſtenſus eſt rectus eſſe, ergo angulus l m d eſt rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, tranſit per punctũ m, & ſecat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui ſit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducaſ̃ linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, eſt æqualis arcui d h, per 27. tertij, qm̃ lineæ d m & d h ſunt æquales, ſed & arcus d f, eſt æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquiſ̃ ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducanſ̃ ergo lineæ h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia



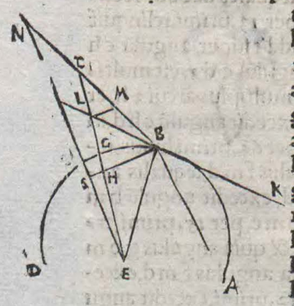
qa angulus l h d eſt rectus, patet q̃ angulꝰ b h d eſt acutus, & angulꝰ g d h eſt rectus, ergo p 14. primi huius, linea h b cõcurret cũ linea d g, extra circulũ a b g, cõcurrãt ergo in pũcto q, ſimiliter q̃q; p eãdẽ 10. primi huius, liea h f, cõcurret cũ linea d g, extra circulũ, ſit cõcurſus punctus n, & producaſ̃ linea f b, ultra punctũ b, quſq; ſecet arcũ l 3, ſecet ergo ipſum in puncto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui eſt in circumferentia reſpicit arcum f m, & angulus f b m, eſt maior angulo f r m, per 16. primi, eſt enim extrinſecus in triangulo r b m, & angulus f b m eſt in circumferentia circuli a b g, ergo ſi linea b m, protrahaſ̃ ex parte puncti m, abſcindet de circulo a b g, arcum maiorem quodam arcu ſimili arcui f m, circuli l h d, per ultimam ſexti, ſed arcus f m, in ſuo circulo l h d, eſt ſimilis duplo arcus f e, in circulo a b g, qm̃ duplũ arcus f e, correſpondet duplo anguli f d e, ſuper periferiã ſui circuli conſtituti per ultimã ſexti, & per 29. tertij, eſt aũt arcus f e, æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo qd̃ angulus e d g, eſt æqualis angulo f d e, cũ uterq; ipſorũ ſit æqualis angulo a d 3, ut patet ex p̃miſſis, arcus ergo g f, eſt duplus arcui f e, eſt ergo arcus f g, in circulo a b g, ſimilis arcui f m, in circulo l h d, ſi ergo linea b m, extrahaſ̃ recte in partem m, abſcidet de circulo a b g, arcum ultra punctũ g, maiorem arcu f g, ſi eñ caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, extrinſecus intrinſeco, quod eſt impoſſibile, linea ergo b m non cadet in punctũ g, ſed ſecabit lineam d g, inter duo puncta g & d, ſecet ergo in puncto o, ꝓducatur quoq; linea f m ultra punctũ m, hæc ergo quia ſecat angulũ d m o, patet per 29. primi huius, quia ſecabit lineam d o, ſecet illam in puncto u, & ꝓducatur â linea t n b, ultra punctum b, ſecabitq; arcum l r, ſecet ipſum in puncto c, & ducaſ̃ linea c d, à puncto c, ad centrũ ſpeculi, quia ergo angulus b f, eſt in circũferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3, per 19. tertij, ſed angulus b d 3 eſt multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplus, ergo per ultimã ſexti, arcus r 3, eſt multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 eſt maior arcui r 3, ut totum ſua parte, ergo arcus c 3 eſt multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d ſunt æquales duobus rectis ꝑ 21. tertij, ſed angulus b m d, cũ angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquiſ̃ ergo ut angulus t h d, ſit æqualis angulo b m e, ſed angulus 3 h d, addit ſuper angulũ c h d, angulus c h 3, qui eſt per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, eſt multiplus anguli 3 d a, per ultimã ſexti, qm̃ ut ſupra patet arcus c 3, eſt multiplus arcui 3 h, ergo angulus c h 3, eſt multiplus anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulũ c h d, in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d, eſt æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, remanet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d, æqualis angulo 3 h d, ſed angulus c h d, eſt æqualis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulũ b m e, in multiplo anguli e g d, ſed angulus o m d, eſt æqualis angulo b m e, per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulũ o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ualet tm̃ angulũ o m d, & angulus o d m, per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulũ m o g, in multiplo anguli e d g, ſed angulus f m d, per 32. primi, excedit angulum m u d, in ſolo angulo e d m, eſt ergo angulus m u d, maior angulo m o g, ergo angulus m o u, eſt maior angulo m u o, per 13. primi, bis ſumptum, ergo per 18. primi, linea m u eſt maior q̃ linea m o, & quia arcus h d, eſt æqualis arcui m d, per præmiſſa erunt duo anguli h f d & m f o, æquales per 26. tertij, formæ ergo punctoꝝ duarum linearũ h f & f u, ad ſeinuicẽ reflectantur, & ſimiliter formæ punctorũ linearũ h b & b o, ad ſe inuicẽ reflectuntur, qm̃ per præmiſſa angulus d b h, eſt æqualis angulo d b m, per 4. primi, & ꝑ hypotheſes præmiſſas, duo ergo puncta quæ ſunt o & u, ad uiſum exiſtentem in puncto h, reflectuntur à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt b & f, eſt ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n, imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea æquediſtans lineæ h q, per 3. primi, quæ ſit linea m s, & linea æquediſtans lineæ h n quæ ſit m p, quia ergo angulus h n d, eſt maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus m p o, qui per 29. primi, eſt æqualis h q d, erit ergo punctum p, inter duo puncta s & u, per conuerſam per 21. primi, & quia angulus h d n eſt rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angu-

lus m p d est acutus, angulus ergo m p s est obtusus per 13. primi, ergo linea m s est maior q̄ linea m p, per 18. primi, sed ex præmissis linea m u est maior q̄ linea m o, ergo p̄ 9. primi huius, maior est proportio lineæ m s ad lineam m o q̄ lineæ p m ad lineam m u, sed proportio lineæ s m ad lineam m o, est sicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. sexti, trigoni enim q b o & s m o sunt æquianguli per 29. primi, cum linea m s sit æquedistās lineæ q b, & angulus q o b sit cōmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ p m ap lineam m b, est sicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, sed proportio lineæ q b ad lineam b o, sicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, est sicut lineæ n d ad d n, per ea quæ sunt ostensa in 13. huius, quorum declarationē cum manifesta sit hæc obmittimus, ꝓpter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo q̄ rei uisæ.

Esto speculi sphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitq; centrum uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatq; reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi b, appareatq; imago retro speculū, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie q̄ ipsius rei uisæ, ducantur em̄ lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit e h g t, ꝓducatur quoq; linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z h, concurrūt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctū t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior q̄ linea b h, quæ est distantia rei uisæ à puncto reflexionis. Et similiter linea h g est minor q̄ linea g t, ducatur em̄ linea e b, & à puncto b, ducaī linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ sit l b k, quia itaq; anguli cōtingentiæ qui sunt a b k & g b l, sunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æquales per 20. quinti huius, fit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h, sed angulus t b l est æqualis angulo k b z, per 15. primi, angulus ergo t b l est æqualis angulo l b h, sed angulus l b h est acutus, q̄m angulus l b e est rectus, ergo & angulus t b l est acutus, sed angulus e l b est acutus, q̄m in trigono e l b, angulus e b l est rectus, ergo p̄ 13. primi, angulus b l t est obtusus, angulus itaq; t b l est minor angulo b l t, resecetur quoq; ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, per 27. primi huius, qui sit b l m, quia itaq; angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æqualis angulo b l h, erunt per 32. primi, trigona l b m & l b h æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed latus l b, cum sit commune ambobus est æquale sibiꝑsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor q̄ linea b t, ergo linea h b est minor q̄ linea b t, & quia linea l b diuidit angulum t b h per æqualia, patet per 3. sexti, q̄m est proportio lineæ l h ad lineam l t, sicut lineæ b h ad lineam b t, sed linea b h est maior q̄ linea b t, ut patet ex præmissis, ergo & linea h l est minor q̄ linea l t, linea ergo g h, est multo maior q̄ linea g t, patet ergo ꝓ positum. & ex his patet quod uerum quarum distantia ab eodem uisu maior est, uel augetur & distantia imaginum retro speculum uisorum maior est uel augetur. Si em̄ protrahatur linea b h ultra punctum h ad punctum s, & ꝓducatur kathetus e s, quousq; cōcurrat cum linea reflexionis z b, in puncto n, erit punctum n locus imaginis formæ puncti s, & erit linea h n, maior q̄ linea b s, ut prius patuit, & erunt lineæ b s & b n, maiores q̄ lineæ b h & b t.

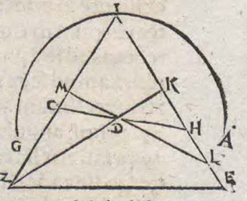


LXV.

In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunq̄ minor erit distantia imaginis à uisu q̄ sit ipsius rei uisæ, à superficie

superficie uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, q̄nq; æqualis.

Esto in speculo sphærico concauo circulus magnus a b g, cuius centrum sit d, & sit semidiameter d b, sitq; centrū uisus in puncto e, & linea rei uisæ sit z t m, quæ reflectatur ad uisum à puncto speculi h, sitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum est qđ proponit̄, ducatur em̄ per centrum d ad lineam reflexionis e b, linea quæ sit t d h, & esto ut ipsa sit perpendicularis sup semidiametrū d b, ducatur quoq; similiter à puncto rei uisæ quod est z, linea z d, quæ producta ultra punctum d, ad lineam reflexionis quæ est e b, secet ipsam in puncto k, & similiter à puncto uiso quod est m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l, est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadūt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginū approximent uisui, qui est in puncto e, quia multo minor erit distantia ipsarū imaginum à uisu q̄ sit ipsius rei uisæ, q̄m em̄ linea d b, semper diuidit angulū reflexionis per æqualia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisæ semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; linea e z, eritq; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq̄ maior angulus k z e, ergo p̄ 19. primi, erit tunc linea e z, quæ est distantia rei uisæ à centro uisus maior q̄ linea e k, quæ est distantia imaginis k, à centro uisus, minus aūt distant à uisu loca imaginum quæ sunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui sunt b d t & b d h sunt æquales, quia recti ex hypothesi, & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20. quinti huius, cū sint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. sexti, cū linea b d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo distabunt imago & res uisa à superficie speculi, sed linea b k est minor q̄ linea b h, & linea b z est maior q̄ linea b c, erit ergo linea b z maior q̄ linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior superficiei speculi q̄ res uisa cuius illa est imago, & quia linea b m est minor q̄ linea b l, est aūt punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uisa propinquior est speculo q̄ eius imago, patet itaq; propositum, & ex his patet, q̄m rerū quæ magis elongatæ sunt à speculis, & quarū formæ reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginum sint inter uisum & speculi superficiem, fiunt imagines ipsarum propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à cētro uisus. Rerum quoq; quæ sunt propinquiores speculis, & quarū formæ reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculum & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.

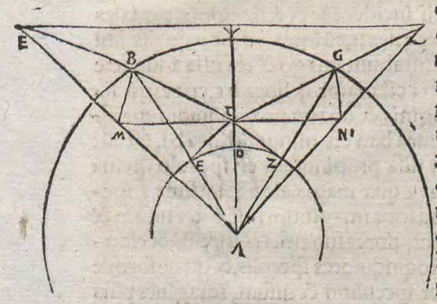


XLVI.

Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum cōcauum in eadem linea recta æqualiter à cētro speculi secundum sui extrema distante, imago rei uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit speculū sphæricum concauum, cuius centrum sit a, dico quod si centrum uisus fuerit intra speculū & similiter linea uisa, sitq; illorū dispositio modo quo proponitur, uerū esse qđ ꝓponit̄, secet em̄ speculū p̄ superficiē planā transeuntē per centrū speculi, erit ergo p̄ 69. primi huius, cōmunis sectio illius supficiei planæ & supficiei speculi circulus q sit b g, & ducaī in hoc circulo linea à cētro speculi, ad circūferentiā quocūq; modo cōtingat, & sit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o, & à centro a secundum quantitatem lineæ a o, describatur circulus qui sit e z, & in linea o u signetur pūctus t, utcunq; cōtingat, & à puncto t ducantur lineæ t n & t m, perpendiculariter super lineam a u per 11. primi, & ducatur à puncto t linea t e & t z, contingentes circulū e z, per 16. tertij, & sint puncta contactuū e & z, ducantur quoq; à centro speculi puncto a, ad puncta contactuū lineæ a e & a z, quæ productæ secent speculum in pūctis b & g, copulentur quoq; lineæ t h & t g, & à puncto t, ducatur linea b m, æquedistans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquedistans eisdem lineis a b & b m, & ducantur à centro speculi ad puncta m & n, lineæ a m & a n, quæ producant̄ ulterius extra circulū g b, quia itaq; linea a e est

æqualis lineæ o u, palã p eandẽ, qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b, & linea a 3, æqualis lineæ 3 g oẽs em̃ diametri circuli e 3, sunt medietates diametrorũ circuli b g, ergo illa q̃ interiacet circulos existẽs à cẽtro a, est æq̃lis semidiametro circuli e 3, & qa linea t e cõtingit circulũ minorem qui est e 3, erit per 17. tertij, linea t e ꝓpendicularis super lineam b a, & similiter erit linea t 3 perpendicularis super lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t, æqualis lineæ t a, & similiter erit linea g t, æqualis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a, æqualis angulo t a g, & quia linea b m est æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, angulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cũ ergo uisus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tunc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectet̃ ad uisum existentẽ in puncto t, & forma puncti n, reflectet̃ à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto t: uisus itaq; existens in puncto t, cõprehendet formas punctorũ n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b, ut patet per 42. huius, & quia linea m t, est perpendicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia em̃ angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus, ergo angulus m t b est acutus p 32. primi, ergo per 19. primi erit linea c b, maior q̃ linea b m, sed ut p̃missum & linea c b est æqualis lineæ a t, ergo linea a t est maior q̃ linea b m, sed linea a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16 primi huius, linea t b, cõcurret cũ linea a m, concurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37 quinti huius, punctus f locus imaginis formæ pũcti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cũ linea a n in puncto qui sit q, & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n, qm̃ kathetus incidentiæ formæ puncti m, est linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q, & erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t 3 sunt æquales per 58. primi huius, erũt anguli t a e & t a 3 æquales, anguli em̃ t 3 a & t e a sunt recti p 17. tertij, & lineæ 3 a & e a sunt æquales, qa semidiameter eiusdẽ circuli, linea q̃q; t a est cõmunis ambobus trigonis t 3 a & t e a, ergo p 8. primi, anguli 3 t a & e t a sunt æquales, & similiter anguli t a e & t a 3 sunt æquales, ergo & angulꝰ t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi, erũt lineæ t b & t g æquales, & qa angulus e t a est æqualis angulo 3 t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinquit ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, qm̃ anguli u t m & u t n sunt æquales, qa recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt p 32. primi, æq̃angula, ergo p 4. sexti, cũ linea t g, sit æqualis lineæ t b, erũt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo p 4. primi, cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æq̃les, erũt lineæ a m & a n æq̃les, & sit pũcta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi qđ est a, eritq; p 2. sexti, & p 18. qnti, ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, sicut lineæ a t ad lineã b m, & erit ꝓportio lineæ a q ad lineã q n, sicut lineæ a t ad lineã g n, sed p 7. qnti, eadẽ est ꝓportio lineæ a t ad lineam b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ sunt æquales, & eadẽ ergo est ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ est lineæ a q ad lineã q n, ergo p 7. primi huius, erit euerlim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineã a m, q̃ est lineæ a q ad lineã a n, ergo p 16. qnti, erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineã a f, sicut lineæ a m ad lineã a n, sed linea a m est æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æq̃distat lineæ n m, p 2. sexti, ergo linea f q est maior q̃ linea n m, si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t, & in linea n m, fuerit aliq̃d uisibile, tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorem q̃ sit secundum ueritatem, & hoc erit propositum, etsi arcus cuiuscunq; circuli copulentur ad has cordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis.

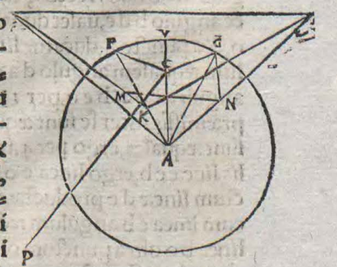


Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundũ punctum t, ultra sui medium uersus circunferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphærã speculi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi, & super omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secundã huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculum contingentes, patet quod ille superficies, per 18. undecimi, sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorũ contingentibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à pũctis circunferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq; linea linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k, sitq; linea b m minor quàm linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliã quàm linea t k, ita ut lineæ t k & b m, sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g, ducantur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, cõcurrent autem per 16. primi huius, cũ linea b m, sit minor quàm sua æquedistãs linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostẽdimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est cõmunis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectã, palam p 4. primi, quia linea b k est æqualis lineæ k a, & per eãdem erit linea g k æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a sunt æquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales, Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n. est propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo et angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, linea q fæquedistat lineæ m n, & linea f q est maior quàm linea m n, cũ itaq; uisus fuerit in pũcto k, uel super punctũ k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secundum lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineã g k, in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, punctum f,

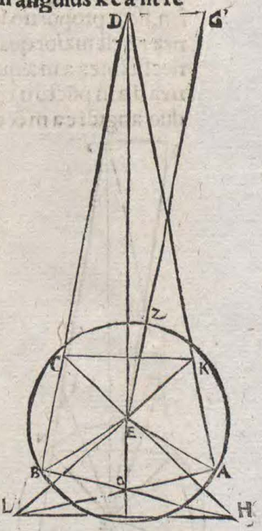


ctum f,& imago puncti n punctum q,& erit linea q f,diameter imaginis lineæ n m,& linea f q erit maior quàm linea m n,imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisa, & ultra speculum,in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u,ipsa linea a u,permanente immobili,tunc pũctum k,describet motu suo quendam circulũ,super quem erecta est linea a u,transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli,& omne punctũ illius circuli habebit sitũ respectu lineæ comparis lineæ m n.Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circunferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n,fuerit in superficie alicuius rei uisæ respiciẽtis centrum uisus secundum illum situm,ut res uisa in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k,tunc uisus comprehendet formã illius lineæ maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea c k, in continuũ & directũ, & signetur in ea pũctum aliud præter punctum k,ut punctum p,& ducantur lineæ ad illud punctum p,sicut ad punctũ k,sunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k,pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphæricis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisa, quod est notandum.

XLVIII.

In speculis sphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æquãlis ipsi rei uisæ,quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum,retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphæricum concauum a b,cuius centrũ sit e,secetq; ipsum superficies plana transiens centrum e,cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69.primi huius,qui sit a b,& ducatur à centro linea e z,utcũq; contingit, non in ipsa superficie circuli a b,sed oblique super illam sicut placet,quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g,& à puncto g,extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b,per 12.undecimi,& in illa perpendiculari signetur punctũ d, & ducatur linea d e,quæ protrahatur ultra centrum e,ad punctum o,& ducatur linea e b, cõtinens cum linea d e,angulũ obtusum, & ducatur linea e a continens cũ linea e d, angulũ obtusum æqualem angulo d e b,per 23.primi,& ducantur lineæ d a,d b,erũtq; per 4.primi,in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorũ d e a & d e b,secant se super lineam d e,& duo anguli d b e & d a e,sunt acuti & æquales,per 4.primi,linea enim e b est æqualis lineæ e a,& linea d e est communis ambobus trigonis d e a & d e b,& anguli d e b & d e a sunt æquales,à puncto quoq; b,in superficie trianguli d e b,ducatur per 23.primi,linea continens cum linea e b,angulum æqualem angulo d b e, quæ sit linea b o,hæc igitur linea concurret cum linea d e,per 14.primi huius,ideo quod angulus b e d est obtusus,& angulus e b o,qui est apud punctum b,est acutus,non ualens cũ angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e sit æqualis angulo d b e,qui cum angulo b e d & angulo b d e,ualet duos rectos,p 32.primi,sit itaq; lineæ d e & b o,cõcursus in pũcto o,& à puncto a,ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualem angulo d a e,concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in pũcto o,quoniam anguli a e o & b e o,per 13.primi,& ex præmissis sunt æquales,& anguli e b o & e a o,ex præmissis inter se sunt æquales,ergo per 32.primi,anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales,ergo per 4.sexti,latera ipsorum sunt proportionalia,sed linea e a est æqualis lineæ e b,ergo linea e o est æqualis sibiipsi,cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ,qui est o,ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita q; cõtineat cum linea e b angulum rectum per 11.primi,& protrahatur linea c e ultra punctum e,& linea b o ultra punctum o,concurrentq; lineæ c e & l o,per 14.primi huius, quia cum angulus b e c sit rectus,angulus e b o est acutus,sit ergo concursus pũctus h,eritq; linea c e æqualis lineæ e h,& linea c b æqualis lineæ b h,per 4.sexti,trigona enim c e b & b e h, p̃ 13.primi,& ex præmissis sunt æquiangula,& quibus latus e b est cõmune,& similiter p ducatur linea e k ad lineam a d,ita q; contineat cum linea e a,angulum rectũ per 11.primi,& producatur ultra punctum e,& producatur linea a o ultra punctũ o, concurrentq; lineæ k e & a o,per 14.primi huius,quia cũ angulus k e a sit rectus,angulus e a d est acutus,sit concursus pũctus l,& erit linea k a æqualis lineæ e l,quia cũm angulus k e a sit rectus,erit angulus e a l rectus,sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e,ut patet ex p̃missis,ergo per 32.primi, trigona k e a & e a l sunt æquiangula,ergo per 4.sexti,cũ linea e a,sit ambobus illis trigonis communis,erit linea k a æqualis lineæ a l,& linea k e æqualis lineæ e l,& hoc etiam potest concludi per 3.sexti, & per eundem modũ ostensum,sunt lineæ d e & e h,ad inuicem æ, & lineæ c h & b h, ad inuicem æquales,ducãtur ergo lineæ c h & l h,quia itaq; duo latera d e & k e sunt æqualia, duobus lateribus e h & e l,& per 15.primi,angulus c e k est æqualis angulo l e h,patet per 4.primi, quoniam lineæ c h & l h erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in puncto d,& linea l h,fuerit in aliquo uisibili,tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formã puncti h,in speculo a b,reflexam à puncto b,& erit forma puncti h, imago punctum c,per 37. quinti huius,quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est linea h e, concurrit cũ linea reflexionis quæ est d b,in puncto c,similiter quia forma pũcti l,reflectetur ad uisum in punctum d,à puncto speculi quod est a, & quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e,cõcurrit cum linea reflexionis quæ est d a in pũcto k, erit per 37.quinti huius,punctum k, imago puncti formæ puncti l,& erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h,& erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi,& lineæ productarũ linea h l immobili existente,tunc punctus d, describet circulum,in cuius circunferentiæ puncto aliquo centro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens sitũ ad uisum,sicut tunc habet linea l h ad uisum d,& erit imago illius uisibilis æqualis ei,& similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o,et res uisa fuerit disposita secundum lineam c k,erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uisæ,sed tñ re uisa existente in linea l h, et uisu existente in puncto d, cum imago rei uisæ fuerit linea c k,erit forma imaginis,conuersa respectu situs rei. Si enim punctus h,fuerit in dextra,erit punctus c in sinistra,et si pũctus h fuerit supra lineã aliquam eleuatus,erit pũctus c infra illam lineam depressus et inclinatus,et similiter est de puncto l,respectu pũcti k,sed cum res uisa fuerit in linea c k,et uisus fuerit in puncto o,et imago lineæ c k fuerit linea l h,erit forma non cõuersa sed directa,nam imago quæ est linea l h,erit retro uisum,ut ostensum est in 11. huius, et uisus comprehendet punctũ h,quod est imago puncti c,retro se in linea h o,et punctum l, quod est imago pũcti k, in linea l o retro se,et pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum,erit respiciens uisum in ipsa imagine,sicut et in ipsa superficie rei uisæ,patet ergo propositum.

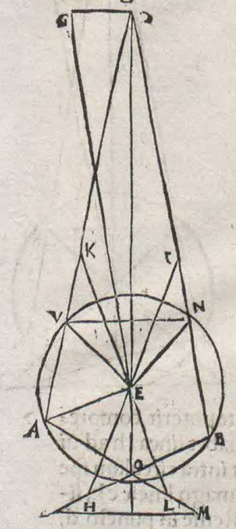


XLIX.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uisa,quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ,quandoq; uero uidetur maior re uisa,quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate,et producatur linea b h,in continuum et directũ,et in ipsa signetur punctus r,et ducatur linea r e, ad centrũ speculi,quoniam angulus r e b est rectus,patet per 13.primi, quod angulus h e b est rectus,palã ergo quia angulus r e b erit obtusus,producaturq; linea r e ultra punctũ e,ad lineã b d,incidatq; in punctũ n,cadetq; n inter pũcta t & b,cũ eñ angulus b e r sit obtusus,patet per 13.primi,quod angulus b e n est acutus,linea itaq; e n, diuidit angulum r e b qui est rectus,ergo per 29.primi huius,ipsa secabit basem r b,erit ergo linea n b minor quàm linea r b,sed linea r b,ut patet in præcedenti est æqualis lineæ b h, et linea b r est maior q̃ linea b h,erit ergo linea r b maior q̃ linea b n,et quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus n b e est æqualis angulo e b r, palam quod linea e b di-

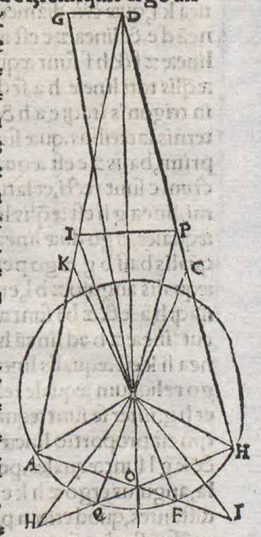
e b diuidit angulum n b r per æqualia, erũt ergo per 3. sexti, proportio lineæ r b ad lineã b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e est maior quàm e r, producaturq; similiter linea a l, in continuum & directum, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in pũcto u, concurret autem ut prius demonstratũ est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cõmento præmissæ, ppositiõis, & duo latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni e b r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, qa ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulũ u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducãtur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, et angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorũ per 13. primi, et latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, et per 7. quinti, et per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineã e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in pũcto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior q̃ linea n u. Sed cum in linea m r, fuerit aliquod uisibile, & uisus in pũcto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situ alium quàm res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cũ uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.



L.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secũdum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctũ q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrum e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut à linea o l, abscindat linea o f æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctũ i, erit itaq; secundum prædictũ in præmissis probandi modũ duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quàm linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqualis angulo q e o, ergo p̃ 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquit ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior q̃ linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm cõformem situi rei uisæ. Si uero uisus fuerit in pũcto d, & linea f q in aliquo uisibili, tũc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quãtitatis quàm linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrariũ habens situ respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

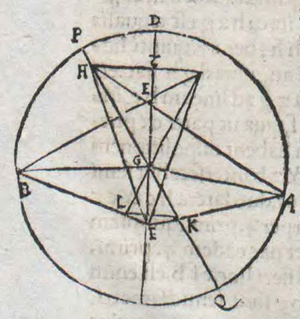


LI.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cõcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoq; situ uisus cõprehendet propriã imaginem minorẽ & cõuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, secetq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d, & ducatur linea g d, utcunq; contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d sitq; pũctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g, & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producaꝫ linea h c ultra pũctum c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatq; uisus existens in puncto e, formã puncti h, per reflexionem factam â puncto speculi quod sit a, erunt itaq; duo puncta a & h, â duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctũ p, fietq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus per ultimam sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistant in eodem latere puncti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in punctum q, nõ enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta â pũcto g, centro speculi ad punctũ a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctũ k, angulus itaq; h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est punctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æq̃lis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g ad lineam b e, incidatq; in punctũ l, secetq; linea z u semidiametrũ d g in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu cẽtri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b intersecabũt semidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4. primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eãdem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g inæqualis est angulo f b g, similiterq; per eandẽ 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur â puncto speculi quod est b, ad uisum exi-

ſtentem in puncto e,& erit punctus l,locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; linea k l,quæ erit diameter imaginis lineæ z h,& quia linea z h eſt ꝓpendicularis ſuper lineã d e,& linea z c eſt æqualis lineæ c h,ex hypotheſi,& quia ut patet ex præmiſſis duæ lineæ z f & h f ſunt æquales,& duæ lineæ a f & b f ſunt æquales, tota ergo linea z b eſt æq̃lis toti lineæ h a,ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales,ducanť q̃q; lineæ e h & e z, in trigonis itaq; e,a h & e z b,duo latera uniuſquæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus alternis lateribus,quæ ſunt e b & b z,& angulus h a e eſt æqualis angulo z b e,ergo per 4. primi,baſis z e eſt æqualis baſi h e,ſimiliter q; in trigonis z c g & h c g,duo anguli ad pũctum c ſunt recti,et latus z c æquale lateri h c,latus quoq; c g eſt cõmune,ergo per 4.primi,linea g h eſt æq̃lis lineæ z g,lineæ uero a g & g b, ſunt ſemidiametri circuli a b d & æquales,ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æq̃les duabus lineis b g & g z, & baſis a h eſt æqualis baſi b g,ergo per 8. primi,erit angulus a h k æqualis angulo b z l,& angulus h a k æqualis angulo z b l,erit ergo per 32. primi,angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaq; h a k & z b l ſunt æquiangula,ergo ꝑ 4. ſexti,erit ꝓportio lineæ h k ad lineam r l,ſicut lineæ z b ad lineã h a,ſed linea z b eſt æqualis lineæ h a,ut patet ex præmiſſis, ergo linea h k eſt æqualis lineæ z l,ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g,ut ſupra patuit,erit ergo reliquum æquale reliquo,ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l,quia itaq; duæ lineæ z g et h g,inter ſe ſunt æquales,& duæ lineæ g k & k l,inter ſe ſunt æquales,patet ꝑ 7. quinti, qm̃ eſt proportio lineæ z g ad lineã g b,ſicut lineæ h g ad lineam g k. Sed angulus z g h & k g l ſunt æquales,per 15. primi,ergo ꝑ 6. ſexti,erũt trigona z g h & k g h æquiangula,angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h,ergo ꝑ 27. primi,lineæ z h & k l ſunt æque diſtantes,quod etiam patere poteſt per 14. primi huius. Item angulus h g a,ut patet ex p̃miſſis eſt obtuſus,ergo per 13. primi,angulus a g k eſt acutus,duo uero anguli h a g & g a k ſunt æquales,relinquiť ergo per 32. primi,angulus a k g maior angulo a h g, ergo ꝑ 19. primi,in trigono a h k,latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æquales,ergo per 3. ſexti,linea h g eſt maior quàm linea g k,& ſimiliter linea z g eſt maior q̃ linea g l,ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l,per 4. ſexti,ſed linea K l eſt diameter imaginum lineæ z h,linea ergo z h uidebitur minor quàm ſit ſecundũ ueritatem. Si ergo reuoluerimus circulũ a b d,linea e d immobili exiſtente ex duobus punctis a & b,deſcribetur circulus in ſuperficie ſpeculi,& ſicut ſe habet uiſus exiſtens in pũcto e, ad rem uiſam in qua eſt linea z h,ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cõparis lineæ cadentis inter illũ circulum quem ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu comparı arcui a b,ex ꝓportione ſpeculi quem diuidit circulus quẽ ſignant duo puncta a & b,& ſimiliter poteſt declarari,ſi linea z h,ponatur maior uel minor quàm nũc eſt poſita,uniuerſaliter enim in hoc ſitu diametri imaginis uel faciei aſpicientis comprehenditur in ſpeculo ſphærico concauo minor quàm ſit,ſed etiam imago uidetur conuerſa,ſi enim uiſus fuerit in puncto e,tunc aſpiciens comprehendet formam ſuã in tali ſpeculo minorem quàm ſit,& quia punctus k eſt imago pũcti h, & punctus l eſt imago puncti z,erit imago cõuerſa, qm̃ pars dextra uidebitur ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& ſimiliter ſuperior uidebitur inferior,& inferior ſuperior,& ſimiliter etiã uiſus cõprehendet ſuã formã, quia illud quod eſt in dextro cõprehendet in ſiniſtro,& econuerſo,& quod deorſum eſt cõprehendet ſurſum, & econuerſo,ſimiliter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet puncto inter quod & ſuperficiem ſpeculi fuerit centrũ ſpeculi,ſemper comprehendet ſuam formam conuerſam,& hoc eſt propoſitum. Ex his itaq; præmiſſis quatuor theorematibus patet quod in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quandoq; maior quandoq; minor quandoq; æqualis rei uiſæ,& nũc conformẽ habens ſitum ipſi rei uiſæ,& nũc conuerſum,& quoniã ſicut oſtendimus per 40. huius,quandoq; uniuſ rei una uidetur imago,quandoq; duæ,quandoq; tres,& quãdoq; quatuor, illud ergo qđ habet unã imaginem maiorem ſe,forſan habebit alias minores,& quod habet unã cuius ſitus eſt directus compar rei uiſæ,forſan uidebitur ſub aliis imaginibus habentibus conuerſum

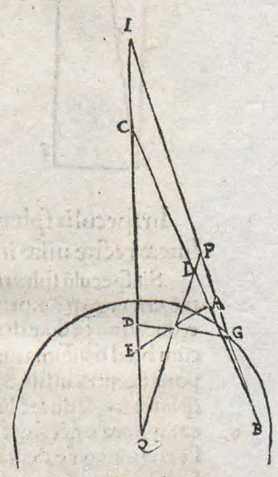


uerſum ſitum in contrarium rei uiſæ,& hæc omnia in diuerſitate ſitus rei uiſæ, & ipſius uiſus reſpectu punctorum reflexionis patere poteſt,patet ergo propoſitum.

LII.

Lineis incidentiæ ſe interſecantibus in ſpeculis ſphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi citra punctũ ſectionis exiſtentes reuerſæ,quæ uero ſunt in eiſdem lineis ultra ſectionem quem admodum ſunt ſic apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum a g,cuius centrum q,ſintq; duæ altitudines d e & h n,erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi,ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a g,reflectaturq; forma puncti e ad uiſum,cuius centrum ſit b,à pũcto ſpeculi quod ſit a,& forma puncti d,à puncto g,interſecentq; ſe lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z,citra quem punctum ſectionis ſit altitudo h n,cuius punctum h, ſit in linea e a,& eius punctũ n,ſit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur ad uiſum b,à puncto ſpeculi a,& om̃ia puncta lineæ d g,à puncto ſpeculi g,palam quod forma puncti h,reflectetur à puncto ſpeculi a,& forma pũcti n, à puncto ſpeculi g, quia uero lineæ h n & d n,ſunt erectæ ſup ſuperficiem ſpeculi,patet per 72. primi huius,quoniã quælibet ipſarũ tranſit pũctum q, centrum ſpeculi,producatur ergo à centro ſpeculi quod eſt q,per lineam h n,linea q n h, producaturq; ab eodem cẽtro q, ꝑ lineam e d, linea quæ ꝓducatur extra ſpeculũ, & quia linea q e a eſt ꝓpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,& linea b g obliqua,patet per 14. primi huius,quod lineæ e d & b g,cõcurrent ultra ſpeculum, & ſit concurſus pũctus i,palam etiã per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cũ linea b g i, ſit concurſus punctus p,& linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c,manifeſtũ aũt per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ pũcti h,erit in pũcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in pũcto p,erit ergo linea l p imago totius lineæ h n,habet aũt imago l p,ſitum reuerſum reſpectu ſitus, lineæ h n, quoniam punctus h eſt altior puncto n,& punctum l, quod eſt imago puncti h,eſt baſſius puncto b,quod eſt imago puncti n,punctus uero i eſt locus imaginis pũcti d, & punctus c eſt locus imaginis puncti e,& quia punctus i eſt altior pũcto c, ſicut pũctus d eſt altior ipſo pũcto e,palam quoniam imago lineæ d e eſt linea i t,conformem ſituationem habet ipſi lineæ d e,cuius ipſa eſt imago,quoniam imago ſituata apparet ſicut ſe habet ipſa res uiſa,& hoc eſt ꝓpoſitum de altitudinibus ſphæræ,de profunditatibus uero idẽ patet,ut ſi lineæ h n & d e,quædã profunditates ponantur eſſe,tunc enim eadem eſt demonſtratio,apparet enim profunditas h n reuerſa, & ꝑ funditas d s quemadmodum eſt diſpoſita ſic apparet,hoc itaq; eſt propoſitũ. Si uero ambæ lineæ d e & h n eſſent ex una quacunq; parte ſectionis linearum incidentiæ, fieret ſuarum imaginum conformis ſituatio,ut patet ꝑ præmiſſã.

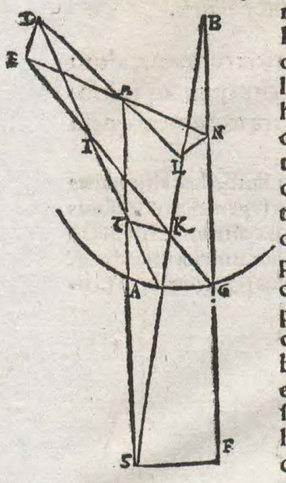


LIII.

Lineis incidentiæ ſe interſecantibus in ſpeculis ſphæricis concauis obliquæ lõgitudines citra punctũ ſectionis exiſtentes quemadmodũ ſunt ſic apparent, earum uero quæ ſunt ultra ſectionem in eiſdem lineis uidentur imagines reuerſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g,cuius centrum m, & ſit centrum uiſus b, & ſit linea d e,obliqua ſuper ſuperficiem ſpeculi,cuius puncti d,forma reflectatur ad uiſum b,à puncto ſpeculi quod eſt a,formaq; puncti e,à puncto g,& lineæ incidentiæ quæ ſunt d a & e g,interſecent ſe in pũcto i,ſitq; citra punctũ i,linea obliq̃ incidens ſuperficiei ſpeculi quæ ſit k c,cuius punctus k,reflectatur à puncto ſpeculi g,& punctus c,à pũcto ſpe-

culi a, ducatur itaq; linea d m, à puncta d ad centrum ſpeculi, quæ ꝓpter obliquitatem li

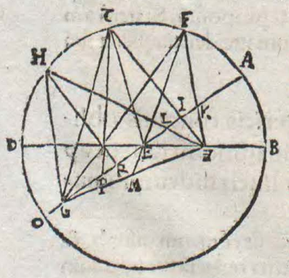


neæ b a, ſuper ſuperficiem ſpeculi cum linea d m ſit perpendicularis ſuper eandem ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ideo quia tranſit centrũ ſpeculi quod eſt m, concurret cum linea b a, ob liquæ ſuperficiei ſpeculi incidentiæ, ut patere poteſt per 14. primi huius, ſit cõcurſus in puncto b. Similiter quoq; linea e m cõcurret cum linea b g, ſit punctum concurſus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in pũcto l, eſt imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturq; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuerſæ ſe ad ſitũ lineæ d e, quoniam punctus n eſt altior puncto l, ſicut punctus d eſt altior puncto e, producaturq; linea m k donec concurrat cũ linea b g, ꝓducta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ꝓpter perpendicularitatem lineæ m k, ſit cõcurſus punctus f, & producatur linea m c donec cõcurrat cũ linea b a producta, & ſit punctus concurſus s, copuleturq; linea f s. erit ergo linea f s imago lineæ k c, & ſic punctũ k, eſt altius puncto c, ſic erit punctum f altius puncto s, eſt itaq; imago f s, conformem habens ſitum ipſi rei uiſæ quæ eſt k c, occurrens ſpeculo citra punctum ſectionis linearũ incidentiæ quod eſt i, patet ergo ꝓpoſitũ.

LIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendit lineæ rectæ uiſæ imaginem plene rectam.

Sit ſpeculũ ſphæricũ concauum a b, cuius centrũ e, ſecetur q; ꝑ ſuperficiẽ planã ꝑ centrũ, erit ergo ꝑ 69. primi huius, cõmunis ſectio circulus magnus q ſit a b, & eius centrũ e, ducanturq; duæ diametri huius circuli quæ ſunt a e o & b e d, & ſpeculũ nõ excedat arcum b a d o, aſſumaturq; in ſemidiametro b e, quicũq; punctus placuerit, & ſit z, in quo ponat centrũ uiſus, & ſumat in ſemidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k ſit maior q; linea k e, & ducat linea z h, et ꝓtrahatur ad circũferentiã incidatq; in punctũ f, & ducatur linea e f, & ſup f tm linea e f, cõſtituat angulus æqualis angulo z f e, ꝑ 23. primi, q ſit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pũctus g, cadet in ſemidiametrũ d e, quia em linea f k eſt maior q; linea k a, ꝑ 7. tertij, & linea k a eſt maior q; linea k e ex hypotheſi, erit linea f k maior q; linea k e, ergo ꝑ 18. primi, angulus f e k maior eſt angulo e f k, eſt ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g ꝑ 14. primi huius, cõcurret cũ linea g e, cõcurrat ergo in pũcto g, duæ ergo linearũ z g & f g, pũcta reflectunt ad ſe inuicẽ à pũcto ſpeculi qd eſt f, ꝓpter angulorũ æqualitatẽ ꝑ 20. quinti huius, eſt ergo pũctus k imago pũcti g, cẽtro uiſus exiſtẽte in pũcto z, ducat itaq; linea l h ſecãs diametrũ o a in pũcto l, & periferiã circuli in pũcto h, utcũq; cõtingit, ducaturq; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatur



linea f e, ſup lineã z g, incidatq; punctũ m, ergo ꝑ 3. ſexti, erit ꝓportio lineæ z m ad lineã m g, ſicut lineæ z f ad lineã f g, ſed ꝑ 7. tertij, linea z h eſt maior q; linea z f, & linea g h eſt minor q; linea g f, ꝓ eandẽ 7. tertij, ergo ꝑ 9. primi huius, maior eſt ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, q; lineæ z f ad f g, eſt ergo ꝓportio lineæ z h ad lineã g h, maior q; lineæ z m ad lineã m g, ergo ꝑ 3. ſexti, linea q; diuidit angulũ z h g, ꝑ æqualia ſecat lineã m g, ſecat ergo prius lineã e g, ꝑ 32. primi huius, qm linea e g eſt uicinior ad punctũ h q; lineam m g, & maior erit angulus g h e angulo e h z, argumento 29. primi huius, & ex ꝓmiſſis, ponamus ergo angulũ e h r æqualẽ angulo e h z, linea ergo h r ſecat lineã g f, & ſecat lineã g e ꝑ 29. primi huius, ſecet ergo g e in pũcto r, & ſecet lineã h r, ſemidiametrũ e a in pũcto l, pũcta ergo duæ lineæ z h & h r, reflectunt ad inuicẽ ꝓpter æqualitatẽ angulo r h e, e h z, fietq; reflexio à puncto ſpeculi qd eſt h, ꝑ 20. quinti huius, & erit l pũctus imago pũcti r, palã uero qm forma cuiuslibet pũcti lineæ g r, reflectitur

ad uiſum in punctũ z, ex aliq; pũcto arcus f h, & nõ ex alio, ꝑ 42. huius. Sumat itaq; aliq; pũctus lineæ g r q ſit p, & hic reflectat ab aliq; pũcto arcus f h qd ſit c, & ducant lineæ p c & r c, qa ergo pũctus t, eſt inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, ꝑ 29. primi huius, ſecat lineã k l, ſecet ergo in puncto i, eſt ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & pũctus p, non habet aliam imaginem niſi punctum i, qm̃ tm̃ ab uno puncto arcus f h, fit reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo puncto lineæ k l, eſt ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & eſt recta, quia eſt pars ſemidiamitri circuli a e, uiſus ergo exiſtens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ eſt g r, imaginem h k, rectam exiſtentem in ſpeculo ſphærico concauo a b, & hoc eſt propoſitum.

LV.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq; lineæ cuius conuexitas reſpicit ſpeculum imago conuexa reſpiciens uiſum, & lineæ cuius concauitas reſpicit ſpeculum imago concaua reſpiciens uiſum.

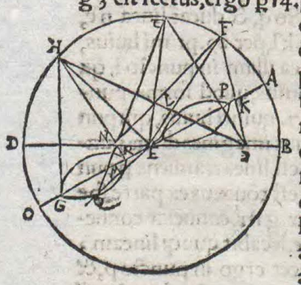
Sit diſpoſitio quæ in proxima præcedente, conſtituanturq; ſuper lineam g r, à duobus ſuis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ ſint g n r & g q r, & ſit arcus g n r, nõ ſecans lineã g h, & ponat in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; ſit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uiſum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42 huius, ſit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m ſunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t ſecabit arcũ g n r, ſit ut ſecet ipſum in puncto n, & producatur linea t m uerſus arcũ g q r, ſecetq; illum in puncto q, & ducat linea n e, producaturq; ultra punctum e, ſecabit ergo lineam 3 t ſub linea k l, per 29. primi huius, qm̃ ſecat angulũ k e 3, cui ſubtendit pars lineæ t 3, ſecet ergo linea illam in puncto i, qa ergo duo anguli 3 t e & n t e ſunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n reflectitur ad uiſum 3, à puncto ſpeculi t, eſt ergo palam ꝑ 37. quinti huius, qm̃ punctus i, eſt locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, ſunt imagines duoꝝ punctorum g & r, ut patuit per præmiſſam, imago ergo arcus g n r eſt linea tranſiens ꝑ puncta k i l, ſed linea k i l, eſt conuexa ex parte uiſus 3, & arcus g n r, eſt cõuexus ex parte ſpeculi, uiſus itaq; exiſtens in puncto 3, cõprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & ꝓducatur ultra punctũ e, ſecabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, qm̃ ſecat angulum t e k, ſecet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e ſunt æquales, patet per 20. quinti huius, qm̃ à pũcto ſpeculi qd eſt t, reflectetur forma puncti q, ad uiſum 3, & locus imaginis formæ puncti q, eſt punctus p, & erit ut ſupra linea l p q, ex parte uiſus concaua, & ipſa eſt imago arcus g q r, concaui ex parte ſpeculi, comprehendet ergo uiſus in puncto 3, exiſtens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc eſt propoſitum.

LVI.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq; curuæ, cuius conuexitas eſt ad ſpeculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum.

Sit ſpeculum ſphæricum concauũ in quo ſit circulus maximus qui a b d, cuius centrum g, & extrahatur à centro g, ſemidiameter g b, utcunq; contingit, quæ diuidatur ꝑ æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, ſit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducat linea t 3, perpendiculariter ſuper lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad pũctũ e, fiantq; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũſcribat circulus per 5. quarti, eritq; centrũ circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior eſt q; linea t b, palã qm̃ ille circulus ſecabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum ſecabit per 10. tertij, ſint

tacꝫ illa duo puncta a & d, ducantur quocꝫ lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3 sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g communis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo per 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g, æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, qm̃ omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectit̃ ad punctum e, à punctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior q̃ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi, pala per penulti mã primi, qm̃ linea g e est maior q̃ linea b e, quadratũ em̃ lineæ g e, ualet ambo quadrata lineaꝝ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata lineaꝝ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinquit̃ quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b qm̃ linea g t est maior q̃ linea t b, ergo linea g e est maior q̃ linea e b, in trigono g e b, ut patet per 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & p 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo qm̃ anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum concursus punctus m, & quia linea e d, est intra triangulũ m e g, palam qm̃ ipsa producta cõcurrat cũ linea g m, p 29. primi huius, cõcurrãt ergo in pũcto l, & qa linea g b trãsit p pũctũ t, q̃d est cẽtrũ circuli e g 3, & linea uero a g, ducit̃ extra illã à cẽtro ad piferiã, palã qa portio a e g ẽ mior semicirculo, ergo p 29. tertij, angul9 a e g ẽ obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo p 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cõcurrẽt in partẽ lineæ e g, cõcurrãt ergo in pũcto f. Si itaqꝫ uisus fuerit in puncto e, & puncta 3 in aliquo uisibili, tunc tria puncta m l f, erunt imagines puncti 3, sic ergo punctus 3, comprehendit̃ in tribus locis, qm̃ à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahat̃ à puncto e, linea super arcũ d 3, utcunqꝫ cõtingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erũt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, ꝓducaturꝫ linea g k ad circũferentiam circuli a b d, incidatꝫ in punctum r, & producant̃ lineæ e r & 3 r, & qm̃ angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si em̃ sit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k æqualem esse arcui e a k, quod est contra p̃missa, est em̃ arcus e a, æqualis arcui d 3, quod si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatẽ anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idem impossibile quod prius, ꝓducta illa linea ad lineam r k, restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatꝫ punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius, duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est t, reflectentur ad se inuicem p 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorꝫ ad punctũ r, producat̃ quocꝫ linea e r ad lineam g m, cõcurret autẽ cum illa per 14. primi huius, sitꝫ punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ puncti n, respectu uisus e, imaginẽ ergo superficiẽ existentem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac supficie quæ sit perpendicularis super lineã g 3, & transeat in utrãꝫ partem superficiei circuli a b d, sitꝫ linea t 3 p, & posito itaqꝫ puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundũ quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in supficie perpendiculari super supficiem a b d, per 2. undecimi, ꝓducantur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q in



in superficie transeunte lineam m g f. secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e, ꝓductas, secet ergo lineam g t in puncto s, & linea g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiẽ duaꝝ linearum g t & g p, palam per diffinitionẽ, qm̃ duo anguli e g s, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficiẽ g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraꝫ superficieꝝ quæ sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiẽ s g o, & utraꝫ istaꝝ superficierum facit in speculo circulũ magnum cõparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli qd̃ facit superficies e g s, quod est cõpar puncto circuli a b d, s. puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi qd̃ est g. & respectu uisus qui est in puncto e, quẽ habet punctum r, concurrunt ergo ex ipso secundũ angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c, quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & similiter lineæ g s, g a, g o sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus s, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus s q o, concauus ex parte uisus, & punctus l est imago formæ puncti 3, & duo puncta s & o sunt imagines formaꝝ duorum punctorꝝ c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p, est linea curua transiens per tria puncta s l o, hæc aũt linea s l o, est concaua ex parte uisus. Ducatur itaqꝫ linea transiens per puncta s l o, & extrahat̃ linea e g, ad circũferentiã circuli a b d in punctũ h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorꝝ suorum terminorꝝ fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t rectæ, & p n t conuexa, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua. s. s l o, & forma lineæ p n c, conuexæ respectu speculi erit cõcaua uisui occurrens. s. s q o, & forma lineæ p 3 t, unam tm̃ habebit imaginẽ, & arcus p n c tm̃ unam. Item ꝓducatur linea b g, ultra punctũ g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctũ i, & ꝓducantur lineæ e i & e 3, erit ergo ex p̃missis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctũ e, à puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritꝫ punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginũ formæ puncti 3, & si speculum excesserint duo puncta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus cõprehenderit totũ arcum i d a, tunc punctũ 3 uidebit̃ in quatuor locis. s. in punctis m l u f, & uidebũtur duo puncta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis s & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concauas, & una transit per puncta s m o, & secunda pertransit puncta s l o, tertia pertransit puncta s u o, & quarta pertransit puncta s f o. s. lineã s f o, in his tamen omnibus imaginibus semp cõcauitas imaginis respicit uisum, patet ergo ꝓpositũ. Patet q̃d̃ q̃ imaginis eiusdẽ lineæ rectæ, ut patet nũc i liea p 3 n fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris, & fit principiũ formæ monstruosæ.

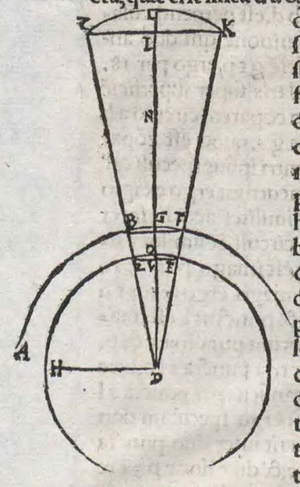
LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctũ o, remotius à centro speculi d & u, ꝓpinquius illi, & super hanc semidiametrum d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrũ uisus, & sit linea h d super superficiẽ circuli a b g, sitꝫ linea h d, minor semidiametro circuli secundũ dispositionẽ lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum & cætera referunt̃, reflectaturꝫ forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctũ h, à puncto speculi b, sitꝫ locus imaginis punctus q, & ꝓducatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectat̃ꝫ forma puncti u, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctũ n, & quia puncta o & u sunt in semi

diametro

diametro d g, erunt loca imaginũ quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri ꝓducta, quæ erit linea d u o, n q, sitq; quantitas lineaꝝ d q, d u, d n, d o, illis omnino æqualis,



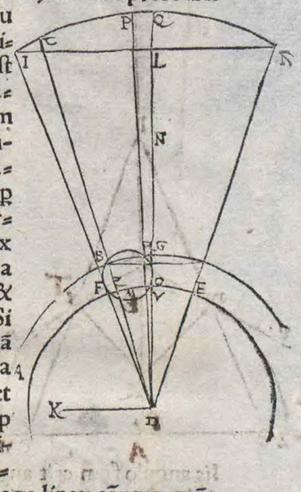
quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex ꝑmissis, est em̃ ipsa perpendicularis super superficiẽ circuli, estq; linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq; cõmunis sectio superficiei planæ in qua sunt lineæ h d & d q, & supficiei speculi circulus cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, est arcus ex quo fit reflexio formaꝝ quarum imagines sunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43. huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formaꝝ duoꝝ punctoꝝ, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducatur ergo à puncto u, in superficie circuli a b g, recta ꝑpendicularis super lineam d u, quæ sit z u e, & à centro d secundũ longitudinẽ semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus secabit lineã z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in punctis z & e, fiatq; arcus circuli secundũ quantitatẽ lineæ d q, à centro d, & ducãtur à centro speculi d, lineæ d z, d e, & ꝓducatur extra speculũ ad arcum circuli descripti, à centro d, secundũ quantitatem semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducaꝰ linea t k, secetq; lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiẽ circuli, palam per diffinitionẽ lineæ erectæ, qm̃ uterq; angulus h d t, h d k est rectus, & utraq; superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentẽ lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuum quilibet est æqualis arcui qui est inter duas lineas h d & d q, & utraq; lineaꝝ d z & d e est æqualis lineæ d o, qm̃ omes sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis possibile est fieri reflexionẽ formaꝝ duorum punctorum quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorum arcuũ, ut patet per 20. huius, interiacent em̃ illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrũ uisus quod est in puncto h, & puncta quorũ formæ reflectuntur quæ sunt e & z. Incidentq; formæ eorum illis punctis illorũ arcuũ, & reflectentur ad uisum in punctum h, secundũ angulos æquales à duobus punctis speculi, & duæ lineæ d t & d k sunt æquales lineæ d q, ergo punctũ t est locus imaginis puncti z, & punctũ k est locus imaginis puncti e, & qa lineæ d t, d q, d k sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e æquales erit p 7. quinti, ꝓportio lineæ d c ad d 3, sicut lineæ d q ad d o, & sicut lineæ k d ad lineã d e, sed p 43. huius, ꝓportio lineæ d q ad lineã d o, est maior ꝓportione lineæ d n ad lineã d u, ergo similiter ꝓportio lineæ k d ad lineã d e, est maior ꝓportione lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z, est maior ꝓportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æq̃les, erit per 7. qnti, ꝓportio lineæ d t ad lineã d z, sicut lineæ d k ad lineã d e, ergo p 17. quinti, erit ꝓportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineã d e, ergo per 2. sexti, linea t k est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, ꝓportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineam d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior q̃ linea n d, ergo punctus n est inter punctũ l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duoꝝ punctoꝝ z & e, ergo imago lineæ z u e rectæ, est linea transiens p tria puncta t n k, linea uero ptransiens h e t puncta est conuexa, patet ergo qd̃ imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ conuexa, & hoc est propositum.

LVIII.

In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel cõuexa.

Sit

Sit dispositio omnino quæ in præcedẽte, quia itaq; ut patet in ꝑmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti 3. est punctum t, & imago formæ puncti e est punctũ k, erit ergo linea concaua respectu uisus quæ est t q k, imago lineæ curuæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi quæ est linea 3 o e, similiter quoq; si in linea 3 u signetur punctũ m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra centrum m secundum longitudinẽ semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulũ 3 o e in duobus pũctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctũ i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarum lineaꝝ h d & t p, secabit speculum secundũ circulũ, à cuius circũferentiæ puncto aliquo ducí poterunt secundũ angulos æquales & æqualiter se habentes lineæ ad punctũ h, in quo est centrum uisus, & ad punctũ r, qui est punctus lineæ uisæ, & similiter supficies duaꝝ lineaꝝ h d & d i, faciet in speculo circulũ, à cuius circumferentia reflectentẽ ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens p puncta i p n, sed hæc linea i p n, est concaua respectu uisus, & arcus r u f, est concauus ex parte superficiei speculi, & conuexus ex parte uisus: cũ ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f, conuexa cũ fuerit in aliquo uisibili, cõprehendetur imago eius concaua, & linea 3 o e conuexa cõprehenditur similiter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duaꝝ lineaꝝ quæ sunt 3 o e & r n f, habuerit unã imaginem, erit forma illarum imaginũ secundum motum declaratum, & si aliqua ipsaꝝ plures habuerit imagines, forte accidet diuersitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo ꝓpositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineæ rectæ imago in speculis sphæricis concauis, quandoq; comprehendit recta, quandoq; conuexa, & quandoq; concaua, & imago lineæ cõuexæ quãdoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur cõuexa, quandoq; concaua, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis, nam lineæ rectæ nõ sunt nisi in supficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc supficies plana comprehendit conuexa uel concaua, cũ itaq; uisus comprehendit lineas rectas cõuexas uel concauas aliter q̃ sint, comprehendit superficies in quibus sunt illæ lineæ aliter q̃ sint, & similiter est de lineis conuexis & concauis respectu illaꝝ superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum erroꝝ, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.

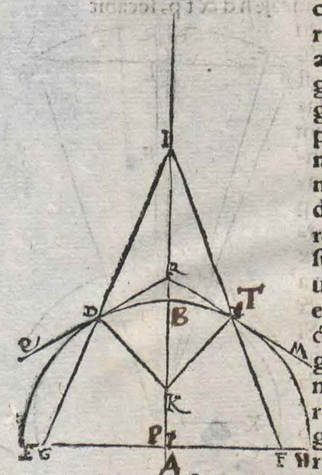


LIX.

In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphæricum concauum, cuius communis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter super superficiem speculi, palam ergo per 72. primi huius, qm̃ ipsa transit p centrum speculi quod est punctum p, & ꝓducatur ultra speculum, sitq; a b l, secans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æq̃liter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineãt cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; parte puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum cordæ sint minores q̃ lineæ g p & p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f c, & quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanẽt arcus t h & d e æquales, eruntq; anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43. primi huius, &

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t ducatur linea circulum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus pūctus r, & qm per 15. tertij, anguli contingentiæ qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrent em illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, qd est k, qacū angulus r t k sit æqlis r d k p pmissa, & angulus k r t, sit æqlis angulo k r d, p 59. primi huius, trigōi ergo d k r & t k r, sunt æqanguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illoꝝ trigonorū sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibijpsi, concurrent ergo lineæ d k & t k in pūcto uno diametri b p, quod est k, positis itaq; duobus oculis diuersoꝝ uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma punctik, uidebitur ab utroq; ui suum reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebit unum & in eodem loco, producantur em lineæ g d & f t extra circulū, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, qm anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis, concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l. cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m. erit angulus r d l, æqualis angulo r t l, sed angulus t r b, est æqualis angulo b r d, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l, per 32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibijpsi, & linea t l, æqualis lineæ d l, in uno ergo puncto diametri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantū occurrit imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est p positum. Quandocunq; tū aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modica differētia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus, duæ adhuc imagines uidebuntur, alias autē ut plurimū locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.

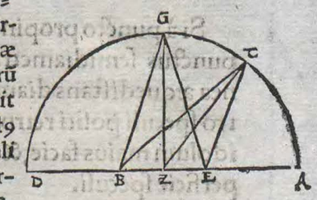


LX.

In una diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphæricum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sintq; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur em semidiameter z g, perpendiculariter super diametrum a d, & ducantur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est æquale

æquale lateri z b, ex hypothesi, & latus z g cōmune, anguli quoq; e z g & b z g sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad punctum e, à puncto g speculi, & econuerso per 20. quinti huius, sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, sit em ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctum e, à puncto alio speculi quàm sit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t est maior cē linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, est æqualis lineæ e g, ut patet superius, linea uero e g est maior cē linea t e per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior cē linea e t, ergo linea b z, maior erit cē linea e z, quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio speculi puncto cē à puncto g, nō ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis quæ est b g, nō cōcurrit cum katheto e z, ducto à puncto e, p centrū speculi z, in puncto b, & linea reflexionis q̄ est e g, nō cōcurrit cū katheto b z, nisi in pūcto e: locus itaq; imaginis e, est pūcto b, sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b, nō cōprehenditur aliqua distantia quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unius uisus percipiet formam alterius in seipso existente,



sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, aliæ tamen partes corporis circūstantes centrum uisus poterunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunq;, & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

LXI.

Si linea à pūcto medio semidiametri super diametrū speculi sphærici cōcaui perpendiculariter erectæ ducta æquedistanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

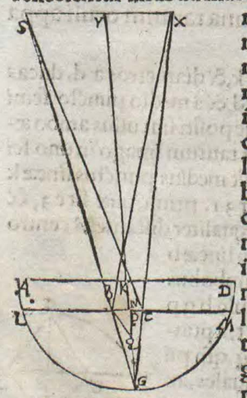
Sit speculum sphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semidiametri k g, ducatur linea æquedistans diametro a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes â centro k, dico quod amborum oculoꝝ una tantum imago in uno sci licet puncto reflexionis uidebitur. Sit em ut à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi, ducatur linea æquedistans diametro a d, per 31. primi, quæ sit e 3, & sint in illa perpēdiculari e 3, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes â centro k, & à linea k g, erūt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g existente communi ambobus trigōis b p g & t p g, cū anguli b p g & t p g sint recti, erit angulꝰ b g p æqlis angulo t g p, reflectet ergo forma puncti b, ad punctū t, à puncto speculi g, & econuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, qm pūctus p, est medius pūctus lineæ k g, & lineæ b p & t p sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p est æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, neq; econuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea em b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non cōcurrat cum katheto incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea t k, quilibet ergo

oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offert ambobus uisibus retro uisus, qa ad illā partē katheti incidentiæ cū lineis reflexionū cōcurrunt, ut patet ituēti. si em̄ lineæ b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsæ concurrent, q̄d est impossibile, cū sint æquedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illæ lineæ, ergo per 37. quinti huius, apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi, eritq; oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in puncto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Si à puncto propinquiori diametro speculi sphærici concaui q̄; medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquedistans diametro producatur in illa uisus in æquedistantia à centro speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, idolum maius facie, & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius diameter sit a d, & ducatur semidiameter k g, perpendiculariter super diametrū a d, cuius semidiameter k g, medius punctus sit p, sintq; centra amborum uisuum puncta b & t, si ergo ab aliquo puncto lineæ p k, quæ sit n, ducat̄ linea æquedistanter diametro a d, quæ sit l m, & uisus b & t positi in linea l m, æqualiter distent à pūcto n, uel à centro speculi quod est k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ b g, t g, b k, 3 k, eruntq; ex hypothesi per 4. primi, anguli b g n & t g n æquales, ergo à puncto g reflectentur uisus ad inuicem mutuo per 20. quinti huius, sed linea n g est maior q̄; linea n k, resecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, æqualis angulo t k n, sed angulus b k n est maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n est maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uisum b, concurrant ergo in puncto s, est autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uisum b, & similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t, quia lineæ b k & g t concurrent ut præostensum est per 14. primi huius, sit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea s x, & quoniam linea s x est maior quàm linea b t, ideo quod in triangulo s g t, angulus s t g, ut patet ex p̄missis, est æq̄lis angulo x b g trigoni x g b, & angulo s g x, cōis, erunt ergo p̄ 32. primi, trianguli illi s t g & x b g, æquanguli, est ergo p̄ 4. sexti, proportio lineæ x g ad lineam g s, sicut lineæ b g ad lineam g t, sed linea b g, est æq̄lis lineæ g t, ergo linea x g, est æqualis lineæ g s, & linea x b, æqualis lineæ s t, ergo p̄ 7 quinti, erit ꝓportio lineæ x g ad lineā g t, sicut lineæ s g ad lineā g b, ergo p̄ 17. quinti, erit ꝓportio lineæ x t ad lineā t g, sicut lineæ g d ad lineā b g, i trigono g x, ergo p̄ 2. sexti, linea h t æquedistat lineæ s x, est igitur per 4. sexti, proportio lineæ s x ad lineam b c, sicut lineæ x g ad lineam g c, sed linea x g maior est quàm linea g c, ergo linea s x maior est q̄; linea b c, imago

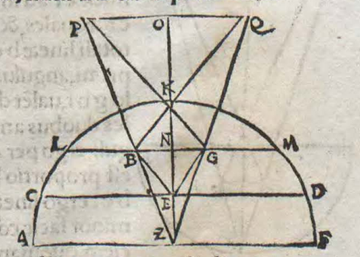


c, imago erit ergo facie maior quàm linea s x, quæ est diameter imaginis, & linea b c ps diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculorum, quia itaq; in trigono s u g, linea b n æquedistat basi s u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ s u ad lineam b n, sed linea s u est maior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea s g est maior quàm linea b g, erit ergo linea u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum productæ linea æquedistans diametro producatur uisibus æquedistāter à centro speculi in linea illa positis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorq; erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis.

Esto speculum sphæricū concauum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis communis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur perpendicularis super diametrum a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per æqualia in puncto e, & à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n, & à puncto n, lineæ e k ducat̄ linea æquedistans lineæ a f quæ sit l m, in hac itaq; linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint em̄ uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in ꝑmissa propositione anguli b k n & g k n æquales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est q̄; linea n k, resecetur ergo linea n z ad æqualitatem lineæ n k, per 3. primi, & sit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n, p̄ 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g concurrent, sit cōcursus punctus q, sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaq; linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b, à pūcto speculi k, & linea z b, sit kathetus incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b, & similiter erit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineæ b g, uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionem linearū reflexionis b q & g p, ut patet per 53. huius, item per 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, ergo per 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æqualis angulo q g b, sed angulus n b k æqualis est angulo n g k, relinquitur ergo angulus k b p æqualis angulo k g q, sed angulus b k p est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo p̄ 32. primi, trigoni b k p et g k q sunt æquianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k æquales, & quia anguli p b g & q g b, ut patet ex p̄missis sunt æquales, ergo per 32. primi, trigoni p b g & q g b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ b p ad lineam g q, sicut lineæ b g ad seipsam, erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æqualis lineæ z q, quæ est ergo proportio lineæ p z ad lineam z b, eadem est lineæ q z ad lineam z g, ergo per 17. quinti, & per secundam sexti, linea b g æquedistat lineæ p q, ergo per 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æquianguli, erit ergo per 4. sexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ b q ad lineā b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa. Item linea z k ꝓducta secet

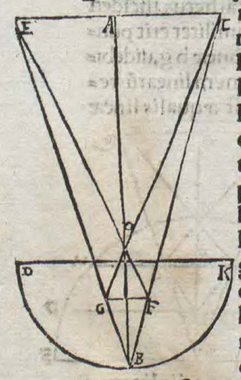


lineam p q per 29. primi huius, secat enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k, trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo p 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineæ g n, sed linea p o est maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q est maior quàm linea b g, & linea p o est medietas lineæ p q, sicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, si ergo linea p o est maior quàm linea b n, patet qđ linea o k est maior quàm linea k n, & linea o K est distãtia imaginis sub speculo, & linea n K est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIIII.

Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici cõcaui circulus d b K, cuius centrum o, & diameter d K, & orthogonaliter super diametrum d K, producatur diameter b o a, extra speculum, sintq; duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpendicularis super lineã b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipsa diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo p 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrũ o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e K in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in pũcto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi, angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e & b c sunt æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli q̃ c a o & e a o sint æquales, quia recti, erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineam e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualẽt duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed linea b g est minor quàm linea b e, ergo linea g f est minor q̃ linea e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam linea g f, quæ est diameter imaginis cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

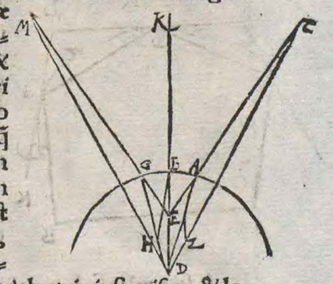


LXV.

Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphærico concauo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducanturq; duo Katheti incidentiæ quæ sint d 3 c & d h K, reflectaturq; forma puncti 3, ad uisum

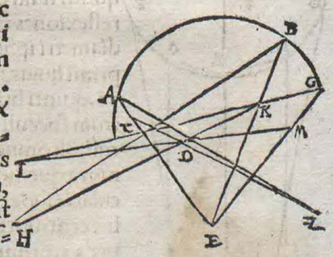
sum e, à puncto speculi a, & forma puncti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratq; linea a e, cum katheto d 3 in pũcto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginũ intra speculum ita quod pũctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiũtur, & res quarum sunt ille imagines, transferatur itaq; punctus rei uisæ qui est h ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à pũcto g, & ducatur kathetus d l, cõcurrens cum linea reflexionis q̃ est e g in puncto m, eritq; locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in pũcto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint supra uisum, erũt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparebunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniã propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaq; propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g, cuius centrum sit pũctus d, sitq; centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq; katheti incidentiæ z d c & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebũtur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quàm sint res ipsæ, p 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à pũcto speculi g ad uisum e, ducaturq; linea reflexionis quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexiõis quæ est e g in pũcto m, eritq; per 37. quinti huius, pũctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partẽ diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mota supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem cõtrariam rebus, patet ergo propositum.

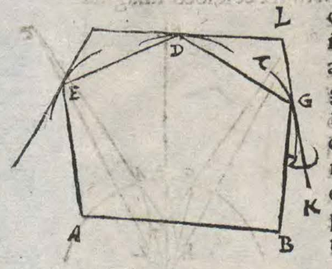


LXVII.

Per specula sphærica concaua quot libuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis et conuexis sphæricis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundũ distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur polygonium æquilaterũ & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, sitq; exempli causa pentagonium, quod sit a b g d e, fiatq; circulus circunscribens illud polygonium pentagonium per 12. quarti, & sup illius pentagonij angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circunscribentis poligonium productas ad circunferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales proportiones, patet itaq; quoniã superficies plana penta

plana,pentagoni a b g d e,ſecabit quodlibet ſpeculorum ſecundum circulum per 69.primi huius,unus itaq; arcus unius illorum circulorum ſit z g c, ducanturq; lineæ cõtingentes quẽlibet illoꝝ arcuum in punctis g d e, contingatq; arcum z g c,in puncto g,linea l k,qa itaq; per 43.primi huius, angulus portionis qui eſt b g z eſt æqualis angulo d g c, anguli quoq; contingentiæ qui ſunt b g z & l g c ſunt æquales,palam ergo per 20.quinti huius, qm̃ fit reflexio formæ puncti b,à puncto ſpeculi g, ad punctũ ſpeculi alterius quod eſt d,& ſimiliter per eandem demõſtrationem fiet reflexio à puncto d,ad pũctum ſpeculi alterius quod eſt e,& à puncto e,ad centrum uiſus quod eſt a, palam ergo ꝓ poſitũ,& ſic quotcũq; fuerint anguli polígonij, tot aſſumantur ſpecula,ſemper accidet illud quod præmiſſum eſt.



LXVIII.

A ſpeculis ſphæricis concauis ſoli oppoſitis ignem poſſibile eſt accendi.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum ſoli oppoſitum,in quo ſignetur circulus k a b g x,cuius centrum ſit c, ſitq; ut ſuperficies plana ſecans ſpeculum,ſed hũc circulum ſecet etiam corpus ſolis transcentrum,ergo per 69.primi huius,communis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſolis,erit circulus magnus qui ſit d e z,& ab aliquo pũcto illius circuli ſolaris ut à puncto d, ducatur linea ſecũdum quam præcedens radius ad centrũ ſpeculi qd̃ eſt c,incidat in punctum ſpeculi quod ſit g,& à pũcto circuli ſolis qd̃ ſit e, procedens radius ad centrum ſpeculi quod eſt c,incidat in punctum ſpeculi b,& à puncto ſolis quod ſit z, incidens radius per centrum ſpeculi c, cadat in punctũ ſpeculi a,quia ergo oẽs radij tranſeuntes ꝑ centrũ c,ſunt ꝓpendiculares ſuper ſuperficiẽ ſpeculi a b g,ꝑ 72.primi huius, patet ꝑ 21 quinti huius,qm̃ oẽs reflectunt in ſeipſos,concurrãt ergo tã incidẽtes qꝫ reflexiones in pũcto c,quod eſt centrum ſpeculi,omnes em̃ illi radij ſunt diametri ipſius ſpeculi, et omnes anguli ſemicirculi ſunt æquales,per 43, primi huius,reflexio aũt omnis fit ſecundũ angulos æquales, ut patet per 20.quinti huius,quicunq; itaq; radiorum ſolarium pertranſierunt ꝑ centrum ſpeculi quod eſt c, & peruenerint ad quæcũq; puncta ſuperficiei ſpeculi,illi omnes reflectuntur in ſeipſos, & cõcurrent in centro ipſius radij, non æquediſtantes illis radijs,non concurrunt: ſit enim radius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi qui eſt e b,hic ergo ut ꝓmiſſum eſt tranſibit centrum ſpeculi quod eſt c,& reflectitur in ſeipſum,hinc ergo ducatur per 31.primi,aliquis radius æquediſtans qui ſit l n,& alius qui o s,ſitq; arcus n b inæqualis arcui b s, ſecetq; linea l n,circulum a b g in puncto y,& in arcu y n ſignetur punctum k,& ducatur linea c n,quia itaq; angulus l n k eſt maior angulo c n k, ut pars ſuo toto,patet quod angulus l n k eſt minor angulo c n b, quoniã anguli c n b & c n k ſunt æquales,per 43.primi huius,patet ergo per 20.quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in punctum c,fiat itaq; angulus b n f æqualis l n k,cadetq; punctum f, citra punctum c,in pũctum aliquod ſemidiametri c b,& in corpore ſolari continuetur linea e l,ſi itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente ſuo latere e f,imaginetur moueri quouſq; linea l n,incidat ad locum unde exiuit, tunc pũctus n,motu ſuo deſcribet quendam circulum in ſuperficie ſpeculi,& in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k eſt æqualis angulo b n f,fiet ergo per 20.quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f,ſimiliter quoq; ſi à puncto ſolis quod eſt o,ducatur per 31.primi, radius æquediſtans radio perpendiculari qui eſt e b,& ſit ille radius æquediſtans o s ſecans circulum a b g in puncto x,& in arcu x s,ſignetur punctum q,in linea n f producta,

ducta,ſitq; ut perpendicularis e b ſecet circulũ a b g in puncto p̃,& ſit arcus b s minor arcu n b,ergo & arcus x p qui eſt æqualis arcui b s,per 53.primi huius,minor eſt arcui p y æqualis b n,ergo arcus x q s,remanet maior arcu y k n,ergo per 43.primi huius, angulus x s q eſt maior angulo y n k,radius ergo o s non reflectitur ad punctum f,ſed ad aliquod pũctum lineæ f c,quod ſit h,portio enim circuli y k n, quæ eſt æqualis portioni n b q,eſt minor portione x q s,quæ eſt æqualis portioni s b h,copulentur quoq; linea o e, ſi itaq; fixo latere e h,quadrangulum o e h s,intelligatur moueri quouſq; linea o s, redeat ad locum unde exiuit,tunc punctum s motu ſuo deſcribet in ſuperficie ſpeculi circulum à cuius totali periferia,fiet reflexio ad punctũ diametri ſpeculi qui eſt h, & ſimiliter de quibuſcunq; aliis radijs incidentibus ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter radio e b, ſemper enim fiet reflexio omnium ſibi ſimilium radiorum à periferia unius circuli totius ſpeculi ad unum punctũ diametri ipſius ſpeculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctũ propinquius centro c,& lineæ radiales remotiores diametro, & æque diſtantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod eſt c:in quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combuſtibile,per radios reflexos incendeẽ, ſed quia radij ſunt pauci & debiles,oportet ut combuſtibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat,patet ergo propoſitum, et hoc ſpeculũ quantum ad actum combuſtionis efficacius eſt ſpeculo compoſito ex planis ſpeculis, de quo locuti ſumus in fine quinti libri huius ſciẽtiæ,poſſet quoq; per diligentiã artificis aliquod ſpeculũ ex pluribus huiuſmodi ſpeculis cõponi,qd̃ eſſet maioris efficacie ad comburendũ, hoc autẽ relinquimus induſtriæ ꝙquirentis, qa ſufficit nobis in ꝓpoſitũ,hoc modo demonſtratũ.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IN præmiſſo libro paſſiones ſpeculorũ ſphæricorum cõcauorum ꝑ noſtro poſſe pertractauimus, ſup eſt nũc ut ſpeculorũ columnariũ & pyramidaliũ cõcauorum proprietates aliquas demonſtremus. In his enim ſpeculis quaſi omnium præmiſſorũ ſpeculorum proprietates concurrunt,planorũ quidem, cum in illis à linea longitudinis ſpeculi fit reflexio, columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ paſſiones in hæc concaua ſpecula deſcendunt,qm̃ iſtorũ & illoꝝ cõformis eſt generatio ſecundũ figuras, à qbus in utriſq; prouenit quædam conformitas paſſionũ,niſi quod hinc & inde ſecundũ naturã conuexi & concaui paſſiones quodãmodo ſecundũ ſitũ contrarie diſponunt̃,ex quo accidit, ut quandoq; lineæ reflexæ in conuexis ſpeculis fiat locus imaginis in concauis,& econuerſo,& ob hæc eadem principia in his ſpeculis & in illis ſunt (præmiſſis figuris) cõformiter aſſumenda. Sic itaq; omniũ ſpeculorum regularium pro noſtrarum uirium & experientiæ poſſibilitatem paſſionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua ſpecula figurarũ irregularium & compoſitarũ mentem conuertimus,uidentesq; quod antiquorũ Geometrarum diligentia & ſolicitudo circa ſpeculorũ comburentiũ, aliquorum totali ſuperficie ad unum punctũ naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarũ incidentium plurimũ eſt uerſata,ut circa rem ſcientiæ Geometriæ plurimam ſubtilitatẽ rebus naturalibus applicantem,actionem quoq; naturaliũ formarum accelerantem in ꝓductione effectuũ mirandorũ, huic negotio curam conſequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam ſicut ad finem nobiliſſimum omne quod de natura quorumlibet ſpeculorum præmiſſimus aliqualiter ordinatur. Ex præmiſſis uero libris ſatis patet,quod figura talium ſpeculorũ comburentium in una ſuperficierum planarũ, ut patet per ultimã 5.huius,nõ eſt poſſibilis,ſicut nec ab aliqua una ſuperficierum cõuexarum quacũq;, ſiue illa conuexa ſuperficies fuerit ſphærica,ut patet per ultimã 6.huius, ſiue fuerit columnaris uel pyramidalis,ut patet ꝑ penultimã 7.huius,poſſibile eſt radios aliquos aggre

gati ad punctum unũ mathematicũ uel etiã naturalẽ, à concauis quoq; ſpeculis ſphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, niſi à periferia uniꝰ tantũ circuli, & à tota ſuperficie uniꝰ hemiſphærij ad totam ſemidiametrũ ſiue axem ſpeculi, ut oſtenſum eſt per ultimam 8. huius. Non fit aũt omnium radiorũ æquediſtanter axe ſpeculi ſuperficiei talis ſpeculi incidentium reflexio ad punctũ unum. Sed neq; ab aliqua ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidaliũ concauorũ eſt hoc poſſibile fieri, prout infra in præſenti libro demonſtrabimus. Reſtat ergo ut ſuperficies alias huic noſtro propoſito competentes cũ demonſtrationis diligentia perquiramus, quoniã illud quod ex pluriũ ſpeculorum regularium compoſitione ad hunc effectũ poſſibile prius fore diximus, uniꝰ ſuperficiei à qua totali ad unũ punctum fiat reflexio certitudinem nõ attingit, neq; ad illorum peruenit cõmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarũ. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuſq; ſpeculis, & in ipſis comburentibus ſpeculis ſupponimus principia quæ in libris præcedentibus ſunt præmiſſa, ut patet in 7. & 8. libro huius ſcientiæ, quæ uero ex præſuppoſitis principijs & concluſionibus demonſtranda de his ſpeculis prænominatis uidimus ſunt iſta.

THEOREMA I.

In ſpeculis columnaribus concauis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quãdoq; eſt linea longitudinis ſpeculi, quãdoq; circulus, quandoq; oxigonia ſectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmiſſis in libro ſeptimo iſtius de ſpeculis columnaribus cõuexis, & quia ſpeculum columnare cõcauum non minus participat formã & ꝓprietatem columnæ quàm cõuexum, patet quod propoſita paſſio eodem penitus modo demõſtranda eſt de ſpeculis colũnaribus concauis ut de columnaribus cõuexis, patet ergo propoſitũ, nec eñ neceſſarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cõmunis illa ſectio linea longitudinis ſpeculi, erunt modi reflectionũ & loca imaginũ ſicut in ſpeculis planis, quando uero illa ſectio cõmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionũ ſicut in ſpeculis ſphæricis cõcauis. Erũtq; loca imaginum quandoq; ultra ſpeculũ, quandoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, quãdoq; inter uiſum & ſpeculũ, quãdoq; in ipſa ſuperficie uiſus, & omnium iſtorum idem eſt demonſtrandi modus qui in illis ſphæricis cõcauis ſpeculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In ſpeculis pyramidalibus concauis communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, lineã longitudinis ſpeculi aut ſectionem oxigoniam poſſibile eſt eſſe, circulum uero impoſſibile.

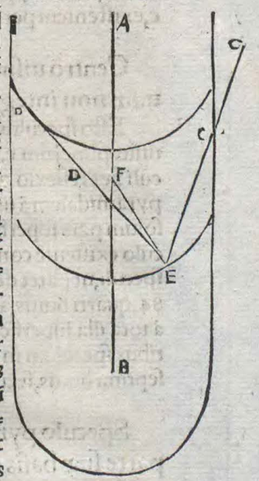
Paſſiones ꝓpoſitæ de præſentibus ſpeculis eodẽ penitus modo demõſtrabiles ſunt, quo & de ſpeculis pyramidalibus conuexis ſunt oſtenſæ per diuerſas propoſitiones 7. huius, patet ergo propoſitum, & quando communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in ſpeculis planis oſtenſa ſunt per 49. quinti huius.

III.

In omni ſuperficie reflexiõis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uiſus & punctum rei uiſæ, punctum reflexionis, & punctũ axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſuper ſuperficiẽ ſpeculum in puncto reflexionis contingentem cõſiſtere eſt neceſſe.

Sit ſpeculum columnare concauum cuius axis ſit a b, ſitq; centrũ uiſus o, & pũctum rei uiſæ d, reflectaturq; forma puncti rei uiſæ quod eſt d ad uiſum c, in puncto ſpeculi c, & in pũcto e contingat ſuperficiẽ ſpeculi ſuperficies plana, ſuper quam ſuperficiẽ à punc to e, ducatur linea perpendicularis ꝑ 12. undecimi, q̃ ſecet lineã a b axem ſpeculi in punc to f, & ſit linea e f, dico quod pũcta c d, e f, neceſſario erunt ſemp in eadem ſupficie reflexionis

xionis, aut eñ hæc ſuperficies reflexionis æquediſtabit baſibus colũnæ aut non, ſi ſic, patet per 100. primi huius, quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ, & linea ducta à pũcto reflexionis quod eſt e, tranſiens per centrum illius circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem colũnæ, ut patet per 96. & per 100. primi huius, & ſi centrum uiſus quod eſt c, & punctum rei uiſæ quod eſt d, fuerint in illa linea, fiet reflexio formarũ punctorum uiſorum tantũ ſecundum illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̃ ſunt c d e f, omnia in ſuperficie reflexionis, quod ſit centrum uiſus uel pũctum rei uiſæ, dum fuerit in hac linea perpendiculari, ſemper tamẽ linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, ꝑ 96. primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum, quoniam cadet inter perpẽdicularem e f, & inter lineã circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in puncto e contingentem, & quoniã hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum, quia ſecundum ſui partem qua incidit ſpeculo neceſſario cadet inter ſuperficies planas per centrum uiſus ductas, portionẽ apparentem ſpeculi cõtingentes, & qm̃ per 20. quinti huius, ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, patet quod ſi unus illorum punctorũ eſt in ſuperficie reflexionis quod & reliquus, quia eñ angulus d e f erit æqualis angulo f e c, cadẽt hĳ anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ quæ eſt e f ultra ſpeculum, in eadem itaq; ſuperficie cadent omnia pũcta c d e f, & eodem modo demonſtrandũ eſt à quocunq; puncto circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, fiat reflexio, ſemper enim illa quatuor puncta erunt in ſuperficie reflexionis, quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, tũc iterũ à quocunq; pũcto illius lineæ fiat reflexio, ſemp ꝓpoſita quatuor pũcta erũt in ſupficie reflexionis, ut patet ꝑ 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem ſi cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & horũ ſpeculoꝝ fuerit ſectio oxigonia, qm̃ illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem ꝑ 103. primi huius, & linea à pũcto reflexionis ꝓpendiculariter ducta ſup ſuperficiẽ ſpeculi in pũcto reflexionis contingentẽ, ſemp cadet in axe, ut hæc in ſpeculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis ſunt amplius declarata: eſt ille modus demonſtrandi uniuocus & in iſtis ſpeculis. Quod ſi ſpeculum ꝓpoſitum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut ſupra oſtenſum eſt ꝑ ꝑmiſſam impoſſibile eſt cõmunem ſectionẽ ſupficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi circulũ eſſe, q̃ ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxigonia, tũc eadem erit declaratio qđ quatuor ꝑdicta pũcta c d e f, conſiſtũt in ſuperficie reflexiõis, quæ prius in ſpeculis colũnaribus cõcauis, patet ergo illud qđ ꝓponebaꝫ. IIII.



Centro uiſus exiſtente intra ſpeculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius axis ſit a b, & ſit cẽtrũ uiſus c, ſitq; pũctũ c, intra ſpeculũ, dico qđ ab oñi pũcto ſpeculi fiet reflexio ad uiſũ. Siue eñ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis colũnæ ſpeculi, ut cũ ſupficies reflexionis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ axis lõgitudinẽ, ut patet ꝑ 93. primi huius, ſiue fuerit circulus æquediſtãs baſibus colũnæ ipſius ſpeculi, ſiue fuerit ſectio oxigonia, ſemp patet ꝑ præmiſſam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli ſiue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſup ſuperficiẽ ſpeculi ſunt in eadẽ ſupficie. Eſt ergo ſemp poſſibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uiſum, qm̃ in cõcauitate taliũ ſpeculoꝝ non eſt corpus aliqđ denſum reſiſtẽs multiplicationi formaꝝ ꝑ mediũ, à quolibet puncto ergo ſuperficiei taliũ ſpeculoꝝ fiet formarũ reflexio ad uiſum. Idẽ quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus cõcauis, qm̃ centrũ uiſus ſemp eſt intra talia ſpecula, nõ refert à quo cunq; pũcto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio, qm̃ ſemp poſſibile erit formã ad uiſum peruenire, niſi forte denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓ-

positum,resumpta figuratione præmissæ,positoq; puncto c,intra superficiem speculi in linea c e,quicunq; eius punctus in utroq; speculorũ fuerit datus, sit ille punctus e,& ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cõtin gentem per 12.undecimi,& quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f,& super punctũ e,tantũ lineæ e f,fiat per 23.primi, angulus æqua lis angulo c e f,qui f e d,palam ergo quod forma puncti d,reflectetur ad uisum in pũcto c,existentem per 20.quinti huius,& hoc proponebatur.

V.

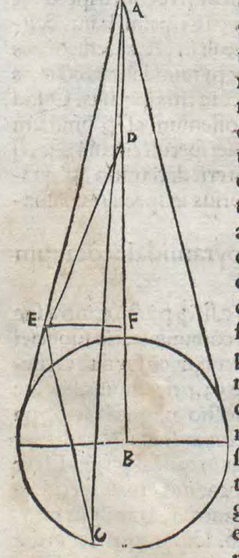
Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale conca uum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum,cuius axis sit a b, & sit centrũ uisus punctum c,sitq; extra speculum,dico quod à maiore parte superficiei concauæ spe culi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu ꝓductæ ad speculum,palamq; per primã septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa,à qua spe culo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi,ut patet de speculis columnaribus per 78.quarti huius,& de pyramidalibus per 84.quarti huius,ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum,quoniam omnis linea ducta sub lineis contingen tibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius,secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum,patet ergo propositũ.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq; ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.

Esto speculum pyramidale concauum,cuius axis sit a b, sitq; eius conica superficies tota integra,basis uero eius quæ est superficies plana sit submo ta ab ipso speculo,sitq; centrum uisus c, ex parte basis submo tæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si e nim centrum uisus c,in aliqua consistat linea longitudinis spe culi,fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum,tunc pa tet,quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniã ex hypothesi centrũ uisus est ex parte basis speculi,opor tebitq; punctum rei uisæ in eadem linea longitudinis existere, aliâs enim non fieret reflexio ꝓpter inæqualitatem angulorũ, quod si centrum uisus c,sit sub aliqua linearũ longitudinis spe culi,tunc adhuc patet propositum,quoniã enim omnis ꝓpendi cularis ducta à quocũq; puncto reflexionis quæ fieri possit ad ui sum c,in hoc situ,tenet angulũ acutum cũ linea reflexiõis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris,qđ semp fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis spe culi,oportet ergo de necessitate, ut pũcta rei uisæ quorũ formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq; punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo proposi tum. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundũ lon gitudinem speculi,tunc poterit comprehendi exteriora q̃ sunt extra speculũ,qm patebũt liberi introitus lineis incidentiæ for marũ extrinsecarũ quæ reflectunt ad uisum. Similiter quoq; ac cidit si secet pyramis speculi ad modũ annuli secundũ aliquẽ circulũ æquedistantẽ basi, uel etiã secundũ oxigoniã sectionẽ taliter ut auferat uertex pyramidis speculi tunc em inciden-



incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi q̃ si fuerit ex parte suæ basis,quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauũ,cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e,reflectatur ad uisum c,forma puncti d,dico quod ab eodem pun cto e,forma alterius puncti q̃ d,ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflec ti,ducatur em à puncto reflexionis quæ est e,linea perpendicularis super superficiem speculũ in puncto e contingentem,quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f,palam itaq; per 3.huius,qm puncta c d e f, sunt in eadem superficie,& qm una sola linea recta à centro uisus quod est e,ducibilis est ad punctũ reflexionis qđ est e,patet quod angulus s e f, non potest uariari,ergo nec angulus d e f,quæ per 20. qn ti huius,est æqlis angulo t e f,liea ergo e d est tm unica linea,cuius alterius pũcti forma potest reflecti ad uisum c,sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflecteť,cũ em aliqua linea incidẽtiæ peruenit ad aliquod punctũ corporis,non potest forma alterius puncti per illam lineã incidere spe culo,qm punctus altior occultat posteriorẽ,nec præstat transitũ formæ illius, patet er go ꝓpositũ,qm in his speculis à q̃cũq; puncto facta reflexione forma unius pũcti nõ po test ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum,sed à duo bus uisibus possunt in eodem puncto speculi duoꝝ punctoꝝ formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersoꝝ punctorũ, qm ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularẽ e f,se secantes, in quarum quæ libet ex utraq; parte perpẽdicularis e f,sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aũt illud quod hic proponitur satis patuit per 29. quinti huius, hic tm idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existen te communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum pun ctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic ꝓpositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis,quod ab uno tm puncto fit reflexio, & una tm occurrit uisui imago, ut patet per 46.& 48.quinti huius,linea em recta est cõmunis sectio superficiei reflexi onis & superficiei speculi hinc inde,unicus ergo tm est punctus reflexionis,unica tm er go uidebiť imago sub superficie speculi semper apparens,ut in planis speculis,eritq; per 49. quinti huius,distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super specu lum,patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyra midalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis po test fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

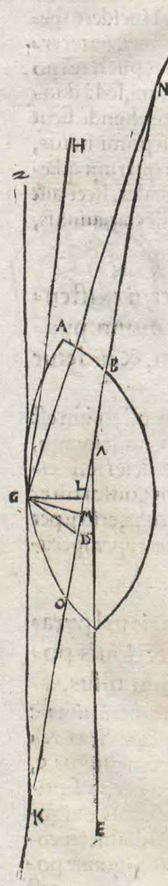
Sit speculum columnare uel pyramidale concauũ,cuius axis a b,sitq; centrũ uisus c & punctũ rei uisæ sit d,ut patet in figura 6.huius. Si itaq; cõmunis sectio superficiei re flexionis & speculi fuerit sectio oxigonia,dico quod forma puncti d,ad centrũ uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam em ostendimus supra per 22.septi mi huius,quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tm puncto sectionis oxigo niæ,fit formæ eiusdẽ puncti reflexio ad uisum eundem,& diximus quod si diameter co lumnæ fuerit æqualis distantiæ oculoꝝ,quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ po

teſt fieri reflexio ad uiſum,aliàs em̃ latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia .ſ. illa per quæ tranſit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquedistanter baſibus,unde uiſo uno illoꝝ punctoꝝ alius punctus latebit propter minoris portionis colũnæ ipſius apparentiam. In his uero ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior portio columnæ,ut patet per quintã huius,unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo puncta,quæ ſunt extremitates diametri circuli æquedistantis baſibus columnæ, eodem modo penitus de ſpeculis pyramidalibus concauis declarandũ,eius em̃ ſuperficiei plus medietate uni uiſui occurrit,& duo puncta per diametrum circuli æquedistãtis baſi pyramidis oppoſita uideri poſſunt,patet ergo propoſitum.

X.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente,erit locus imaginis quandoq; ultra ſpeculum,quandoq; citra uiſum,quandoq; in centro uiſus, quandoq; in ſuperficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum.

Eſto ſpeculũ columnare concauũ,cuius pars axis ſit d k,& eius ſupficiei columnaris & ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit oxigonia, quæ a b g,dico quod poſſibile eſt totũ,quod hic ꝓponitur,ducatur em̃ in hac ſectione perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculum contingentem in puncto reflexionis quæ ſit d g, hoc itaq; per 112.& per 104.primi huius,erit ſemidiameter cuiuſdam circuli ſecundũ illum punctũ ſecantis columnã ſpeculi æque diſtanter baſibus,ſecabitq; axem ſpeculi q̃ eſt k d,ſitq; ut ſecet ipſum in puncto d,eritq; illa perpendicularis tm̃ una, cum â nullo alio puncto ſectionis a b g,poſſit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto reflexionis cꝫ ab uno puncto reflexionis,cũ omnes aliæ lineæ â quibuſcũq; punctis ſectionis a b g, ductæ ad axem d h,ſunt obliquæ ſuper ſupficiẽ illam ſpeculũ contingentem ut patet per prænominatas ꝓpoſitiones primi huius. Sumatur item alius punctus ſectionis a b g,qui ſit b, & ducatur ab illo puncto b,linea perpendicularis ſup lineam rectam contingentẽ ſectionẽ a b g, in puncto b,& hæc quidẽ linea per 114.primi huius, neceſſario cõcurret cũ ꝓpendiculari g d.Sit ergo exempli cauſa,concurſus in puncto d,qm̃ ſi concurrant ſub puncto d,eadẽ eſt demonſtratio,ſitq; pũctus b,taliter ſumptũ in ſectione a b g,circa punctũ g,ut angulus b d g,ſit acutus. Deinde â puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g,linea æquediſtans lineæ b d,per 31.primi,quæ ſit g h,& hæc linea cadet inter pyramidalẽ ſectionem,ideo quia cũ angulus g d b ſit acutus ex hypotheſi,erit ſuus coalternus qui eſt angulus h g d,ſimiliter acutus ꝑ 29.primi,cũ lineæ b g & g h,adinuicem æquediſtent. Item inter puncta d & h,ducatur à puncto g,linea in ſuperficie ſectionis q̃ per 2.primi huius,neceſſario cõcurret cũ linea b d,qm̃ ipſa concurrẽt cum linea b g,æquediſtante lineæ b d,ſit ergo punctus cõcurſus n, cadet itaq; linea g n,inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n,ſumat̃ punctus quicũq;,qui ſit o,inter duo puncta g & n, & ultra punctũ n, ſumatur punctũ t,in linea g n.Item â puncto g,ducatur extra ambas lineas g h & b d,& alia linea inter ſectionẽ a b g,quæ ſit g 3,hæc itaq; linea g 3,quia concurrit cũ linea h g,in puncto g,neceſſario concurret cum linea d b,,ducta ultra punctũ b,per 2.primi huius, ſit cõcurſus in puncto e,& ſup g, tm̃ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d,ꝑ 23.primi,quæ ſit angulus d g q,cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d,æqualis angulo h g d,& fiat angulus m g d,æqualis angulo n g d,ſintq; omnia puncta q, b & m, in linea

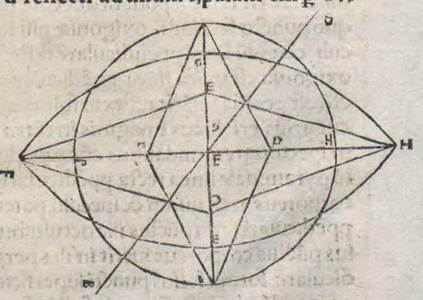


nea b d,palam itaq; per 20.quinti huius,quod ſi centrũ uiſus fuerit in puncto 3,reflectet̃ ad ipſum forma puncti q,à puncto ſpeculi g.& erit per 37.quinti huius, locus imaginis punctũ e,& ſi fuerit centrũ uiſus in puncto h,reflectet̃ ad ipſum forma puncti b, à puncto ſpeculi g,& qm̃ kathetus incidentiæ quæ eſt l d,æquediſtat lineæ reflexionis quæ eſt g h,palam qd̃ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto ſuperficiei ſpeculi à quo fit reflexio quod eſt punctũ g,qui locus eſt primus & ꝓprius ipſius imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ,prout diximus in 22.octaui huius. Si uero centrũ uiſus fuerit in puncto o,reflectetur ad ipſum forma puncti m,à puncto ſpeculi quod eſt g,& locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uiſus fuerit in pũcto n,erit locus imaginis formæ puncti m,in ipſo centro uiſus ꝙd eſt in puncto n, quod ſi centrũ uiſus fuerit in puncto t,erit iterum locus imaginis formæ puncti m,in puncto n,quod erit inter uiſum & ſuperficiem ſpeculi,patet ergo propoſitũ,qm̃ in ſpeculis pyramidalibus cõcauis poterit ſecundũ præmiſſa cooperante p 113. primi huius,demonſtratio facíliter coaptari,hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui quãdoq; ab uno puncto ſpeculi,quãdoq; à duobus fit reflexio,& locus imaginis ſemper erit centrum uiſus.

Sit ſpeculum columnare concauũ, cuius axis ſit a b, ſitq; centrum uiſus c, & punctũ rei uiſæ d, ſintq; puncta c & d in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiẽ ſpeculi quæ ſit e f,uel in alia linea perpẽdiculari ſuper lineam e f,quæ ſit h p,ita qd̃ punctus e ſit pũctus ſuperficiei ſpeculi,& punctus f ſit punctus axis a b,& ꝓducatur linea e f,ad aliam partem ſpeculi in punctũ g,dico quandoq; ab uno puncto ſpeculi,ut à puncto e, quandoq; à duobus,ut à punctis e & g,poteſt forma puncti d reflecti ad uiſum t,palam em̃ p 21. quinti huius,quod linea t e, in qua eſt pũctus rei uiſæ quæ eſt d,reflectitur in ſeipſam, tunc em̃ infinitæ poſſunt intelligi ſupficies ſecantes ſe ſuper lineã e f, quaꝝ quælibet eſt erecta ſuper ſuperficiẽ contingentem ſpeculũ p 18. undecimi,cũ linea e f,quæ eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem,quando ergo quarundã illaꝝ ſuperficierum & ſuperficiei ipſius ſpeculi cõmunis ſectio eſt linea recta, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi æquediſtans axi a b,tunc ſicut per 21. quinti huius in ſpeculis quibuſdã oſtendimus, non fiet reflexio niſi ſuper eandem lineam perpendicularem, quæ eſt e c,& ut patet per 32.& 36.quinti huius,locus imaginis eſt centrũ uiſus,qui eſt punctus t,nec uidebit aliqs punctus rei uiſæ niſi ſolus ille qui fuerit in ſuperficie ipſius uiſus,qñ uero aliqua illaꝝ ſuperficierum ꝓpendicularíũ ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentẽ,ſecant ſuperficiem concauã ipſius ſpeculi, ita quod cõmunis ſectio illarũ ſuperficierum eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ, cuius centrum eſt f,punctũ axis,& tunc ſi punctum f fuerit in diametro p h,inter punctũ c, quod eſt centrum uiſus,& punctum d, quod eſt pũctum rei uiſæ,ita quod æqualiter diſtet ab utroq;,ſitq; linea c f,æqualis lineæ f d,poterit forma pũcti d,ad uiſum c,reflecti â duobꝰ pũctis ſpeculi,q̃ ſunt e & g,& ſunt pũcta terminantia diametrũ illius circuli, â qlíbet em̃ illoꝝ pũctoꝝ fit reflexio formæ pũcti d,ad uiſum c,ideo qd̃ angulꝰ d e f eſt æq̃lis angulo f e c,& ſimiliter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4.primi, duoꝝ em̃ trigonoꝝ d f e & f e c,duo latera d f & f c ſunt æqualia ex hypotheſi,& latus f e eſt cõmune, angulusq; d e f,eſt æq̃lis angulo c f e,quia uterq; eſt rectus,& ſimiliter eſt ĩ trigonis d f g & c f e, angulum



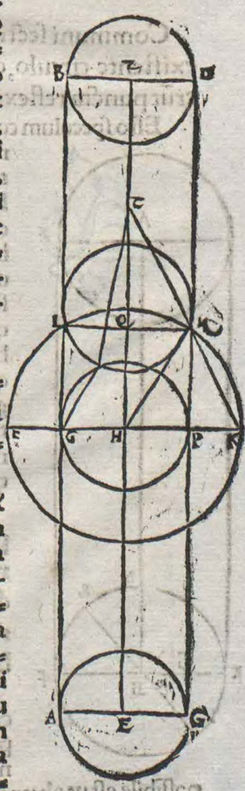
gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & qm̃ kathetus incidentiæ qui est d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit nisi in centro uisus, quod est c, patet per 37. quinti huius, qm̃ centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ est c d h, non reflectunt̃ ad uisum c, à puncto speculi h, nisi solus ille punctus qui est in superficie ipsius uisus, ut supra patuit, ideo qd̃ non reflectitur nisi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illaꝝ supficierum ppendiculariũ super superficiem speculũ propositum in puncto e cõtingentem, & superficiei speculi fuerit oxigonia sectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis, tm̃ sicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ ppendiculares sup supficiem in supficie sectionis se intrinsecare non possint, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrũ f, ut iam patuit, quæ sunt p h & e g, nõ em̃ est diameter sectionis quæ est p h, perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto h, sed oblique incidit super illam, quando diameter e g, perpendicularis est super superficiẽ speculi, & hoc accidit ꝓpter obliquationem sectionis oxigoniæ super axem columnæ speculi, non ergo reflectet̃ forma puncti d, ad uisum c, per lineam c d h, sed si puncta d 3 c, æqualiter distent à pũcto f, ita ut linea d f, sit æqualis lineæ f c, tunc à punctis speculũ e & g, quæ sunt termini lineæ ppendicularis super supficiẽ speculi, quæ est linea e f q, potest fieri reflexio formæ puncti d, ad uisum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut supra patuit, qm̃ anguli d e f, & f e c sunt æquales, & itẽ anguli d g f & f g c sunt æquales, & pũctũ rei uisæ ꝙd est d, & centrũ uisus qd̃ est c, sunt cũ ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cũ puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est ppendicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculum in punctis e & g, in eadẽ supficie ipsius sectionis, patet ergo qd̃ fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, & erit locus imaginis in utrisq; centrũ uisus qd̃ est c, sed si puncta d & c, fuerint in ppendiculari e f, tunc nõ fiet reflexio ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ nisi solũ à puncto e, qm̃ forma incidens superficiei speculi secundũ lineã ppendicularẽ reflectit̃ secundũ eandẽ perpendicularẽ, & in sectione oxigonia est unica linea ppẽdicularis sup supficiẽ speculũ cõtingentẽ, ẽre ut prius dictũ est per illã solã fit reflexio solius pũcti lineæ ppẽdicularis, q est i superficie uisus, & sicut prius erit locus imaginis in cẽtro uisus. Eodẽ ꝙq; mõ deducẽdũ, patet idẽ ꝓpositũ in speculis pyramidalibus cõcauis, ducta em̃ à centro uisus ad supficiẽ cõtingẽtẽ speculũ pyramidale linea recta ppẽdiculari sup illã supficiẽ, si i illa ppẽdiculari sumat̃ pũctus corporeus iter uisum & speculũ, patet qd̃ nõ reflectet̃ forma eius ad uisum secundũ illã ppẽdicularẽ, qm̃ pũctus ille occultabit tm̃ ppẽdicularis, & nõ reflectet̃ ab ipso, si aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari, reflectet̃ ad uisum secundũ hanc perpẽdicularẽ forma solius puncti superficiei uisus, qd̃ punctũ ex illa supficie uisus secat ipsa perpendicularis, si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, ab uno tm̃ pũcto speculi fit reflexio, sicut & in alio speculo colũnari poste̅ sum est, qd̃ si sectio fuerit oxigonia, qnq; ab uno puncto, qnq; à duobus potest fieri reflexio secundũ diuersitatẽ situs rei uisæ & cẽtri uisus, qm̃ punctis c & d existentibꝰ in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & si puncto t, existẽte in linea f g, punctus d, sit in linea f e, fiet reflexio forte à punctis h & p, & semp locus imaginis est centrũ uisus, uniuersaliter em̃ tam in speculis pyramidalibꝰ ꝙ colũnaribꝰ concauis existẽte axe speculi iter uisum & speculũ nõ fiet reflexio p lineã ad uisum ppendicularẽ nisi ab uno tm̃ pũcto speculi quẽ secat illa ppendicularis, & solum illius puncti supficiei uisus, quẽ secat illa ppendicularis ducta à centro uisus, hoc quoq; qd̃ ꝓmisimus, tunc demum uerum est, si linea f h fuerit ppendicularis super lineam longitudinis speculi, quod est possibile fieri in speculis pyramidalibus, non aũt in speculis columnaribus, quia tũc semp sectio est obliqua super supficiem speculi, & similiter est de linea f p, patet ergo ꝓpositum, qm̃ sectionem pyramidalẽ possibile est sic disponi, ut linea p h, sit perpendicularis super speculi superficiem, & ut ordinetur reflexio secundum illud.

Centro

XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis centrum uisus.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrum circuli quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni qui est totius sphæræ oculi transiens per centrum foraminis uneæ & per centrum oculi, hoc est arcui qui interiacet extremas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiã foraminis uneæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur em̃ illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphæræ ipsius oculi secantis portionem sphæræ oculi, cui correspondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super supficiẽ sphæræ oculi per 72. primi huius, qm̃ ducãtur à cẽtro, sed eædem lineæ ad periferiam circuli basis speculi ꝓductæ sunt ppendiculares super superficiẽ speculi ꝑ eandem rationem, qm̃ exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt ꝑpendiculares super utrasq; istas superficies, ergo per 21 quinti huius, ipsæ reflectunt̃ in se ipsas, formæ ergo puncto; superficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes reflectũtur ad uisum per easdẽ, & qm̃ circulus sphæræ oculi & circulus basis speculi cũ idem centrum habeant sunt circuli æquedistantes, patet ꝑ diffinitionem similium arcuũ, quod arcus quasq; duas ipsaꝝ semidiametros interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectit̃, & forte ille arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtẽsum arcui circuli magni & sphæræ ipsius oculi transeunti per centrũ uneæ & trans totum foramen uneæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphæræ oculi, illi aũt corrñdet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphæræ 4. circuli per ultimã sexti, locus aũt imaginis omniũ punctoꝝ superficiei oculi taliter reflexoꝝ est in centro ipsius uisus, ut patet ꝑ præmissam, & qm̃ de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.



XIII.

In speculis columnaribus cõcauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit e 3, sintq; t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctoꝝ reflecti ad alterũ, ut proponit̃. Sint em̃ circuli a g & b d basis speculi, & diuidat̃ linea t h, per æqualia in puncto q, per 10. primi, & super centrum q, describatur circulus in superficie speculi æqdistans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q n, ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sint b l a, & d m g, fiat quoq; circa centrũ h circulus, cuius diameter sit linea k h p, & ducant̃ lineæ t l, t m, h l, h m, quia axis speculi qui est e 3, p 92. primi huius, erectus est sup superficiem circuli l m patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q, est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æqua-

les per diffinitionem circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt t q m & h q m, & t q l & h q l, sunt æquiangula, angulus itaq; t l q, est æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto c, & alicuius rei uisæ punctus fuerit h, reflectet forma puncti h, ad uisum existentem in puncto speculi quod est l, & similiter â puncto m, si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod est part axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principium, tunc punctus l, motu suo describet circulũ, & semper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectet forma puncti h, ad uisum existentem in puncto t, ga uero diameter p h k, est ꝓpendicularis super superficiẽ speculi, palã quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h, ꝓducaf itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra superficiẽ speculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, ꝓducta, concurret autem per 14. primi huius, qm̃ fiet cum angulus t h k, sic rectus, angulus h t l est acutus, sit punctus cõcursus f, similiter quoq; ꝓducto katheto h p, ultra punctũ p, concurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m, sit punctus cõcursus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebit simul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu pũctus f, describet circulũ extra columnã speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit ꝓbandi modus sumptis quibuscũq; duobus pũctis in axe speculi, oportebit tm̃ hoc modo uisum taliter sisti, ut cẽtrũ eius sit directe ī axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo centro circuli speculi, aut circuli basis, aut æque distantis ei, aliãs em̃ locus imaginis nõ occurret uisui extra speculũ, patet ergo ꝓpositũ.

XIIII.

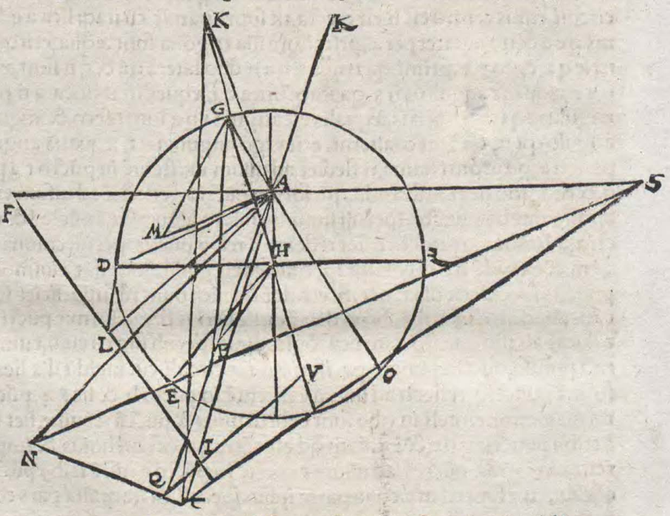
Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo, quandoq; unum, quandoq; duo, qñq; tres, qñq; quatuor erũt puncta reflexionis & nõ plura, & secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.

Esto speculum colũnare concauum, cuius axis a b, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus qui c d, e f, cuius centrũ sit b, sitq; centrum uisus g, & punctũ rei uisæ h, quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia â centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico qd̃ uerum quod proponitur, ducantur em̃ diametri g b & h b, quæ ꝓducantur ad periferiam circuli, patetq; per 40. octaui huius, qm̃ possibile est qñq; formã puncti h, reflecti ad uisum existentem in puncto g, ab uno tm̃ pũcto circuli c d e f, qñq; â duobus, quandoq; uero â tribus, quandoq; uero â quatuor, non autẽ â pluribus, & qm̃ in ꝓposito cum reflexio fiat â circulo speculi nõ est aliqua differentia quo ad illud, patet ergo primũ ꝓpositum, patet ergo etiã prout ostensum est in 11. octaui huius, siue katheti incidentiæ cõcurrant cum lineis reflexionis siue æquedistent, qd̃ secundũ numerum linearũ reflexionis imagines numerant, & hoc est totũ qd̃ ꝓponebaf. XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexionis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tm̃ puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autẽ à pluribus, & secundũ hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare concauũ, cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq; incidens speculo, ita qd̃ nõ sit in aliqua linearũ ꝓpendicularium sup̃ superficiẽ speculi, quæ sit punctus a, taliter ut cõmunis sectio supficiei reflexiõis & speculi, sit sectio oxigonia, dico qd̃ possibile est ut ab uno puncto uel â duobus, uel â tribus, uel 4. pũctis alicuius oxigoniæ sectionis

sectionis fiat reflexio ad uisum, & qñq; unica appareat imago, qñq; duæ, qñq; tres, qñq; 4. & nõ plures imagines, qm̃ totidẽ sunt pũcta reflexionis tm̃ possibilia, imaginẽ itaq; superficies plana transiens per punctũ a, æquedistans basibus speculi ꝓpositi, eritq; cõmunis sectio huius superficiei & superficiei speculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ si h, sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctũ qd̃ sit b, inæqualiter distans â centro h, in puncto a, & ducanf â punctis a & b, ad centrũ circuli h, lineæ a h & b h, & cõpleanf diametri illius circuli eisdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde ꝓductis, palã ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate p̃cedente, & in 40. huius, qd̃ ab uno puncto arcus interiacentis duas semidiametros a h & b h, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentẽ in puncto b, uel forsitan â duobus uel â tribus, sed nõ â pluribus, ab arcu uero oppositio isti arcui utpote ab illo arcui q̃ cadet inter easdẽ semidiametros ꝓductas ad aliam partẽ periferiæ circuli nõ potest fieri reflexio formæ puncti a, ad uisum b, nisi ab uno tm̃ pũcto. Esto itaq; qd̃ forma pũcti a, reflectatur ad uisum h, â trib9 pũctis speculi ꝓpositi arcus. s. unius interiacẽtis semidiametros a h & b h, quæ sint puncta g d e, & ducantur lineæ a g h g, a d, h d, b d, a e, h e, b e, & â puncto a, rei uisæ, ducanf in eadem superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris, quæ sunt h g, h d, h e, quæ lineæ æquedistantes sint a k, a f, a n, ita quod linea a k, sit æq̃distãs semidiametro h g, & linea a f, semidiametro h d, & linea a n, semidiametro h e, cũ itaq; linea a k, sit æq̃distans semidiametro h g, & linea b g, cõcurrat cũ eadẽ semidiametro in puncto g, palã p̃ 2. primi huius, qm̃ linea b g, cõcurret cũ linea a k, sit ergo punctus cõcursus k. Similiter q̃q; per eandẽ rationẽ linea b g d, cõcurret cũ linea a f, sit cõcursus pũctus f, similiter q̃q; linea b e, cõcurret cũ linea a n, sit pũctus cõcursus n, deinde â puncto b, erigaf ꝓpendicularis sup̃ superficiẽ circuli, cuius centrũ h, p̃ 12. undecimi, q̃ sit b t, & qm̃ axis x h, est perpendicularis sup̃ supficiẽ illius circuli, erit per 6. undecimi, linea b t, æquedistans axi x h. Sumaf itaq; in linea b t punctũ quodcũq;, qd̃ sit t, & ab illo ducanf tres lineæ ad tria puncta k f n, q̃ sint lineæ t k, t f, t n, & â tribus punctis g d e, erigant p̃ 12. undecimi, tres ꝓpẽdiculares sup̃ superficiẽ circuli, cuius centrũ l h, q̃ sint g m, d l, e q, erũt ergo p̃ 6. undecimi, lineæ b t & e q æquedistãtes, & qm̃, ut patet p̃ 1. primi huius, oẽs lineæ æquedistantes sunt in eadẽ supficie, palã p̃ 1. undecimi, qm̃ lineæ b t & e q, sunt in supficie trianguli b t n, igit̃ linea e q, secabit lineã t n, sit ut secet ipsam in puncto q, & penitus per eundẽ modũ sit ut linea d l, secet lineã t f in pũcto l, & linea g m, secet lineã t k in pũcto m. Erũtq; per 92. primi huius, hæ 3. lineæ, s. e q & d l, & g m, partes linearũ longitudinis speculi, cũ sint in supficie colũnæ speculi ꝓpẽdiculariter ꝓductæ super basẽs speculi per 23. primi huius, & â puncto q, ducaf per 31. primi, linea æq̃distantis lineæ h a, q̃ sit linea q u, hæc itaq; per 30. primi, erit æquedistans lineæ h e, qm̃ ipsa h e, æq̃distat lineæ a n, ut patet ex p̃missis, ga itaq; axis x h, cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi huius



ius,qm̃ ipſe axis cõcurret cũ eius æq̃diſtante ducta à pũcto q,ſit cõcurſus in pũcto u, & ſit illa æq̃diſtans linea q u,& ducaſ linea t a,hæc itaq; ſecabit lineã q u,qm̃ linea q u,ducitur à latere trianguli t b n,& alterius lineæ e q æquediſtãtis baſi t b,& omnes illæ lineæ ſunt in eadem ſupficie,lineaq; t a, ꝓducta eſt inter lineã t u,æquediſtãtẽ axi h u,& inter ipſum axẽ,patet qđ linea t a,ſecabit lineã q u,ſunt em̃ ambæ in eadẽ ſuperficie, ſit itaq; lineaꝝ t a & q u,punctus ſectionis i,& ducaſ linea q a,qa itaq; liee h e & a n,ſunt æque diſtãtes,ut ſupra patuit,palã ꝑ 29.primi,qa angulus b e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n a intrinſeco,& anguli h e a & e a n ſunt æq̃les,qa coalterni,ſed angulus reflexiõis quæ eſt h e b,eſt æqualis angulo incidẽtiæ,quæ eſt a e h,ꝑ 20. qnti huius. Erit ergo angulus e a n,æqualis angulo a n e,ergo per 6.primi in trigono e a n,duo latera e a & e n, ſunt æqualia,ſed liea e q eſt ꝓpendicularis ſup ſuperficiẽ trigoni a e n,qa & ſup ſupficiẽ circuli,cuius centrũ eſt h,eſt erecta,ut ſupra patuit,cũ itaq; liea a e,ſit cõis duobus trigonis q e a & q e n,patet per 4.primi,qm̃ illa trigona ſunt æq̃lia,eritq; liea q n, æqualis lineæ q a,ergo ꝑ 5.primi,qa trigoni q a n,duo latera q a & q n ſunt æqualia, erit angulus q a n,æqualis angulo q n a,qa itaq; linea q i,æquediſtat lineæ a n,patet ꝑ 29.primi, qm̃ angulus t q i extrinſecus,æqualis eſt angulo t n a intrinſeco,& angulus i q a, æqualis eſt angulo q a n, qa ſunt coalterni, erit ergo angul9 i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; puncti a,ꝑ 20.qnti huius,reflectẽ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t,à pũcto ſpeculi qđ eſt q,& eodẽ mõ demonſtrandũ,qm̃ forma pũcti a,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto t, ab alijs duob9 punctis ſpeculi ſimilib9 pũcto a,quæ ſunt pũcta l & m,ſit ergo formæ pũcti a,ad uiſum in punctũ t, fiet reflexio à trib9 pũctis ſpeculi colũnaris cõcaui, quæ ſunt q l m,& ex eadẽ parte colũnæ ſpeculi nec eſt poſſibile ut fiat eiuſmodi reflexio à pluribꝰ punctis ſpeculi ex illa parte. Si em̃ deꝰ ꝙdcũq; punctũ ſuperficiei ſpeculi colũnaris cõcaui aliud ab iſtis trib9,à quo dicaſ poſſe fieri reflexio formæ pũcti a,ad uiſum in pũctũ t,ducaſ ab illo puncto dato liea lõgitudinis ſpeculi ſup circulũ,cuius centrũ h,& oſtẽdiẽ mõ ꝓmiſſo,quod à puncto periferiæ illius circuli,cui incidit illa liea lõgitudinis, poteſt forma puncti a,reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b,& ſic à 4.pũctis arcus interiacentis diametros circuli,in qb9 ſunt centrũ uiſus & pũctũ rei uiſæ,fiet reflexio ad uiſum. ſ. à trib9 punctis g d e,& à 4.dato ꝙd eſt cõtra 40.octaui huius,& impoſſibile,nõ ergo fiet reflexio formæ pũcti a,ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t,niſi à trib9 pũctis ſpeculi colũnaris cõcaui, quæ ſunt q l m ex una parte ipſius ſpeculi. Si itaq; alia pars colũnaris ſpeculi abſciſa fuerit,patet qđ tm̃ fiet reflexio à trib9 pũctis ſpeculi, qđ ſi totũ ſpeculũ integrũ fuerit, poſſibile eſt fieri reflexionẽ à pũctis 4. Iam em̃ patuit ꝑ 27.octaui huius,qđ ex arcu circuli,cuius centrũ h,oppſito arcui g t d e c,poteſt forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtẽtem in puncto b,ab uno tm̃ pũcto. Sit ergo illud pũctũ 3,& ducaſ ſemidiameter h 3,à pũcto a,ꝑ 31.primi,ducaſ linea æquediſtans,q̃ ſit a s,& ducaſ linea reflexionis quæ ſit b 3 cõcurrẽs cũ liea a s i pũcto s,cõcurret aũt ꝑ 2.primi huius,qm̃ cõcurrit cũ liea h 3, æque diſtãte ipſi a s,& à pũcto 3,erigaſ ſup ſupficiẽ circuli,cuius centrũ h, liea 3 o ꝓpẽdiculariter ꝑ 12.undecimi,hæc ergo ꝑ 6.undecimi,æquediſtabit lieæ b c,ducaſ itaq; linea t s, q̃ ſicut prius in alijs declarauimus,ſecabit lineã 3 o,qm̃ ſunt in eadẽ ſupficie,ſit ergo punctus ſectionis o,patebitq; ſecũdũ ꝓmiſſos prius modos,qm̃ forma pũcti s,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in dũcto t, & à pũcto ſpeculi qđ eſt o,nec erit poſſibilis reflexio ab aliquo puncto ſupficiei ſpeculi ex illa ꝑte ꝑter q̃ à pũcto o. Si em̃ deꝰ qđ ab aliq̃ alio pũcto hoc ſit poſſibile,ſequeꝰ ut prius deduximus, qđ ſimiliter ab alio pũcto illius arcus circuli,cuius cẽtrũ h,q̃ à pũcto 3,poſſit forma pũcti a,reflecti ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto b,qđ eſt ĩpoſſibile, & cõtra 29.octaui huius. Si itaq; forma pũcti a,ab uno pũcto circuli, cuius cẽtrum h,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b,reflecteꝰ eadẽ forma pũcti a,ad eandẽ ſpeculi colũnaris cõcaui ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t,ab uno tm̃ ſpeculi pũcto,et ſi à duob9 punctis ſpeculi fiat reflexio formæ pũcti a ad b,& à duob9 pũctis ſpeculi reflecteꝰ a ad t. Si uero una haꝝ reflexionũ à trib9 fiat pũctis,fiet etiã reliq̃ à trib9,& ab illa ꝑte circuli uel ſpeculi nõ eſt poſſibile fieri plures reflexiões,ſicut aũt ab uno tm̃ pũcto arcus oppoſiti in circulo fit reflexio formæ pũcti a ad punctũ b,ſic etiam ex illa ꝑte ſpeculi ab uno tm̃ pũcto fit reflexio formæ pũcti a,ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t. Itẽ linea t b æquediſtat axi

x h. Sũt ergo in eadẽ ſupficie ꝑ 1.primi huius,q̃ eſt ſupficies b h u,nec em̃ poteſt alia ſumi plana ſuperficies in qua ſint illæ lineæ t b & h x,per 1.undecimi. Itẽ nec poteſt ſumi aliqua plana ſuperficies in qua ſit punctus a,& axis x h,præter ſuperficiem a u h, per 18. undecimi,eſt erecta perpendiculariter ſuperſuperficiem circuli cuius centrum eſt punctũ h,cũ per 92.primi huius, axis h u,ſit perpẽdicularis ſuper ipſam,punctus ergo c,nõ eſt in eadem ſuperficie cum puncto a,erecta ſuper ſuperficiem ducti circuli, ſed neq; illa puncta c & a,ſunt in eodem circulo, ſed neq; ſunt in axe ſpeculi,quoniã linea b c eſt æquediſtans axi ſpeculi qui eſt x h. Superficies ergo in qua forma puncti a,reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto c,eſt oxigonia ſectio, uerũ ꝓducta linea c a,ex utraq; parte ultra puncta c & a,ut fiat linea p r,cum quatuor ſint ſuperficies reflexionis,quia à quatuor punctis fit reflexio quæ ſunt q l m o,& in qualibet illarum quatuor ſuperficierum neceſſe eſt eſſe duo puncta quæ ſunt a & c,patet quod linea p r,eſt cõmunis illis quatuor ſuperficiebus per primam undecimi,quoniam lineæ p r,ſunt centrũ uiſus quæ eſt punctum c, & punctum rei uiſæ quod eſt punctum a,quæ neceſſe eſt eſſe in oĩi ſuperficie reflexiõis factæ ab his ſpeculis,ut patet per 3.huius,quælibet aũt illarum ſuperficierum ſecat ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto ſuæ reflexionis,& cuilibet iſtarum ſuperficierum reflexionis,& ſuperficiei in illo puncto ſpeculũ contingentis cõmunis ſectio eſt linea recta,per 3.undecimi,& ſicut puncta reflexionis non ſunt eadem, ſicut lineæ cõmunes illarum ſectionũ ſunt eædem,linea itaq; p r,eſt perpendicularis ſup unam tantum illarũ quatuor cõmuniũ linearũ non ſuper duas,quoniam ſi eſſet perpendicularis ſuper duas illarum linearum,eſſet perpendicularis ſuper duas ſuperficies ſpeculum ſecundum puncta illarum linearũ contingentes,linea itaq; p r, neceſſario tranſiret axem,cum tamen oſtenſum ſit prius quod linea c a, quia eſt pars lineæ c p r, cadat citra axem ſpeculi quæ eſt x h,neceſſario ergo oportet duci quatuor diuerſas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas cõmunes à pũcto rei uiſæ quod eſt a,quæ erũt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares ſuper oxigonias ſectiones cõmunes illis ſuperficiebus reflexionum & ſpeculi. Quælibet itaq; iſtarum perpendicularium aut erit æquediſtans lineæ reflexionis,aut concurret cum illa ſiue intra ſpeculum ſiue extra, ſi fuerit æquediſtans,erit locus imaginis ipſe pũctus reflexionis ut ſupra patuit in undecima huius,& cum quatuor ſint huius perpendiculares, erũt quatuor loca imaginũ,& quatuor imagines,ideo quod quatuor ſunt loca reflexionum. Si uero omnes ille quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis ſuarum reflexionum,erunt item quatuor imagines, q̃a quatuor ſunt concurſus illarum linearum,ſic ergo loca imaginum numerantur ſecundũ numerum punctorum reflexionis, & hoc eſt propoſitum.

XVI.

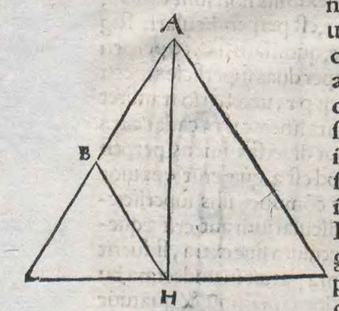
In ſpeculis columnaribus concauis dato centro uiſus in puncto rei uiſæ punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum columnare concauum,cuius axis ſit d h,ſitq; punctũ rei uiſæ a, & centrum uiſus b,quæ fiũt in locis datis,dico quod eſt poſſibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pũctum rei uiſæ quod eſt a,& centrum uiſus quod eſt b, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculum trans axem ſecante,tunc patet per 93.primi huius,quia communis ſectio ſuperficiei reflexiõis,& ſpeculi eſt linea longitudinis,poteſt itaq; inueniri punctũ reflexionis ſicut in ſpeculis planis per 46.quinti huius,quod ſi puncta a & b,non fuerint in tali ſuperficie,imaginetur ſuperficies tranſiens per punctum a,ſecans ſpeculum æque diſtanter baſibus,erit ergo per 100.primi,communis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei ſpeculi circulus, centrum itaq; uiſus quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli aut non, ſi ſic, poteſt reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, ſicut ſupra in 27.octaui huius,docuimus in ſpeculis ſphæricis concauis. Si uero centrum uiſus b,non fuerit in ſuperficie illius circuli,tunc cũ punctum rei uiſæ, & centrum uiſus ſemper ſit in ſuperficie reflexionis, per 3. huius, patet quod cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxigonia: ducatur ergo à puncto b,centro uiſus perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli per 11.undecimi,& replicetur tota ꝓ batio proximæ præcedentis, eſt palam,quia inuenitur pũctus reflexionis,quod eſt propoſitum.

XVII.

Centro uiſus exiſtente in puncto qui eſt communis ſectio axis, & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum pyramidale concauum fiet reflexio formæ ipſius oculi ab una totali periferia circuli ſpeculi æquediſtantis baſi, & ſolum per lineas perpendiculares, locuſq; imaginis erit in centro uiſus.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit a h, & ducatur à puncto h, linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem ſpeculum in puncto b, erit itaq; punctus h, communis ſectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ eſt h b, dico quod ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota periferia unius circuli ſpeculi æquediſtantis baſi cuius polus erit punctus h. Sit eñ punctus a, uertex ſpeculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet p 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis ſpeculi, eritq; trigonum h b a orthogonium, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b, ſuper lineam a b, imaginentur ergo à pũcto h, plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b, perpendicularis ſuper lineam longitudinis quæ eſt a b, uel remanente fixo a h, latere trigon i a b h, & circumducto trigono quouſq; ad locum unde exiit redeat, deſcribetq; punctum b, circulum in periferia concauitatis ſpeculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto h, ſecundum lineas perpendiculares ſimiles lineæ h b, hoc eſt ſecundum lineas quas motu ſuo determinabit linea h b, fiet autem reflexio ſolũ ſuperficiei illius uiſus per 21. quinti huius, & ſolum partis ſuperficiei uiſus, quam ſecant duæ lineæ perpendiculares à centro oculi exiſtentes, & maiorẽ angulũ qui eſt impoſſibilis continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus, quoniam non fit reflexio niſi ſecundum perpendiculares, patet itaq; ꝓpoſitum, ita tamen quod inter centrũ uiſus & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod corpus ſolidum quod obſiſtat.



XVIII.

Exiſtentibus centro uiſus pũctoq; rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis concaui, poſſibile eſt reflectionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi, locuſq; imaginis erit quidam circulus extra ſpeculum.

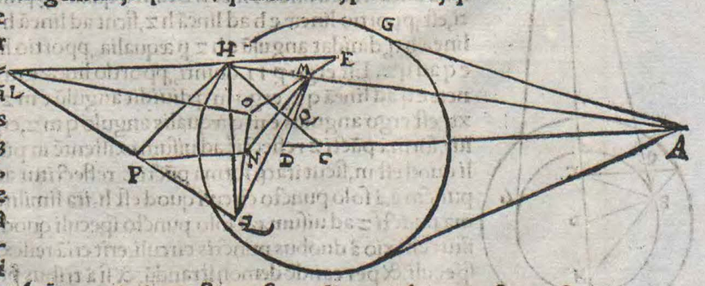
Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit linea a h, & uertex a, ſitq; centrum uiſus in puncto h, & ſit punctus rei uiſæ in puncto axis qui ſit t, imaginetur q; ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecundum axis longitudinem, quæ ſit a b h g, & qm̃ linea a h eſt axis ſpeculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis ſpeculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uiſæ quod eſt t, linea perpendicularis ſuper lineam a b quæ ſit t q, & producatur ultra punctum q, extra ſpeculum ad punctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l, hæc itaq; neceſſario ſecabit lineam a b, quoniã eſt cũ illa in eadem ſuperficie, ſit ergo ut ſecet ipſam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem ſpeculi ſit linea b d ſecans axem a h in pũcto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q ſit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d, ꝑ 29. primi, ꝙa ſunt coalterni, & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto ſpeculi quod eſt b, ad centrũ uiſus exiſtens in puncto h, & quoniam linea t q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per diffinitionem, quoniam ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ pũcti t, concurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis q̃ eſt h b, in pũcto l, eſt ergo pũctus l, locus imaginis formæ pũcti t, per 37, quinti huius,

huius, ſi itaq; fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quouſq; redeat ad locum unde incepit, tunc punctus h, motu ſuo deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma pũncti t, ad uiſum exiſtentem in puncto h. Similiter quoq; l, motu ſuo deſcribet circulum extra ſpeculum, in cuius totali periferia erit locus imaginis formæ pũncti t, quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ pũncti t, & lineæ reflexionum formæ pũncti t ad uiſum h, concurrent, patet itaq; propoſitum.

XIX.

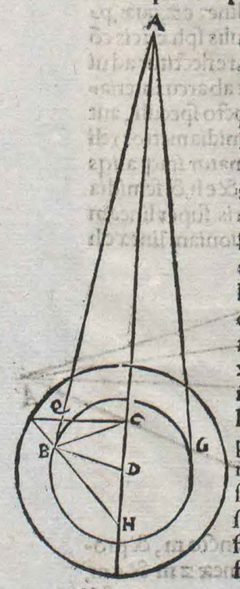
In pyramidalibus cõcauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente, & centro uiſus puncto ꝙ rei uiſæ exiſtentibus in eadem ſuperficie baſis ſpeculi aut ei æquediſtantis, neq; ſit ipſorũ aliquod in axe ſpeculi formarum punctorum rei uiſæ, quarundam ſit ab uno tantum pũcto ſpeculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum a g u, cuius axis ſit a d & uertex a, ſitq; punctus e centrum uiſus, & ſit z punctus rei uiſæ oblique incidens ſpeculo, ita quod non ſit in aliqua linearum perpendicularium ſuper ſuperficiem uiſus, neq; ſit in axe ſpeculi qd eſt a d, neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis ſpeculi, fiat tamen reflexio formæ pũncti z ad uiſum e, ab aliquo puncto ſuperficiei propoſiti ſpeculi. Erit ergo neceſſario communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia per ſecundam huius, & ſint puncta e & z, in eadem ſuperficie circuli baſis ſpeculi aut æquediſtantis ei, dico quod eſt poſſibile ut ab uno tantum puncto ſpeculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uiſum, & quandoq; unica apparebit imago, quandoq; duæ, quandoq; tres, quãdoq; quatuor, nec eſt poſſibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum ſunt pũcta reflexionis poſſibilia, imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctum z, æquediſtans baſi ſpeculi, hoc itaq; ſuperficies per 100. primi huius, ſecabit ſpeculũ ſecundũ circulũ, centrũ itaq; uiſus quod eſt pũctũ e, ut patet ex hypotheſi erit in ſuperficie illius circuli, cuius centrum ſit c, & ducatur linea e z, quæ ꝓducta ſecet illum circulũ, palam ergo per ea q̃ demonſtrata ſunt in ſpeculis ſphæricis cõcauis per 40. octaui huius, quoniam in tali diſpoſitione forma pũncti z, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte ſcilicet ab arcu interiacente ſemidiametros, in quibus puncta z & e conſiſtunt, aut ab uno puncto ſpeculi, aut à duobus, aut à tribus, et ex alia parte ab arcu ſcilicet interiacente illas ſemidiametros reliquas, in quibus puncta z & e, nõ conſiſtũt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliqs punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod ſit h, & ducantur lineæ z h & e h, & ſemidiameter c h, patet itaq; per 17. tertij, quoniam linea c h eſt perpendicularis ſuper lineam circulũ in pũcto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam eſt, quoniam linea c h diuidit angulũ z h e ꝑ æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h ſecabit lineã l e z, ſit ergo punctus ſectiõis q, ducaturq; ꝑ 101. primi huius, linea lõgitudinis ſpeculi quæ ſit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter ſup lineam a h, ꝑ 12. primi, quæ ſit q m ſecans lineam a h in puncto m, & producta ultra pũctũ q, ſecet axẽ ſpeculi qui eſt a d in pũcto d, & ducanẽ lineæ z m & e m,



& à

& à puncto z, quod est punctū rei uisæ ducatur in superficie illius circuli linea æq̄distans lineæ q h, q̄ sit z l, quia itaq; linea e h concurrit cū linea q h in pūcto h, patet per 2. primi huius, qm linea e h, producta ultra punctū h, cōcurret cū linea z l, sit cōcursus pūctus l, & à puncto h, ducat̄ linea perpendicularis super lineā l z, q̄ sit h p, deinde in superficie e m z, ducat̄ à pūcto z, linea æquedistans lineæ q m, q̄ sit linea z o, quia itaq; linea e m cōcurrit cū linea m q, patet p 2. primi huius, quod ipsa cōcurret cū linea z o ipsius æquedistante. Sit ergo cōcursus in pūcto o, & ducatur linea l o, & à pūcto p, ducat̄ linea æquedistans lineæ l o, quæ sit linea p n secans lineā z o in pūcto n, & ducatur linea m n, palā itaq; ex p̄missis, & p 20. quinti huius, qd̄ angulus e h q est æqualis angulo q h z, sed quia lineæ c h & l z æquedistant, patet p 29. quod anguli q h z & h z l sunt æquales, quia coalterni, sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseco, anguli ergo h l z & h z l sunt æquales, ergo p 6. primi, latera h l & h z sunt æqualia, sed linea h p est perpendicularis super lineā l z, basem y sochelis h l z, erūt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z similia, ergo per 4. sexti, cū linea h p, sit ambobus illis trigonis cōmunis, erit linea l p æq̄lis lineæ p z, sed in trigono l o z, linea p n est æquedistās lineæ l o, ergo per 2. sexti, erit ꝓportio lineæ z n ad lineā o n, sicut lineæ z p ad lineā p l. Est ergo linea z n æq̄lis lineæ n o, itē cū sicut patet ex p̄missis linea o z sit æq̄distās q m, & linea h q sit æq̄distās l z, ergo p 15. undecimi, erit superficies z l o æquedistās superficiei q m h, & superficies e o l, secat illas duas superficies, superficiē quidē q h m secūdū lineā h m, & superficiē l o z secundū lineā l o, ergo p 16. undecimi, cōmunes sectiones superficiei e o l, cū illis duabus superficiebus æquedistantibus sunt æquedistantes, linea ergo h m æquedistabit lineæ l o, sed linea p n æquedistat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æquedistāt, quia itaq; linea h p, cadit inē lineas h c & l z æquedistātes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c sunt æq̄les, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h c est rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cōtingit circulū, igit̄ superficies a h p est cōtingens pyramidem speculi, ergo per 95. primi huius, cōtingit lineā illā secundū lineā longitudinis q̄ est a h, & in hac superficie erūt ambæ lineæ p n & n m, linea quidē m h, qm̄ est pars lineæ longitudinis quæ est a h, linea uero p n, per 2. primi huius, Omnes em̄ lineæ æquedistantes necessario sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquedistāt, linea uero n m est in eadem superficie per primā undecimi, qm̄ pūcta n & m, sunt in illa superficie, est aūt linea d m ꝓpendicularis sup superficiē a h p, speculū cōtingentē, ergo linea d m est perpendicularis sup lineā n m, p diffinitionē lineæ perpēdicularis super superficiē, sed lineæ d m & o z æquedistāt, ut prius patuit, ergo p 29. primi, linea n m q̄ est ꝓpendicularis sup lineā d m, erit perpēdicularis super e us æq̄distantē q̄ est z o, sed linea o n est æq̄lis z n, ergo p 4. primi, erit linea m o æq̄lis m z, ergo p 7. quinti, erit ꝓportio lineæ e m ad lineā m o sicut eiusdē ad lineā m z. Est aūt ꝓportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e q ad lineā q z, per 2. sexti, cū lineæ m q & o z sunt æquedistātes, in trigono o z e, uel sic, est aūt ꝓportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e h ad lineā h l, sed lineæ l h & h z sunt æquales p p̄missa, ergo per 7. quinti, est ꝓportio lineæ e h ad lineā h z, sicut ad lineā h l, est aūt p 3. sexti, cū linea h q, diuidat angulū e h z p æqualia, ꝓportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo p 11. quinti, ꝓportio lineæ e m ad lineā m z, sicut lineæ e q ad lineā q z, ergo m q diuidit angulū e m z per æqualia, p 3. sexti, est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti z reflectit̄ ad uisum existentē in pūcto e, à puncto speculi quod est m, sicut itaq; forma pūcti z reflectitur ad uisum existentē in puncto e, à solo puncto circuli quod est h, ita similiter reflectet̄ eadē forma puncti z ad uisum e, à solo puncto speculi quod est m b, si fiat in hoc situ reflexio à duobus punctis circuli, erit etiā reflexio à duobus punctis speculi, & per eandē demonstrandū, & si à tribus punctis circuli fiat reflexio, fiet etiā à tribus punctis speculi, & si fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius & ab alia parte circuli, ita fiet etiā reflexio



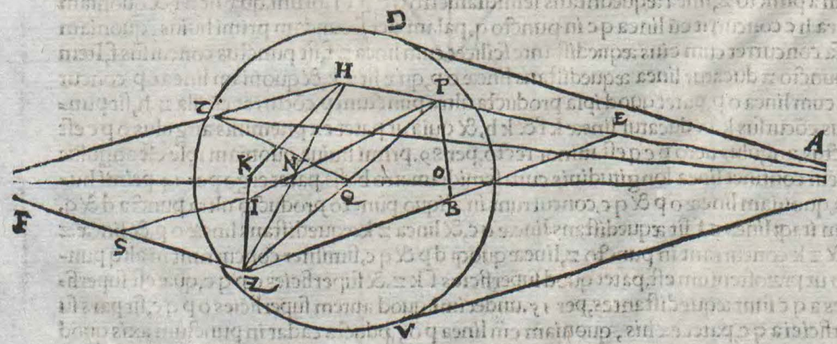
reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cōmuni sectione supficiei reflexiōis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq; rei uisæ existentibus intra speculū, non in axe, nec in eadē supficie basis speculi, aut ei æquedistante, formarū punctorū rei uisæ quarundā reflexio fit ab uno tantū pūcto speculi, quarundā à duobus, quarundā à tribus, quarundā à quatuor, non aūt à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq; punctus rei uisæ z, & centrum uisus e, ductaq; per punctum z, superficie secante speculū æquedistanter basi speculi, non sit pūctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exemplī causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq; quod uerum est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrū uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi est intra speculum, non in axe, sitq; centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octaui huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e, à pūcto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, et linea longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq; ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctū h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & pūctum e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam lōgitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq; producta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet p 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea æquedistans semidiametro q c, p 31. primi, quæ sit z f, & quoniam linea h c concurrit cū linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet cum linea z f, sit punctus concursus f, Item à puncto z ducatur linea æquedistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cōcurret cū illa z h, sit punctus cōcursus k, & ducatur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, concurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cum itaq; linea z f sit æquedistans lineæ q c, & linea z k æquedistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq; d p & q c, similiter concurrunt in aliq̄ puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquedistantes, per 15. undecimi. quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam em̄ linea p o, producta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa superficie, tota ergo superficies o p, q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f sunt æquedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à pūcto c, linea perpendicularis super lineā z f, per 12. primi, quæ sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo p 29. primi, angulus s c q est

rectus,quoniam linea z f & c q æquedistant,ergo per 15.tertij,linea c s cõtingit in puncto c circulum,cuius centrum est punctum q,superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi,continget ergo illam per 95.primi huius,secundum lineam lõgitudinis quæ est a c,sed linea o p est perpendicularis super lineam a c,est ergo linea o p,erecta super superficiem a c s cõtingentem pyramidem,quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntẽ per axem a d,& per lineam longitudinis a c,talis autem superficies ut patet p 97.primi huius,erecta est super superficiẽ contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c,quia ergo superficies a c s,secat duas superficies o p q c & z k f,quæ sunt æquedistantes,patet per 16.undecimi,quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum communes sectiones sunt æquedistantes,quarum linearum una est linea p c,& altera sit linea s l,secans lineam z k in puncto l,patet quoq;,quia punctus l,cadit inter puncta k & z,lineæ itaq; p c & s l æquedistant,sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus,ergo per 30.primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes,& quoniam lineæ q c & z f æquedistant,patet per 29.primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f,quia sunt coalterni,& angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco,sed anguli h c n & n c z sunt æquales,ergo anguli c f z & c z f sunt æquales,ergo per 6.primi,lineæ c f & c z sunt æquales,& linea c s est perpendicularis super basem ysochelis c f z,trigona itaq; partialia quæ sunt c s f & c s z,sunt similia per 31.primi huius,ergo per 4.sexti,cum linea c s,ambobus illis trigonis sit communis,erit linea s f æqualis lineæ s z,sed cum linea s z æquedistet lineæ f k,in trigono f k z,erit per secundam sexti,proportio lineæ f s ad lineam s z,sicut lineæ k l ad lineam l z,erit ergo linea k l æqualis lineæ l z,ducaturq; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l,sit erecta super superficiem z k f,in qua cadit linea z k,erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineã z k, ergo per 4.primi,cum linea k l sit æqualis lineæ l z,lineaq; p l sit communis,& anguli ad punctũ l sint æquales,quia recti,erit angulus p k z æqualis angulo p z k,sed per 29.primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco,quoniam lineæ o p & z k æquedistant,& angulus o p z est æqualis angulo p z k,quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales,cum angulus p k z & p z k sunt æquales,ergo per 20. quinti huius,forma puncti z,reflectitur ad uisum existentem in puncto e,à puncto superficiei speculi quod est p,quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo,cuius centrum est punctum q,à quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h,præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflecte-



tur forma puncti z,ad uisum existentem in pũcto e,ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; si forma pũcti z,reflectitur ad uisum existentem in puncto h,à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e,à tribus punctis speculi, & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo,& à quatuor punctis reflexio erit in speculo,& secundum

hæc lo-

hæc loca imaginum numerantur,patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluribus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ pũcti z,ad uisum existentem in puncto e,ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli, cuius centrum est punctũ q,poterit per conuersionẽ præmissæ demonstrationis ostendi,quod forma puncti z,reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto h,à pluribus pũctis circuli quàm à quatuor, quod est impossibile,& cõtra 49.octaui huius,semper enim ut patuit ex præmissis à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h, à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e,& econuerso,& dicenti contrariũ accidit impossibile modo prædicto,patet itaq; quod pũctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginem,quædam duas,quædam tres,quædam quatuor,& quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis,sicut neq; in sphæricis concauis,quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum pyramidale concauum,cuius axis sit linea a d, sitq; pũctus rei uisæ 3, & centrum uisus sit punctum e,quæ sint in locis datis, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisæ quod est 3,& centrum uisus quod est e,fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante,tunc patet per 90. primi huius,quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi,potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius,quod si puncta 3 & b,non fuerint in illa totali superficie,imaginetur superficies transiens per pũctum z,secans speculum æquedistanter suæ basi, erit ergo p 100. primi huius,communis sectio illius superficiei & speculi circulus,centrum itaq; uisus qđ est punctum e,aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunq; autem sit, quia ut patet per 12.septimi huius,impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis & huius speculi circulum esse,sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia,replicata ergo demõstratione 19.huius, uel proximæ præmissæ,patebit faciliter inuentio puncti reflexionis,forma enim puncti 3,reflectetur ad uisum existentem in pũcto h, ab aliquo puncto circũferentiæ circuli,cuius centrum est q,uel forte à duobus,uel à tribus, uel à quatuor,& quotcunq; fuerint,semper modo præmissõ inuenietur punctũ reflexionis illi puncto circuli correspondens,inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis ppositionibus octaui huius, patet ergo ppositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis eiusdẽ puncti formæ rei uisæ ad diuersos uisus eiusdẽ uidentis non habent multã diuersitatẽ distantiæ ppter uisuum approximationem ad se inuicem, ut si puncti unius formæ imago sit aliqualiter ambobus uisibus occurrens duplicata,sunt tamen illæ imagines cõtiguæ & admixtæ,unde uidebuntur quasi unica imago,diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem nõ inducit aliquã distantiã in uisu,nec aliquem efficit errorem,uidet ergo imago quasi una,& similiter per modũ quo in 59.octaui huius ostendimus, possibile est quod diuersorum uidentium uisibus distantibus & diuersis,unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs,occurrat imago, cui propter identitatem illius situs hic non duximus immorandum,patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistãtis axi speculi colũnaris cõcaui cẽtro uisus existẽte in eadẽ supficie uel in alia,reflexio fit à linea lõgitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h,sitq; linea uisa axi,speculi æquedistans t p h,sitq; centrum uisus pũctum e,dico quod forma lineæ t q h,reflectitur ad uisum e,à linea longitudinis speculi a b g,quæ est cõmunis sectio superficiei t h z k,& su-

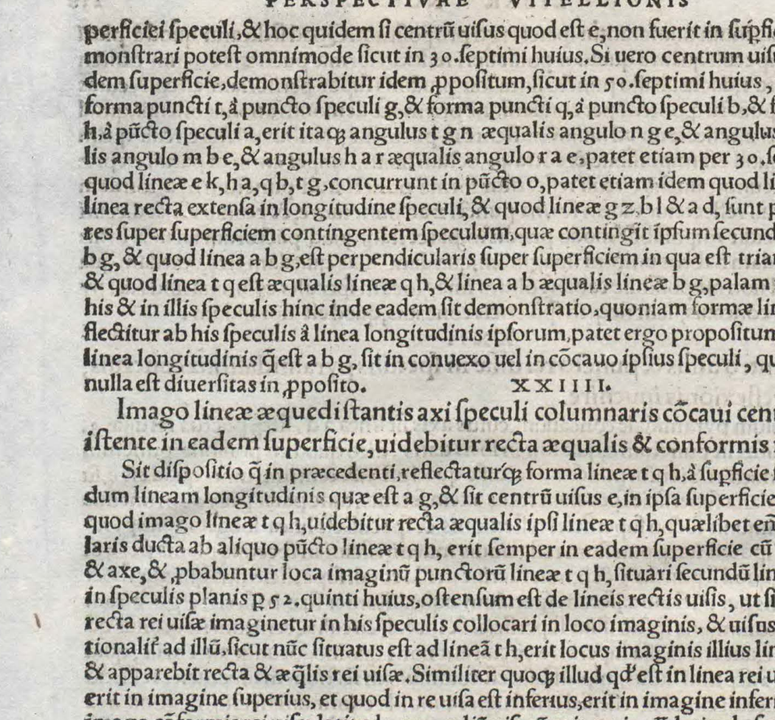
perficiei ſpeculi,& hoc quidem ſi centrũ uiſus quod eſt e,non fuerit in ſuꝑficie t h z k,demonſtrari poteſt omnímode ſicut in 30.ſeptimi huius.Si uero centrum uiſus fuerit in eadem ſuperficie,demonſtrabitur idem ꝑpoſitum,ſicut in 50.ſeptimi huius, reflecteturq́ forma puncti t,à puncto ſpeculi g,& forma puncti q,à puncto ſpeculi b,& forma puncti h,à pũcto ſpeculi a,erit itaq́ angulus t g n æqualis angulo n g e,& angulus q b m æqualis angulo m b e,& angulus h a r æqualis angulo r a e,patet etiam per 30.ſeptimi huius, quod lineæ e k,h a,q b,t g,concurrunt in pũcto o,patet etiam idem quod linea a b g, eſt linea recta extenſa in longitudine ſpeculi,& quod lineæ g z,b l & a d, ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum,quæ contingit ipſum ſecundum lineam a b g,& quod linea a b g,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem in qua eſt triangulus e b o, & quod linea t q eſt æqualis lineæ q h,& linea a b æqualis lineæ b g,palam itaq́, cum in his & in illis ſpeculis hinc inde eadem ſit demonſtratio,quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his ſpeculis à linea longitudinis ipſorum,patet ergo propoſitum,quoniã ſiue linea longitudinis q̃ eſt a b g, ſit in conuexo uel in cõcauo ipſius ſpeculi, quantũ ad hoc nulla eſt diuerſitas in ꝑpoſito. XXIIII.

Imago lineæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris cõcaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie,uidebitur recta æqualis & conformis rei uiſæ.

Sit diſpoſitio q̃ in præcedenti,reflectaturq́ forma lineæ t q h,à ſuꝑficie ſpeculi ſecundum lineam longitudinis quæ eſt a g,& ſit centrũ uiſus e,in ipſa ſuperficie t h z k, dico quod imago lineæ t q h,uidebitur recta æqualis ipſi lineæ t q h,quælibet eñ perpendicularis ducta ab aliquo pũcto lineæ t q h, erit ſemper in eadem ſuperficie cũ centro uiſus & axe,& ꝑbabuntur loca imaginũ punctorũ lineæ t q h, ſituari ſecundũ lineã rectã ſicut in ſpeculis planis p 52.quinti huius,oſtenſum eſt de lineis rectis uiſis, ut ſi aliqua linea recta rei uiſæ imaginetur in his ſpeculis collocari in loco imaginis, & uiſus ſituet ꝑportionaliť ad illũ,ſicut nũc ſituatus eſt ad lineã t h,erit locus imaginis illius lineæ,linea t h, & apparebit recta & æq̃lis rei uiſæ.Similiter quoq́ illud qđ eſt in linea rei uiſæ ſuperius, erit in imagine ſuperius, et quod in re uiſa eſt inferius,erit in imagine inferius.Erit itaq́ imago cõformis rei uiſæ,latitudo uero taliũ uiſorũ erit maior q̃ latitudo ſuaꝝ imaginũ, qm̃ imagines ſecundũ latitudinẽ conſtringunť ꝑpter pũcta reflexionũ q̃ anguſtantur,et pũcta latitudinis diuerſanť,qm̃ ſiniſtrũ rei ſit dextrũ imaginis, & dextrũ rei ſit imaginis ſiniſtrũ,patet ergo ꝑpoſitum. XXV.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi colũnaris cõcaui centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie imago quãdoq́ uidebitur recta maior re uiſa, quandoq́ cõcaua,quandoq́ cõuexa,quandoq́ unica,quandoq́ plures.

Remaneat diſpoſitio præcedentis,niſi quod centrum uiſus quod eſt e,non ſit in ſuꝑficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonſtratione 5.ſeptimi huius, patebit quod in ſpeculis colũnaribus conuexis locus imaginis formæ puncti h, lineæ t q h eſt in puncto s,& locus imaginis formæ q eſt in puncto c,& locus imaginis formæ puncti c eſt in puncto i. Sic ergo in linea s c i, ſunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q c,& patet quod punctus c, eſt propinquior



quior centro uiſus quod eſt e, quàm linea recta s i, & quod linea s i, eſt in ſuperficie trigoni u h t,& quod duæ lineæ u h & u t ſunt æquales, & quod duæ lineæ u s & u i ſunt æquales,relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h s ſint æquales,eſt ergo ꝑportio lineæ t i ad lineam i u,ſicut lineæ h s ad lineam s u,ergo per 2.ſexti,linea s i, æquediſtat lineæ t h,patet etiã ex eadem 5.ſeptimi,quia duæ lineæ 3,e i ſunt æquales,ducaẽ ergo linea e u,quæ ſecet lineam s i in puncto f,diuidat ergo ipſam per æqualia, nam linea t h, diuiſa eſt in duo æqualia in pũcto q,& erit linea t u,in ſuperficie trigoni q u e,quæ eſt ſuperficies circuli b f,æquediſtans baſibus ſpeculi,punctus itaq́ c,erit in ſuperficie trigoni t u e,& ſimiliter punctũ t,in ſuperficie trigoni t e i,eſt ergo punctũ c,in linea quæ eſt communis ſectio illaꝝ duaꝝ ſuperficierum.ſ.trigonoꝝ q u e & t e i,ſed hæc cõmunis ſectio eſt linea e b,per 19.primi huius,punctus ergo c,cadit in rectitudinẽ lineæ e b,linea ergo q t, ſecat lineã e b,in rectitudinẽ ipſius,& duæ lineæ h u & t u,ſub duobus punctis d & 3,nã duæ lineæ h u & t u ſunt duo katheti incidẽtiæ.ſ.duæ lineæ ꝑpendiculares exiſtẽtes à duobus terminis lineæ t h,ſuper duas lineas cõtingentes duas portiones duaꝝ ſectionũ columnarum ſpeculi,in quaꝝ circũferentia ſunt duo puncta a & g,à quibus fit reflexio punctoꝝ t & h,ad uiſum in punctũ e,ſuꝑficies ergo trianguli u h t,eſt ſub axe ſpeculi,quæ eſt 3 k, ſed nullum punctũ ipſius axis,etſi ꝑtrahatur in infinitũ,erit unq̃ in ſuꝑficie trianguli u h t, nam ſi hoc eſſet poſſibile, tunc ſi axis k 3 continuaretur cũ aliquo puncto,lineæ h t ſecundũ lineam rectam,tunc illa ſuperficies in qua eſſet illa linea recta,& linea u h t, eſſet ſuperficies trianguli u h t,& illa ſuperficies eſſet illa in qua ſunt duæ lineæ æquediſtantes,quæ ſunt h t,& axis 3 k,& ſic ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ h t & k 3, eſſet ſuperficies trianguli h u t,& ſic totus axis 3 k,erit in ſuperficie trianguli h u t, ſed ex hypotheſi axis eſt æquediſtans lineæ h t, & ſecundũ iſtum modũ accideret quod axis k 3, ſecaret duas lineas h u & t u,ſed & linea t h,ſecundũ eius punctũ h,eſt in ſuperficie trianguli u e h,quæ eſt ſuperficies reflexionis,& ſectio cõmunis huic ſuperficiei & ſuꝑficiei columnaris ſpeculi & ſectio oxigonia,ſuperficies ergo e u h,ſecat axem columnarẽ ſpeculi in uno puncto.ſ.in puncto d,ut totũ præoſtenſum eſt in cõmento 5.ſeptimi. Si ergo axis k 3,ſecat lineam h u,punctus ſectionis cũ linea h u,erit in ſuperficie trianguli u e h, ſed in hac ſuperficie non eſt punctũ per quod axis tranſeat niſi punctũ d, ſecabit ergo axis k 3,lineam h u in puncto d,ſed per 111.primi huius,uel per 44.ſeptimi huius, oſtenſum eſt quod linea h u, ſecat axem ſub puncto d,in duobus punctis,ſecabit linea h u axem k 3,quod eſt impoſſibile,axis ergo k 3,totus eſt extra ſuperficiem h u t,& propinquior uiſui exiſtente in puncto e,cuiꝰ ſuꝑficies h u t,ſuperficies ergo in qua ſunt lineæ h t,& axis k 3,ꝑpinquior eſt centro uiſus puncto e,cuiꝰ ſuperficies u h t,& punctũ f t eſt in ſuperficie in qua ſunt linea q l,per 7.undecimi,& in eadem ſuꝑficie cũ lineis æq̃diſtantibus quas copulat,quæ ſunt h t & 3 k,punctũ ergo t,eſt ꝑpinquius puncto e centro uiſus cuiꝰ ſit linea s 3.Sed punctũ t cum ſit cõmunis ſectio lineaꝝ e b & q l,ut in 51.ſeptimi huius, præoſtẽdimus,palam quod eſt in rectitudine lineæ e b.Si ergo linea e b,ducaẽ ultra punctum b, ipſa perueniet ad punctũ t,ſupponaẽ itaq́ peruenìſſe ad punctũ c,his itaq́ ſic præmiſſis patet quod ſi linea s i,q̃ eſt oſtenſa per 51.ſeptimi huius,in ſpeculis columnaribus conuexis eſſe imago lineæ t h,& eſſe æquediſtãs lineæ t h,& axi 3 k,& ſi in aliq̃ corpore uiſibili uiſus fuerit in puncto o,ex parte concauitatis ſpeculi columnaris, tunc forma lineæ, ſi reflectetur ad uiſum in puncto o,à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt a b g, & diuerſabuntur imagines eius ſecundum diuerſitatem diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi, quæ eſt 3 k,quia eñ angulus e l m eſt acutus,ergo per 15.primi,angulus l b c eſt acutus, & linea e b c, eſt in ſuperficie circuli b f,& linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 21.ſeptimi huius,linea ergo e b c ſecat circulũ,& eius pars quæ eſt b t,eſt intra circulum & intra concauitatẽ ſpeculi,& ſimiliter eſt de linea o b,qm̃ ipſa cadit intra concauitatẽ ſpeculi, ideo qđ angulus o b l eſt acutus,& duo anguli o b l & t b l ſunt æquales,qm̃ ipſi per 25. primi,ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus,& ſemidiameter l b eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem columnam ſpeculi ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi tranſeuntem per punctum b,forma itaq́ puncti t,incidit ſpeculo per lineã

c b, & à puncto ſpeculi b, reflectitur per lineam b o, & cõprehenditur à uiſu exiſtente in puncto o. Item patet per 5. ſeptimi huius, & ibi declaratum eſt, quod ſupficies contingens ſpeculum columnare in puncto g eſt ſub puncto e centro uiſus, linea ergo e g, ſecat illam ſuperficiem contingentẽ, ſecat ergo in puncto g, qui eſt punctus reflexionis, li neam in eodem puncto g, contingentẽ periferiam ſectionis columnaris, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis formæ puncti t, lineæ t h, & ſpeculi columnaris cõuexi, & quia ſecat illam lineam contingentẽ in puncto ipſius ſpeculi, quod eſt g, ſecat ergo ſectionẽ oxigoniam, & cadit intra ipſam, cadit ergo intra concauitatẽ ſpeculi, & eſt linea g l, duæ ergo lineæ o g & g i, cadunt intra concauitatẽ ſpeculi, & linea 3 g, eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ contingentẽ columnam ſpeculi per 96. primi huius, qm̃ ducit̃ ab axe perpendiculariter ſuper lineam longitudinis ſpeculi tranſeuntẽ per punctu m g, & duo anguli o g 3 & 3 g i ſunt æquales per 15. primi, ut prius, forma ergo puncti i, incidit ſuperficiei concauæ ipſius ſpeculi ſecundum lineam i g, & à puncto ſpeculi g, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o, ſecundum lineam reflexionis, quæ e g o, & eodem modo patet, quod forma puncti o incidit ſpeculo ſecundum lineam s a, & reflectitur à puncto ſpeculi ad uiſum exiſtentem in puncto d, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt a o, & etiam patuit in commento 51. ſeptimi huius, quoniam duæ lineæ h u & t u ſunt perpendiculares ſuper duas lineas contingentes ſectiones oxigonias tranſeuntes per duo puncta h & g, imago ergo formæ puncti s, eſt in linea h u, per 26. quinti huius, ſed linea a o eſt linea reflexionis formæ puncti s, qm̃ à puncto reflexionis qd̃ eſt a, producitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto o, imago itaq; forma puncti s, eſt in linea s o, per 37. quinti huius, punctũ ergo h, quod eſt cõmunis ſectio lineæ h d & o a, eſt locus imaginis formæ puncti s, ſimiliter quoq; patet quod punctum t eſt locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l, à puncto t, ad punctũ centrum circuli b, eritq; linea a, ꝓducta ultra punctũ c ꝓpẽdicularis ſuper lineam contingentẽ circulum per 17. tertij, eſt ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c, per diffinitionẽ illius katheti, quia ergo forma puncti c, reflectit̃ ad uiſum in punctũ o, à puncto ſpeculi b, erit imago formæ puncti c, in linea q c l, quæ eſt kathetus ſuæ incidẽtiæ, ſed & in linea reflexionis quæ eſt b o, neceſſe eſt eſſe eandem imaginẽ per 37. quinti huius, imago itaq; formæ pũcti c neceſſario eſt in puncto qd̃ eſt communis ſectio lineaꝝ l t q & o b, hoc aũt poteſt eſſe in partibus diuerſis, patuit em̃ per 11. octaui huius, qd̃ imago formæ puncti quæ reflectit̃ à cõcauitate circuli ſpeculi, qñq; occurrit uiſui inter uiſum & ſpeculũ, qñq; ultra ſpeculũ qñdoq; in centro uiſus, qñq; ultra uiſum, qñq; in ipſa ſupficie ſpeculi, & ut patet per 40. octaui huius, qñq; apparet una imago, qñdoq; duæ, qñq; 3. qñq; 4. imago ergo puncti c, cum formæ ipſius reflexio fiat à puncto periferiæ circuli æquediſtantis baſibus ſpeculi erit forte in linea h q, ultra ſpeculũ, & forte erit ultra lineam b q, & forte ultra lineam b o, retro uiſum, & forte erit in linea b o, inter uiſum & ſpeculũ, & forte erit in pũcto o. ſ. in ipſo centro uiſus, & forte erit unica imago, forte 2. forte 3. forte 4. ſi itaq; locus imaginis formæ puncti c, uel alicuius puncti formæ lineæ s i, utpote illius ſecundũ quã lineã b c, ꝓducta ultra punctũ c, ſecat lineam i s, quia & illud punctũ reflectit̃ à puncto ſpeculi colũnare concaui, qd̃ eſt b, ad uiſum exiſtentẽ in puncto o, ꝑ 20. quinti huius. Si ergo locus imaginis formæ puncti c, uel illius puncti lineæ s i, fuerit punctũ q, tunc linea h q t erit diameter imaginis formæ lineæ i s, & ſi omnes imagines omnium punctorum lineæ s i fuerint in linea h q t, tunc imago eius erit linea recta, nam medium eius punctum, quod eſt punctum q, eſt in rectitudine duarum ſuarum extremitatum, quæ ſunt h & t, quod ſi locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ quæ eſt s i, erit concaua, eiuſq; concauitas reſpiciat uiſum, & ſi imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uiſus, aut inter ſpeculum & uiſum, tunc uidebitur imago lineæ s i conuexa, cuius conuexitas reſpiciet uiſum, & ſi fuerit imago formæ puncti c, in linea b o, retro uiſum, tunc iterũ uidebitur imago concaua, in cuius concauitate ſituabitur centrum uiſus, quod ſi punctũ c plures habuerit imagines, tunc linea s i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h & t, &

t, & media ipſoꝝ erunt diſtincta & ſeparata, & linea h t, erit cõmunis diameter omniũ illarum imaginum quotcunq; fuerint imagines, & forte linea h t, quæ eſt diameter imaginis, erit maior q̃ linea rei uiſæ, quæ s i, in modica quantitate, patet ergo propoſitum.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uiſæ, ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columnaris cõcaui orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie, à circumferentia circuli, qui eſt communis ſectio dictæ ſuperficiei & ſpeculi fiet reflexio, imagoq; lineæ uiſæ quandoq; erit recta, uel aliquando conuexa.

Eſto ſicut in 52. ſeptimi huius, ꝓponitur, linea t h in ſupficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiẽ in qua ſunt centrũ uiſus e, & à punctis dati ſpeculi columnaris qui ſit d f, ſitq; centrum uiſus quod ſit e, in eadem ſuperficie lineæ t h, facta quoq; figuratione 52. ſeptimi huius, compleatur demonſtratio ut in illa propoſitione, eritq; imago lineæ rectæ quæ eſt t h curua, ſi itaq; ſpeculũ idem quod ibi conuexum accipit̃, aſſumatur concauũ, & in loco imaginis collocata intelligatur linea curua ſecundũ cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta quæ ſit in ſupficie rei uiſæ, & centrũ uiſus diſponaẽ proportionaliter circa illam lineam in eadem ſupficie, tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uiſæ erit lineæ t h recta, patet ergo propoſitum, & forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa, ſicut oſtenſum eſt in 57. octaui huius, & hoc eodem modo eſt deducendum.

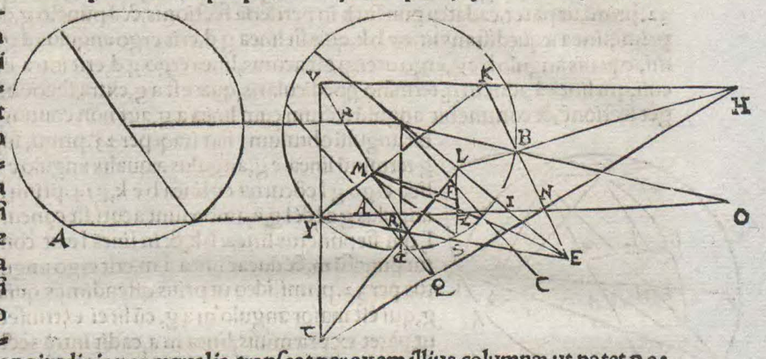
XXVII.

Superficie lineæ rectæ uiſæ orthogonaliter axem ſpeculi columnaris concaui ſecante, centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, reflexioneq; facta ad uiſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uiſum reſpicientis.

Fiat omnimoda diſpoſitio figuræ quæ in 53. ſeptimi huius, dico qd̃ uerum eſt quod ꝓponit̃, patet em̃ per ea q̃ in cõmento illius dicta ſunt, qd̃ puncta t & h, qa æqualiter diſtant à centro uiſus, punctũ .ſ. e, reflectunt̃ ad uiſum à duobus punctis oxigoniaꝝ ſectionũ, cadentibus cum quodã circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, q̃ circulus erit medius inter lineã h t, & inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ centrũ uiſus e, ſecantẽ ſpeculũ æq̃diſtãter baſibus ipſius ſpeculi, ſit ergo ut forma puncti h reflectit̃ in punctũ e, à puncto ſpeculi b, q̃ eſt punctus periferiæ cuiuſdã ſectionis oxigoniæ q̃ eſt cõis ſuperficiei reflexiõis & ſuperficiei ſpeculi, cadens in circulo b g, lineæ ergo h b & b e, cõtinẽt angulos æq̃les cũ linea cõtingẽte illũ circulũ in pũcto b, & ſimiliter forma pũcti t, reflectit̃ ad uiſum e, à pũcto ſpeculi g, & lineæ t g & g e, cõtinẽt angulos æquales cũ linea cõtingẽte circulũ ſpeculi in pũcto g, lineæ q̃q; h b & t g, cõcurrũt in pũcto l, & linea h b cõtinet cũ linea ꝓpẽdiculari q̃ eſt b o, angulũ acutũ, linea ergo h b, ſecat ſupficiẽ cõtingẽtẽ ſupficiẽ colũnæ in linea lõgitudinis, i q̃ eſt pũctũ b, linea itaq; b l, cadit intra cõcauitatẽ colũnæ, & ſuper lineam g l. Similiter q̃q; duæ lineæ b f & g y, cadũt intra cõcauitatẽ colũnæ, & ꝑ 15. primi, duo anguli a b d & d b r ſunt æquales, cũ ipſoꝝ cõtrapoſiti, q̃ ſunt e b o & o h b ſint æquales ꝑ 20. qnti huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g i ſunt æquales, ſi itaq; linea f i, quæ in ſpeculo columnari conuexo, & imago lineæ t h, fuerint nunc in aliquo uiſibili oppoſita ſpeculo columnari concauo, & centrũ uiſus fuerit in puncto l, tunc forma puncti r, incidet in ſpeculo ſecundũ lineam r b, & reflectet̃ ad uiſum in punctũ l, à puncto ſpeculi b, & linea h u eſt ꝓpendicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionem, in cuius periferia eſt punctum l, à quo fit reflexio, imago ergo formæ puncti r, erit in katheto r h, per 36. quinti huius, ſed & eadẽ imago neceſſario eſt in linea reflexionis q̃ eſt b l. Erit ergo in cõi illaꝝ ſectione in pũcto h. Eſt ergo pũctũ h imago pũcti r, ut hæc oĩa patent ꝑ 37. qnti huius. Similiter q̃q; declarabit̃, qꝺ forma puncti y, incidet ſpeculo ꝑ lineã y g, & reflectet̃ ꝑ lineã g l, à pũcto ſpeculi g, & eius imago uidebitur in puncto t, & ducatur linea q u, hæc ergo ſecabit lineam r y, quæ eſt inter duo puncta q & u, puncta quoq; h q t u, ſunt omnia in ſuperficie circuli b g, ut patet ex p̃miſſis, ſecet ergo linea q u, lineam r y, in puncto m, punctum itaq;

itaq; m, in ſuperficie tranſeun te per axem ſpeculi, & per centrũ uiſus punctum l, nam ut in cõmento præaſſumptæ propoſitionis 53. ſeptimi huius patuit, puncta l & q, ſunt in illa ſuperficie, nam ut ibi acceptũ eſt, patet quod in illa ſuperficie in qua erat centrũ uiſus e, & axis ſpeculi, in eadem erat linea e l d, ſed & illa ſupficies ſecabit lineã h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per 1. undecimi, linea q u, eſt in illa ſupficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l ſunt in ſuperficie tranſeunte per axẽ columnæ, ideo forma puncti m, poteſt reflecti ad uiſum in punctũ l, in illa ſuperficie, & linea a 3, eſt cõmunis ſectio ſuperficiei columnæ ſpeculi & ſupficiei tranſeunti per ſuũ axem, & per punctũ l, quod eſt centrum uiſus, forma ergo puncti m reflectetur ad uiſum in pũctum l, quod eſt centrũ uiſus ab aliquo puncto ſpeculi lineæ. ſ. a 3, & ducatur linea e m, q̃ erit in illa ſuperficie, & linea e l, etiã erit in illa ſuperficie, & punctũ e, ut ſupra patuit eſt elongatum â ſuperficie contingente columnã ſpeculi in linea a 3, ut patet per 5. ſeptimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, concurret cũ duabus lineis e m & e l, quæ ſunt in una ſuperficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, eſt intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n eſt extra in ipſius conuexitate in ſuperficie columnæ, qm̃ eſt in linea longitudinis columnæ, quæ eſt a 3, punctum uero e, quod in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitũ fuit eſſe centrũ uiſus, & elongatum â ſuperficie columnari ſpeculi, patuit quoq; in demonſtratione 53. ſeptimi huius, qd circulus b 3 g, eſt medius inter lineam h t, & inter ſuperficiẽ exeuntem â puncto e, æqueditantẽ baſibus columnæ ſpeculi, & linea ꝓpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte punctũ e, & ſecante ſpeculum æqueditanter baſibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a eſt acutus, & angulus m i n erit obtuſus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis ſuper lineã q i, quæ ſit m k, ſecans lineam a i in puncto k, punctũ ergo k, erit inter puncta i & a, qm̃ ſi caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtuſus, qui eſt m i n, qd eſt impoſſibile, cadet ergo punctũ k, inter puncta i & a, ꝓducaẽ itaq; linea m k, ultra punctũ k, ad punctum s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra ſuperficiem ſpeculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo eſt centrum uiſus, erit intra ipſius ſpeculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ ſecabit lineã n k, qm̃ cum linea n k, ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, patet qd ipſa eſt cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipſam in puncto f, & à puncto f, ducaẽ per 31. primi, linea æq̃ diſtans lineæ k m, quæ ꝓducta ad axem ſpeculi ſecet ipſam in puncto x, ſitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, ꝓpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt a n, qm̃ linea m k, æqueditans lineæ f x, eſt ꝓpẽdicularis ſuper ipſam a n, eritq; linea f x, in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per punctũ l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctũ f, æqueditanter baſibus columnæ per 21. ſeptimi huius, linea ergo f x, eſt ꝓpẽdicularis ſup ſuperficiẽ contingentẽ columnã ſpeculi ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a 3, ducaẽ itaq; linea m f, quia ergo duoꝝ trigonoꝝ m k f, & f k s, duo latera m k & k s ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, angulíq; ad punctũ k ſunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, eſt æquale lateri f s, ergo p 5. primi, angulus f m s, æqualis erit angulo f s m, linea uero f x, æqueditat lineæ s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinſecus, æqualis eſt angulo f s m, intrinſeco, & anguli x f m & f m s ſunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, eſt æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens ſpeculo ſecundũ lineam m f, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt f l, reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto ſpeculi f, p 20. q uinti huius, & linea x f, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ in puncto

puncto f, & qm̃ linea m k eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt a 3, patet quod linea m k, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti m, in ipſa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, ſed & idẽ locus eſt in linea reflexionis quæ eſt l f. In illaꝝ ergo lineaꝝ cõmuni ſectione quæ eſt punctus s, eſt locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t ſunt æqueditantes & perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ ſpeculi & per centrũ uiſus q̃d eſt nũc punctũ l, qm̃ linea h t, taliter fuit diſpoſita in 53. ſeptimi huius, duæ igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erũt æqueditantes & ꝓpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ, per 18. undecimi, & quia linea r i, eſt ꝓpendicularis ſuper ſuperficiẽ trãſeuntẽ per axem & per punctũ l, ideo per 18. undecimi, ſuperficies duaꝝ lineaꝝ, quæ ſunt r m y & m s, erit ꝓpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntẽ per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s communis ſectio illaꝝ duarum ſuperficierum, & qa linea a k, cũ ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte per axem, qa omnis ſuperficies ſecans columnam ſecũdum lineam longitudinis per æqualia, tranſeat per axem illius columnæ, ut patet p 93. primi huius, ſed & linea a k, eſt ꝓpẽdicularis ſuper lineam m s, quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axem, & inter ſuperficiẽ duaꝝ lineaꝝ, quæ ſunt r m & m s, ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiẽ r m s, & linea a n, eſt æqueditans axi ſpeculi, ergo per 8. undecimi, erit axis ſpeculi perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſupficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ, punctum itaq; s, eſt in ſupficie exeunte ex linea r i, perpendicularis ſuper axem columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æqueditanti ſuperficiei exeunti ex linea r y, punctũ ergo s, eſt extra lineam h t, eſt ꝓpinquius pũcto l, centro uiſus, cũ ſint duo pũcta h & t, & duo puncta h & t ſunt imagines formaꝝ duoꝝ punctorũ r & y, & punctũ s eſt imago formæ puncti m, palam ergo, quia imago formæ lineæ r m y, eſt linea tranſiens per puncta h s t, ſed talis linea eſt arcualis, qa punctũ s eſt extra rectitudinem lineæ h t, tranſiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quæ ſit h s t, & quia linea h t, ſecundũ hypotheſim 53. ſeptimi huius, fuit elongata à cõuexo columnæ, erit linea h t, ultra ſuperficiẽ ſpeculi reſpectu puncti l, qd eſt nunc centrũ uiſus, & iam ſupra oſtenſum eſt ultra cõcauitatẽ ſpeculi reſpectu pũcti l, & pũctũ l eſt intra cõcauitatẽ ſpeculi, punctũ ergo l, qd eſt centrũ uiſus, eſt extra ſupficiem in qua eſt linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uiſui manifeſte, & qa punctũ f, eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſupficiẽ circuli b g, & linea t h eſt ultra ſpeculũ in ſupficie circuli b g, qm̃ eſt in ſupficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior cũ ſupficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, reſpectu uiſus l, punctũ ergo s eſt altius cũ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uiſui exiſtenti in puncto l, cõcaua cõcauitate uiſum reſpiciẽte qd eſt ꝓpoſitũ.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axẽ, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qd' qñcp in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formæ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝓpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝓpendicularis supꝫ lineã cõtingentẽ ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝓpe pũctũ g, itacp liea ducta à puncto b, cũ linea ꝓpẽdiculari ducta super supficiẽ speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat sup axem speculi angulũ acutũ, patet ergo per 44. septimi huius, qm̃ linea b e k, secabit lineã ꝓpendicularẽ, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illæ lineæ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus ꝑ 32. primi, ut patet, cadatcp punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k, quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo utercp est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatẽ speculi, qm̃ linea à puncto g, termino ꝓpẽdicularis, quæ est a g, extra sectionẽ ducta contin get sectionẽ, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulũ obtusum, fiat itacp per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d, qui sit e g l liea ergo g l cõcurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi huiꝰ, ideo qd' angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducaĩ linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionẽ, fiat ꝺcp super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea emã a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo qa anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itacp a d, secabit lineam b k, cõcurrens cum ipsa per 2. primi huius, qm̃ concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itacp l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunc̃p ergo concurrent, & sit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter ꝺcp forma puncti m, reflectitr̃ ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi quod est a, & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itacp per punctũ d, quod est centrum uisus, supficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundũ circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & qm̃ centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, qm̃ secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur emm̃ per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitcp centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p, & ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiam circuli incidat ipsi in pũcto k, forma ergo puncti k, reflectitr̃ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talẽ sitũ ab aliꝙ puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi, s, arcus p r, qd' sit pũctũ o, & ducanr̃ lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis

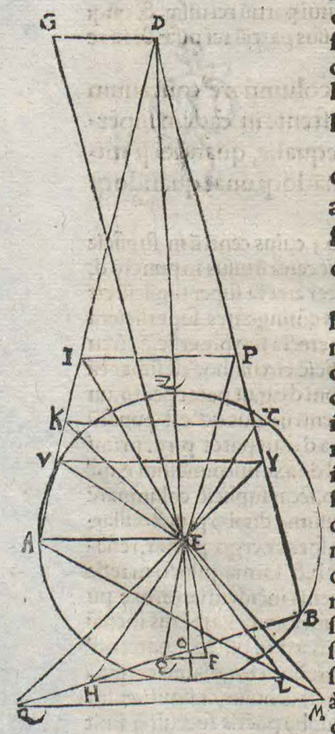
lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & qm̃ linea reflexiõis q̃ est d o, secat diametrum h p, ideo quia linea d h r, transit per centrum circuli, citra quẽ respectu puncti o, ducitur linea d o, hæc ergo secat diametrũ h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autẽ linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctũ n, est locus imaginis formæ puncti k, ducaĩ itacp linea k d, quæ per 19. primi huius, erit cõmunis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius cõmunis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utracp illarꝫ supficierꝫ, & nihil de supficie sectionis oxigoniæ, quæ est a b g, est in supficie circuli r p, nisi in linea k d, uel linea cuius pars est linea k d, punctũ ergo g, est intra circulũ, & similiter punctũ b, & sunt in superficie sectionis, & pũctũ n, est in supficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k, transit ꝑ puncta g t n, linea uero per transiens hæc puncta est arcualis, qa supficies sectionis est decliuis supꝫ superficiẽ columnæ per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nõ transit per totũ axẽ columnæ, necp est supficies sectionisæ q̃distans basi colũnæ, linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectæ k m l, cuius superficies secat axẽ speculi oblique, est curua maximæ curuitatis, & eius cõcauitas respicit uisum existentẽ in puncto d, & qa punctũ t, est imago formæ puncti m, & punctũ n, imago formæ puncti k, & punctũ g, est imago formæ puncti l, patet qd' imago lineæ l m k est cõuersa, ita qd' superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, corrñdet infimo puncto lineæ uisæ, qui est l, & infimus punct9 imaginis qui est n, corrñdet supremo puncto lineæ uisæ, q̃ est k. Sic ergo situs partium imaginis nõ est cõformis situi partiũ rei uisæ, sed cõuersus & difformis, patet ergo ꝓpositũ, patet itacp ex hac ꝓpositione, & duabus ꝑmissis, qd' lineæ rectæ æq̃distantes axi speculi colũnaris cõcaui, & æq̃distãtes basi eius, & etiã quæ sunt obliquæ supꝫ superficiẽ eius, qñcp uidebunr̃ arcuales, qñcp rectæ, qñcp cõuersæ, formæ ergo eorꝫ quæ cõprehendũr̃ in speculis colũnaribus cõcauis, qñcp erit directa cõformis i suo situ situi partiũ rei uisæ, & qñcp erit difformis cõuersum habens sitũ suarꝫ partium respectu uisus partiũ rei uisæ, & in respectu ad uisum.

XXIX.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ columnare concauum transaxem orthogonaliter secante, centrocp uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandocp maior, quandocp æqualis, quandocp minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quãdocp una, quandocp plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octaui huius, circulus a b 3, cuius centrũ in supficie speculi columnaris concaui æquedistans basibus speculi, & sit centrũ uisus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in ꝓdicta 48. ꝑmissum est ꝓpendiculariter erecta super supficiẽ circuli, & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares supꝫ superficies cõtingentes superficiem colũnæ speculi, & erit supficies trianguli d e g, ꝓpẽdiculariter erecta supꝫ superficiẽ circuli a b 3, ꝑ 18. undecimi, qa linea g d est ꝓpendicularis supꝫ supficiẽ circuli, hoc est super eã superficiẽ, cuius sectio efficit circulũ a b 3, supficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & ꝑ 92. primi huius, transit ꝑ totũ axem speculi, & ꝑ centrũ uisus qd' est punctũ d, & neutra supficies earꝫ q̃ sunt d b o & d a o, q̃ secant se in liea d o, ut patet ꝑ 19. primi huius, transit ꝑ totũ axem, & in neutra illarꝫ supficierꝫ est aliqd de axe nisi punctum e, qd' est centrũ circuli a b t, utracp ergo supficies q̃ sunt d b o & d a o, secat supficiẽ columnarẽ speculi secundũ oxigoniã sectionẽ, & fit reflexio formarꝫ ad uisum à duob9 punctis illarꝫ sectionũ, quæ sunt a & b, ut patet ꝑ ꝑmissam 48. octaui huius, formæ ergo pũcti r, reflectetur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi qd' est b, & forma puncti m reflectitr̃ ad uisum in punctũ d, à pũcto speculi qd' est a, & qm̃ kathetus incidentiæ formæ pũcti r, est linea r e n, secans lineã b d, q̃ est linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidẽtiæ formæ pũcti m, est linea m e u, secãs lineã reflexiõis quæ est a d, in pũcto u, patet qd' pũcta n & u sunt loca imaginũ formarꝫ punctorꝫ r & m, & erit linea n u, diameter imaginis formæ lineæ m r, & est minor cp liea m r, ut patet in 49. octaui huius, & similiter formæ duorꝫ punctorꝫ h & l, reflectenr̃ ad uisum in punctũ d, à duob9 pũctis speculi q̃ sunt

a & b,& erit p̄ modū prius dictū cū linea t k,diameter imaginis formæ lineæ l h, & sectū dū p̄missa in 48.octaui huius,erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h.Similiter q̄q; linea p i,erit diameter imaginis formæ lineæ f q,& est maior q̄ diameter rei uisæ quæ est linea f q,& oēs istæ imagines erūt cōuersæ, ut ostensum est in 50.octaui huius. Si uero centrū uisus fuerit in pūcto o,& formæ lineaꝝ quæ sunt p i,t k & n u,reflectant̄ ad uisum in puncto o,à punctis speculi quæ sunt a & b,tunc erit econuerso.Erit em̄ diameter imaginis lineæ p i,quæ est linea f q,minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h,diameter imaginis lineæ t k,& æqualis ei,& erit linea m r,diameter imaginis lineæ n u,& maior q̄ illa.Omnesq; imagines lineaꝝ istaꝝ rectaꝝ erunt rectæ,sed cōuersæ secundū situ & ordinē ptiū quē habent ipsæ res,nam dextrū rei fit siniſtrū imaginis,& siniſtrū rei fit dextrū imaginis,& similiter est de ptibus quæ sunt sursum & deorsum.Item cū utraq; extremitatū haꝝ lineaꝝ unicā habuerit imaginē,& aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines,tunc forma illius lineæ tot habebit imagines,quot punctū mediū ipsius,& oēs istæ imagines copulabunt̄ ad puncta extrema illius imaginis,& erit illa linea unica diameter oīm illaꝝ imaginū,& si utraq; extremitas illius lineæ uel altior ipsaꝝ plures habuerit imagines,pūctū nō mediū habuerit tm̄ unā. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo,uel saltem alterni suum punctū extremū,& si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctū mediū multas habuerit imagines,tunc tota linea habebit imagines secundū numerū maiorē,& hoc patebit,sicut patuit supra de imaginibus speculoꝝ sphæricoꝝ concauoꝝ.In speculis em̄ colūnaribus cōcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cōprehendunt̄,sicut accidit in speculis sphæricis concauis,s.de formis speciēꝝ uisibilium,& de quantitatibus,& de numero suaꝝ imaginum,& de conformitate ipsaꝝ ad res,quaꝝ ipsæ sunt imagines,& de difformitate situs ipsaꝝ secundum cōuersionē formaꝝ partialiū cum omnibus fallacijs quæ appropriant̄ cōuersioni,& oēs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet ergo illud quod ꝓponebatur. XXX.



Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris cōcauí,cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie,uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.

Fiat in isto ꝓposito theoremate dispositio talis quæ in 28 huius,apparebitq; totum qđ ibi ponitur in his speculis colūnaribus concauis,posito itaq; ut aliqua linea recta non æque distet axe speculi columnaris concaui,cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem,si centrum uisus fuerit in illa superficie,tunc patet per 28.huius,quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus,& conuersa secundum situ ipsius rei uisæ,quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d,in quo est illic centrum uisus,tunc si à punctis a g o,à quibus fit ibi reflexio,erigantur lineæ longitudinis speculi per 101.primi huius,inueniantur puncta reflexionū formaꝝ punctoꝝ m b k, patetq; secundum modum pluriū præmissaꝝ,quod forma punctoꝝ k m b, reflectet̄ ad uisum secūdū dispositionē suo situi diuersam,& secundū hoc dispones curuitas imaginū & cōuersio figuræ, q̄d si centrū uisum nō fuerit in līea ꝑpendiculariter erecta sup illā superficiē à pūcto d,tūc à centro uisus ducat̄ ꝑpēdicularis sup illā supficiem p 11.undecimi,& inuentis punctis reflexionis formaꝝ punctorum b m k,patebit ꝓpositum ut prius,& hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici speculi pyramidalis concaui oblique super axem reflectitur ad centrum uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam à linea longitudinis speculi,imagoq; ipsius uidetur recta,& si illa linea incidēs fuerit recta,eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis,cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quæ in 55.septimi huius,inuenieturq; in speculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ est a n,proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter concauitatem speculi quæ est a p y,punctū quoq; quod est sub superficie speculum contingentem secundum lineam longitudinis speculi quæ est a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uisæ quæ est a n,ad uisum existentem in puncto r,erit illic punctū k,in quo puncto f,si fuerit centrum uisus erunt omnia puncta quæ sunt in illa curua imagine,uel quæ sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad pūctum f,& imago lineæ curuæ quæ a p y,erit linea recta,quæ est a n, uel imagines duarū extremitatum lineæ a p y,erunt in linea a n,& in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p,quod est in medio lineæ a y,diuersabuntur,& hoc potest eodem modo declarari sicut sibi simile declaratum est in 55.septimi huius,quoniam enim ut ibi declaratū est, angulus z r f est æqualis angulo z f r.Est autem angulus p z h æqualis angulo t z r,per 15.primi,& angulus t z r est æqualis angulo z f r,per 29.primi,sed per eandem 29.primi,angulus h z f est æqualis angulo z f r.Est ergo angulus p z h æq̄lis angulo h z f, palam ergo per 20.quinti huius,quoniam fiet reflexio formæ puncti p,ad uisum existentē in puncto f,à puncto speculi pyramidalis concaui quod est z,& quoniam linea h p o est kathetus incidentiæ formæ puncti p,& linea f z o est linea suæ reflexionis ad uisum existentem in puncto f,patet per 37.quinti huius, quoniam punctum o,est locus imaginis formæ puncti p,similiter quoq; angulus y e d est æqualis angulo h e r,quæ per 29.primi, est æqualis angulo e r f,& per eandem 29.primi, angulus d e f est æqualis angulo e f r, sed ut in cōmento 55.septimi huius,ostensum est angulus e f r est æqualis angulo e r f,est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f,ergo per 20.quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in puncto f,à puncto speculi concaui quod est e,& quoniam linea y n,est kathetus incidentiæ formæ puncti y,& linea f e n est linea suæ reflexionis, patet per 37. quinti huius,quod locus imaginis formæ puncti y,& punctum n,& punctum a,sicut reflectitur à uertice speculi,sic locus imaginis suæ est ibidem, per ea quæ dicta sunt in 11. et 12.octaui huius,& in 10.huius,erit ergo imago totius lineæ a p y,curuæ,linea a o n recta,quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineæ rectæ a y,quæ est diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y,tūc duæ extremitates lineæ a y,quæ sunt a & y,habebunt ut prius loca suarum imaginū in punctis a & n,loca uero imaginis puncti medij correspondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p,& aliorum punctorum mediorum diuersabuntur,& secundum diuersitatem cōcursus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum secundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ est a u e, speculi ꝓpositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f,uel ultra lineam a o n,uel citra illam,loca imaginum illorum pūctorum diuersabuntur quandoq; ad cōcauitatem, quandoq; ad conuexitatem respicientem centrum uisus,erit tamen illa concuruitas modica,quoniam prædictorum locorum imaginum respectu lineæ a o n,modicus est excessus,palam itaq; ex præmissis,quod si linea recta quæ est diameter imaginis curuæ q̄ est a p y,fuerit in aliquo uisibili,& centrum uisus fuerit in puncto f,tunc imago lineæ rectæ præmisso modo dispositæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur cōcaua, quod est propositum. XXXII.

Lineæ rectæ uisæ superficie incidentiæ axem speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secante,centroq; uisus non existente in eadem superficie imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uisum respicientis.

Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum l, & linea uisa r m y, cuius extrema puncta quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus h, sitq; centrum uisus extra superficiem lineæ r y, quæ producta secat speculum pyramidale cõcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g, cuius centrum sit d, reflectaturq; forma puncti r, ad uisum l, à puncto speculi g, eruntq; puncta b & g, quamuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l, ut patet hoc per 7. septimi huius, & p 19. primi huius, & quoniam quantum ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cõcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ pũcti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod est extra rectitudinem lineæ t h, imago itaq; lineæ r m i, est in quadam linea transeunte puncto h s t, sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua, & quoniam punctũ s, est ultra concauitatem speculi respectu pũcti l, centrũ uisus, & punctum l, est intra illam concauitatem, palam quod punctum l, est extra superficiẽ in qua est linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctũ f, cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g, erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s respectu uisus l, est altius quàm duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cõcaua maxima cõcauitate uisum respiciente, & hoc est ppositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius supficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

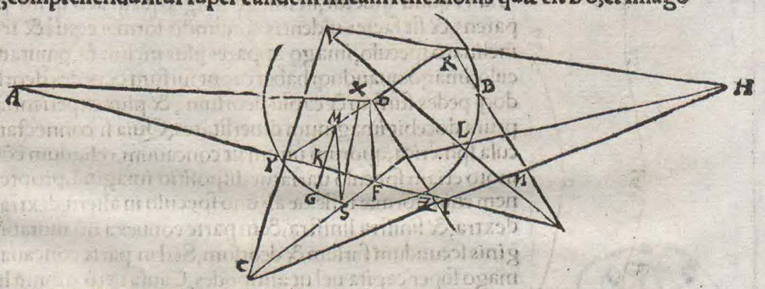
Quoniã enim ut in 31. huius, ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat, & per præmissam proximã patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic ponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec eñ dignum uidimus talibus immorandum, quæ ex prædemõstratis cõclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ pyramidale trans axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secũdum axem secantis, uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctũ cõmune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o, & si duæ lineæ a e & b e, fuerint ppendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autem est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales, cum ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d, tũc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totã axem & per centrum uisus, & utraq; superficies d a o & d b o, erit decliuis super axem speculi, & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erũt duæ sectiones oxigoniæ, & forma trium punctorũ quæ sunt r b q, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, à puncto speculi quod est b,

quod est b, formæ quoq; trium punctorum quæ sunt, m l f, reflectẽtur ad uisum in punctum d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tũc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoq; istæ imagines cõuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in puncto d, quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in pũcto o, fuerint in superficiebus corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erũt lineæ quæ sunt imagines literarũ m r, l h & f q, eritq; imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erũt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaq; istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago pũcti remotioris à uisu erit propinquior uisui, et imago pũcti propinquioris uisui erit remotior à uisu, conuersum itaq; habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus cõcauis uidentur conuexæ, quandoq; concauæ, quandoq; rectæ, & quandoq; maiores, & quandoq; minores, & quandoq; æquales rebus uisis, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerũ quarum sunt imagines, & accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundũ numerum punctorũ reflexionis, & forte imagines eiusdem rei diuersarũ erunt formarum secundum diuersum situm suarũ partium, quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatũ quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

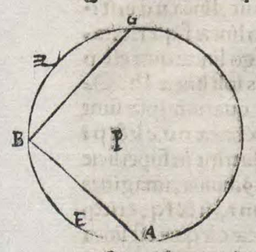


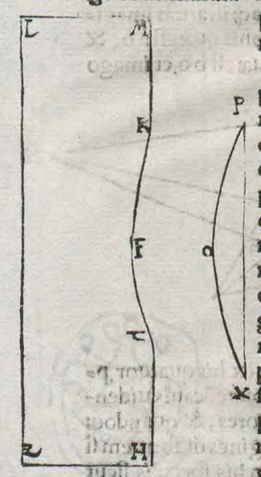
XXXV.

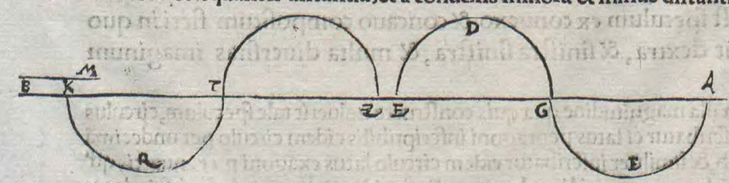
Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimã quarti, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p 15. quarti, qđ sit b g, eritq; per eãdem 15. quarti, linea b g æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti perifiriæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionũ, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cõcaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

est g z b, sicut conuexa ut est figura x o p, & assumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; sit maior quàm corda b g, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua quæ est k f c, sibi extrinsecus applicetur, & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut conuexitas superficiei x o p, sibi intrinsecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarum quælibet imprimatur, poliaturq; speculum ex partibus ambabus, ꝓpter qd̃ oportet ut lamina speculanda sit cõuenienter spissa, ut ex utraq; parte salua dispositiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; speculum si super sedem uolubilem ad hãc præparatam componatur, & super ipsam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua superficies uisui se offerant, tunc apparebũt dextra dextra & sinistra sinistra, & distant quasi duobus cubitis, apparet imago cõmensurata & similis ueræ formæ, magis uero distãti, ptenditur imago in anterius, propius uero accedenti ad cõuexam superficiem speculi fit imago penitus informis, & magis accedenti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & fit facies uidentis consimilis formæ equi, & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, ꝓmutato quoq; speculo, imago quandoq; habet caput sursum & pedes deorsum, & quandoq; pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quàm scriptura docebit imaginum diuersitates, Quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum cõuexum, non moto etiam speculo uariatur dispositio imaginũ, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa nõ mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum, Sed in parte concaua uidebitur imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omniũ horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa, modo quoq; tali in præmisso speculo permiscentur imagines, & si in eadem concauitate sit speculũ planum ipsis speculis sphæricis conuexis & concauis interpositũ, uariabitur imaginũ quantitas, qa in planis est imago æqualis rei uisæ ꝑ 52. quinti huius, in cõuexis uero est minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoq; æqualis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet per 48. octaui huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipsa specula conuexa quæ sint a t g & t r k, & similiter fiant in ipsa specula concaua quæ sint g d e & z i t, & fiant specula plana quæ sint e z & k b, ponaturq; res uisa in puncto m, quæ à speculis illis ad uisum reflectatur, à planis itaq; speculis apparent æqualia idola & æqualiter distantia, & à conuexis minora & minus distantia, à concauis uero diuersa & diuersimode uisui occurrentia, sicut in aliis ꝑdemonstratum est. Ingeniũ uero modernorum & futurorum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, et nos quæ talia digna memoria inuenimus, posterius cõscribemus.





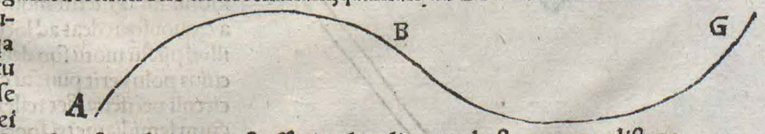


XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile est accendi.

Si enim

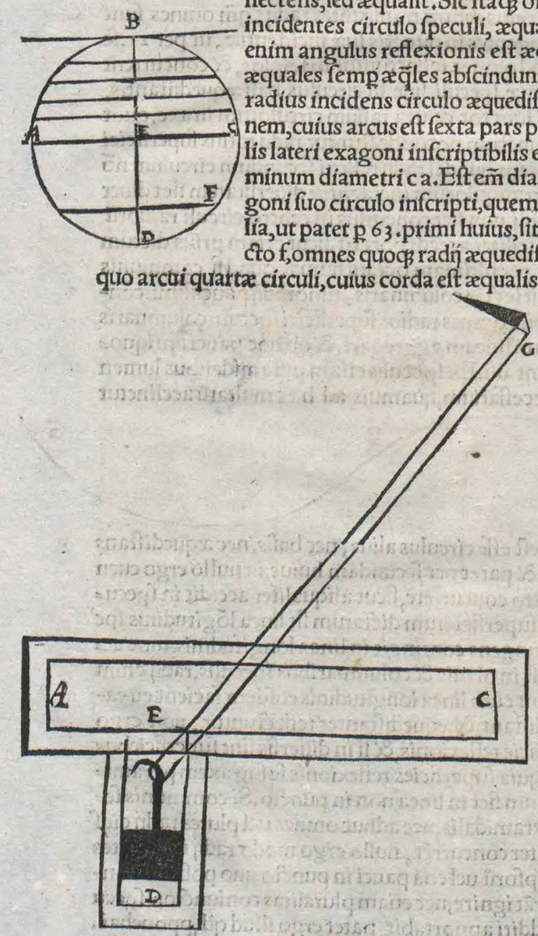
Si enim in speculis pyramidalibus concauis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi, sicut neque à speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnæ intersecent, radij enim æquedistanter superficiei speculi incidentes, æquedistanter utiq; reflectentur, perpendiculares quidem in se ipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quæ cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in pũcto concurrent, sed in tota linea axis distendentur, nõ ꝓpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliã in eadem superficie à dicta ꝓpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundũ quod æquedistantes ad inuicem incidunt, sic quasi æquedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrẽt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexiõis se in axe colũnæ nõ intersecent, sed sint æquedistãtes, qd̃ est impossibile ut patet ꝑ 7. septimi huius, palã tñ est quod in eis reflexi radij nunq̃ concurrẽt, si uero sectio cõmunis supficiei reflexiõis, & superficiei columnæ sit circulus, tunc per eius centrũ transeuntes radij, qm̃ omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi siue sit circulus basi æquedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tot centra talium circulorum in axe, quot sunt circuli in columna, ad unum ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineam, quod si radij reflexi secundum circulum nõ transeunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiæ diuersitatem fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radiorũ sed in tota semidiametro, et sic ignis difficiliter accẽdi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij pauciſſimi concurrent, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustionibus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere nõ est necessarium, quamuis ad hæc multarũ acclinetur imaginatio, cuius causa est, qa in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec æquedistans basi, propter hoc quod prius dictum est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euentu possunt radij à periferia circuli in centro concurrere, sicut aliqualiter accidit in speculo columnari, quod si sectio communis superficierum dictarum sit linea lõgitudinis speculi, quoniam superficies speculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim incidentes uel quoscunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eosdem facient cũ eadem reflexi, & sic radij incidentes æquedistant, & æquedistanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam si sint in eadem superficie reflexionis, & si in diuersis sint superficiebus patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se sup axem pyramidis intersecant, & tunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si communis sectio superficierum dictarum sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiusdem superficiei uel diuersarum aliqualiter concurrẽt, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorũ, uel etiã pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliqd ignitioni resistens ualeãt ignire, nec etiam pluralitas coniunctoꝝ speculorũ aliud ualidũ respectu laboris supadditi apportabit, patet ergo illud qd̃ ꝓponebat.



XXXVII.

Ex plurium ſpeculorum ſphæricorum concauorum interſectione ſpeculum comburens conſtitui eſt poſſibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius ſpeculi ſphærici concaui, qui a b c d, & eius centrũ e, interſecentq; ſe in ipſo duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq; radij ſolares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta ſunt, quoniam radius incidens circulo ſecundum aliquam diametrorũ, uerbi gratia, ſecundum diametrum a c, reflectitur in ſeipſum trans centrum radiorum non æquediſtantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctũ b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cõtinet cũ diametro eſt rectus p 17. tertij, & angulus b e a eſt rectus ex hypotheſi, & ille ergo radius contingens circulum nõ reflectitur, quia nihil inuenit reſiſtens, ꝓcedit ergo in cõtinuum & directũ, alius uero radius æquediſtans diametro a c, cũ linea in puncto ſuæ incidentiæ ſpeculũ contingente, continet angulũ rectilineũ acutiſſimum, & modicam abſcindit portionẽ circuli, incidens & modicũ ſe reflectens, ſed æqualiť. Sic itaq; omnes radij æquediſtantes diametro a c, incidentes circulo ſpeculi, æquales abſcindunt circuli portiones, ſemp enim angulus reflexionis eſt æqualis angulo incidentiæ, illi aũt anguli æquales ſemp æq̃les abſcindunt portiones p 43. primi huius, ſolus aũt radius incidens circulo æquediſtanter diametro a c, abſcindens portionem, cuius arcus eſt ſexta pars periferiæ circuli, & cuius corda eſt æqualis lateri exagoni inſcriptibilis eidem circulo reflectiť ad punctũ c, terminum diametri c a. Eſt em̃ diameter a c, æquediſtans medio lateri exagoni ſuo circulo inſcripti, quem exagonũ diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, ſitq; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquediſtantes ſemidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda eſt æqualis reſiduo alteri exagoni, & eſt arcus f c, reflectũtur ad illam partem circuli portiones æquales abſcindentes & oẽs illi radij tranſeunt p aliquod punctum ſemidiametri c e, & quodcunq; punctũ reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quouſq; redeat ad locũ â quo exiuit, illud punctũ motu ſuo deſcribet circulus cuius polus erit punctũ c, et â tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idẽ punctum ſemidiametri ſpeculi quæ eſt c e, fietq; in illis punctis diametri combuſtio oppoſita aliqua materia cõbuſtibilis, ſed debilis & cũ mora tẽporis, qđ ſic fieri poſſit, ut loca plura cõbuſtionis uel omnia in unũ punctũ cõgregentur fiet fortior cõbuſtio. Hoc aũt uiſum eſt poſſibile fieri per interſectionem ſphæricã plurium ſpeculorũ ſphæricoꝝ cõcauorum, non aũt inæqualiũ, quia in illis nõ cõuenienter uniformis poteſt inueniri ꝓportio. Relinquitur ergo qđ æqualiũ ſpeculorũ ſphæricorũ ſit illa interſectio, ita ut illud quod uariat in locis cõbuſtionum diuerſitas diſtãtiæ radiorũ æque diſtantiũ axi ſpeculi, & ad ipſam axem reflexaꝝ cõformet diuerſificatio centrorũ, ut ſi centra ſphærarũ ſpeculorũ ſe interſecantium



tium ſecundũ omnia puncta unius ſemidiametri ſphæræ uarientur, tũc enim pũcta combuſtionis aut oĩa aut plurima in unũ punctum colliguntur, & fortificabiť combuſtio ſecundũ illud. Huius aũt rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis, q̃ p manualem fabricã intendere uoluerint p̃miſſis, cuius forma talis eſt. Aſſumať regula lignea uel ænea quadrangula planarũ ſuperficieꝝ quãta placet, et ſic eius latitudo tripla eriť ſuæ ſpiſſitudini uel circa illud, deinde in medio ſuæ latitudinis caueť ſecundũ lineã rectã, & planeť foramen, & ordineť taliter, ut intra ipſam decurrere poſſit nauicula admodũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula ſic concauata & diſpoſita, taliter ſituetur ut eius cauata ſuperficies ſit erecta ſup ſuperficiẽ horizontis, & lineæ profunditatis ſuæ concauitatis ſint ꝓpendiculares ſup ſuperficiem horizontis, ſitq; linea q̃ motu ſuo deſcribet uncus motæ nauiculæ æqualis ſemidiametro ꝓpoſiti circuli, quæ eſt e d, ita q̃ punctũ e, cadat in intrinſeca ſuperficie ipſius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus eſt mouetur. Deinde aſſumatur alia regula lignea uel ænea ſimiliter quadrangula ut prima, & planarũ ſuperficieꝝ, & hæc ſimiliter in ſui ſuperficie latiori cauetur ſubtiliter ſecundũ lineas rectas, & planenť ſupficies cõcauitatis ita ut ſine impedimento per illã concauitatẽ poſſit alia ſubtilis regula uel funiculus moueri, Sitq; concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc eſt ut ſit æqualis diametro circuli q̃ eſt a c, & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius ſuperficies nõ concauata æquediſtet horizonti, & eius ſuperficies cauata reſpiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter ſup illã, ita ut angulus d e c ſit rectus, & ſit medius pũctus longitudinis ſuæ cõcauitatis correſpondens pũcto e, qui eſt pũctus unci ipſius nauiculæ, & ſint oĩa hæc in eadem ſuperficie æquediſtante ſuperficiei horizontis. Fiatq; tertia regula ænea longa quadrangulaꝝ ſupficierum planaꝝ & rectarũ linearũ, q̃ ſit e f g. Sitq; eius pars e f æqualis ſemidiametro circuli q̃ eſt e c, ſitq; taliter diſpoſita, ut p aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ ſecundũ punctũ e, & ut ipſa moueri poſſit per cõcauitatẽ lineæ a c, ſitq; in puncto f nodus, cuius diameter ſit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoq; reliqua pars lineæ e f g quæ eſt f g, lõgitudinis placitæ cuiuſcũq;, & in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui ſit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere poſſit pauimentum uel illam aliam ſuperficiem ſubſtratam. His itaq; omnibus ſic diſpoſitis immittatur regula e f g, ſecundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & ſequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq; punctus f, in ſuperficie regulæ a c, & ſemper mutabitur centrum circuli, cuius diameter eſt linea e f, cum itaq; pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod eſt centrũ circuli p̃miſſi, omniumq; punctoꝝ reflexionis lineis uel quarũcunq; formarum â quarta circuli quæ eſt c b, concurſus radiorũ uel diffuſæ uirtutis erit in centro circuli qđ eſt e, qm̃ omnia puncta combuſtionũ concurrentia in axe e b, reducta ſunt ad punctũ e, quod eſt centrũ circuli, utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo ſpeculi æquediſtanter diametro a c. Similiter quoq; ſi placet fiat in alia quarta circuli deſcẽdente plane ipſa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc em̃ punctũ g, lineæ f g, motu ſuo deſcribet quandam lineam per clauum ſibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineã dicimus lineam ecentralem, qm̃ eſt interſectio infinitorũ circuloꝝ, quilibet em̃ punctus illius lineæ, exceptis punctis extremis correſpondentibus pũctis a & c, ipſius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter diſtantibus â pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerſo correſpondet centro, ſicut et quælibet duo pũcta æqualiter diſtantia â pũcto ſui medio reſpiciunt idem centrũ, & ſunt pũcta unius circuli alterum circulũ ſecãtis, hæc ergo linea ad conſtitutionem propoſiti ſpeculi utemur ſecundũ ipſam aliquam ſpecularem ſuperficiẽ cõcauantes, ſicut p modũ demonſtrationis & artificij inferius diceť, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXXVIII.

Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium cõcauorum ignem eſt poſſibile accendi.

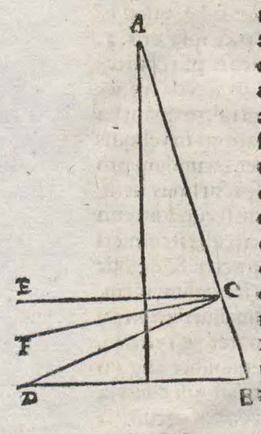
Quod hic proponimus primum fuit, quo duobis harum rerum ſcientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noſter cõquieuit, quia & ſi non

ad unum punctum mathematicum, ad unum tamẽ punctũ naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari, quæ nobis uero postea occurrerũt ualidiora sunt. Nihil tñ istorũ duximus ptermittendũ, ut posteriorũ animi altius excrescat, psenti itaq; demonstrationi opus ipsum mœchanicũ duximus aliqualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quæcũq; pyramis quæ sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintq; lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes 6. eritq; per 89. primi huius, punctum d centrũ circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturq; circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitq; aliqua diameter in circulo æquedistans inscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc quoq; transibit per centrum circuli per tertiã primi, producaturq; linea illa ad utranq; partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quæ sit d h, & producaẽ ad partem aliam circuli, fietq; diameter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producantur q; à punctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticem quæ sint h a & k a, producatur quoq; à puncto e, linea æquedistans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum æquedistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cõtinuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniã intersecabit pyramidem. Eritq; triangulus x f e, propter æquedistantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyramide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lõgitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntq; lineæ l f & l e, p 98. primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pũcto quæ est l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æ̃les, linea uero l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritq; linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis. Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præmissis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60. secundũ quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundũ qd circulus est 360. ducãtur quoq; lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, p 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaq; f e, diuisus est p æqualia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60. patet quod linea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia quadratũ lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahaẽ ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quãtitas lineæ b g, & secũdũ q; est linea f g & 30. ptes. & ipsa 8. ptes. 2. minuta 29. secunda, secũdum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta. & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. ppositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, qm̃ uero linea g l, erecta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. primi, qm̃ trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit, pportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineã g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineã d b, sicut lineæ l g ad linea g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypotheſi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet ergo, qm̃ linea l g, erit duæ partes. 24. minuta. 36. secunda, secundum quod linea d a est partes. 18. secundũ quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, q; latus g l quẽadmodũ linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiem circuli basis pyramidis p 89. primi huiꝰ, & p 8. undecimi, patet ergo q; quadratũ lineæ l b, ualet quadrata ambarum linearum l g & b g, ex 46. primi huius. cõponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahaẽ, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundũ ppositum numerũ quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiẽ basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ super supficiẽ, qm̃ ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiã cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo rectilineæ, quæ est e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Cõiunctis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahaẽ radix, & patet q̃d linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secũda, & quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratũ lineæ l g, patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo liea f l duæ partes. 50 minuta. 19. secunda, habeẽ itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præsenti. Cũ autẽ difficile sit assumi pyramidẽ, pposito cõpetentẽ, qm̃ oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat, pcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundũ illam quantitatẽ. 24. minuta. 6. secunda, quæ est linea, pfunditatis acceptæ sectionis, & forte qñ, ptrahitur assimilatur sagittæ, secundũ quod illæ lineæ cordæ & arcui similantur, & erunt lineæ e b & f l rectæ æquales, & ipsaꝝ quælibet est duæ partes. 50 minuta. 19 secunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta. 35. secunda, secundũ dictam quantitatẽ, quæ oñia si bene mensurata fuerint, patet qd habeẽ portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculũ latius q̃ sit longum, & in breue spaeium radios plurimos congregabit, qd si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g 4. partes & longius radij, ptenduntur, eruntq; ex haꝝ lineaꝝ notitia, & ex notitia lineaꝝ e g & g f, quarum notitia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝝ notaꝝ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minoꝝ

talium eſt infinita, eo quod ſecundū omnem numerum axem pyramidis accipi eſt poſſibile, diametro tñ circuli baſis nō mutata ſecundū numerum, & ſi mutetur ſecundū quātitatē partium numeratarū, certitudo ergo numerorū operationi indagatoris ſoliciti relinquat, ſinus em̄ uerſus & medietas ſemidiametri circulo inſcripto ſemidiametro, ſecūdum quē fit baſis portionis abſciſio, nō poterunt uariari, ex quorū notitia ad aliarū linearum notitiam poterit ꝓcedi. Quod ſi radios ad longam diſtantiam aggregari placuerit ex quo tñ uirtutem ipſorū debilitari patulū eſt, niſi quantitas aggregationis quantitatem uincat diſtantiæ, illud erit in exceſſu pyramidis lateris erecti ipſius, ſ. axis pyramidis reſpectu ſemidiametri baſis. & ſemidiametri baſis reſpectu ſinus uerſi, poteſt ergo ſi placet circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri, hoc aūt cū ſit ꝓtes 30. ſecundū q̄d tota diameter eſt partes 120. ſi ex notis notum extrahatur, inueniet arcus ſibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorū, 21. ſecūdarū, qui ex 29. tertij, ſi per æqualia diuidatur erit medietas ipſius 14. partes, 28. minuta, 40. ſecūda, 30. tertiæ, ſecundum q̄d circulus eſt 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. ſecunda, 20. tertia, ſecūdū quod diameter eſt 120. ſemidiameter quoq; partes 60. ſed quod diameter eſt partes 3. erit 45. minuta, 21. ſecunda, 40. tertia, ſitq; latus f b, ſed linea f e inſcripta circulo æqualis medietati ſemidiametri, per diametrū orthogonaliter ſuperſtantem ei, ex 3. tertij diuidit̄ per æqualia in puncto g, ergo linea f g eſt medietas lineæ f e, quæ eſt pars 30. minuta, linea ergo f g eſt 45. minuta, quadratū itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & reſidui extrahat̄ radix quadrata, & erit linea g b, quæ eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e, 5. minuta, 42. ſecunda, 44. tertia, cuius immutabili hæc poſita quantitate numerati axe pyramidis quocunq; in numero & quantitate uariata diametro baſis 6. partiū, cuiuſcūq; quantitatis exiſtentis, omnes lineæ abſciſæ ſectionis, ut prius operanti poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; ſectione pyramidis ſi placet ex ferro competentis ſpiſſitudinis, menſuratione q̄q; facta linearū præmiſſarum in illa ſecundū ꝓportionem axis imaginatæ pyramidis, & ſecundū diuerſitatē lineæ baſi inſcriptæ, quā fieri poſſe diximus ſecūdū quantitatē ſemidiametri uel medietatē ipſius, ut ſecundum hæc quantitas ſinus uerſi & tota ꝓportio uarietur, planetur ſpeculum intrinſecus ne partes partibus multum præmineant quantū eſt poſſibile. Quia uero & ſi hoc ſpeculum ſecundū ultimū poſſibilitatis poliretur, tñ quia eſt pars pyramidis, omnes radij ipſius uel plures ad unum punctū aggregari eſſet impoſſibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionē complere aliam ſibi adhibere medelam. ſ. ut in eo fiant diuerſarum interſectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cōpleri, q̄m em̄ in aſſumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra ſectionē aſſumptis, eſt notorū laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur, quæ ſit item l b g, qui ſi duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quouſq; linea g m, ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod ſiue ſit orthogonius ſiue ampligonius, ſiue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus ſibi poteſt circumſcribi, circumſcribatur ergo, quod ut facilius fiat, aſſūmatur prior diſpoſitio. ſ. ut linea b g, ſit 24. minutorum, 6. ſecundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. ſecundorum, eritq; l g, ſecupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in cōtinuum & directum ad punctū p, donec linea g p ſit ſecupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. ſexti, illud q̄d fit ex ductu lineæ g p in linea b g, erit æquale quadrato lineæ g l. ſed quadratum lineæ g l, æquale eſt ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 24. tertij. ſed linea p b, ſecat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis, tranſit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiuſdem per æqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ eſt linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. ſecunda, cuius medietas eſt 7. partes. 25. minuta. 51. ſecundū, & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum dictam

dictam diſpoſitionis quantitatem, præter q̄q; modicum quod perditur in limando, quod ſi baſi eiuſdem pyramidis inſcribatur medietas ſemidiametri axe pyramidis exiſtente 18, erit linea b g. 5. minuta. 42. ſecunda. 44. tertia, cuius ſecuplum eſt latus l g, quod erit. 34. minuta. 16. ſecunda. 24. tertia, cuius item ſecuplum erit linea g p, & ipſa erit. 3. partes. 25. minuta. 38. ſecunda. 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutū. 21. ſecūdū. 8. tertia, cuius medietas eſt pars una. 45 minuta. 40. ſecūda. 34. tertia, & eſt punctus ille locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum talem quantitatem diſpoſiti, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam eſt in reliquis formis ſpeculorum ſecundum quantitatē uarias acceptorum, & ſemper ſecundum proportionem axis pyramidis reſpectu diametri baſis, & ſemidiametri reſpectu ſinus uerſi, fit diuerſitas elongationis puncti aggregationis radiorum à ſpeculo, qui ſecundum eundem modum eſt in omnibus perquirendus. Aſſumatur ergo pars circuli circumſcribentis triangulum l m b, & reſecetur ſecundum lineam b p, quæ eſt diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ ſit q, linea q l, & reſecetur circulus ſecundum illam, remaneatq; q l b ſector, in quo poſtea fiant interſectiones triangulorum diuerſarum pyramidum huiuſmodi, q̄m enim angulus l b g, eſt angulus ſemicirculi, patet ex 15. tertij, q̄m ipſe eſt maximus omnium angulorum acutorum, ergo eſt maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, reſecetur ergo ab ipſo angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q, quæ eſt ſemidiameter circuli, producaturq; à puncto b, linea ſecans arcum b l, prout uicinius poſſit puncto b, & ſit arcus reſectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera à aliorum triangulorum interſecantia arcum b l, & ſint loca interſectionum c d e f l, eruntq; lineæ productæ, q̄m angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ ſit q s, ut patet ꝑ 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes ſemper altiores ipſis triangulis inclusis ex 21. primi, ſintq; omnium illorum trigonorum ſuperiora puncta ſignata per notam 8. quorum triangulorum quilibet ſi moueatur latere erecto fixo manente, deſcribet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli reſecta cauſabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, ſicut pars trianguli ad totum triangulum, & ſicut partialis motus ad totū motum, q̄m uero patet per ſecundam huius, quod in ſpeculo pyramidali concauo ſecūdum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis ſpeculi, eſt æqualis angulo reflexionis. ſ. ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis ſpeculi, ut ſi ſuper lineam longitudinis pyramidis alicuius ſpeculi quæ ſit a b, reflectatur radius e c, æquediſtanter ſemidiametro baſi incidens quæ ſit b d, patet quia angulus e c a, æqualis eſt angulo d c b, q̄m em̄ ut patet per 20, quinti huius, quoſcunq; angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto incidentiæ, eoſdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuerſaliter em̄ angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Reſumatur ergo q l b, ſector, & eius trianguli, quia quod demonſtratum eſt in pyramidalibus, uerum etiam eſt in triangulis cauſantibus pyramides. Incidit ergo ipſi ſectori in puncto t, radius æquediſtans lineæ q b, quæ ſit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ eſt h c s, æqualis angulo reflexionis, ſed angulus h c s, æqualis eſt angulo q b c, quia per 29. primi, eſt angulus h c s, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, eſt per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c ſunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi, ſecundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens, ergo radius in punctū b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c ducí eſt impoſſibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui eſt k d f, æqualis eſt angulo reflexionis, ſed & idem eſt æqualis angulo q b d, ſecūdū p̄miſſum modum deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

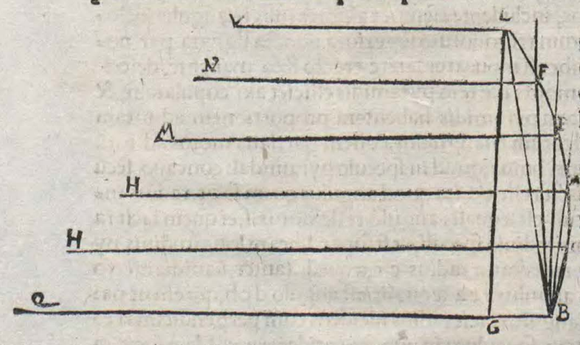
ſunt



sunt æquales, ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter autem est & in alijs demonstrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factæ per latera triangulorum productæ à puncto b, uersus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod est centrum accepti circuli, & quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore ad unũ punctum mathematicũ aggregationes autẽ radiorum fiunt quasi infinitæ, hæc ergo demonstratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d, e f l, reflectũtur ad unum punctum, qui est q, & si portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabunt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum distabit à puncto reflexionis quæ est q. Eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu suo superficiem sectionis præassumptæ pyramidis superius limando & cauando producet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propositum, faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se inter secantes.

XXXIX.

Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad cõcursum cum cõtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.



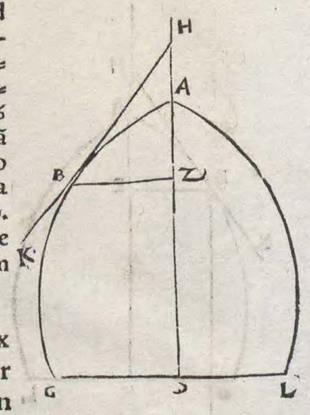
Sit sectio parabola cuius nomen prius libro primo in cõmento propositionis 98. exposuimus, quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & diameter a d, contingatq; hanc sectionem in puncto b, linea recta, quæ sit h b k, concurratq; diameter, quæ sit d a, producta extra sectionem cum linea contingente, quæ est h b k in puncto h & à puncto contingentiæ quod est b, ducatur per 12. primi, linea perpendicularis super diametrum a d, secãs ipsam in puncto 3, & sit b 3, dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b 3, & periferiam sectionis quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametro cum linea contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri cadens inter ipsam periferiam sectionis, & hoc uniuersale est, etiam si linea recta sectionis contingat in puncto g, hoc aũt demonstratum est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipso ut demonstrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis est æquale rectangulo cõtento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

Sit ut in præmissa sectio parabola quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & eius diameter

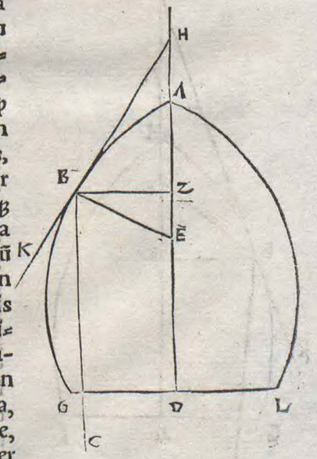
meter sit a d. & à puncto aliquo sectionis quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est a d, ppendicularis b z, dico quod quadratũ lineæ ppendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 3 7. quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16 sexti, ppportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineã z a, hoc autẽ similiter demonstratũ est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstrato. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

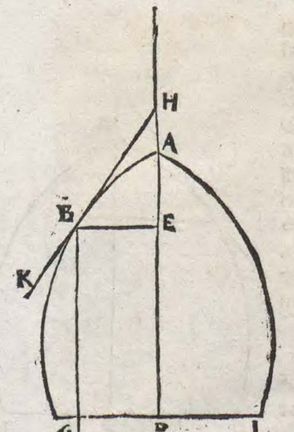


XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ partis lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscisionis diametri producta cum linea contingente sectionẽ super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectũ sit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte pũcti a, resecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g, incidatq; linea t b, puncto sectionis quod est b, æquedistanter diametro a d & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat à diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico quod duæ lineæ t b & b e, cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita q̃ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus eñ b e h, non potest euadere unam trium conditionum, aut eñ erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3 cadatq; per 32. primi, punctũ 3, inter duo puncta a & e, & ꝓducatur diameter a d, ultra punctũ a, donec per 2. primi huius, cõcurrat cũ linea contingente sectionem, quæ est k b h, sitq; concursus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo ꝓpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit ꝑ 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentiũ adiecta, quæ est a h. Erit ergo ꝑ 8. secundi quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cũ quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam patet, quod illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b 3, qm̃ linea b 3 est perpendicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a sunt æquedistantes, ergo per 29.





primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandum de qualibet linea æque distante diametro a d & d e, linea copulata ad punctum e, qm̄ illa linea sup punctū e cum diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, adhuc patet, ꝓpositum, qm̄ angulus c b k est æqualis angulo e b h, qm̄ em̄ angulus b e h est rectus, patet q; linea b e est perpendicularis super diametrum a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id ꝙq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1. sexti, qm̄ linea e a est ex hypothesi, 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per p̄missam, qm̄ linea e b, est ꝓpendicularis sup diametrū a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius p 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & qm̄ linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, qm̄ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterū, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur em̄ linea perpendicularis, quæ sit b 3, à puncto b, ipsius sectionis, cui incidit linea æquedistās diametro a d, quæ est t b, illa quoq; ꝓpendicularis super diametrū a d, sit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliàs em̄ duo anguli unius trigoni b e 3 fierent maiores duobus rectis, qm̄ uno existente recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctū 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, est maior ꝙ linea a e, & qm̄ linea h b k contingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior ꝙ linea a e, fiat p̄ 3. primi, linea a m, æq̄lis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m est æquale quadrato lineæ e h, q̄a itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, ꝙ illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineā a e quater, ut patet ex præmissis, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, p̄ 1. secundi, uel per 1. sexti, qm̄ linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est æquale

æquale quadrato lineæ b 3, per præcedentē, qm̄ linea b 3, est ꝓpendicularis super diametrum a d, quadratum uero lineæ b e, per penultimam primi, est æquale quadratis ambabus linearum b 3 & e 3, patet ergo quod quadratum lineæ b e, est æquale quadrato lineæ e h, ergo linea e b, est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b sunt æquales, sed ut prius t b & d h sunt æquedistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & similiter demonstrandum in omni linea incidente sectioni æquedistanter diametro a d, cum angulus b e h, est obtusus, patet itaq; generaliter propositum, nam omnis linea incidens periferiæ sectionis æquedistanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctū abscindens à diametro ex parte periferiæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem, continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

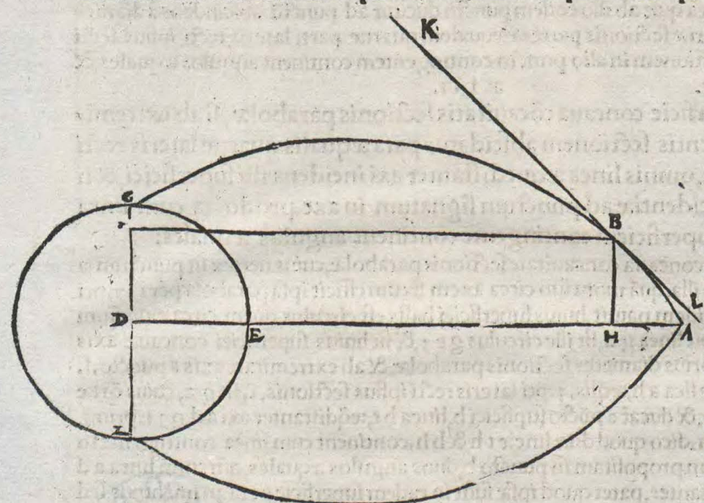
In omni superficie concaua cōcauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis cōtingentis sectionem abscidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ, omnis linea æquedistanter axi incidens illi superficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos æquales.

Sit superficies concaua concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a & hæc est superficies illa, quā motu suo circa axem fixum efficit ipsa parabola per 117. primi huius, & qm̄ ut idem patuit, huius superficiei basis est circulus, quem circa punctum d, motu suo describit linea g d, sit ille circulus g e 3, & sit huius superficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, s. a, abscindat̄ ab axe linea a h, æq̄lis 4. pti lateris recti ipsius sectionis, q̄ sit g z, cuius q̄rtæ pti æq̄lis sit linea a h, & ducat̄ à pūcto superficiei b, linea b t, æq̄distanter axi a d, p̄ 31. primi, & ducatur linea b h, dico quod duæ lineæ t h & b h, continent cum linea contingente superficiem concauam propositam in puncto b, duos angulos æquales, qm̄ enim linea a d & b e sunt æquedistantes, patet quod ipsæ sunt in eadem superficie per 1. primi huius, sed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, lineæ ergo t b & b h, & a d, sunt in una superficie, sit itaq; ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum b, superficies itaq; b c d a, secabit superficiem concauam, & erit per 19. primi huius, communis sectio ipsarum parabola, quæ sit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis sectio superficiei b c d a, & superficiei planæ contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b, quæ sit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit sectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per præmissam, qm̄ duæ lineæ t b & b h, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente sectionem in puncto b, qm̄ imaginata moueri superficie b c d a, circa axem fixum quæ est a d, patet quod punctū b, motu suo efficit circulum in superficie concaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte sectionis parabolæ, quæ est a b g, cadat punctus b, siue angulus b h a fiat acutus, rectus uel obtusus, patet itaq; quod omnis linea æquedistans axi a d, est incidens superficiei concauæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta cōtinet angulos æquales, & hoc est propositum.

XLIII.

Speculo concauo cōcauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo æquedistanter axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ speculi superficiem causantis, ex quo patet quod à superficie talium specularum ignē est possibile accendi.

Sit ſpeculum concauum concauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctum a, & baſis ipſius ſit circulus q e z, & eius axis a d, & diſtantia puncti axis quod ſit h, à puncto uertícis ſpeculi quod eſt a, ſit æqualis quartæ parti lineæ q z, ſ. lateris recti ſectionis parabolæ a b g, cauſantis motu ſuo ſuper axem a d, ſuperficiem ipſius ſpeculi concaui quod ſoli opponatur ſecundum eius axem a d, ſit em̃ corporis ſolaris centrum k, ſitueturq; ſpeculum taliter ut eius axis a d, ſic producta, pueniat ad centrum ſolis in punctum k, dico quod om̃es radij ſolares æquediſtanter radio k a, ſuperficiei ſpeculi propoſiti incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ eſt axis ſpeculi, qm̃ em̃ omnes radij egredientes à quocũq; puncto corporis ſolaris ſuper aliquod punctum ſupficiei ſpeculi, egrediũtur ſecundum lineas rectas, ut patet p. 1. ſecundi huius, tũc palam eſt, quia linea k a, eſt linea recta. Sit itaq; ſuper periferiam alicuiꝰ ſectionis parabolæ ipſius ſpeculi, q̃ ſit g a 3 q, punctũ g, ſignatũ utcunq; contingit, & à pũcto ſpeculi g, per 31. primi, ad aliq̃d pũctum corporis ſolaris quod ſit t, ducaꝫ linea g t, æquediſtans radio a k, qui incidit ſuperficiei ſpeculi ſecundum axem a d. Eſt aũt neceſſariũ omnem lineam à quocunq; puncto ſpeculi æquediſtanter radio a k, productam ad ſuperficiem corporis ſolis incidere, qm̃ ſuperficiei ſpeculi ad ſuperficiem ſolaris corporis aut nulla, aut modica eſt ꝓportio, ſit ergo punctum t, quod eſt terminus lineæ g t, in ipſa ſuperficie corporis ſolaris. Omnes itaq; lineæ quæ poſſunt duci à ſuperficie ipſius ſpeculi æquediſtanter ſuæ axi a d, incidunt corpori ſolari, & ſecundum illas lineas fit incidentia ſuperficiei ſpeculi reſpectu radij qui incidit ſecundum axem omnium æquediſtantium axi radioꝝ, hoc aũt eſt omniũ radioꝝ cuicũq; puncto ſuperficiei totius ſpeculi incidentiũ, qm̃ p 31. primi, à q̃libet pũcto ꝓpe uel remote dato, ſcimus cuilibet datæ lineæ ut in ꝓpoſito eſt axis a d, ducere lineã æq̃diſtantẽ, dico itaq; qđ oẽs illi radij reflectunt̃ à totali ſupficie ſpeculi ad unũ punctũ axis ſpeculi q̃ eſt punctũ h, oẽs em̃ illi radij cũ ſint lineæ rectæ, patet per p̃miſſam, quod cum lineis ab oĩbus punctis ſuaꝝ incidentiaꝝ ad punctum h, ductis cõtinent angulos æquales, ergo per 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectunt̃ ſecundũ illas lineas tranſeuntes punctum h & ex hoc patet, qđ oẽs radij incidentes periferiæ ſectionis æq̃diſtanter radio incidenti ſecundũ lineã quæ eſt diameter ipſius ſectionis reflectunt̃ ad punctũ diametri, q̃ abſcindit ex capite diametri à ꝑte periferiæ ſectiõis partẽ æqualẽ q̃rtæ ꝑti lateris recti ipſius ſectionis a b g, qm̃ oĩs reflexio à q̃libet corpoꝝ politoꝝ regulariũ fit ſecundũ æqualitatẽ angulorum, quos cõtinẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto ſuperficie ſpeculi à qua fit reflexio cõtingente, & qm̃ oẽs illæ lineæ ſecant ſe in puncto h, patet qđ in puncto h, eſt cõcurſus oĩm illoꝝ radioꝝ. In illo ergo pũcto aggregaꝫ oĩs uirtus omnium radioꝝ totali ſupficiei ſpeculi incidentium, & qm̃ quilibet radiolus defert ſecum aliq̃d uirtutis actiuæ corporis ſolaris, patet quod in illo puncto tota uirtus eſt concurrens omnium

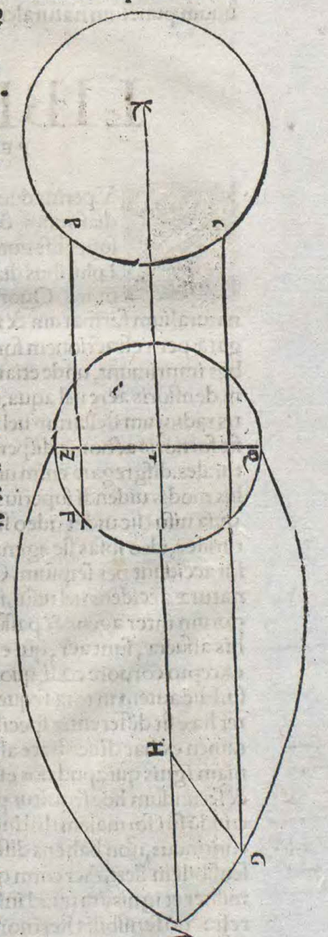


omnium ſcilicet radiorum ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter ipſi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, poſito aliquo combuſtibili ignem eſt poſſibile accendi, & hæc eſt melior & fortior figura omnium figurarum radios ſolares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota ſuperficie & à quolibet pũcto ipſius radij ſolares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propoſitum.

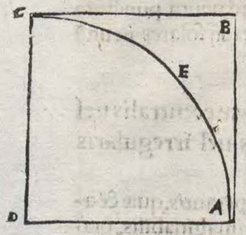
XLIIII.

Speculum ſecũdum formam ſectionis parabolæ uel lineæ ecentralis uel interſectionis pyramidalis uel cuiuſcunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter conſtituere.

Lineam quam dicimus periferiam ſectionis inueniat induſtria operantis, quæ & apud nos multis conatibus artificialiter eſt inuenta, faciliter tamen eſt imaginabilis, quoniam ut in 98. primi huius, diximus, ipſa eſt linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei conicæ cuiuſcunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & ſupficiei pyramidem per diametrum baſis ſecanti, æquediſtanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis ſuperficies eſt erecta ſuper planam ſuperficiem dicto modo pyramidem ſecantem. Talis itaq; ſectio parabola ſic artificialiter inuenta, ſit a e g, & aſſũmatur lamina ferri boni uel calibis, menſuræ & quãtitatis cuius placuerit, quæ ſit a b g d, & protrahatur in ipſa ſectio parabola quæ ſit æqualis & ſimilis ſectioni a e g, & abſcindatur lamina ſecundum illam ſectionem a e g, uel ſecundum aliquã partem ipſius, ſiue placeat à parte uertícis quæ eſt a, ſiue ex parte uerſus ſui capitis quod eſt g, ſiue ex parte alterius ſui capitis quod eſt in latere eius recto oppoſitum puncto g, fit enim magna diuerſitas proiectionis radiorum ſecundũ illam partium ſectionis diuerſitatem, reſecta itaq; lamina a d b g, ſecundum formam & figuram ſectionis a e g, acuatur extremitas laminæ quæ eſt ſecũdum formam ſectionis acuitione bona, ſcilicet ut uidere ualeat totum illud ſuper quod mouetur, & aſſumaꝫ item alia lamina de calibe forti alicuius competentis ſpiſſitudinis, quæ incidatur iterum ſecundum formam præaſſumptæ partis illius ſectionis, & illa ſuperficies ſimilis parabolæ ſ. ecetur contiguæ multis ſectionibus ad modum limæ, ita ut per ipſa poſſit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius ſuperficiem ſecundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam ſpeculi, ſiue illud fiat ſecundum formam partis ſectionis adiacentem uertíce ſectiõis parabolæ, ſiue capitis. In his enim eſt multa diuerſitas & formæ uel figuræ ſpeculi, quoniam forma figuræ ſpeculi concauati ſecundum partes adiacentes uertici ſectionis æqualiter hinc inde diſtantium à puncto uertícis eſt figuræ quaſi annularis, & forma ſpeculi cõcauati ſecundum partes adiacentes capitibus ſectionis eſt figuræ quaſi oualis, hoc eſt ad modũ longitudinis oui. Limetur itaq; ſpeculũ cuiuſcunq; figuræ fieri debuerit per limam ſibi ſimilem in figura, taliter ut ſuperficies limæ quæ eſt ſecta ad limandum occurrat toti ſuperficiei ipſius ſpeculi. Si ergo ſpeculum limatũ fuerit ſecundum figuram oualem, tũc ordinetur in loco fixo ita ut eius concaua ſuperficies quantum ad lineam periferiæ ſuæ baſis ſit in periferia illius circuli baſis, uel ſi fuerit figuræ annularis ad periferiam cir



culi æquedistãtis basi, & in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidentis uel incidente planantis, moueaturq; ad concauandum speculum, & tornetur sicut tornantur alia instrumenta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius, planeq; quoq; quantũ est possibile, eritq; tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ, & fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum, similiterq; modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq;, ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel secundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi ꝓportionales corporis superficiei superficies, prouenientq; figuræ similes illis lineis à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propositum.



LIBER DECIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

SVperius duos modos uisionis, scilicet eũ qui fit directe per unum medium diafonum, & eũ qui fit per reflexionem à politis corporibus tractauimus, super est nunc ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus mediis inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diafoni densioris aëre uel aqua, ut sub glacie uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarũ debilitat actiones naturales. disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi superius diximus, uisua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentiũ. sed quia sic agũt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ ui sui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscũq; refractionis naturæ accidens uel uisui, fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta, sunt aër, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod est rarius aëre, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aëris & ignem accipimus, quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarũ refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea uel aquea uel aërea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum, ignis uero in sphæra sua est secundũ sui formalem distinctionem aëri contiguus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aëre in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aër enim quanto propinquior est cœlo, tanto fit rarioris diafonitatis, similiter et ignis, ita quod infimum ignis & supremũ aëris est diafonitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest, & itaq; superficies concaua ignis non est diuersæ diafonitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aëris, ideo non fit refractio inter illa, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aëris implicamus. Est tamen aliqualis refractio

refractionum diuersitas in aëre densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimũ accidit in aëre cõdensato prope terram, & maxime in crepusculis serotinis et matutinis tẽporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius quod est in illo suo genere, uno tñ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diafonitatis, quam aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes ut sunt uitra. Dicitur etiã de quibusdam corporibus animatis quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum quibus superstant, quorũ animatorum corporũ passiones nõ ꝓsequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli quæ occurrit uisui est sphærica concaua, quæ si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius, & superficies aëris quæ tangit illam est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregulares, unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum quæ uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ dicitur linea secundum quam forma directe diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio dicitur incuuatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non recte prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis in quo est res uisa & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis dicitur superficies in qua continent lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis à qua fit illa refractio. Angulus refractus dicit angulus minor quẽ cõtinet linea refracta cũ ducta perpendiculari. Angulus refractionis dicitur angulus quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius superficie fit refractio in cõtinuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cum forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta dicit forma rei uisæ oblique perueniens ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit.

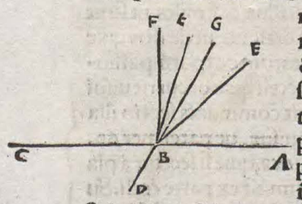
Supponimus autẽ hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta à puncto reflectionis super superficiem in qua fit refractio, ex quo patet quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono, in qua sit linea a b c, & sit punctum cuius forma refrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & à puncto b, super superficiem

a b c,ducatur perpendicularis b f,dico quod puncta d e b,& linea b f, ſunt ſemper in eadem ſuperficie refractionis,quoniam enim ut patet per diffinitionem præmiſſam in principijs libri huius,& per propoſitionem 46. ſecundi libri huius,linea radialis incidẽs quæ eſt d b,& refracta quæ eſt b e,ſunt in eadem ſuperficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur,& punctum refractionis ſcilicet punctũ in quo fit refractio quod eſt b,& centrum uiſus quod eſt e,ſunt in eadem ſuperficie per primam undecimi,ſed & per ſecundam undecimi,linea b f,quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem eſt in eadem ſuperficie cum linea b e, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, eſt perpendicularis ſuper lineam a b c,& cum illa in eadem ſuperficie,ſimiliter cũ protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, eſt in eadem ſuperficie,puncta itaq; d b e,& linea b f,ſunt in eadem ſuperficie per primam & ſecundam undecimi, omnis enim refractio aut fit ad ipſam perpendicularem b f,aut ab ipſa,& ſemper in eadem ſuperficie in qua fiebat incidentia formæ refrangendæ,qm̃ enim omnis refractio fit ad omnẽ differentiã poſitionis,quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam,determinatio ergo refractiõis ad tertiam differentiam poſitionis fit tantum per uiſum,quia in quacunq; ſuperficie centrum uiſus fuerit,in illa tantum percipitur fieri refractio,patet ergo propoſitum,& ex hoc patet,cum iſta puncta refractionis omnia ſcilicet d e b,& linea b f,ſuperficiem refractionis conſtituant,quod horum aliquo deficiente non eſt ſuperficies refractionis,& quod unius refractionis unica tantum eſt ſuperficies refractionis,quoniam hæc omnia puncta in unica tantum ſuperficie ſimili concurrere eſt poſſibile,& non in pluribus, & hoc eſt quod proponebatur.



II.

Neceſſe eſt enim omnem ſuperficiem refractionis ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, ſiue illa ſuperficies ſit plana conuexa uel concaua, erectam eſſe.

Hoc quod hic proponitur patet per præmiſſam,quoniam enim in omni ſuperficie refractionis neceſſario ſunt punctum cuius forma refringitur,& punctũ ſuperficiei corporis à quo fit refractio, & centrũ uiſus perpendicularis ducta à puncto refractionis ſup ſuperficiem corporis illius,in qua fit refractio,ergo per 18. undecimi,patet quod omnis ſuperficies refractiõis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in qua fit refractio, ſi enim illa ſuperficies fuerit plana,tunc euidenter patet propoſitum per 18. undecimi, ut præmiſſum eſt. Si uero fuerit illa ſuperficies conuexa uel concaua ſphærica, tunc patet,quoniam perpendicularis ducta à pũcto refractionis ſuper ipſam ſuperficiem corporis in qua fit refractio,ſemper tranſit centrum illius corporis, & eſt perpendicularis ſup illud corpus in pũcto refractionis contingente,ergo item per 18. undecimi,ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem, ergo & ſuper ipſam corporis ſuperficiem. Similiter quoq; demonſtrandum,ſiue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris ſiue pyramidalis ſiue alterius figuræ cuiuſcunq;, ſemper enim ſuperficies refractionis erit erecta ſuper ſuperficiem corporis in qua fit refractio,& ſi accidat ut illa ſuperficies corporis in qua fit refractio,fuerit æquediſtantis horizonti,tunc perpendicularis ducta à pũcto refractionis ſuper ſuperficiem corporis,in qua fit refractio, eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis,per 23. primi huius,ergo & per 18. undecimi,ſuperficies refractionis eſt perpendicularis,& erecta ſuper ſuperficiẽ horizontis,ſed & hoc patet per declarationem quæ fit in inſtrumento, quod in prima ſecundi huius præmiſimus,quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua ſuperficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum,ut patet per 46. ſecundi huius, ſemper ſunt in una plana ſuperficie,quæ eſt medius circulus illorum trium circulorum ſignatorum in interiori parte oræ inſtrumenti æquediſtantis ſuperficiei interioris laminæ inſtrumenti,ſed illa ſuperficies laminæ æquediſtat ſuperficiei dorſi inſtrumẽti,cui extrinſecus ſupponitur ſuperficies regulæ cubitalis tenentis inſtrumentum. Superficies itaq; medij circuli æquediſtat ſuperficiei regulæ longæ quadrangulæ ſuppoſitæ dorſo laminæ per 24. primi huius,ſed illa ſuperficies perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem laterũ longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti,ſuperficies itaq; medij circuli eſt per 14. undecimi,perpendicularis ſuper ſuperficiem longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti,ſed illæ duæ ſuperficies regulæ ſunt æquediſtantes horizonti tempore experimentationis p inſtrumentũ poſitũ in uaſe ut cõſueuit. Superficies itaq; medij circuli eſt ꝓpendicularis ſup ſuperficiẽ horizontis,& quia ſuperficies medij circuli eſt ſuperficies refractionis,patet propoſitũ. Idem quoq; poteſt oſtendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi,hæc enim linea cum ſit ſemidiameter mundi perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quæ eſt in uaſe. Eſt autem illa linea in ſuperficie medij circuli quæ eſt ſuperficies refractionis. Eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre,quæ eſt linea incidentiæ ſuæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli ſuper ſuperficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam ſemper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aere ad aquam, refrangitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ,ergo & ſuper ſuperficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio, patet ergo ſiue ſuperficies corporis à qua fit refractio ſit plana conuexa uel concaua, quod ſemper ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam, & hoc eſt propoſitum.

III.

Centro uiſus exiſtente ultra medium ſecundi diafoni, omnes formæ obliquе incidentes ſuperficiei ſecũdi diafoni reſpectu uiſus refracte uiſui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertranſit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſibi oppoſiti, aut oblique, ut cum radius incidit oblique,& ab uno puncto corporis luminoſi ſecundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffuſio, ut patet ꝑ 20. ſecundi huius, & quia forma coloris ſemper diffundit ſe cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis luminoſi colorati uel lucidæ exiſtentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diafono ſibi ꝓximo,& peruenit ad ſuperficiẽ corporis diafoni ſibi oppoſiti,& ſi fuerit illud corpus diafonũ contingens illud ſecundũ corpus diafonũ qd̃ ſit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffuſa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, ſecundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter cꝫ linea incidens perpendiculariter, ſola eñ illa extendit ſecundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo ſibi,& in corpore alio diafono proximũ corpus diafonũ contingente, dũ tamen ꝓpendiculariter incidat utriq;, & ſi forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto ſuꝑficiei continuæ cũ ſuperficie corporis diafoni corporis ꝓximi, nec ſit illius ſuperficiei ſecundæ corpus diafonũ, uel ſi fuerit diafonum, non fit tamen eius ſuperficies prioris ſuꝑficiei diafoni æquediſtans, tũc à puncto incidentiæ lineæ radialis ſuꝑ ſuperficiem ſecũdi corporis alia ꝓpendicularis duci poteſt, ergo tunc illa forma quæ ſuperficiei prioris corporis ſecundũ ꝓpendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã ſuperficiẽ duas lineas ꝓpendiculares duci eſt impoſſibile ꝑ 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti tranſeũtes in corpus diafonum contingens ꝓximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminoſi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à ſuperficie alterius corporis diuerſæ diafonitatis illi ſuccedentis per 47. ſecundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta,& refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, ſuperficie corporis diafoni exiſtente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus denſioris diafonitatis quàm ſit primũ diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

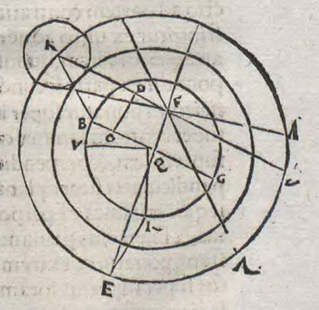
forma cõtinua magis aggregata & unita ꝓueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quẽ extendi tur forma puncti, quod eſt in primo corpore luminoſo uel colorato, tranſmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipſius ſecũdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ poteſt extendi ab illo pũcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aëris ad ſuperficiẽ corporis diafonitatis alterius pertingentes, & ſi in ſuperficie eius corporis ſecundi diafoni corporis lineæ obliq; incidentes refringi imaginetur perpendiculari linea, quæ eſt axis illius pyramidis imaginatæ, ſine refractione tranſeunte, tunc adhuc fit unum corpus continuũ in refractiõe, ſicut & una eſt forma corporis incidens ſuperficiei illius ſecundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis ſiſtatur ſecundũ ueritatẽ in aëre pyramis ſenſibilis, cuius corpus ſit coloratũ uel luminoſum denſum, miſcebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipſorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ poterit extendi ab illo pũcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto denſi extendet ꝑ quamlibet linearũ refractaꝝ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio ſibi correſpondente, & ſi uiſus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ ꝓueniunt ad uiſum, ſed ꝓpendicularis quia nõ refringitur, peruenit ꝓpendiculariter ad centrũ uiſus, & formæ per lineas obliquas incidentes refracte & oblique peruenient ad uiſum, cũ itaq; lineæ ſecundũ quas forma refrangitur, ſe in aëre per omnem corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipſarum multa ſit interſectio, ꝓpter æqualitatem diffuſionis formarum illaꝝ ad omnem differentiã poſitionis, tunc ſi centrũ uiſus poſitũ ſit in illo pũcto, cõprehendet uiſus illud uiſum ſecundum refractionem excepto unico pũcto ꝓpendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur, ut in 47. ſecundi huius oſtenſum eſt, patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uiſæ ſi fiat refractio à medio ſecundi diafoni denſioris primo ad uiſum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur poteſt inſtrumentaliter demonſtrari, ita ut demonſtratio auxilio inſtrumenti ſenſibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictũ inſtrumentũ quo in præcedentibus uſi ſumus, cuius diametrum quam ibi ſignauimus, ꝑ lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q, ſit centrum laminæ baſis inſtrumẽti, hoc itaq; inſtrumentum poſitum in uaſe æquediſtanter ſuperficiei horizontis ſituatur, & infundatur aqua uſq; ad centrum laminæ, quod eſt q, opilentur quoq; foramina inſtrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipſorum quod in amobus foraminibus ſit æquale, & hoc poteſt in æquali colũna illis foraminibus immiſſa menſurari. Deinde moueatur inſtrumentũ donec diameter b q g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ. Immittatur quoq; ſtilus albus ſubtilis in ipſum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod eſt extremitas diametri circuli medi�

eſt f, tũc non uidebitur illa extremitas ſtili, ablato uero illo corpuſculo uidebitur illa extremitas ſtili, quod ſi conſideretur in numero graduum mediꝝ circuli diſtãtia extremitas ſtili à pũcto z, inuenietur diſtantia ſenſibilis. Poteſt aut punctus z, quod eſt extremitas diametri mediꝝ circuli tranſeuntis per centrum duorum foraminum ſic inueniri, ſcilicet ut regulæ ſubtilis latior extremitas ponatur ſuper cẽtrum laminæ, & media linea ipſius protendatur ſecundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit ſuper punctum z, ut præmiſſum eſt prius in propoſitionibus ſecũdi huius, quod ſi aſſumpto uitro quod ſit pars alicuius ſphæræ ut in illis propoſitionibus aliquibus aſſumptũ eſt, cuius uitri ſuperficies aliqua ſit plana & aliqua conuexa ſphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana ſuperficies ſit ex parte foraminum, namq; quæ eſt ſuarum ſuperficierum planarum communis differentia ſit ſuper lineam o d, ſecantem b q, ſemidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpẽdicularis ſuper planam ſuperficiem uitri & ſuper conuexam. Deinde ponatur inſtrumentũ in aqua, ponaturq; extremitas ſtili ſuper punctum z, & centrum uiſus ſuper ſuperius foramen, uidebiturq; extremitas ſtili quæ in alio puncto circuli mediꝝ non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas ſtili quãdo eſt in linea perpẽdiculari ſuper ſuperficiem corporis, in qua fit refractio uitri, ut nũc eſt linea k f z, perpẽdicularis ſuper ſuperficiem uitri, forma ipſius uidetur non per refractionem ſed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum, & differentia communis duarum ſuperficierum planarum uitri ponatur ſuper primum locum ſcilicet lineæ o d, quoniam & tũc linea k f z, eſt perpendicularis ſup utraſq; ſuperficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas ſtili in puncto z, quod ſi à ſuperficie laminæ inſtrumẽti euulſo uitro à centro laminæ quod eſt q, in ſuperficie laminæ ducatur ſemidiameter q r, continens cum ſemidiametro b q, angulum obtuſum. Deinde ducatur ſemidiameter q u, continens cum linea q r, angulum rectum, & ꝑtrahatur ad aliam oram inſtrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit ſemidiameter b q, obliqua ſuper lineam q u. Deinde linea quæ eſt communis differentia ſuperficierum planarum uitri, ponatur ſuper lineam q u, & ſit plana uitri ſuperficies ex parte foraminum, & ſit medium differentiæ communis planarum ſuperficierum ipſius uitri ſuper centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri ſuper centrum mediꝝ circuli ut præoſtenſum eſt in aliꝭ, & linea k f, tranſit per centrum uitri & eſt obliqua ſuper ſuperficiem ipſius planam; quoniam diameter b q æquediſtans lineæ e i, quæ eſt k f, oblique cadit ſuper lineã q u, & quoniam linea k f, tranſit per centrum uitri, palam quoniam ipſa eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri. Deinde à puncto r ſuper lineam q r, ducatur perpendicularis in ora inſtrumenti uſq; ad circunferentiam mediꝝ circuli quæ ſit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uiſum ualeãt notari, & imaginetur duci linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, quoniam tranſit per eius centrum, & eſt perpendicularis ſuper planam uitri ſuperficiem, quoniam eſt æquediſtans lineæ q r, perpendiculari ſuper lineam q u, cui ſuppoſita eſt illa communis ſectio planarum ſuperficierum ipſius uitri, punctus itaq; e eſt punctus mediꝝ circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri ſuper planam ſuperficiem ipſius, ponatur itaq; inſtrumentum ſic diſpoſitum, in uas, & ponatur extremitas ſtili albi ut prius in puncto z, & ponatur uiſus ſuper foramen ipſius in puncto k, tũc non uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaq; ſtilus in circũferentia mediꝝ circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas ſtili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas ſtili. Quod ſi tunc pũctum f, quod eſt centrum mediꝝ circuli, cooperiatur aliquo corpuſculo, non uidebitur extremitas ſtili, ſed



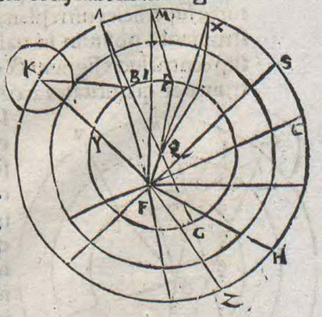
illo corpuſculo remoto iterum uidebitur illa extremitas ſtili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis ſtili comprehenſio quæ ſit a, eſt ſecũdum refractionem factam à centro uitri, & quod forma refracta eſt in ſuperficie circuli medij quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis ſtili quæ eſt a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media eſt inter lineas f z & f e, & ſit a f, palam quia eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, & peruenit eius forma ad uiſum per lineam k f, per centra ambarum foraminum tranſeuntem, quæ magis diſtat à linea perpendiculari ſuper ſuperficiem planam uitri, quæ eſt linea f e æquediſtans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipſi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, incidet uitro per lineam a f, & tranſiuerit per totũ corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipſa linea q f, cum tranſeat centrum uitri eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri. Cumq; pertranſito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus eſt rarioris diafonitatis quàm ſit corpus uitri, & peruenit ad centrum uiſus, patet quod eſt refracta à ſuo primo progreſſu lineæ a f, & peruenit ad progreſſum lineæ z f k, & quoniam linea z f, eſt remotior à perpendiculari ducta à pũcto refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri quæ eſt linea e f quàm ſit linea a f, quoniam punctum a, cadit in ſuperficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem aëris continentis planam ſuperficiem uitri, nam linea f z, pertranſiens centra amborum foraminum magis diſtat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate ſtili ad centrum uitri quæ eſt a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipſius perpendicularis quæ eſt e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui ſubtilior eſt uitro, patet quod ſimili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër eſt ſubtilior quàm aqua. Quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum, & communis differentia ſuarum planarum ſuperficierum ponatur ſuper lineam q u, ſitq; medium punctum illius communis differentiæ ſuper centrum laminæ quod eſt q, palam quia linea k f, erit obliqua ſuper planam uitri ſuperficiem, & perpendicularis ſuper eius ſuperficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis ſuper planam ſuperficiem uitri, quoniam eſt perpendicularis ſuper lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, per 72. primi huius, & ſuper eius planam ſuperficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquediſtant, ponaturq; extremitas ſtili albi quæ ſit a, ſuper punctum z, ut prius, ſtatuaturq; uiſus ſuper ſuperius foramen inſtrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas ſtili quæ eſt a, moueatur itaq; ſtilus ad partem puncti e, per circunferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas ſtili. Deinde moueatur ad partem cõtrariam puncti e, & tunc uidebitur extremitas ſtili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate ſtili ad centrum uitri, ſecundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitatis ſtili à centro uitri ad uiſum per lineam f k, tranſeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit ſuperficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, ſcilicet f e, exeuntis à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod eſt groſſius aëre, formæ itaq; quæ refranguntur à groſſiori corpore ad ſubtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore ſubtiliore ad groſſius, declinant ad partem, in qua eſt perpendicularis producta, & hoc eſt propoſitum.

Quantita-

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia angulorũ refractionis eſt ſecundũ quantitates angulorũ incidentiæ contentorum ſub linea incidentiæ uel extenſionis radij in primo corpore, & ſub perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiẽ corporis ſecundi, anguli eñ refractionum creſcunt & decreſcunt ſecundum diſpoſitiones illorũ angulorũ incidentiæ in corporibus & ſitibus diuerſis, & quia, ut patuit per p̃miſſam, tunc à corpore ſubtilioris diaphoni ad corpus groſſius fit refractio ad perpendicularẽ ꝓductam à puncto refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis, & à corpore groſſioris diaphoni ad ſubtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis ſic ductæ, ut patuit per p̃miſſam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli ſecundũ diuerſitatẽ diaphonitatis ſecundi corporis. Et ut hæc differentia angulorũ experimentaliter ꝓbetur, diuidatur à circulo medio qui eſt in periferia inſtrumenti ex parte centri foraminis, quod eſt in circũferentia inſtrumẽti circa punctũ k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuiſa eſt in 360. partes, qui arcus ſit k n, & à puncto n, ducatur in ora inſtrumenti linea pendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ quæ ſit n l, cadatq; punctus l, in ſuperficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ inſtrumenti quod eſt q, linea l q, & à centro medij circuli quod eſt f, ducatur linea ad punctũ n, quod ſit f n, ſitq; diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, tranſiens per centra amborum foraminum, quæ ſunt k & γ, & per centrum medij circuli. Deinde in circũferentia medij circuli à puncto n, ſeparetur arcus 90. partium ſequens arcũ k n, qui ſit arcus n s, & à centro medij circuli quod eſt f, ad punctũ a, ducaẽ linea quæ ſit f s, quæ erit perpendicularis ſuper lineam f n, per ultimã ſexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartã partẽ circuli, remanebitq; arcus reſiduus ex medio circulo qui eſt a 3, partes 80. Deinde ponatur inſtrumentum in uaſe, & ſituetur uas æquediſtãter horizonti, & infundatur aqua clara uſq; ad punctũ q, centrum laminæ, & in ortu ſolis in mane moueaẽ inſtrumentum donec linea l q, contingat ſuperficiẽ aquæ. In hoc ergo ſitu diameter medij circuli, qui eſt æquediſtans lineæ l q, ſignatæ in ſuperficie laminæ ſimiliter cõtinget ſuperficiẽ aquæ, locus eñ iſtarum duarum linearũ non differunt in reſpectu ſuperficiei aquæ, quo ad ſenſum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectũ, ut ſupra patuit, eſt ergo linea f s, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, & ſemidiameter f 3, continet cũ linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam ſexti, eſt 80. partium, qm̃ illi angulo ſubtenditur arcus partiũ 80. qui eſt arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, ſubtendit angulũ declinationis puncti k à puncto n, & à ſuperficie ipſius aquæ.



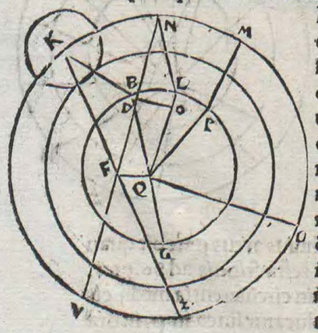
Deinde mutetur inſtrumentum in p̃miſſo modo diſpoſitũ cũ toto uaſe, donec eleuato ſole ſup̃ horizonta ſecundum altitudinem arcus k n, lux tranſeat per duo foramina, & ſigneẽ centrum lucis in ora inſtrumenti quæ eſt intra aquam, fiatq; ſupra centrum lucis ſignum aliquod per aliquã punctũ, eritq; ſignum illud quod ſit h, in circũferentia medij circuli, auferaẽ itaq; inſtrumentũ, & reſpiciatur punctũ h, cadatq; ipſum inter punctũ 3, quod eſt extremitas ꝺiametri medij circuli tranſeuntis per centra duorũ foraminũ, & inter punctum s, quod eſt extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erectæ ſuper ſuperficiẽ aquæ, ut patet per p̃miſſam, patet ergo tunc quod angulus refractionis eſt ille quẽ ſubtendit arcus 3 h, interiacens punctũ h, & punctũ 3, & ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & ꝓportio anguli refractionis ad 80. ptes, quæ ſunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde ſignetur in circũferentia medij circuli arcus k m, pertranſiens punctum n, qui ſit partium 20. & ducatur linea m p, in ora inſtrumenti perpendiculariter ſuper ſupficiẽ laminæ, & ducatur linea p q, in ſuperficie

aminæ ad cẽtrũ q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partium 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiũ 70. Deinde ponat instrumẽtũ in uas, & reuoluat quousq; linea p q, tangat superficiẽ aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra amboꝝ foraminũ continet cum linea c f, angulum 70. partiũ. Deinde considereť altitudo solis, & moueatur instrumentũ quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup cẽtrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde considereť arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cõputationẽ ptiũ arcus, eritq; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulũ incidentiæ qui est 3 f t, quẽ continet diameter transiens per centra amboꝝ foraminum, cũ perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝓcedatur signando arcum k x, quæ sit patium 30. & est eadẽ expimẽtatio. Deinde sumať arcus partiũ 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70. deinde 80. & semper p cõputationẽ partium arcus circuli medij interiacentis punctum 3, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti, & ipsoꝝ ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminũ semp erit nota, nõ solũ autẽ per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos ꝑmissa arcuum diuisione potest ꝓcedere, quia semp est idem modus declarandi. & ut summarie horum angulorum quantitates & ꝓportiones perstringamus, qñcunq; alicuius radij transeuntis per corpus aeris suæ debitæ dispositionis exprobatũ fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua, suæ propriæ dispositionis in diapohnitate cõpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cõsequenter secundum formam tabulæ quã inferius subiungemus, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, copuleť quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatũ cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarũ superficieꝝ planaꝝ, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponaťq; lineæ l q, taliter ut secundũ sui punctum medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctũ illius lineæ uitri super punctũ q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminũ, & applicet bene uitrum laminæ, & instrumentũ positum in uase moueatur, donec lux transeat p ambo foramina, signeturq; sup centrũ lucis signum, & considerenť quantitates angulorum refractionis ex aere ad uitrum per quantitates arcuũ, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquã, accipiat uitrũ qd est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in ꝓpositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexũ uitri ex parte centroꝝ 2. foraminũ, ponaturq; medium lineæ quæ est differentia cõmunis superficieꝝ planaꝝ sup centrum laminæ, ita quod illa cõmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminũ, peruenit recte ad centrũ uitri, & reflectiť apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; postmodũ arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cõis planarum superficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterũ medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrũ laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius,



& mutato

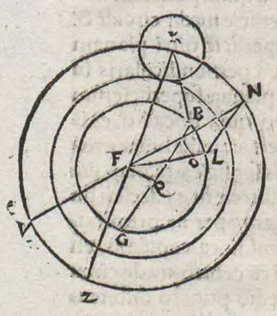
& mutato uitro secundum illas, habebunť anguli refractionũ particulares, & ipsoꝝ ꝓportio ad angulum incidentiæ quẽ continet diameter pertransiens centrũ foraminũ cũ ꝑpendiculari ꝓducta à loco refractionis sup superficiẽ planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentẽ. In his emꝫ dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti, semp erit centrum uitreæ sphæræ in puncto f, eritq; ꝑ 72. primi huius, linea s f, similis illi ꝑpendicularis sup superficiẽ conuexam uitri, & sup superficiẽ planam ipsius, à cuius puncto aliquo fit refractio, qm̃ quælibet illaꝝ linearum est perpendicularis sup lineas æquedistãtes lineis l q & p q, & similib. illis quibuscũq;. Scieturq; ut prius reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus sitibus cum refractio fit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerẽ, semp inuenientur quantitates angulorum refractionis de aere ad uitrũ, & de uitro ad aerẽ æquales, qm̃ angulus contentus à linea, per quẽ extenditur lux ad locũ refractionis, & à linea perpendiculari ducta, à puncto refractionis, cum fit refractio ab aere ad uitrũ, æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extendiť lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerẽ, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliqs experiri quantitates angulorum refractionis à conuexo uitri ad aerẽ, diuidat ut prius de circũferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcũ 10. partium, quæ sit k n, & ducanť ut prius linea n l, & linea l q, & à linea l q, quæ est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindaťr linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o, & à puncto o ducať perpendicularis super diametrũ laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrũ b q g in puncto d. Deinde supponatur communis sectio planaꝝ superficieꝝ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum medium illius sectionis sit sup punctũ o, erit itaq; centrũ uitri in superficie medij circuli & eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis sup superficiẽ uitri planam per 8. undecimi, qm̃ est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illam superficiẽ, & sup illam differentiã cõmunem illaꝝ duaꝝ planaꝝ superficierum uitri, erit quoq; centrũ circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exiens à centro medij circuli quod est f, ad centrũ laminæ quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cõmunis supficieiꝝ planaꝝ uitri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. secũdi huius, & utraq; istaꝝ lineaꝝ est ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri cũ centro medij circuli est æqualis lineæ q o, copulanti centrũ laminæ quod est q, cũ medio puncto differentiæ cõmunis duaꝝ planaꝝ supficieꝝ ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posita est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrũ ergo medij circuli est in conuexo uitri, lineæ ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli cũ nõ transeat centrũ sphæræ uitreæ, patet quia est obliquæ incidẽs sup eius conuexam superficiẽ, ergo per 47. secundi huius, cũ eadẽ diameter oblique incidat sup ficiei aeris cõtinẽtis refrangiť ipsa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis super ipsam superficiẽ aeris, imaginenť itaq; semidiameter uitri ꝓduci ex utraq; parte ad circũferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrũ circuli medij quæ est k f 3 in puncto f. Eritq; itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij, arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliqs centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3, quod est extremitas lineæ transeuntis p centrũ duoꝝ foraminũ q̃ sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodẽ puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta est ad partẽ contrariam diametri ꝓductæ à loco refractionis quæ transit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrũ lucis signatũ est quantitas anguli refractionis, angulus emꝫ refractionis est apud centrum circuli medij, qm̃ ut patuit

patuit per 44. ſecundi huius, lux extendit ſuper lineam traſeuntẽ per centrũ duoꝝ fora-
minum recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum eſt angulus incidentiæ 10. par-
tium, ſit angulus refractus quaſi 13. partium, & angulus refractionis quaſi partium tri-
um, factisq; ut in præcedentibus diuiſionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuerſi-
tas angulorꝝ refractionis per inſtrumentum, & ſi infundat aqua uaſi, tunc erit aqua loco
aeris, & p̃miſſo mõ inuenietur diuerſitas angulorꝝ refractionis à uitro ad aquã, & diffe-
rentia ſecundũ quod illi refractioni eſt ꝓpria, & quantitas angulorꝝ refractorꝝ & angu-
lorꝝ refractionis, reſpectu eorꝝ quæ ſunt in aere, ꝙd ſi à puncto 3, ducere placuerit extre-
mitatẽ ſtili, ut prius, tunc ſecundum illud facta diſpoſitione ſitus uitri occurrit eadem
quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propoſitum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerſo experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquediſtantiũ ſuperficieꝝ omnium, cuius longi-
tudo ſit maior in uno grano hordei, q̃ diameter uitri ſphærici cõuexi, quo ſuperius uſi
ſumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, ſitq; ſpiſſitudo eius dupla diametro fora
minis, quod eſt in ora inſtrumenti, & fiat una ſuorum laterũ quadratorꝝ concauitas ro-
tunda ſemicolumnaris, ita quod ſemidiameter baſis columnæ concauæ ſit in quantita
te ſemidiametri uitri ſphærici, & ſint cõmunes ſectiones planarꝝ ſuperficieꝝ huius ui-
tri lineæ rectiſſimæ. Poteſt aũt hæc forma uitri ſic fieri per artificium, ita quod fiat talis
forma ex ære uel lapide, & uitrũ liquefactũ fundat ſuper ipſum, & poſſit, diuidatur itaq;
à centro foraminis oræ inſtrumenti, qd̃ eſt k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius



quantitas ſit illa ſecũdũ quã quis uult experiri quantitates an
gulorꝝ, q̃ ſit arcus k n, & à pũcto n, ducat in ora inſtrumenti li
nea n l, perpendicularis ſuper ſupficiẽ laminæ, & ducatur li-
nea l q, in ſuperficie laminæ ad centrũ eius quod eſt q, & à ſemi
diametro l q, reſecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis ſe-
midiametro baſis concauitatis columnæ, & à puncto o, extra
hatur per 12. primi, ꝓpendicularis ſuper diametrũ laminæ b
q, & ꝓtrahatur in utramq; partẽ, & ſit o e, ſecans diametrũ b
q g in puncto e, & ſupponatur uitrum laminæ, ita quod dor-
ſum concauitatis, hoc eſt ſuperficies plana concauitati ſuppo
ſita ſit ex parte duoꝝ foraminũ, & quod ex concauitate reſpi-
ciente foramina duæ ſuperfluitates rectilineæ quæ ſuperfluũt
ſup diametrum columnæ ſint directæ & fixæ ſuppoſitæ iſti li
neæ perpendiculari o e, & præſeruetur hoc, ut diſtantiæ duaꝝ extremitatũ diametri ba-
ſis cõcauitatis columnaris diſtent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directè perpendi
culares. Erit ergo tunc centrũ baſis cõcauitatis columnaris ſuper punctũ o, à quo exiuit
linea o e perpendicularis ſuper lineam q b, & ſuper punctum, cuius diſtantia à centro la-
minæ, quod eſt q, eſt æqualis ſemidiametro concauitatis columnaris, ſecundũ hanc er-
go diſpoſitionem applicet uitrum firmiter ſuperficiei laminæ, & erit ſuperficies medij
circuli ſecans concauitatẽ columnarẽ & æquediſtans baſi eius, qm̃ baſis eius in hac di-
ſpoſitione eſt in ſuperficie laminæ inſtrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100.
primi huius, ſecat ſupficiem columnarẽ concauã ſecundũ circulũ, cuius ſemidiameter
æquediſtat ſemidiametro baſis cõcauitatis ipſius columnæ, & linea continuans centra
iſtorꝝ duoꝝ ſemicirculorꝝ, ſ. baſis, & alterius ſibi æquediſtantis, erit perpendicularis ſup
ſuperficiem laminæ incidens ad punctum o, qm̃ ipſa per 25. primi huius, eſt æqualis li-
neæ ꝓpendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod eſt f, ſuper centrũ laminæ, qd̃
eſt q, ſed & linea e q, eſt æqualis ſemidiametro baſis columnæ ex hypotheſi, ergo p 33.
primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod eſt f, ad centrũ ſemicirculi, qui ſit in ſu-
perficie columnæ concaui æquediſtans baſi, eſt æqualis ſemidiametro baſis concauita-
tis concauæ columnæ, centrũ itaq; medij circuli, quod eſt f, eſt in circũferentia ſemicir-

culi

culi in columna uitrea facti. Eſt ergo centrum f, in concaua ſuperficie columnæ, & quia
terminus planus uitri ſuperponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, ſuper
b q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ eſt q b, eſt perpendicularis ſup
planam uitri ſuperficiẽ, quia etiã planæ ſuperficies ſunt ſuper ſe inuicem perpendicula-
riter erectæ, erit ergo linea k f 3, ptranſiens centra amboꝝ foraminũ ꝓpendicularis ſup
ſuperficiem planam, quæ eſt in parte conuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3,
eſt æquediſtãs ſemidiametro laminæ b q g, quæ eſt ꝓpendicularis ſuper illã ſuperficiẽ
ut patet ex p̃miſſis, & hæc ſuperficies plana uitri eſt ex parte foraminũ. In hoc ergo ſitu
lux quæ extendit p lineã tranſeuntẽ centra duoꝝ foraminũ, extendit in corpore uitri re
cte, donec perueniat ad concauũ uitri, & tunc reflectit apud concauam ſuperficiẽ uitri,
cum em̃ non tranſit per centrũ circuli, qui eſt in concaua ſuperficiei uitri, patet per 72.
primi huius, qm̃ ipſa nõ eſt perpendicularis ſuper cõcauam ſuperficiẽ uitri, refrangitur
ergo in concaua ſuperficie uitri, & cõmunis ſectio illius lineæ & concauitatis uitri, eſt
centrũ circuli medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens in-
ter centrũ lucis & punctũ 3, qui eſt terminus diametri tranſeuntis per centrũ amboꝝ
foraminũ ſubtendit angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet alioꝝ arcuũ
refractione à puncto k, & poteſt oſtendi quantitas omnium angulorum refractionis
à concaua uitri ſuperficie. Quod ſi uitrũ ſic diſponat ut cõmuni ſectione ſuaꝝ planaꝝ ſu
perficierum poſita ſuper lineam o e, conuexitas uitri reſpiciat centra foraminũ, tunc qa
linea k f 3, ptranſiens uitrũ puenit ad cõcauũ uitri irrefracta, cũ ſit ꝓpendicularis ſup pla
nã ſupficiẽ ipſius, obliq; uero ſup concauã eius ſupficiẽ, ergo & ſup cõuexã ſupficiẽ aeris
cõtingẽtis uitrũ, refringet ergo à concaua uitri ſupficie, & hæc refractio eſt à concauo
uitri ad aerem, & anguli qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri ſunt idem iſtis, qm̃
ſemper anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum ſunt idem, cum angu-
lus quem continet linea per quam primo extenditur lux, eſt perpendicularis exiens à lo
co reflexionis, ſit idem angulus, & eodem modo poſſunt sciri anguli refractiõis de aqua
ad uitrum & de uitro ad aquam in ſuperficie uitri concaua, uel in ſuperficie alia quacũq;,
quod ſi extremitas ſtili ducatur à puncto 3, in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta
diſpoſitione ſitus uitri ſecũdum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulo
rum huius refractionis ad uiſum ſicut prius, patet ergo propoſitum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis inſtrumentaliter prout potuimus propinquius angulis omnium refracti-
onum à quibuſcunq; diaphonis notis ad inuicem, ut ab aere ad aquam & uitrum, & ab
aqua ad uitrum, & ecõuerſo ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquam, inuenimus
quod ſemper idem ſunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphono ad diaphonũ
denſius illo, & ab eodem denſo ad idem rarum, ſecundum hoc fecimus has tabulas, qua
rum hæc eſt forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angu-
los ſubiungimus ſecundum modos ſuoꝝ circulorũ quos præmittimus in capitibus ſua-
rum linearum. Poteſt itaq; ſecundum has tabulas experimentaliter inuentas per in-
ſtrumentum præmiſſum, diligens inquiſitor ſcire omnes angulos refractionum à me-
dijs diuerſæ diaphonitatis quibuſcunq;, & patet ex eis, qm̃ anguli incidentiæ formæ eiuſ
dem puncti propinquiores radio à puncto rei uiſæ ſupficiei corporis diaphoni, à qua fit
refractio perpendiculariter incidenti ſunt minores, & remotiores ab illo ſunt maiores,
ut patet hoc in ſubſcripta figura per 31. primi, ablato em̃ angulo maiore à ſuo recto qui
relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodẽ
diaphono denſiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior an
gulo refractionis ab angulo incidentiæ minori, exceſſus quoq; anguli refractionis ma-
ioris ſuper angulum refractionis minorem erit minor exceſſu angulorum incidentiæ
maioris ſuper maiorem, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maio-
ri ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo
incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, ſ. ille quem addit angulus

incidentiæ maior ſuper angulum ſuæ refractionis, eſt maior angulo refracto quem addit angulus incidentiæ minor ſuper angulum ſuæ refractionis: ſemper itaq; in medio ſecundi diaphoni denſiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio iſtorum angulorum refractorũ ad æquales angulos incidentiæ diuerſificatur ſecundum diuerſitatem denſitatis ipſorum mediorum, cum eñ per aerem eundem & ſecũdum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro q̃ in aqua, & ſic ſecundũ diuerſitatem diaphonitatis anguli uariañ. Si uero mediũ ſecundi diaphoni fuerit rarius, tunc ſemper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; iſtorum angulorum habitudo ad alios angulos retrorſe ſe habens angulis præmiſſis, ac ſi promiſſæ tabulæ modo reuerſo ordinentur, & iſtorum angulorum refractorum & refractionis ſecundum maiorem & minorem raritatem diaphonitatis ſecundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur: qñ enim à uitro ad aquam uel ad aerẽ fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere ſunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & ſecundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidẽtiæ proportio uariañ. Hæc itaq; ſunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuerſaliter oĩbus formis in diffuſione ſui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam ſecundum ſe q̃ in reſpectu ad uiſus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula quãtitatũ angulorũ incidentiæ oĩbus ſequẽtibus cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.	Anguli refractionis eiuſdem.	Anguli refracti ab aere ad uitrũ.	Anguli refractionis eiuſdem.	Anguli refracti ab aq̃ ad uitrum.	Anguli refractionis eiuſdem.
	par. minu.	par. minu.	par. minut.	par. minut.	par. minut.	par. minuta
10	7 45	2 5	7 0	3 0	9 30	0 30
20	15 30	4 30	13 30	6 30	18 30	1 30
30	22 30	7 30	19 30	10 30	27 0	3 0
40	29 0	11 0	25 0	15 0	35 0	5 0
50	35 0	15 0	30 0	20 0	42 30	7 30
60	40 30	19 30	34 30	25 30	49 30	10 30
70	45 30	24 30	28 30	31 30	56 0	14 0
80	50 0	30 0	42 0	38 0	62 0	18 0

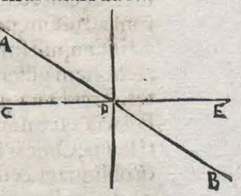
	Anguli refracti ab aq̃ ad aerem.	Anguli refractionis eiuſdem.	Anguli refracti a uitro ad aerẽ.	Anguli refractionis eiuſdem.	Anguli refracti a uitro ad aquã.	Anguli refractionis eiuſdem.
	par. minut.	par. min.	par. minut.	par. minu.	par. minuta	par. minuta.
10	12 5	2 5	13 0	3 0	10 30	0 30
20	24 30	4 30	26 30	6 30	21 30	1 30
30	37 30	7 30	40 0	10 30	33 0	3 0
40	51 0	11 0	55 30	15 0	45 0	5 0
50	65 0	15 0	70 30	20 0	57 30	7 30
60	79 30	19 30	85 0	25 30	70 30	10 30
70	94 30	24 30	101 30	31 30	84 0	14 0
80	110 0	30 0	118 0	38 0	98 0	18 0

IX.

Centro uiſus & puncto rei per refractionẽ uiſæ in diuerſis diaphanis loca ꝓpria permutãtibus, eædẽ lineæ incidẽtiæ & refractionis noĩa permutãt.

Satis iam patuit ex p̃miſſis huius 10. tractatibus, quod formæ uiſæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad ſuperficiem alterius corporis diafoni in quo eſt uiſus. Deinde refringũt ab illo alio corpore diaphono per aliã lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uiſus a, & punctum rei uiſæ b. Sitq; ſuperficies corporis in quo eſt punctũ b, ad uiſum exiſtentem in puncto b, ſuperficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uiſum exiſtentem in puncto a, à ſupficie corporis c d e, puncto d, ſitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis quæ d a, dico q̃d ſi centrũ uiſus & punctum rei uiſæ permutent loca, ita ut centrũ uiſus

uiſus poſitum ſit in puncto b, & punctum rei uiſæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodem puncto corporis quæ eſt d, & linea a d, erit linea incidẽtiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & ſic tm̃ lineæ nomina permutantur manẽtibus eiſdem lineis & eodem angulo, hoc autẽ patet per experientiam, cũ eñ aliqs exiſtens in aere inſpexerit aliud corpus contentũ ſub alio corpore quod eſt diaphonũ, differens in ſui diaphonitate ab aeris diaphonitate, tunc uiſus cõprehendet omnia quæ ſunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uiſui, & ſi cooperuerit alterum uiſuũ, & aſpexerit cum reliquo, uidebit illa eadem quæ prius, ſiue illud medium ſit aer uel aqua uel uitrũ uel criſtallus. Qd̃ ſi uiſus ponatur intra aquam aut ſub uitro uel criſtallo, uidebit omnia corpora uiſibilia q̃ ſunt ultra illud aliud corpus diaphonum in ipſo aere, ſiue ergo uiſus fuerit in aere uel in uitro ſemper cõprehendet omnia eadem quæ prius, patuit añt per 4. huius, quod uiſus per medium diaphoni diuerſi non cõprehendit res quæ nõ ſunt in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem diaphoni corporis niſi per refractionem, omne ergo punctũ comprehenſum à uiſu, præter illud punctum quod eſt in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionẽ, & qm̃ formæ omnium punctorum quæ ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ultra corpus diaphonum, refranguntur in eodem tempore ad centrum unius uiſus, patet quod ſi alicuius rei uiſæ punctum eſſet in puncto, in quo tunc eſt centrum uiſus, refrangitur forma illius puncti ad omnia puncta quæ ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ultra illud corpus diaphonnum oppoſitum uiſui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodem modo, & ſimiliter eſt de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo eſt centrum uiſus, qm̃ ſi centro uiſus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam poſitionis, cõprehendet omnia illa uiſibilia. Forma itaq; cuiuslibet pũcti cuiuſcunq; rei uiſæ cum fuerit ultra aliq̃d corpus diaphonũ, extenditur ad ſuperficiem corporis diaphoni ultra quod eſt, & refringitur ad uniuerſum eius quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphoni, & illa forma erit apud quodlibet punctum illius ſecundi corporis diaphoni, & ob hoc forma totius rei uiſæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphoni: forma eñ cuiuslibet punctorum rei uiſæ diffundit ſemper lineam rectam ad ununquodq; pũctum corporis diaphoni, unde ſi tot fuerint centra uiſuum in aere, quot ſunt puncta aeris, quilibet illoꝝ uiſuum uidebit totalẽ formam rei uiſibilis, quæ eſt ſub altero diaphono, nam ſemper forma rei uiſæ tunc erit apud punctũ apud quem erit & centrum uiſus, unde etiam uiſus motus de loco ad locũ ſuper idem diaphonum, ſemper eandem uidet formam quãdiu forma illa ſecundum lineas rectas poteſt pertingere ad uiſum, & ſimiliter plures aſpicientes comprehendunt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodem tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uiſæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphoni in quo eſt res uiſa, & formæ omnium punctorum rei uiſæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphoni in quo exiſtit, & apud quodlibet punctũ corporis diaphoni diuerſi ab illo corpore diaphono in quo exiſtit res uiſa, inter quodlibet eñ punctum aeris, & quamlibet rem uiſibilem exiſtẽtem in aliquo corpore diaphono diuerſo ab aere fit pyramis, cuius uertex eſt in aliquo puncto aeris, & baſis in ſuperficie rei uiſæ, fiuntq; tot pyramides quot ſunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphoni in quo fit diffuſio formarum, quia itaq; totum medium eſt plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam ſunt idem cum angulis refractionum quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmiſſam in tabulis. Idem uero anguli ſemper per eaſdẽ lineas cõtinentur, patet ergo quia locus centri uiſus & punctum rei uiſæ de uno diaphono ad alterum permutatis, ſemper quidem fit formæ uniuerſalis diffuſio, non tamen percipitur quælibet forma à quolibet uiſu in quolibet puncto, ſed ſolum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uiſum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem ſecundum ſubſtantiam nominibus tantum hinc inde permutatis, ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extenſio eius ipſius formæ, poſtea fiat linea refractionis, & econuerſo, patet ergo propoſitum.



X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ ſunt in re uiſa, debilius uiſui repræſentat.

Hoc patet per experientiam, cum em̃ aliud uiſum eſt in medio ſecundi diaphoni, ut pote per aerem in aqua, & uiſus fuerit ualde obliquus à ꝓpendicularibus exeuntibus à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ aquæ, & deinde uiſus moueatur donec fiat poſitus in ꝓpendiculari aliqua exeunte à re uiſa ſuper ſuperficiem aquæ, tunc lux & color rei uiſæ fiunt manifeſtiora ꝙ eſſent cũ aſpiciebantur oblique, tunc em̃ figura exiens ad uiſum ſecundum lineas obliquas eſt refracta, & multum obliqua, in perpendiculari uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut ferè recte ſecundũ quod plus uel minus diſtant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, qm̃ reflexio debilitat in formis reflexis luces & colores, quas formæ rerum uiſarũ per quodcũq; corpus diaphonum ſecum deferunt ad uiſum, nec em̃ eſt aliqua alia differentia illarũ formarũ in eſſe ſuo, ergo nec quo ad uiſum, niſi ſola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionem uiſionis, & ſecundum illa uiſus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uiſis per medium ſecundi diaphoni propter refractionẽ fallacia, quæ non accideret in illis, ſi uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius, Omnis linea uel ſuperficies rei uiſæ directe uiſibus oppoſita perfectius uidetur ꝙ obliquata, & ſecundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis, patet ergo propoſitum.

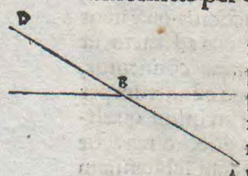
XI.

Imago refracta rei uiſibilis nunq; occurrit uiſui in loco rei uiſæ, ſed ſemper extra ſuum locum.

Qđ aũt hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autẽ eſt hæc, nam forma comprehenſa à uiſo in corpore diaphono alio ab aere non eſt ipſa res uiſa, qm̃ uiſus nõ comprehendit rem tunc in ſua forma uel in figura, ſed ĩ aliꝭ diſpoſitionibus & alio modo, cõprehendit em̃ imaginem refractam in ſua oppoſitione, cũ tñ res non ſit directe uiſui oppoſita, & quia cõprehendit rem refracte, ideo quia uiſus eſt decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiẽ corporis diaphoni, cõprehẽdit ergo ipſum ut extra ſuum locũ non in ſuo loco. Per experientiam quoq; idem patet. Aſſumaſ uas habens oras erectas ſup baſem eius, & in medio fundi uaſis ponaſ denarius argenteus, & elonget ſe experimentans quouſq; uideat illum denarium in fundo uaſis. Deinde elõget ſe paulatim ulterius, quouſq; non uideat ipſum, & in principio occultationis ſtet in ſuo loco uiſu immoto, & præcipiat infundi aquã in uas, ita ut denarius nõ mutet locum, & tũc uidebit denarium in eius oppoſitione ipſo nõ exiſtẽte in eius oppoſitione, ex quo patet qđ forma quã experimentans uidet in aqua, non eſt in loco rei uiſæ, nam ſi forma eſſet in loco rei uiſæ, tunc etiã res uiſa cõprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas qđ non accidit in tanta diſtantia, ut patuit, imago itaq; rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei, quod eſt propoſitum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum.



Sit em̃ punctus per refractionem uiſus, qui eſt a, cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diaphoni, qui ſit b, & ſit centrum uiſus d, dico quod forma puncti a, comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b, hoc aũt inſtrumentaliter declarandũ, accipiaſ itaq; inſtrumentum primum, & ponatur in uaſe impleto aqua ut prius, & ſignetur aliquod uidendum ꝑ refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus, & intueatur ex ꝑmẽtans ꝑ ambo foramia ita ut uideat illđ ꝑ refractionẽ. Deide claudeſ ſecũdũ foramẽ inſtrumẽti, & tũc nõ cõphẽdeſ res uiſa, & ſi claudaſ primũ foramẽ, ſi mili

militer nihil uidebiſ, qm̃ abſciſa eſt linea recta imaginabiliter exiẽs à cẽtro uiſus ad locũ refractionis, forma enim puncti uiſi per refractionem extenditur in corpore diafono in quo eſt res uiſa, & refrangitur in corpore diafono quod eſt inter ipſum & centrum uiſus, peruenitq; ad uiſum per lineam rectam exeuntem à centro uiſus ad punctum refractionis, & uiſus non comprehendit aliquid niſi in rectitudine linearum radialium per quas forma uiſibilium mouetur ad uiſum, & ſi fiat operatio per interpoſitionem alicuius uitri uiſui & rei uiſæ, ut ſupra eodem modo penitus operando, patebit idem, & hoc eſt propoſitum. Viſus enim nihil comprehendit niſi in rectitudine linearum radialium, non enim patitur in progreſſione iſtarum linearum à pũctis rerum uiſibilium ad uiſum, quoniam non uidet niſi res ſibi oppoſitas, quarum formæ ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum ut patuit per ſecundam tertij huius, & per multas ſimiles, patet ergo quod ponebatur.

XIII.

Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio.

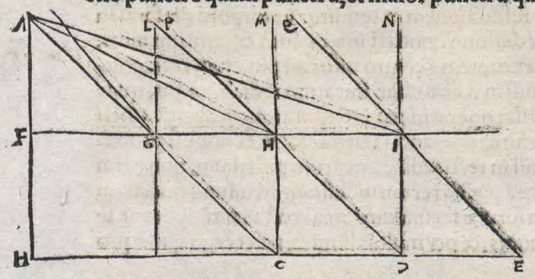
Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diafono tranſitu uelociſſimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito, & iam patuit in his quæ dicta ſunt in 47. ſecundi huius, quia tranſitus lucis in corpore diafono ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis, eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpendicularem exeuntẽ à pũcto à quo extenditur lux ſup ſuperficiem illius corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam ductam in ſuperficie corporis diafoni aut lineæ æquediſtantis ei, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem ductam à puncto corporis luminoſi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris, ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpendicularẽ exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hãc perpendicularem. Eſt ergo motus formæ quæ mouetur ad uiſum aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo puncto cuius ipſa eſt forma ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, quamuis poſtmodũ translata ſit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius eſt ſuper perpendicularẽ ductam ſuper illam priorem perpendicularem, & translata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, ſitq; hæc trãſlatio propter compoſitionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam ꝓpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni. Deinde multiplicat ſe ad uiſum, palam eſt quod ꝓponitur per hoc, quia ſi punctum ſuperficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ contingat abſcondi à uiſu, utpote propter interpoſitionẽ alicuius corporis opaci, non fiet uiſio illius pũcti rei uiſæ, forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propoſitũ, quod eſt manifeſtius, poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

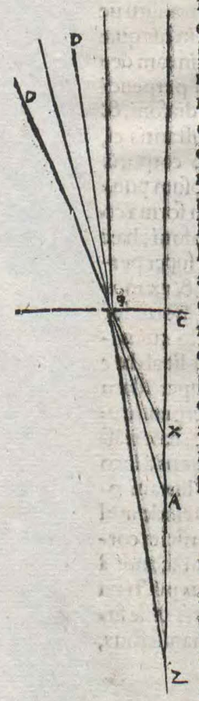
XIIII.

Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari, ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a, & linea uiſa per refractionem ſit b c d e, ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractiõis & corporis, à cuius ſuperficie fit refractio lineæ f g h i, ſitq; perpendicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uiſæ & ſit a f b. Diſtetq; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctũ c, & plus punctum e quàm punctum d, dico quod maior erit refra

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim pũcti a, cum sit in ipsa linea perpendiculari, patet per tertiã huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorũ punctorum quæ sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio transmutat situm partiũ formæ refractæ, sed solum auget uel minuet figuram, patet quod de necessitate diuersitas formarũ punctorum rei uisæ refrangitur à diuersis punctis superficierum ipsius rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus, alias enim fieret trãsmutatio formarum ulsarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, et forma puncti d à puncto h, & forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à pũcto h, linea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b c d e, ab inuicem, & à superficie diafoni à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h, patet ergo quod maior fit refractio à puncto h, remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu pũcti h, fit enim secundũ præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refractio pũcti i quàm puncti h, ergo est maior q̃ puncti g, patet ergo uniuersaliter quod ꝓponebatur. In omnibus eñ punctis & superficiebus à quibus fit refractio est eadem demonstratio.





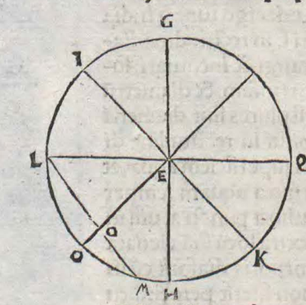
XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet pũcti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum cõtingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ pũcti rei uisæ existentis in medio secũdi diafoni densioris primo approximat uisui, in rario uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniatq; forma puncti a ad uisum d, secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis super superficiem b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam p undecimã huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & p 12. huius, occurrit in linea ppendiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum x, hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandũ.

strandum. Accipiatur columna rotũda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basiũ eius, & in uno basium suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cum alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;, punctum uero centri quod est e, sit nigrum. Deinde accipiatur uas magnũ profundũ habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cũ immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h, diameter basis sit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq; appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrũ circuli e, in rectitudine illius diametri, deinde intueatur uisus diametrum i k, decliuem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h, extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione uel continentiæ anguli, ex quo patet quod forma pũcti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrũ circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem continent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc punctũ comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundũ rectitudinẽ diametri perpẽdiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctũ partis diametri i k, quod est intra aquam est eleuatũ à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis colũnæ quousq; diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter decliuis sup superficiem aquæ, & tũc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinẽ diametri g h, quoniam illa uidebit frangi & incuruari super superficiẽ aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrũ i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri signati in superficie basis colũnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ, et continet angulũ obtusum cũ parte sui q̃ est intra aquam, quæ pars intra aquam semper uidebitur continua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diafonitatis grossioris, quàm sit aëris diafonitas, uidetur extra locũ suũ eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto superficiei corporis diafoni, cũ linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo q̃ uisus cõprehendit per refractionẽ, quia sunt in oppositione uisus secundũ lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refractæ, qd' si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in communi sectione lineæ refractionis per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis ductæ à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrum superficierum planarum & æquedistantiũ, cuius longitudo sit octo digitorũ, latitudo

titudo & ſpiſſitudo ſit æqualis quælibet quatuor digitorũ. Deinde baſi columnæ ligneæ prædictæ prius inſcribatur línea decẽ digitorũ per primam quarti, quæ ſit l m. Eritq; me dietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n, & à centro baſis quod eſt f, ducatur línea f n, & ꝓducatur illa línea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3. tertij, línea f n, perpendicularis ſuper líneam l m, & ducatur línea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, ꝓfunden tur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis ſuperponat̃ medietati lineæ quæ eſt n l, & quía uitrũ eſt in longitudine octo digitorum, & línea l n, quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatem lineæ l n, in tribus digitis, & diſtinguãtur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem ſuper líneam l m, ſitq; corpus uitri ex parte centri f, ſcilicet inter líneam l m, & centrũ f, & ſic applicetur uitrum tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta ſuper extremitates uitri quæ ſunt ſuperficies duæ æquediſtantes, & diameter l q, erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui ſupereminet extremitas uitri ex parte uiſus experimentantis, & ponat̃ alter uiſuum in dicta communi circunferentiæ baſis & extremitatis uitri, hoc eſt in punc to l, quod eſt extremitas diametri decliuis quæ eſt l q, & applicetur taliter uitro, ita qd̃ nihil uideatur cũ illo oculo niſi ſolus pũctus l, reliquus uero uiſus ſit in parte in qua eſt uitrum & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex ſuperficie uitri cum panno línteo uel bombacæ, applicata taliter ſuperficiei columnæ, ut non uideatur niſi ſola diameter decliuis l q, & per unum uiſum contingentem uitrũ, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uiſu. Sic itaq; diſpoſito uiſu & inſtrumento, centrũ circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ eſt erecta ſuper ſuperficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ eſt l q, incuruata in ſuperficie uitri, quæ eſt ex parte centri f, caderq; angulus incuruationis ex parte circunferentiæ, ſed uiſus cõprehendit partem diametri l q, quæ eſt ſub uitro in rectitudine, & quoniam uiſus tangit ſuperficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ eſt p o, aliqua pars eſt ſub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri ut eſt eius pars quæ o n, pars illa quæ eſt ſub uitro comprehenditur à uiſu exiſtente extra uitrum ſecundũ refractionem, & pars o n, quæ eſt ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uiſu extra uitrũ exiſtente recte & ſine refractione, pars autem quæ eſt ex parte centri cõprehẽditur ab utroq; uiſu per refractionẽ, nam líneæ exeuntes à centro uiſus contingentis uitrum & extenſæ in corpore uitri peruenientes ad ſuperficiem uitri quæ eſt ex parte centri, oẽs ſiunt decliues ſuper ſuperficiem uitri: pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ eſt ex parte centri comprehenditur à uiſu cõtingente uitrum per refractionem, líneæ uero exeuntes à reliquo uiſu ad ſuperiorem uitri ſuperficiem erunt decliues ſuper ſuperiorem uitri ſuperficiem, cum ergo extenduntur ad ſuperficiem uitri reliquam quæ eſt ex parte centri f, erunt etiam decliues ſuper illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim ſuperficies uitri ſunt æquediſtantes ex hypotheſi, uiſus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ eſt uerſus centrũ f, duabus refractiõibus, partẽ uero quæ eſt ſub uitro una ſola refractione, partem uero ſuperiorem quæ eſt p o, comprehendet abſq; refractione, uterq; tamen uiſuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & ſi experimentator cooperto altero uiſu aſpiciat ſolum per uiſum qui poſitus eſt ſuper uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & ſi eleuauerit uiſum à ſuperficie uitri, & intueat̃ diametrum p o ultra uitrũ, comprehendet tamen ipſam líneam rectam, quamuis cõprehendat ipſam ſecundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & ſi nõ comprehendat̃ à uiſu in ſuo loco, cõprehendit̃ tamen in rectitudine perpendicularis q̃ exit à pũcto



puncto illo ſuper ſuperficiem uitri, hæc autem eſt ſola ipſa línea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto ſuper unamquanq; ſuperficiem unam tantũ perpendicularem duci eſt poſſibile. Hæc aũt línea quæ eſt p o, à quolibet ſui pũcto ꝓcedit ꝓpendiculariter ſuꝑ ſuperficiem uitri. Omnis ergo refractio ſuorũ punctoꝝ fit ſuper ipſam eandem, forma itaq; centri f, quando uiſus tangit uitrũ comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, ſuper ſuperficiẽ uitri & diametri decliuis l q, pars extra uitrũ exiſtens uerſus centrum f, comprehenditur non in ſuo loco, ideo quia pũctus centri f, non comprehenditur à uiſu niſi præter ſuum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circunferentiæ, tunc forma centri f, uidetur ſub centro baſis colũnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in ſecundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo eſt uiſus, eſt in rectitudine perpendicularis productæ ab illo pũcto ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt contingens uiſum, & eſt remotior à ſuperficie eiuſdem diafoni quàm ipſum punctũ cuius uidetur forma, & quoniam omne punctũ comprehẽſum à uiſu per 11. huius, eſt in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuſcunq; diafonis taliter ſituatis cõprehenditur in puncto, qui eſt communis ſectio lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à pũcto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni qd̃ eſt contingens uiſum, & patet ex præmiſſis correlariũ, locus enim formæ puncti rei uiſæ per refractionem quando fit illa refractio in medio ſecundi diafoni denſiore primo, tũc locus imaginis approximat ipſi uiſui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cũ ipſum uidetur ſub aqua, cũ uero fit refractio à ſuperficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uiſum, tunc locus imaginis elongat̃ à uiſu, ut patet in experimentatione ſecunda de centro f, uiſo ſub uitro approximato uiſibus, cuius forma per mediũ rarius uitro quod eſt aër diffundit̃ ad uitri ſuperficiem, & per uitrũ refringit̃ ad uiſum, ut enim exemplariter patet in prima figura præſentis propoſitionis, punctũ x, ꝓpinquius eſt uiſui exiſtenti in pũcto d quàm punctũ z, patet itaq; propoſitum.

XVI.

Formæ puncti rei uiſæ per refractionem exiſtentis in medio ſecundi diafoni, locus imaginis quandoq; eſt in ipſo ſecundo corpore diafono, quandoq; in eius ſuperficie ut in ipſo puncto refractionis, quandoq; eſt inter uiſum, & illud corpus diafonum quandoq; retro uiſum, quandoq; in ipſa ſuficie uiſus.

Quia enim oſtenſum eſt per præmiſſam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ, eſt in communi ſectione lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo pũcto rei uiſæ ſup ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, cum illæ líneæ neceſſario cõcurrant, aut æquediſtant, ſi concurrunt, patet quod ubicunq; illæ líneæ ſe interſecauerint, ſiue hoc ſit intra corpus diafonũ in quo eſt punctus rei uiſæ, ſiue fuerit extra illud corpus inter uiſum & ſuperficiem illius corporis, ſiue hoc fuerit in centro uiſus ſiue retro uiſum, ibi ſemper erit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ. Si uero illa línea per quam forma peruenit ad uiſum fuerit æquediſtans illi perpendiculari, tũc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis niſi ſolum ipſum punctũ refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, ſicut etiam accidit idem, quando línea refractionis & ducta perpendicularis in ipſo puncto refractionis ſe interſecant, nec indigẽt hæc alia demõſtratione niſi illa quàm in 12. octaui huius, in ſpeculis ſphæricis concauis poſuimus, hæc enim refractio ut patet p 7. huius, quandoq; fit à ſuperficie concaua corporis diafoni, quod corpus eſt ex parte uiſus contingens conuexum corporis diafoni quod eſt ex parte rei uiſæ, unde eſt omnimoda demonſtrationis ſimilitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propoſitum, diuerſantur enim illæ perpendiculares ſecundum diuerſitatem ſuperficierum corporum à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à ſuperficiebus corporum alterius diafonitatis ad uiſum, ſemper fit deceptio in ſitu.

Quoniam enim ſecundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uiſum ſemper fit refractio in ſuperficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in ſecundo diafono forma peruenit ad uiſum, ſola uero perpendicularis ducta à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus eſt in communi ſectione lineæ ſecũdæ per quam forma refracta extenditur ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum cõtingentis per decimamquartã huius, hæc aũt ſectio ſemper eſt extra locum uerum puncti uiſi, quoniam ſola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipſo puncto rei uiſæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uiſus nunquam uidet formam rei uiſæ per refractionem uiſi ab alio loco & ſitu quàm ſit ipſa res uiſa, erit itaq; poſitio formæ comprehenſæ à uiſu alia à puncto rei uiſæ, & ſimiliter eſt de remotione, hæc autem ſunt quædam ſitus, pũctus enim communis ſectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono denſiore ad ſubtilius ſe eleuat approximando uiſui, & in refractione ex diafono rariori ad denſius ſe deprimit, remouendo ſe à centro uiſus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis ſemper ſe uariat, & ſecundũ hoc decipitur uiſus ſecundum ſitum imaginis alium locum rei uiſæ & ſituationem aliam accipiens ſecundum illud, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Omnis forma rei uiſæ per refractionem comprehẽditur ac ſi res illius formæ ſit in loco imaginis conſtituta.

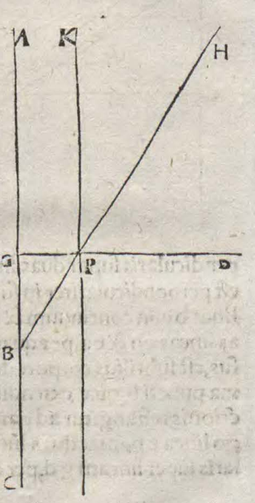
Sicut enim in 12. huius, dictum eſt, forma exiſtens in puncto refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uiſæ. Deinde transfertur ad hanc perpendiculare per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, forma itaq; quæ eſt ſuper lineam perpendiculariter incidentem ſuperficiei corporis diafoni, & deinde mouet in rectitudine lineæ, p quam forma extenditur ad uiſum, eſt forma quæ extenditur à puncto uiſo in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum ſectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uiſum, forma itaq; quam uiſus comprehendit refracta ultra corpus diafonum eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis, comprehendit autem uiſus hanc formam in loco imaginis ſicut alia quæ in ſuo loco comprehendit ſine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res diſtans tantum à uentro uiſus, quantum punctus imaginis diſtat ab eodem centro uiſus, quoniam ſitus loci imaginis in reſpectu uiſus, & ſitus formæ quæ eſt in loco imaginis, unde propter refractionem forma rei uiſæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propoſitum.

XIX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni qualiſcunq; à nullo puncto illius ſuperficiei fiet refractio, & una tantum imago uiſui concurret.

Eſto centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ b, ſitq; g, aliquod punctum ſuperficiei corporis in quo fit refractio, quod ſit groſſioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod eſt contingens uiſum, ducaturq; à puncto a, centro uiſus linea a g c, quæ ſit perpendicularis

ris ſuper ſuperficiem corporis ſecundi diafoni per undecimam undecimi, ſitq; punctus rei uiſæ qui eſt b, in linea g c, palam ergo per tertiam huius, quoniam uiſus a, comprehendet formam puncti b, recte ſine omni refractione, quia forma puncti b, in rectitudine extenditur per lineam b g, ad ſuperficiem corporis diafoni quod eſt contingens uiſum in puncto a, & quia linea l g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni contingentis uiſum, comprehendet ergo uiſus a punctum b, in ſuo loco ſecundum rectitudinem lineæ a g b, non eſt itaq; poſſibile ut punctum b, extra lineam b g a, refrangatur ad uiſum a. Si autẽ detur hoc eſſe poſſibile, ſit ſuperficiei illius diafoni in qua eſt punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui ſit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uiſus à puncto p, imaginemur itaq; ſuperficiem refractionis in qua ſit linea perpendicularis quæ a g b, tranſire per punctum p, & ſit communis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta quæ eſt g p d, per tertiam undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis ſuper lineam g d, per undecimã primi, quæ ſit k p l, & ſit linea k p l, producta ſecans ipſum corpus diafonum, in cuius ſuperficie fit refractio formæ puncti b ad uiſum a. Eſt ergo linea k l p, perpẽdicularis ſuper ſuperficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum uſq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod eſt p, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quia itaq; corpus diafonũ quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo quod eſt ex parte ipſius b, puncti rei uiſæ, tunc enim forma puncti b, peruenerit ad p, punctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem cõtrariam illi parti in qua eſt perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod eſt centrum uiſus, ſed datum eſt ipſum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impoſſibile contra hypoteſim, & quocũq; alio puncto dato idem accidit impoſſibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uiſum a, ex aliquo pũcto ſuperficiei illius corporis diafoni dato extra lineã a g b, ſed ſolum forma illa puncti b, ſecũdum rectitudinem peruenit ad uiſum a, quod ſi corpus diafonum contingens ſuperficiem uiſus ſit denſius diafono illo corpore quod eſt continens punctum rei uiſæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter denſitatem diafoni ſecundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquediſtante ipſi p k, per ſextã undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, ſunt erectæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni in qua eſt linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum ſecundum, ſcilicet rarius uel denſius primo diafono, ſemper puncto rei uiſæ ſic diſpoſito à nullo puncto illius ſuperficiei diafoni fiet refractio ad uiſum, ſed uidebitur res in ipſa linea perpendiculari ducta à centro uiſus ad punctum rei uiſæ ſecante ſuperficiem corporis ſecundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius pũcti non comprehenditur niſi ex uno tantum puncto ſuperficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantũ unicam imaginem non refractam, quod eſt propoſitum.

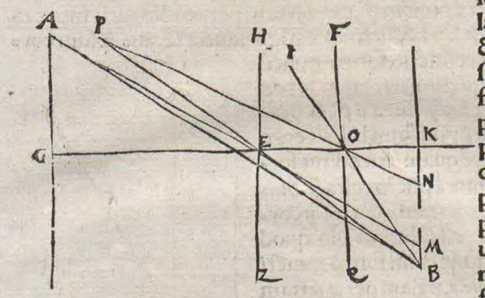


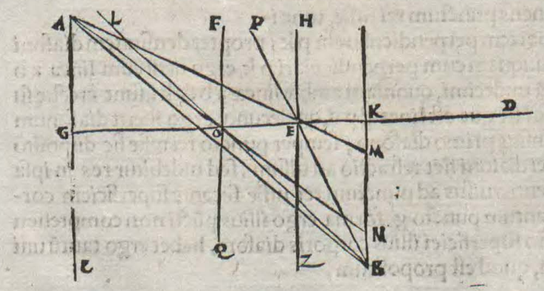
XX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; uiſo exiſtente extra

perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat diſpoſitio quæ eſt in proxima præcedente, & ſit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem ſecundi diafoni quæ eſt a g c, educatur quoq; ſuperficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni per decimamoctauã unde cimi, & ſecabit ſuperficiem corporis diafoni ſecundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ ſit g d, non ergo refrangetur per ſecundam huius, forma puncti b ad uiſum a, niſi ab aliquo puncto ſuperficiei in qua eſt linea g d, non enim tranſit per duo puncta a & b, ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni, niſi ſolum ſuperficies tranſiens perpendicularem a c, ſed p perpendicularem a c, & per punctum b, non tranſit aliqua ſuperficies plana niſi una ſola, tantũ forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrum uiſus ab aliquo pũcto lineæ g d, quæ ſit e, & cantur q; duæ lineæ b e & e a, & extra hatur à puncto e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem g e d, per duodecimã undecimi, quæ ſit h e z, quæ per primam huius, erit in illa ſuperficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis ſuper duas ſuperficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie erecta ſuper illas ambas ſuperficies, producatur itaq; linea b e, in continuum & directum, & ſit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonũ quod eſt ex parte a, centri uiſus, eſt ſubtilius corpore diafono quod eſt ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ eſt z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; à puncto uiſo b, linea perpendicularis ſuper lineam g d, per duodecimam primi, quæ ſit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt ex parte b, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie a b g, erecta ſuper illam, educatur itaq; linea a e, in continuum, hæc itaq; reſecabit ab angulo b e k, angulũ æqualem angulo p e a, per decimamquintam primi. Secabit ergo per 29. primi huius, & lineam b k, illi angulo ſubtenſam. Secet ipſa itaq; lineã b k in puncto m, palam itaq; per decimam quartam huius, quoniam pũctus m, eſt locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, eſt angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b, non habebit aliam imaginem præter quàm illam quæ eſt in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uiſum in punctum a, ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphoni, q; à puncto e, nec enim poteſt forma puncti b comprehendi à uiſu niſi ſecundum perpendiculare



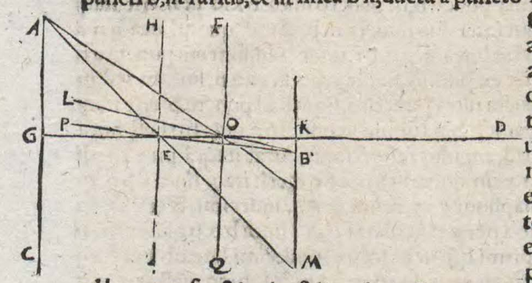


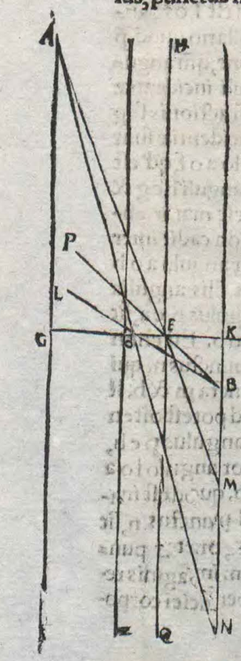
dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginẽ q; in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo pũcta b & k, per 14. huius, quia corpus quod eſt ex parte b pũcti uiſi eſt groſſioris diaphonitatis illo corpore qd' eſt ex parte uiſus a. Sit itaq; ſi poſſibile eſt illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k, d' ſit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducat' quoq; linea a n à centro uiſus ad punctũ n, hæc itaq; ſecabit lineam g d, p 1. undecimi, ſunt em puncta a b k, in eadẽ ſuperficie cũ linea g d, ut patet ex pmiſſis. Secet ergo linea a n, lineam g d, in puncto o, ducatur q; linea b o, quæ, producta ultra punctũ o, ſigneẽ ad punctũ b, erit itaq; punctũ o, punctũ refractionis formæ puncti b, ad uiſum in punctũ a, quia b o l eſt linea p quã extendit' forma, & eſt angulus l o a, angulus refractionis, ducat' itaq; à puncto o linea ppendicularis ſup lineam g d, p 11. primi, quæ ſit linea f o q, erit itaq; linea f o q, perpendicularis ſup ſuperficiẽ corporis diaphoni p 27. primi, & p 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, contento à perpendiculari f q, & à linea b o, p quã extenditur forma ad locum refractionis p 29. primi, qm ut patet p 6. undecimi, lineæ b k & f o q ſunt æquediſtantes, ſi itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc pũctus o, erit inter duo puncta e & k, ſecans lineam e k, p 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, p 29. primi huius, q; a omne totũ eſt maius ſua parte, & quia angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, p 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, p eandem 29. primi, qm lineæ h 3 & f q, & b k, ſunt inter ſe æquediſtantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui eſt p e h, & angulus l o a, eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui eſt l o f, angulus ergo p e a, eſt maior angulo l o a, p 8. huius, oſtenſum eſt em in corollario quod p cedit tabulas ibi poſitas, cuius ueritas patet ex pcedenti experimentatione, qm anguli refractionũ in medio ſecundi diaphoni groſſioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis ſub linea perpendiculari ducta à puncto refractionis ſup ſuperficiem diaphoni, & à lineis refractis ad uiſum in maioribꝰ angulis incidentiæ ſunt maiores, & in minoribus ſunt minores, ergo angulus a e h eſt minor angulo a o f, qd' eſt impoſſibile, qm em per 21. primi, angulus a e g, eſt maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g ſunt æquales p 29. primi, & quia ſunt recti, patet ergo angulus a o f, eſt maior angulo a e h, cũ ergo ſequatur impoſſibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; ſequit' ex illis datis, ut angulus e b, ſit maior angulo a o b quod eſt impoſſibile, & contra 21. primi, producta linea a b, quæ ambobus illis angulis ſubtendit', & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producuntur. Si em angulus p e a, ſit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b, eſt maior angulo a o b. Eſt enim uterq; illoꝝ ſuper angulũ ſuæ refractionis reſiduũ duoꝝ punctoꝝ, quod ſi punctus n, qui datus eſt eſſe locus ſecundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, p 32. primi huius, quod poteſt oſtendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e b, minor angulo l o s, & erit angulus p e a, qui eſt angulus refractionis minor angulo l o a qui eſt etiã angulus refractionis, angulus ergo a e b, eſt maior angulo a o b, quod eſt impoſſibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impoſſibile eſt ergo quod punctus n, ſit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliq̃d aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, exiſtens in ppoſito ſitu non habebit alium locum imaginis reſpectu uiſus a, niſi ſolum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphoni ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, quod eſt propoſitum.

XXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente linea recta, puncto q; uiſo exiſtente extra perpendicularẽ ductã à centro uiſus per ſuperficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio ut in præcedentibus, niſi quod corpus diaphonũ in cuius ſuperficie eſt linea g d, & perpendicularis g c, quod eſt ex parte uiſus a, ſit groſſioris diaphonitatis illo corpore, quod eſt ex parte b, puncti rei uiſæ, & illud quod eſt ex parte puncti b, ſit rarius, & ſit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphoni, fiatq; refractio formæ pũcti b, ad uiſum a, ex puncto ſuperficiei illius corporis quod ſit e, & ducant̃ lineæ b e & e a, ꝓtrahaturq; linea l e, uſq; ad punctũ p, ultra ſuperficiẽ corporis in qua eſt linea g s, & à puncto refractionis quod eſt e, ducat̃ linea h e, perpendiculariter ſuper lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas e p & e b, nã prima linea per quam extendit̃ forma ad locum refractionis eſt linea b e p, ſit autẽ refractio ad partem ꝓpendicularis e h, per 4. huius, nam corpus quod eſt ex parte uiſus a, eſt groſſioris diaphonitatis corpore qd̃ eſt ad partem rei uiſæ b, ut patet ex hypotheſi, ꝓtrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e quouſq; concurrat cum linea k b, concurret aũt cum illa per 2. primi huius, ſecat em̃ eius æquediſtantẽ lineã h e 3. Secet ergo lineam k b in puncto m. Eſt itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ pũcti b, & ꝓfundabitur ſub puncto b, ultra ſitũ rei, cuius ipſum habet formã, nam corpus quod eſt ex parte b, eſt ſubtilius illo corpore quod eſt ex parte uiſus a, dico itaq; quod forma pũcti b, non refrangitur ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, & quod non habet imaginem niſi in ſolo pũcto m, ſi em̃ hoc ſit poſſibile ut plures habeat imagines q̃ illa quæ eſt in puncto m, ſit ut habeat imaginẽ in pũcto alio quod ſit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, per 12. huius, & infra punctũ b. ꝑ 14. huius, ꝓpter corpor̃ diaphonorum medior̃ ꝓpoſitam diuerſitatem, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut ſub puncto m, ſit primo inter duo puncta b & m, ducaturq; linea a n, quæ ſecabit lineã e k, per 32. primi huius, qa ipſa ꝓducta à puncto lateris m e, ſecat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, quod eſt latus k m, & etiã ideo, quia puncta a & b, ſunt in eadem ſuperficie, & linea e d, eſt iacens inter illa puncta. Secet ergo ipſum in puncto o. eſt itaq; o punctus refractionis, & ducat̃ linea b o, quæ tranſeat uſq; ad punctũ l, & ex puncto o, extrahat̃ linea f o q, perpendiculariter ſuper lineã g o d, per 11. primi, linea itaq; b o, eſt illa linea per quã linea pũcti b, extendit̃ ad punctũ refractionis qd̃ eſt o, linea quoq; o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̃m in tali diſpoſitione mediorũ diaphonorũ ſemper fit refractio ad ꝓpendicularẽ per 4 huius. Si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & b, erit ꝑ 32. primi huius, pũctũ o, inter duo puncta e & k, ergo ut in p̃miſſa ꝑ 29. primi huius, angul9 o b k, erit minor angulo e b k, q̃m pars eſt minor ſuo toto, ſed per 29. primi, angulus l o f, eſt æqualis angulo o b k, & angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, ideo qd̃ lineæ h e & f o, & k b ſunt æq̃diſtantes, eſt ergo angulus l o f, minor angulo p e h. angulus itaq; l o a, qui eſt locus refractionis ꝑ corollarium 8. huius, eſt minor angulo p e a, qui eſt etiã angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f ſuper angulũ refractionis qui eſt l o a, eſt maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h, ſup̃ angulũ refractionis qui eſt p e a, per eãdẽ 8. huius, ſed angulus a o f, eſt æqualis angulo



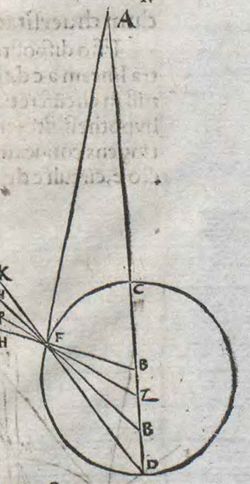


gulo a n k, ꝑ 29. primi, & angulus a e h, eſt æqualis angulo a m k, ꝑ eandẽ 29. primi, angulus itaq; a n k, eſt minor angulo a m k, quod eſt impoſſibile, & contra 16. primi. Si aũt punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in ꝓxima huius, deductione facta punctus e, cadet intra punctũ o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29. primi huius, & quia totũ eſt maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, ꝑ 29. primi, ergo angulus l o a, eſt maior angulo p e a, & angulus a o f, eſt maior angulo a e h, ꝑ 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, eſt maior angulo a m k, quod eſt impoſſibile, & contra 16. primi, non eſt ergo imago formæ pũcti b, in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter q̃ in puncto m, q̃m idem impoſſibile accidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac diſpoſitione fiet refractio, & unica uiſui occurrit imago, patet ergo propoſitum.

XXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, punctoq; uiſo exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper conuexam ſuperficiem corporis diafoni, formæ rei uiſæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.

Sit centrum uiſus punctũ a, ſitq; b punctus rei uiſæ ultra corpus diaphonum groſſius illo corpore diafono, quod eſt circa uiſum, & ſit ſuperficies illius corporis diafoni q̃ eſt ex parte b, ſuperficies conuexa illa quæ eſt ex parte uiſus a, ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius centrum ſit pũctus 3, & ducat̃ linea a c 3 d, qui neceſſario erit ꝓpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni per 72. primi huius, q̃m tranſit per punctũ 3, centrum eius, ſitq; b pũctus rei uiſæ in ꝓpendicularí linea q̃ eſt a d, tũc itaq; uiſus a, cõprehẽdet formã pũcti b, ſine aliq̃ refractione, nã forma q̃ extẽdit̃ ſecũdũ lineã d a, extendit̃ recte in corpe diafono quod eſt ex pte uiſus a, per 3. huius, ideo qd̃ linea d a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus comprehendet itaq; uiſus a, forma pũcti b, in ſuo loco & recte, ſed & in hac diſpoſitione forma pũcti b, nunq; refringit̃ ad a uiſum. Aut em̃ punctus rei uiſæ qui eſt b, erit in cẽtro corporis diafoni quod eſt 3, aut extra illud, ſi fuerit in centro 3, tunc nulla linea per quã extenditur forma pũcti b, ad circũferentiam circuli c d e, refrangit̃ ad uiſum a, q̃m omnes illæ ſunt ſemidiametri perpendiculares ſuper ſuꝑficiem conuexam corporis diafoni, & quia ſola linea 3 a, exit à centro circuli c d e ad uiſum, patet quod forma pũcti b, nõ refrangit̃ ad uiſum a, cum punctus b, fuerit in centro 3, quod ſi punctus b, fuerit in linea c d extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, ſi ſit in linea 3 c, adhuc nulla ſui fiet refractio ad uiſum a. Quod ſi fuerit poſſibile, eſto quod refrangat̃ ex puncto e, & ducatur linea b e, & ꝓtrahat̃ extra circulum ad punctũ h, & ꝓtrahatur linea 3 e, extra circulum ad punctũ p, erit itaq; linea 3 p, perpendicularis ſup̃ ſuperficiẽ corporis diafoni, quod eſt ex parte uiſus. Cum itaq; corpus diafonum quod eſt circa uiſum fuerit rarius corpore diafono quod eſt circa rem uiſam, & circa punctum b, patet per 4. huius, qd̃ forma pũcti b, q̃n extendit̃ per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partẽ contrariã illi parti in qua eſt perpendicularis 3 p, nõ ergo refrangitur tunc forma pũcti b, ad uiſum a, qd̃ ſi punctum b, ſit in linea d 3, adhuc nõ refrangitur forma pũcti b, ad uiſum a. Si em̃ hoc eſt poſſibile ſicut refrangatur ex puncto e, & producat̃ linea b e ad punctũ k, & ꝓtrahatur linea 3 e ad pũctum p, ſitq; ut forma pũcti b, refrangat̃ ad uiſum a, ex puncto e, ꝑ lineam e a, palam itaq; q̃m angulus r e a, eſt angulus refractionis, & angulus k e p, eſt contentus à linea b e r, ꝑ quã extenditur forma pũcti b, & à ꝓpendiculari exeunte ab e, puncto refractionis ſup̃ ſuperficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio, ergo per correlarium 8. huius angulus



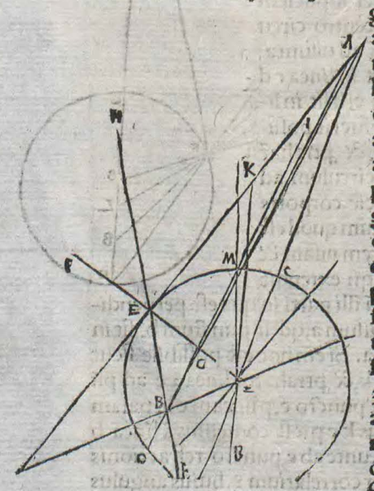
incidentiæ

incidentiæ quí eſt r e a, eſt minor angulo refracto quí eſt r e p, & línea b e 3, aut eſt minor q̃ línea 3 e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut eſt inter duo puncta d & 3, aut in pũcto d. Eſt itaq; per 19. & p 5. primi, angulus e b 3, aut maior angulo b e 3, aut æqualis ei, ſed angulus a e r, per 16. primi, maior eſt angulo e b 3, ergo & angulus b e 3, & angulus r e p, per 15. primi, eſt æqualis angulo b e 3. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p, quod eſt contra præoſtenſa & impoſſibile, forma ergo puncti b, nõ refrangitur aduiſum a, ex puncto e, ſed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circũferentia alicuius circulo⁹ in ſupficie corporis diafoní, in quo eſt punctũ b exiſtentiũ, ut patet per 1. huius, palam ergo q̃m exiſtente puncto b, in línea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uiſu a, per refractionẽ ex aliquo puncto ſuperficiei corporis denſioris, & nõ cõprehenditur niſi ſolum unũ punctũ, q̃m línea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoní denſioris nõ ſecat illius corporis ſuperficiem niſi in uno tm̃ puncto, unica ergo tm̃ uidetur imago. Similiter quoq; demonſtrandũ ſi corpus diafonũ qd' eſt circa centrũ uiſus punctum a, fuerit denſius corpore diafono, quod eſt circa pũctũ rei uiſæ, quod eſt b, tunc em̃ ſemper fiat refractio ad perpẽdicularẽ ductam à dato puncto refractionis, & nunq; fiet ad centrũ uiſus punctũ a, ſiue punctũ rei uiſæ fuerit in línea e 3, uel in línea 3 b, & ſequũt maiora impoſſibilia q̃ prius, & ſi fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, ſed uidetur directe forma eius, & unica eſt eius imago, patet itaq; ꝓpoſitũ ſecundum oẽs eius modos.

XXIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafani in quo fit refractio exiſtente circulo puncto⁹q; uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoní groſſioris corpore diafono uiſum contigente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto diſpoſitio quæ in proxima p̃miſſa, niſi quod punctus rei uiſæ quí eſt b, ſit extra líneam a c d, tm̃ intra circulũ c d e, & quía forma puncti b, non refrangit̃ ad uiſum a, niſi in circũferẽtia circuli c d e, quæ eſt in ſuperficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypotheſi, fit⁹q; illa refractio à concauitate corporis diafoní, q̃d eſt ex parte uiſus contingens conuexũ corporis diafoní ex parte rei uiſæ, ſit ut refrangat̃ ad uiſum a, ex puncto e, circuli c d e, dico quod non poteſt ex alio puncto ſuperficiei corporis illius refrangí ad uiſum. Sit em̃ ſi poſſibile eſt ut refrangat̃ ex pũcto alio circuli c d e, q̃ ex puncto e, qui ſit punctus m, & ducãtur líneæ b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, ſit quoq; ut líneæ 3 e & b m, cum ſint in ſuperficie circuli c d e, ſecent ſe in puncto quod ſit g, & producatur línea b e, extra circulũ uſq; ad pũctũ h, & línea b m uſq; ad punctũ n, & línea 3 e, uſq; ad punctũ n, & línea 3 e, uſq; ad pũctũ p, & línea 3 m, uſq; punctũ l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, q̃m uterq; illo⁹ eſt contentus ſub linea e b, per quã extendit̃ forma, & ſub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ eſt e, ſup ſuperficiem corporis à quo fit refractio, erit⁹q; angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus ſub linea n m, per quã extenditur forma, & ſub ꝓpendiculari l m, exeũte à loco refractionis quæ eſt 3 m, & angulus n m a, eſt angulus refractionis: erit itaq; angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, ſi ſit æqualis tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractionis æqualis angulo n m a, quí eſt ſimiliter angulus refractionis, & q̃m uterq; ipſo⁹ cũ ſuo cõpari ualet duos rectos



ctos per 13. primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod ꝓducta línea a b, patet eſſe impoſſibile, & contra 21. primi. Si aũt angulus h e p, ſit minor angulo l m n, erit angulus h e a, minor angulo n m a, p 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b, minor angulo a e b, quod iterum eſt contra 21. primi, & impoſſibile. Si uero angulus h e p, ſit maior angulo l m n, extrahat̃ línea e b, in partẽ puncti b, ad punctũ circũferentiæ quí ſit f, & extrahatur línea m b, ultra punctũ b, ad punctũ circũferentiæ quí ſit o, angulus itaq; e b m, erit p 54. primi huius, æqualis angulo quí eſt apud circũferentiã cadens in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o, & cũ angulus h e p, ex hypotheſi, ſit maior angulo n m l, erit angulus 3 e b, p 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3, per eundem 15. cũ ergo angulus 3 e b, ſit maior angulo b m 3, erit exceſſus anguli m 3 e, ſup angulũ e b m, æqualis exceſſui anguli 3 e b, ſuper angulum b m 3, per 21. primi cum em̃ in trigonis e b g & m g 3, anguli interſectionis ad punctũ g, ſint æquales, ut pa p 15. primi, & q̃libet reliquo⁹ duo⁹ cũ ſuo tertio ualeant duos rectos, patet q̃ duo anguli reliqui unius trigoni ſunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quanto ergo angulus 3 e b, eſt maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, eſt maior angulo e b m, arcus uero reſpiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e, per 19. tertij, & per ultimam ſexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angulo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o, & erit exceſſus arcus a x, duplicati ſuper duos arcus m e & f o, æqualis exceſſui arcus m e, ſuper arcum f o, q̃m arcus m e, utriq; eſt cõmunis, quo ablato remanet idem exceſſus, & ſi uariet̃ ꝓportio Geometrica, nõ tamen uariatur ꝓportio Arithmetica, exceſſus ergo anguli m 3 e, ſuper angulũ e b m, eſt ille qui reſpicit apud circũferentiam exceſſus arcus m e, ſup arcum f o, ſed exceſſus arcus m e, ſuper arcum f o, eſt minor duobus arcubus m e & f o, q̃m eſt pars arcus m e, ergo exceſſus anguli a m e, ſuper angulũ m b e, eſt minor angulo m b e, per ultimam ſexti, & ut patet ex p̃miſſis, exceſſus itaq; anguli 3 e b, ſuper angulũ 3 m b, eſt minor angulo m b e, ergo ut ſupra patet p 15. primi, exceſſus anguli h e p, ſup angulũ n m l, eſt minor angulo m b e, ergo exceſſus anguli refractionis h e a, ſup angulum refractionis, quæ eſt n m a, eſt multo minor angulo m b e, per 8. huius, ſed exceſſus anguli h e a, ſuper angulũ n m a, eſt exceſſus anguli a m b, ſup angulũ a e b, per 13. primi, exceſſus itaq; anguli a m b, ſuper angulũ a e b, eſt minor angulo m b e, exceſſus uero anguli a m b, ſup angulũ a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet p 33. primi huius, ꝓducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, ſunt minores angulo m b e, totum ſua parte, quod eſt impoſſibile, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uiſum a, ex alio puncto circuli c d e, q̃ ex puncto e, unica ergo habebit imaginem, & hoc eſt ꝓpoſitum primũ. Sed & locus imaginis diuerſat̃ ſecundũ diuerſitatem loci in quo eſt punctum uiſum quod eſt b, ꝓducatur em̃ línea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partẽ trans circuli c d e, quæ aũt concurret cum línea e a, aut erit æquediſtans ei. Si concurrat, tunc concurſus aut erit ad partem diametri ad quã eſt b, ꝓpinquior periferiæ ut in puncto k, aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uiſus, ut in puncto r, ſi itaq; concurſus fuerit in puncto k, tunc per 14. huius, erit imago ante uiſum, & erit forma manifeſte comprehenſa à uiſu, q̃m eſt in ꝓpendiculari 3 k, ꝓducta à cẽtro corporis diafoní ſup ſupficiẽ corpis diafoni, q̃d ſi concurſus fuerit in puncto r, erit imago pũcti r, & tunc forma cõprehenditur à uiſu in eius oppoſitione, ſed non manifeſte, quía comprehenditur à uiſu extra ſuũ locum, ſcilicet extra ſuperficiem corporis diafoní inter uiſum & illam ſupficiẽ. Si uero línea b 3, fuerit æq̃diſtans líneæ e a, tũc erit línea b 3, media inter duas líneas h b 3 & b 3 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehendit̃ in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc eſt propoſitũ. Ex his itaq; patet, quod re cuius forma comprehenditur à uiſu exiſtente ultra corpus diafonũ groſſius corpore diafono quod eſt ex parte uiſus, non fit refractio niſi ab uno tantum ſuperficiei illius corporis puncto, & res illa non habet niſi imaginem unicam, neq; comprehenditur niſi unum tantum. Hæc enim refractio eſt à concauitate totius diafoní, quod eſt ex parte uiſus, cõtingentis conuexum corporis diafoni, quod eſt ex parte rei uiſæ, pa

tet etiam, quod ſecundum diuerſitatem ſituationis puncti a, qui eſt centrum uiſus, fit diuerſitas locorum imaginum formæ puncti b, non tranſmutati ſecundum ſitum, qm̃ eadem eſt huius cũ præmiſſo modo alio declaratio, niſi quod tunc puncta refractionum diuerſificantur.

XXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, puncto q̃ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni rarioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

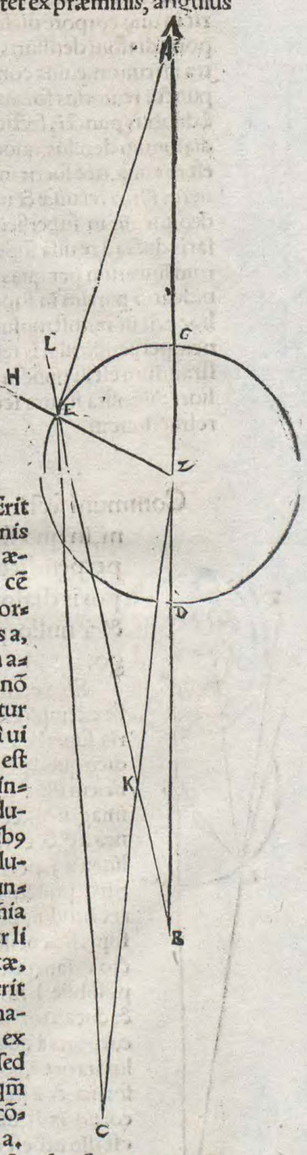
Eſto omnis diſpoſitio, ut in præcedente, niſi quod punctũ b, nũc ponimus eſſe centrũ uiſus, & punctum a, punctum rei uiſæ, refrangat̃ itaq; forma puncti a, ad uiſum b, à puncto e, & erit linea rerfractionis a e b, forma itaq; extenſa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, ſicut in præcedenti ꝓpoſitione, forma extenſa p lineã b e, refrangitur p lineã e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli c d e, q̃ ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uiſum a, ex eodem puncto, ut oſtenſum eſt in 9. huius, ſed iam in præcedẽti declaratũ eſt hoc eſſe ipoſſibile, forma em̃ extenſa p lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem ꝓximam, non poteſt refrangi ad uiſum exiſtentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto ſuperficiei corporis diafoni, qm̃ in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b ex alio puncto circuli c d e, niſi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuerſitate quoq; locorum imaginũ eſt idem ſicut in præmiſſa declarandum, patet ergo propoſitum.

XXV.

Cum ſuperficies ſphærica conuexa corporis diafoni denſioris aere fuerit oppoſita uiſui exiſtenti extra circulum communis ſectionis ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris, poſſibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis ipſius punctus directe & diuerſa pũcta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione ſuperficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici conuexi denſioris diafoni q̃ eſt aer, circulus g e d, cuius centrũ ſit 3, ducatur q; ſemidiameter 3 e, ſup cuius terminum e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud diafonũ in aere uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiẽ illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, p eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquã & aerem, uel econuerſo, hoc aut eſt poſſibile, qm̃ omnes iſti anguli per 8. huius, ſunt noti, & à puncto 3, centro corporis groſſioris ducatur linea æquediſtans lineæ e t, per 31. primi, quæ ꝓducta ex utraq; ad circumferentiam ſit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud uſq; ad h punctum cum itaq; ut patet ex præmiſſis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, ſit maxima ꝓportio, qm̃ angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extendit forma puncti rei uiſæ ad ſuperficiẽ corporis à qua refrangit̃, cũ linea ꝓpendiculari à puncto refractionis ſup ſuperficiẽ illius corporis educta poſſit habere ad angulum refractionis quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad ſenſum, anguli em̃ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuerſæ diafonitatis à luce tranſeunte per illa corpora diuerſantur, quorum diuerſitas quo ad ſenſum, habet finem, quem ſi angulus exceſſerit, tunc ſenſus non comprehendet

comprehendet quantitatẽ refractionis, comprehendet em̃ directe centrum lucis tranſeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quã extenditur, & hoc plenius experiri poteſt per inſtrumentũ quo ſuperius uſi ſumus, & qm̃ ut patet ex præmiſſis, angulus e 3 d, eſt maior angulo k e t, ponat̃ ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per 2. primi huius, quia cõcurrit cum linea a d, eius æquediſtante. Sit ut concurrat in puncto b. Simliter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, ſit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, ſunt inter duas lineas æquediſtantes, & in eadem ſuperficie, patet quod ipſæ ſe interſecãt, ſit pũctus ſectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, ſed angulus k b 3, eſt per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, eſt æqualis duplo anguli k e t, ergo per 7. quinti, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ eſt poſſibilis inueniri inter angulum incidentiæ quẽ cõtinet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquediſtans lineæ t 3, quæ per 2. primi huius, cõcurret cũ linea 3 g, uerſus punctum g, ſit itaq; punctus concurſus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, uſq; ad punctum b, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis eſt angulo 3 e k, per 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmiſſis, angulus l e a, angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, qm̃ per 15. primi, angulus l e h, eſt æqualis angulo 3 e k, qui acceptus eſt talis, ut ꝓponitur. Si itaq; cẽtrum uiſus fuerit in puncto aliquo ſcilicet puncto aeris, & corpus diafonum denſius aere, cuius conuexum eſt ex parte uiſus a, fuerit continuatum uſq; ad punctũ b, & non fuerit diſtinctum apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuerſitas alterius diafoni nõ impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangit̃ per lineam e a, & comprehenditur à uiſu in puncto a, per lineam e a, & qm̃ angulus refractionis qui eſt a e h, poteſt diuidi pluribus portionibus earũ quæ poſſunt eſſe inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continẽt ductæ ꝓpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporib9 diafonis à quag; ſuperficie refrangunt̃. In linea itaq; d b, erũt plura puncta quorum formæ extendunt̃ ad arcum g e, & refrangunt̃ ab illo ad uiſum a, & forma totius lineæ d b, in qua ſunt oẽmia illa puncta, refranguntur ad uiſum a, ex arcu g e. Si itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars ſuperficiei corporis diafoni quæ eſt ex parte rei uiſæ fuerit ſphærica, tunc punctum e, quod eſt punctum refractionis ſignabit motu ſuo in ſuperficie corporis ſphærica conuexa circulum ex parte uiſus a, à quo tota refrangetur forma pũcti b, ad uiſum a, ſed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, qm̃ ut patet per 14. huius, locus imaginis eſt centrum uiſus, in quo cõcurrit linea extenſionis formæ quæ eſt e a, & ꝓpendicularis b 3 a.



Similiter q; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, ſecundum quod præmiſſum eſt, & locus imaginis omnium illorum punctorum ſemper erit in centro uiſus, & ſic tota imago illius rei uiſæ eſt una, cõ

prehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa, fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior à uisu q̄ punctū remotius formæ, cuius sit refractio, ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter ꝓpendiculares & circumferentiam, & cum corpꝰ diafonum densius, quod est à parte rei uisæ fuerit totum cōtinuum usq; ad locum in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediū intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ & uere & refracte, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur aūt in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis à qua sit refractio, æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo sit refractio, & partim ī superficie uisus, & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundū diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodē quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori, & centrū uisus in diafono densiori, dispposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo pūctoq; rei uisæ existēte in perpendiculari ducta à centro uisus super concauā superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grossioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g, & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius linea a 3. perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e. perpendicularis super superficiē corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo qđ est ex parte rei uisæ in qua est pūctū b, palā p 4. huius, qm̄ erit refractio ad ptē cōtrariā illi pti in q̄ est ꝓpendicularis q̄ e g, & linea e t, nō cōcurrit cum

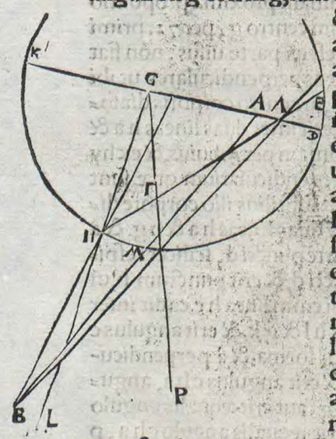
cum linea b a aliquo modo. forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum recte, nō ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formā & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa fuerit rarius corpore in quo est centrum uisus, adhuc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad centrum uisus, patet ergo propositum.

XXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam uisui grossioris corporis diafono cōtingente uisum ab uno tantum pūcto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

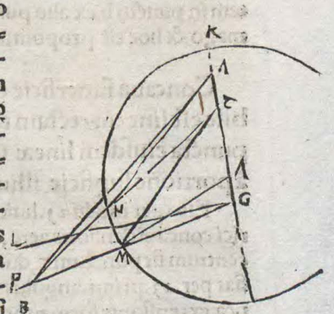
Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniā ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est sup superficiem corporis à quo fit refractio, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formæ puncti b ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc sit possibile, sit idem aliud punctū refractionis m, & ducanť lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, secetq; linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquum ad punctū c, & linea b m ad punctum n, & linea g h ad punctum l, & linea g m ad punctū p, secet linea a g, protracta ultra punctū g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrum uisus a, erit in linea k d, quæ est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g, aut in altera duarū linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrū uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per præmissam proximā propositionem, lineæ enim continuantes corpus diafonū sphæricum cum centro g, per 72. primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarum incidentium secundum lineas perpendiculares ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tunc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafono quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & à centrum uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus pūctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g, angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, si æqualis, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, p 8. huius, & angulus b m a erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impossibile & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est iteꝝ impossibile ut prius, quod si angulus n m g sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus qui est a m g, erit minor toto angulo refracto qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt angu

li refracti,in maiori enim quantitate,& ſi quandoq; in eadem ꝓportione excedit angulus refractus maior minorem,quàm illorum angulorũ refractionis maior minorem,ut patet per octauã huius,& ex tabulis.Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g eſt æqualis diminutioni anguli h g m,ab angulo h a m,ideo quia duo anguli compoſiti, qui ſunt ad punctum f,punctũ ſcilicet ſectionis linearũ k a & m g ſunt æquales,per 15. primi,& reliqui duo anguli trigonorũ g f h & a f m,cuiuslibet cum ſuo tertio ualent duos rectos,per 31.primi.Diminutio itaq; anguli refractionis,qui n m a ab angulo refractionis a h c eſt minor,quàm diminutio anguli h g m,ab angulo h a m.Educãtur itaq; duæ lineæ h a & m a,ad circunferentiam circuli,& incidat linea a h puncto e,& linea m a puncto o,erit ergo angulus h a m,ille angulus quem reſpiciunt in circũferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e,per 54.primi huius,& angulũ h g m, reſpicit in circunferentia arcus h m,duplicatus per 19.tertij,& quoniã angulus h g m eſt minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmiſſis,angulus a h g eſt maior angulo a m g,patet per ultimam ſexti,quia arcus duplicatus h m eſt minor duobus arcubus h m & e o,& erit diminutio arcus duplicati h m,à duobus arcubus h m & e o,diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniã arcus h m,utrobiq; eſt communis,ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quem reſpicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, ſed angulus quẽ reſpicit apud circũferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o,eſt minor angulo h a m,ut patet ex præmiſſis,ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m,ergo per 13. primi,exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a, eſt minor angulo h a m,ſed exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a,ꝑ 33.primi huius,ſunt duo anguli h a m & h b m,ergo illi duo anguli ſunt minores angulo h a m,totũ ſua parte,quod eſt impoſſibile. Quod ſi centrũ uiſus a,fuerit in linea g k,tũc ſicut prius oſtenſum eſt,linea h c,erit inter duas lineas h g & h a,& linea m n,erit inter duas lineas m g & m a,erit ergo angulus b h a ex parte puncti k,& ſimiliter angulus b m a,erit ex parte puncti k,& erit punctum rei uiſæ quod eſt b,infra lineam g m p,ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g,ſunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma



& à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a & c a h & n a m,ſunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauam huius,angulus c h a æqualis angulo n m a, & ſic item per 13.primi,angulus b h a erit æqualis angulo b m a,qđ eſt impoſſibile & contra 21.primi,ducta linea b a,ut ſupra. Si uero angulus c h g, eſt maior angulo n m g,tunc per 8.huius, angulus c h a erit maior angulo n m a,& ſic iterum,angulus b h a erit minor angulo b m a,quod eſt impoſſibile,ut ſupra,qđ ſi angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tũc angulus c h a eſt maior angulo n m a, & ſic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a,eritq; tũc modo præoſtenſo angulus h g m̃ minor angulo h a m,ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m,erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a,eſt minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, eſt ergo minor quàm diminutio anguli h g m,ab angulo h a m,ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a eſt minor quàm angulus g m a,ſed diminutio anguli c h a ab angulo n m a,eſt exceſſus anguli b h a ſuper angulũ b m a,exceſſus uero anguli b h a ſuper angulum b m a,ſunt duo anguli h a m & h b m,per 33.primi huius,ergo iſti duo anguli ſimul ſumpti ſunt minores angulo h a m,totũ ſua ꝑte quod eſt poſſibile. Si uero centrũ uiſus a, fuerit extra diametrum k d,hoc erit ad partem k,quæ reſpicit partem concauam ſuperficiei ſphæræ diafonæ,quoniam ad partem z,eſt conuexitas ſphæræ corporis diafoni,à cuius ſuperficie fit refractio. Si itaq; tũc corpus diafonũ in quo eſt centrum uiſus a,fuerit continuum ad uiſum a,ducantur duæ lineæ a h & a m,& quoniam illæ lineæ non ſunt contingentes circulũ

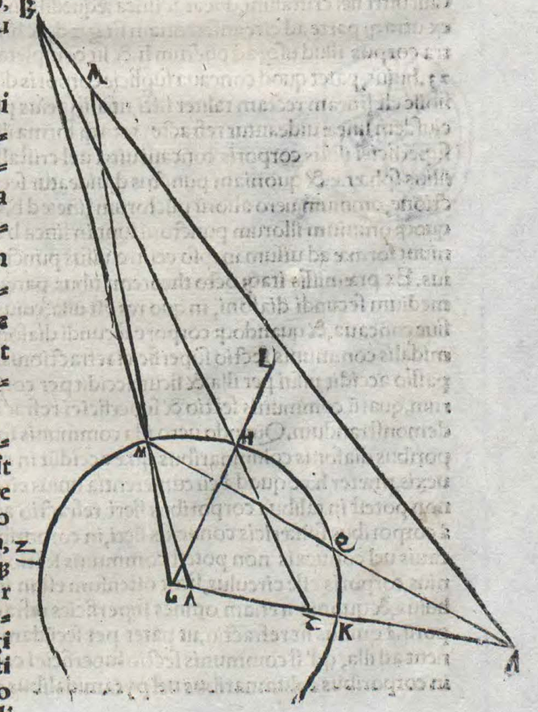
circulum d m k,palam per 57. primi huius,quoniam circulum ſecabunt, ſecetq; ipſum linea a h in puncto q,& linea a m in pũcto r,& producantur aliæ lineæ ut prius, Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g,tũc angulus b h a eſt æqualis angulo b m a, quod eſt impoſſibile ut prius,& ſi angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a,erit ergo per 13.primi,angulus b h a minor angulo b m,qđ item eſt impoſſibile ut ſupra.Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m,erit angulus c h a minor angulo n m a,& totus angulus g h a minor toto angulo d m a,ergo ut prius,erit angulus h g m minor angulo h a m,ſed angulus h g m eſt ille quem apud circunferentiam reſpicit arcus h m duplicatus,& angulus h a m,eſt ille angulus quem reſpicit in circunferentia exceſſus arcus h m ſup arcum r q,ut patet per 55.primi huius,ergo arcus h m,duplicatus eſt minor exceſſu arcus h m ſuper arcũ r q, quod eſt impoſſibile,quoniam ſic ſequitur totũ eſſe minus ſua parte, ubicũq; ergo ſecundũ hypotheſim præmiſſam ſit pũctũ rei uiſibilis quod eſt b, extra perpendicularem ductam à centro uiſus a,ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni ſuppoſiti uiſui, patet quia imago formæ puncti b,non refrangitur ad uiſum a,niſi ab uno tantum puncto,& erit una tantum imago refracta,diuerſificabitur quoq; locus imaginis ſemper ſecundũ diuerſitatem concurſus perpendicularis ductæ à puncto b,rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uiſus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro uiſum quandoq; ante uiſum,quandoq; in centro uiſus,& ſi illas lineas contingat fieri æquediſtantes ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, ſcilicet in ſuperficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata ſunt per 15.huius,patet ergo propoſitum.



XXVIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq; rei uiſæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper cõcauam ſuperficiem oppoſitam uiſui corporis rarioris diafono continente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio,& unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præcedentis,niſi quod punctũ b, ſit centrum uiſus,& a ſit punctũ rei uiſæ, refrangatur itaq; forma pũcti a,à puncto ſuperficiei corporis diafoni quod eſt h, & erit linea refracta q̃ a h b,forma itaq; extenſa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, ſicut in p̃cedenti figuratione forma extenſa p lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma pũcti a,refrangitur ad uiſum b, ex alio pũcto circuli



circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratum est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio pũcto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio pũcto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex pũcto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXIX.

Concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangat à portione supficie illius corporis & locus imaginis suæ sit in cẽtro uisus.

Esto per modũ 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere uel in alio diafono rariori, cum linea perpendiculari ducta à pũcto e, super superficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandẽ 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractiõis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli causa inter uitrũ cõcauum & aerem, hoc autem est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & à puncto z, centri corporis cõcaui uitri uel cristallini, ducatur linea æquedistans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circunferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahaẽ extra corpus illud usq; ad pũctum h. & sit completa totali figuratione & demonstratione 23. huius, patet quod concaua supficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliqs eius pũctus uideatur directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulũ nõ magnum illius sphæræ, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omnium uero aliorũ pũctorum lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares quoq; omnium illorum punctorũ sunt in linea b a, concurrentes cum lineis per quas ueniunt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaq; propositum per 14. huius. Ex præmissis itaq; octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni, in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoq; corpore secundi diafoni existente figuræ columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tũc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarũ communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tũc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidũt in corporibus sphæricis concauis uel conuexis, præter hæc quod à circunferentia unius circuli superficiei corporis secũdi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionũ, per 27. & p 9. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionũ erectæ sunt super superficies corporũ, à quibus fit refractio, ut patet per secũdam huius, unde istæ passiones non pertinent ad illa, qd' si communis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractiõis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit sectio oxigonia, ab uno tantũ

tantum puncto fiet refractio, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uisæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uisum & corpus diafonum, quandoq; in superficie corporis diafoni, quandoq; in superficie ipsius uisus, sicut accidit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni concurrere uel æquedistare lineæ extensionis ipsius formæ p quam forma peruenit ad uisum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

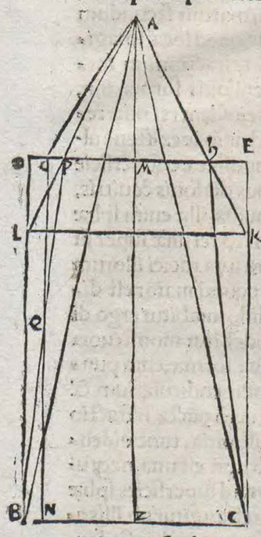
Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersæ diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersant, & occurrunt uisui formæ monstruosæ & imagines numeratæ.

Ex præmissis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum quorum formæ trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod fit uisio fuerit superficiei cõpositæ ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphærica, & ex sphærica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarũ ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarũ diuersantur, & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ ppendiculares, propter quod plures uidebũtur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus taliũ corporum, unde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposita uisui sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in cristallis uel alijs lapidibus diafonis & uitris, patet quod centrum illarum sphærarum sunt diuersa per 81. primi huius, illæ enim sphæræ se intersecant. Erũt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uisæ super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphærica & colũnari, patet quod maior est diuersitas punctorum refractionis & perpendicularium ductarum, difformabitur ergo dispositio imaginum trans hæc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur monstruosa propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formæ, cum puncta refractionum fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint ad inuicem propinquæ. Si uero pũcta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ, quoniam illarum refractio non est una neq; unitur, sed remanet diuersa, forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractiõibus, unde imagines diuersæ fuerint numeratæ numero punctorũ refractionis. Idem quoq; accidit si corpus diafonũ uniforme in superficie fuerit diuersæ diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tũc secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ, aut forte aliter diuersæ & numero differentes, patet ergo ꝓpositũ.

XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uisum, si linea uisa æquedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscunq; siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa.

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e, per 12. primi, qui sit z m, quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq; linea z m, perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea c d, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundã huius, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, nec enim transit per cẽtrũ uisus quod est a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta sup superficiẽ corporis diafoni, nisi sola supficies refractiõis in qua sunt lineæ a z & b c, non enim transit per a, superficies erecta super superficiẽ corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctũ a, aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z & nõ transit aliqua superficies per aliquod punctũ lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solum superficies in qua sunt duæ lineæ a z & b c, nõ transit ergo per uisum a, & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctũ z, supficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa in qua sunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorũ quæ sunt in linea b c, nisi ex aliquo punctorũ lineæ d e. Ducantur itaq; per 11. primi, ex prædictis pũctis b & c, duæ perpendiculares super lineam d e, quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam, & sint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e, sunt æq̃distantes ex hypothesi, & lineæ b d & c e, sunt æq̃distantes per 28. primi, patet quia quælibet illarum linearũ q̃ sunt b d & c e æquedistant lineæ a z, per eandem 28. primi, & patet qd̃ non refrangetur forma puncti b ad uisum a, ex puncto d, per 3. huius, neq; forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b, sunt perpendiculares super superficiem corporis diafoni, nulla autem perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio, sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto p, & forma pũcti c, ex puncto h, & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra pũctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per secundam primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo cõcursus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k, eritq; per decimamquartam huius, hoc punctũ l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, est perpendicularis super lineã b c, erit per quartam primi, linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo distant pũcta b & c, à pũcto a, pũcta itaq; refractionis quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à pũcto a, quoniam medium per quod fit illorum pũctorum formarum diffusio est uniforme, & linea e d æquedistat lineæ b c, linea itaq; a p est æqualis lineæ a h, ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p, ergo per decimamquintam primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, est æqualis angulo h k e, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciũt, sed linea p d est æqualis lineæ e h, quia linea p m est æqualis lineæ h m, per 4 sexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m, cõmune æquale sibijpsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h, hoc etiã patet p 31. primi huius, ysocheles em̃ est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo

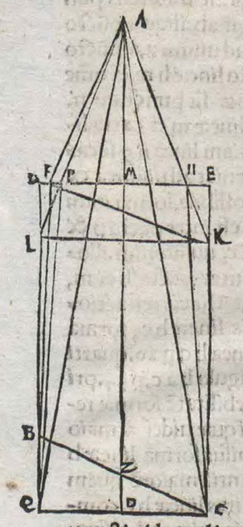


linea e h æqualis lineæ p d, patet ergo qm̃ linea d l est æqualis lineæ e k, ducaturq; itaq; linea l k, erit ergo p 33. primi, linea k l æqualis & æquedistans lineæ l c, angulus itaq; k a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineæ b c, nam omne punctũ lineæ b c refrangitur ad uisum a, ab aliquo pũcto lineæ p h, sicut em̃ forma puncti b refrangitur à pũcto p, et punctũ z, ppendiculariter sine refractione transiens punctum m, peruenit ad uisum a, sic punctũ quod est inter b & z, refrangitur ab aliquo pũcto lineæ p m, qd̃ est inter pũcta p & m, & sicut forma pũcti c refrangitur ad uisum a, à pũcto lineæ e m qd̃ est h, sic omne punctũ lineæ c z, refrangitur ab aliquo pũcto lineæ h m, & omne punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m, ut si super lineam b z sit punctum n. Si itaq; dicatur quod forma puncti n, refrangatur ab aliquo puncto lineæ m d, extra lineam m p ex parte d, ut à puncto g, ducatur linea n g, palam itaq; quoniam linea n g secabit lineam b p, & sit punctus sectionis q, forma itaq; puncti q, perueniat ad uisum a, ex duobus pũctis refractionis .s. p & g, quod est cõtra 18. huius, & impossibile, forma itaq; puncti n, nõ refrangitur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p m quod est inter pũcta p & m, idem quoq; est de omni puncto lineæ z c, quod est inter pũcta z & c, nullũ enim illorum refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo pũcto lineæ h m quod est inter pũcta h & m, & quia in linea l k, omnes perpẽdiculares ductæ à punctis lineæ b & c, cũ lineis refractionis protractis se intersecant, patet quia linea k l est diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior quàm secundũ ueritatẽ sit linea b c, p 20. quarti huius. Sub maiori em̃ angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, qd̃ est ppositũ, & huiusmodi deceptio accidit uisui, ppter debilitatẽ formæ reflexæ, ut patet p 10. huius, ppter quod assimilat ipsam uisus formæ rei quæ uidet̃ à maiori remotione, maior em̃ distantia debilitat formã, cõprehendit itaq; uisus formã lineæ b c, refractiue ex cõpositione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiã maiorẽ quàm sit distãtia lineæ b c, & ad positionẽ æqualem pũcti b c, sic itaq; quantitas lineæ b c, comprehendit̃ refracte maior, ppter magnitudinẽ anguli quod facit, ppinquitas ad uisum, & ppter formæ debilitatẽ q̃ causatur, ppter refractionẽ, & sic uniuersaliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secũdi diafoni ad uisum, et est semp demõstratio eadẽ, siue fiat refractio in supficie secũdi diafoni densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec em̃ est aliqua differentia quo ad illud, si tñ fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore contingente ipsum uisum, sicut accidit cũ uitrum planum cõtingit uisum, ita quod centrũ foraminis uneæ in uitri plani supficie collocat̃. XXXII.

Cõmuni sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existẽte in ppendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ sup planã supficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uisum, si linea uisa nõ fuerit æquedistans supficiei corporis diafoni imago eius cõprehendit̃ maior ipsa, & maior cp̃ si esset supficiei corporis diafoni æquedistans.

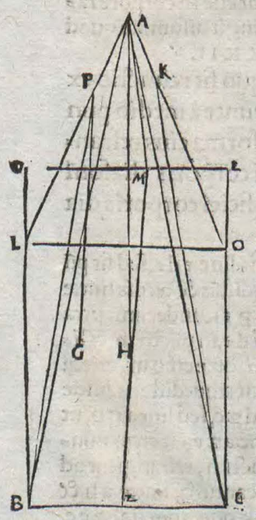
Sit dispositio eadẽ q̃ in p̃cedente, nisi qd̃ linea b c, nõ sit æq̃distans lineæ d e, sed sit pũctus c, remotior à pũcto a cp̃ sit pũctus b, & à pũcto c, ducat̃ linea æq̃distãs & æq̃lis lineæ d e, p 31. primi, q̃ sit linea c q, cuius medius pũctus sit o, & à pũcto o, p 11. undecimi, protrahatur linea ppendicularis sup supficiẽ corporis diafoni secans lineã d e, in pũcto m, & lineam b c in pũcto z, & sit centrũ uisus qd̃ est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineæ quæ est e b, quia enim linea b q est æquedistans lineæ z o, eritq; per secundam sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æq̃lis lineæ z e, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, cõcurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctũ k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ

erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l maior angulo c a q, uisus ergo comprehendet imaginem lineæ q c, maiorem quàm sit linea q c, ut patet per præcedentem, & quia linea q p secat lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cum punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangetur ad uisum a, ex puncto p, forma itaq; pũcti b, refrangetur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p d, quod sit inter pũcta p & d, nam si daretur refrangi ex aliquo puncto inter p & m, sequeretur propter intersectionẽ lineæ incidentiæ formæ puncti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uisum à duobus pũctis lineæ d e, quod est cõtra 18. huius, et impossibile, refrangatur itaq; forma pũcti b ad uisum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, secabit illam p 14. primi huius, secet ergo in puncto i, Eritq; per 14. huius, pũctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a, similis situi lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquedistans lineæ b c, aut non, erit inter ipsarũ distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineæ b c, à uisu grãdis diuersitas, declinatio enim lineæ i k, à linea æquedistante lineæ b c, quæ exit à pũcto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k est maior angulo l a k, per 29. primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palã quod in hoc situ linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, & uidetur linea c q minor quàm linea b c, quia ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à pũctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquedistãte, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a, centrum uisus, & linea b c res uisa, & super superficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e, et continuetur linea d e, in superficie ipsius corporis diafoni per quod fit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, & sit a centrũ uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in pũcto z, & ducatur linea z m perpendiculariter super illam b c, secetq; lineam d e, in pũcto m, & à centro uisus a, ducatur perpendicularis super superficiem b c d e, per 21. undecimi, quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producaturq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a, & distantia puncti d ad uisum a, est æqualis distantiæ puncti b ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; pũcta p & k, extra lineam d e æquedistantia lineæ l c, in superficie corporis diafoni, situatio itaq; & distantia pũcti p ad a uisum, est sicut situatio & distantia pũcti h ad a uisum, ducantur itaq;

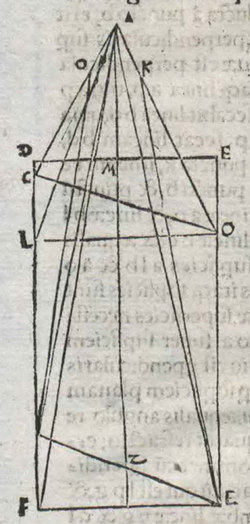
itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d, perpendicularis sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, cũ sit superficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est ppendicularis sup supficiem corporis diafoni ducta à puncto b, erit in hac superficie, & similiter supficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quæ est perpendicularis super eandem superficiẽ corporis ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a p, ultra p punctum, est palam p iam dicta & p secundã primi huius, qm ipsa secabit lineã b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquedistãt, quia ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, secetq; per eandem linea k d, ptracta ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctũ l locus imaginis formæ puncti b, & punctũ o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducatur etiã linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo superficies a l b & a o c, est erecta similiter sup supficiem corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; supficies sunt erectæ sup superficiẽ corporis diafoni, quæ sunt a l b, a o t, a m 3, & hæ superficies necessario secant se sup lineam ppendicularẽ, quæ est a h, exeunte à puncto a, super supficiem corporis diafoni per 19. undecimi, qm cõmunis sectio illaq; necessario est ppendicularis super supficiẽ cui supstat, & ab uno puncto una tm ppendicularis sup supficiem planam duci potest per 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, per 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, est ppendicularis sup superficiẽ corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, est obliqua sup ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, continet cũ ppendicularí super eandẽ superficiẽ exeũte à puncto p, quæ sit p g, angulũ acutũ qui est l p g, & erit ppendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, qm ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ sup unam superficiẽ, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b, est longior q̃ linea a l, & similiter patere potest, qd linea a o, minor est q̃ linea a t, sed lineæ a l & a o sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o, est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineæ l o, est similis situi lineæ b c, q̃a linea exiẽs à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis sup lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o, sit æquedistans lineæ b c, & etiã quia linea b c, est ppendicularis super superficiẽ in qua sunt lineæ a 3 & m 3, sup quã similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiẽ cõtinuantẽ centrũ uisus quod est punctũ a, cũ medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdẽ uisus a. Sed & linea l o, cõprehenditur remotius, ppter debilitatẽ formæ, linea itaq; l o, uideꝫ maior q̃ linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c, palam itaq;, quia linea b c, uidetur maior q̃ sit eius uera quãtitas, & hoc est ppositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio medioꝝ plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarũ, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis non æque distante, imago rei comprehenditur maiorre uisa, maior quoq; q̃ si esset superficiei corpori æquedistans.

Remaneat dispositio quæ in p̃cedente, nisi quod linea b c, non sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educat à puncto e, linea c f, æquedistans lineæ d e, & cõtinuetur linea f l, ptrahendo lineam d b, perpendiculariter super lineam c f sitq; prout in p̃missa ostensum est p, punctũ refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctũ q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineã d b, cõcurret aũt cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo pũctus concursus g, qui est altior q̃ punctus l, nam punctus b, est ultra lineã a f, linea itaq; a g,

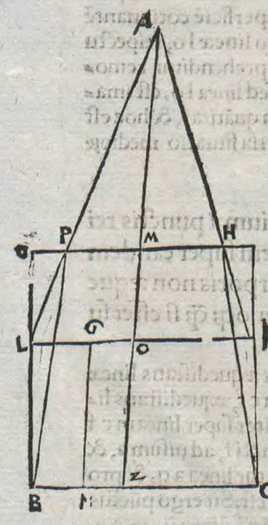
necessario erit ultra lineã a l, punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secundũ p̃missa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq; linea g o, maior q̃ linea l o, per 19. primi, qm̃ angulus g l o est rectus, & linea a g, minor q̃ linea a l, per eandẽ 19. primi, qm̃ angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, s. a g b & a o c, & differentia cõmunis ist arũ duarũ superficierum transit per a centrũ uisus per 1. huius, quia ambæ illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrũ uisus semper oportet quod sit in supficie refractionis, & qm̃ ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super supficiẽ corporis diafoni, à quo fit refractio, patet per 19. undecimi, qm̃ linea recta, quæ est cõmunis ipsarũ differentia, est erecta super illã superficiem, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nõ ppendiculariter super illam corporis diafoni superficiẽ, sunt extra hanc cõmunẽ differentiã in his duabus supficiebus, q̃ lineæ sunt a b & a t, suntq; altiores duabus lineis a g & a o, cadunt em̃ ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, est maior angulo b a c, per 34. primi huius, diuersitas em̃ situũ linearũ g o & b c, à uisu a, nõ est magna, qa linea g o, aut est æq̃distans lineæ a c aut non, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebit̃ itaq; per 20. quarti huius. linea g o, maior q̃ linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidet̃ maior q̃ ipsa sit secundũ ueritatẽ, & quia sicut in p̃missis patuit, angulo a g, est maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c f, æquedistantis lineæ e d, quæ est in superficie corporis à qua fit refractio, & hoc proponebatur.



XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3. secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3, uidebit̃ in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebit̃ in linea l k, & linea b 3, est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidet̃ maior q̃ linea b c, ergo & linea l o, uidebit̃ maior q̃ linea b 3, & erit utriusq; istorũ causa refractio, & quia centrũ uisus a, est in ppendiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3, super superficiẽ corporis diafoni, aut super superficiẽ transeuntẽ per extremitatẽ medietatis ppendicularis super superficiẽ corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaq; cõprehendit medietates uisibiliũ maiores q̃ sint, nã punctus o, qui est medium imaginis k l, est in ppendiculari exeunte à puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni siue nõ, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n, educatur linea n g, perpendiculariter super lineã b 3. Secetq; lineã l o, in pũcto g, erit ergo secũdũ p̃missa liea l g, imago lieæ b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut ppe, quocũq; uero istorũ existente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut ferè, & quia formæ plus distantiũ à perpendiculari a 3, maior est refractio q̃ minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n, ad

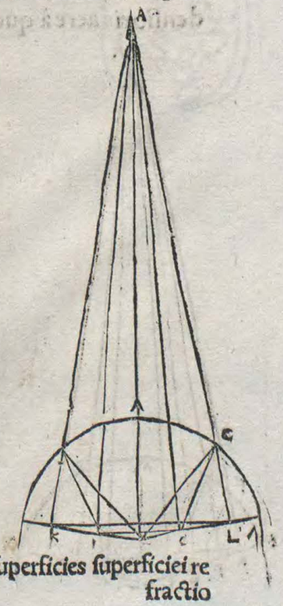


ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineæ b 3, apparere uisui maiorem q̃ sit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineã l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorem q̃ sit ipsa linea b n, cũ maiorẽ efficaciam habeat refractio maior respectu minoris, linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cõprehendit̃ maior q̃ sit ipsa linea b n, & si uisus non cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipsa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ sunt ppinquiores ad punctũ 3, maiores ipsis partibus, quia formæ illarũ partium sunt minores refractionis per 13. huius, q̃ remotiores à puncto 3, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nõ cõprehendet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ q̃ sit linea b n, nec cõprehendet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipsa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, qd̃ est impossibile, & contra 29. huius, uisus ergo cõprehendit lineã l g, quæ est imago lineæ b n, maiorem ipsa linea b n, & ita comprehendit lineã b n, maiorẽ q̃ sit secundũ ueritatẽ. Eodẽ quoq; modo potest idem in aliis refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrũ uisus extra superficiem ppendiculariũ illarũ, pductarũ, qm̃ idem accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipsa reuisa, semper em̃ pars imaginis uidebit̃ maior parte rei uisæ, sibi correspondente, qd̃ est, ppositũ, & quia cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, ut plurimũ, est p se in linea recta, qm̃ illud corpus diafonum fuerit grossius aere, per accidens uero accidit qñq; cõtrarium, ppter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter quod 5. proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroq; uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à cẽtro corporis, imago uidebit̃ maior re uisa.

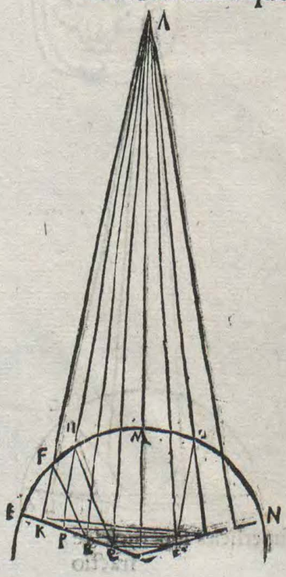
Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius cõuexum sit ex parte uisus, cuius centrũ sit a, sitq; res uisa b c, sitq; centrũ corporis sphærici punctum d, qd̃ sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitq; punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducant̃ lineæ d b, d 3, d c & ptrahantur quousq; cõcurrant cum superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea 3 m, quæ est perpendicularis super supficiẽ illius diafoni corporis per 72. primi huius, Erit itaq; a m 3 linea recta, & qm̃ linea b r, est æqualis lineæ 3 c, & quia puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distãt à centro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3, æqlatera, qm̃ linea 3 d, est cõis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad punctum 3 æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionẽ ppendicularis lineã a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoq; lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaq; b & c, æqualẽ respectũ ad uisum a, extrahat̃ quoq; supficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaq; supficies secabit supficiem corporis sphærici secundũ circulũ magnũ per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritq; in illa supficie centrũ uisus a, & linea uisa quæ est b e, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei refractio



fractionis quæ est perpendicularis super superficiē sphæricā, nec fit refractio formæ lineæ b c, ad uisum a, extra illam superficiē, & linea a 3, est perpendicularis super superficiē sphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c, quia em̄, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineæ b c, non refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c, æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipsoꝝ erit uniformis refractio ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabūt à puncto m, arcus aūt e m & m n, sunt æquales p 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales. qd̄ patet ex p̄missis, tm̄ ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantū punctus g, à puncto n, & erit puncto⁊ istoꝝ situs & respectus æqualis, ducantur itaq; lineæ b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h ad lineā d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctū l, ducatur q̄q; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli q̄q; l a d & k a d sunt æquales, qd̄ patet ductis lineis d h & d g, tunc em̄ cū arcus m g & m h sint æquales ex præmissis, erūt p 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æq̄les, ergo p 4. primi, anguli l a d & k a d sunt æquales, ergo p 32. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo p 4. sexti, eū linea a d, sit æqualis sibiipsi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k, æqualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquedistans lineæ b c, uidebitur q̄q; per 20. quarti huius, maior q̄ sit linea b c, qm̄ angulus k a l, secundū quē uidetur linea l k, est maior angulo b a c, & quia positio & situs lineæ k l, est cōsimilis positioni & situi b c lineæ, qd̄ patet ex hoc, qd̄ cū linea d l, sit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo p 7. quinti, & 2. sexti, lineæ b c & l k sunt æquedistantes, ipsaꝝ ergo situs respectui uisus a, est consimilis, & similiter positio inter lineas, k l & b c, non est differentia in distantia quæ sit sensibilis, palā ergo ꝙa linea k l, uidebit̄ maior q̄ sit, ꝙa imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilior q̄ uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propositum.

XXXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente, circulo uisuq; existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrū corporis & uisus existentibus ita quod extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro, imago uidetur maior re uisa.



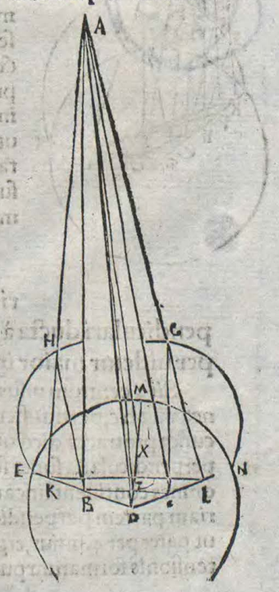
Remaneat dispositio p̄cedentis, nisi qd̄ extremum lineæ b c, punctū c, sit propinquius pūcto d, centro corporis diafoni, & punctū b, remotius ab illo, dico qd̄ adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducat̄ em̄ à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter distant à puncto d, qd̄ potest fieri si à linea d e, abscindat̄ per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palā ꝙa p̄ea quæ in demonstratione p̄cedentis ostensa sunt, qm̄ imago lineæ c q, uidet̄ maior ipsa linea t q, sit itaq; linea illa imago linea l p, & palam p 12. huius, qd̄ punctū p, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, sup superficiē corporis diafoni, quæ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctū l, qd̄ est imago puncti c, erit in linea ꝓpendiculari ducta à puncto e, sup superficiē corporis diafoni, q̄ est d n, & ꝙa forma pūcti c, refrāgit̄ ad uisum a, ex pūcto circuli g, sit ut forma pūcti q, refrāgat̄ ad eūdē uisum ex pūcto h, patet ꝓhypothesim, & p p̄cedentē, qm̄ pūcta g & h, æq̄liter distabunt à puncto m, & ꝙa punctū b, est remotius à centro corporis d, q̄

d, q̄ punctū q, erit per ea quæ ostendimus in 13. huius, pūctū suæ refractionis remotius à puncto m, q̄ punctum h, sit itaq; punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineam a h, & hæc ꝓducta ad perpendicularē d e, secet ipsam in puncto k, cadet q̄ punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si em̄ caderet in punctū e, esset linea a k, contingens circulū in puncto e, & secans in puncto f, qd̄ est impossibile, & si caderet in pūctū p, uel circa illū, tunc linea a k, secaret lineā a p, & punctus p, uel alter punctus illius sectionis refrangeret ad uisum a, ex duobus punctis h & f, qd̄ est impossibile per 21. huius, cadet itaq; punctū k, inter duo puncta p & e. Eritq; per 14. huius, punctū k, imago formæ pūcti b, ducat̄ itaq; linea l k, quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c, quia itaq; linea l k, uidetur sub angulo l a k, & linea b c, sub angulo b a c. Est aūt angulus l a k, maior angulo b a c, ut manifestū est, quia totū est maius sua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uidet̄ maior q̄ linea b c, qd̄ em̄ sub maiori angulo uidetur, maius uidet̄, & etiam quia situs & positio lineæ l k, respectu uisus a, est cōsimilis situi & positioni lineæ b c, respectu eiusdē uisus a, patet quia lineæ b c & k l, aut sunt æquedistantes simpliciter, aut inter illaꝝ æquedistantiā non est diuersitas sensibilis, ergo per 29. primi, & p 4. sexti, linea k l, est maior q̄ linea b c, & quia illaꝝ lineaꝝ l k & b c, ab ipso uisu nō est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uidet̄ ergo linea l k, maior q̄ lica b c, quia est maior, sed linea k l, est imago formæ lineæ b c, patet ergo ꝓpositum, comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu q̄ linea b c, ꝓpter debilitatem formæ refractæ, qm̄ ut patet per 10. huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium à punctis rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum, lineaq; uisa secundū sui extrema centro corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Esto centrum uisus punctū a, & linea uisa per refractionē sit b c, sitq; punctus d, centrum corporis diafoni densioris aere, sitq; ita ut linea b c, sit intra illud corpus secundū sui extrema b & c, æqualiter distans à centro d, à medio q̄q; puncto lineæ b c, quod sit 3, à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineæ ꝓpendiculares super superficiem corporis, quæ productæ ad periferiā circuli sint b e, 3 m, & c a, hæ itaq; omnes p 72. primi huius, secabūt se in centro d. Erit ergo arcus n m e, in supficie illius corporis diafoni respiciens centrū d, nō sit aūt centrum uisus in aliqua istaꝝ linearū, sed sit extra supficiē in qua sunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior q̄ ipsa linea b c, ducatur em̄ linea a 3, & à centro uisus puncto a, ducatur ꝓpendicularis linea super superficiē circuli n m e, per 11. undecimi, q̄ sit a x, & quia ut patet ex p̄missis, & p 22. primi huius, est linea a 3, ꝓpendicularis super lineā b c, situatio itaq; puncti b, uersus uisum a, est p 4. primi, & ex p̄missis cōsimilis situationi puncti c, uersus eundē uisum a, & illoꝝ pūctoꝝ à uisu a, distantia est æqualis, sit itaq; ut forma pūcti b, refrangatur ad uisum a, à pūcto corporis diafoni q̄d sit h & forma puncti c, à pūcto g, suntq; pūcta g & h, extra supficiē circuli n m e, eritq; illoꝝ punctoꝝ h & g, à uisu a, distantia æqualis, ducanē itaq; lineæ b h, a h, t g, a g. Eritq; supficies in qua sunt duæ lineæ a h & b h, erecta sup supficiē corporis diafoni per 2. huius, qm̄ ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b c, q̄ est ꝓpendicularis sup supficiē corporis diafoni

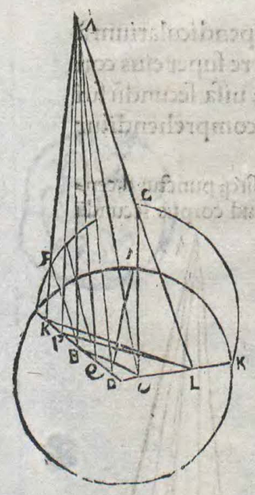


ducta à puncto b,erit in illa ſupficie per 1.huius.Similiter quoq; ſuperficies in qua ſunt lineæ c g & a g,cum ſit ſuperficies refractionis,patet per 2.huius,qm̃ ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni,ergo & in illa ſuperficie eſt linea c n, quæ eſt perpendicularis ſuper eandē corporis ſuperficiem ducta à puncto c,,ptrahaſ̃ itaq; linea a h,ultra punctū h,& palā per p̃miſſa & per 14.primi huius,qđ ipſa ſecabit lineā b e, ſit ergo ut ſecet in puncto k.Similiter quoq; linea a g,,pducta ultra punctū g,ſecet lineā d n in puncto l,eritq; ſituatio lineæ a k,reſpectu uiſus a,ſicut lineæ a l, unde linea a k & a l erūt æquales,& ſimiliter erit linea d k,æqualis lineæ d l, quæ oīa oſtendi ſecundū modū quo p̃ceſſimus in p̃miſſa 34.huius,copuletur ergo linea l k,hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c,& linea d k,æqualis lineæ d l,erit linea k b,æqualis lineæ l t,ergo p̃ 7.quinti,& p̃ 2.ſexti,lineæ l k & b c,æquediſtant,ergo per 29.primi,& per 4.ſexti,linea l k,eſt maior q̃ linea b c,& quia ſub maiori angulo uidetur apparet maior,& hoc eſt propoſitum.

XXXIX.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularīū à puncto rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius conuexā ſuperficiem oppoſitam uiſui productarum,lineæq; uiſæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis,imago lineæ uiſæ comprehēditur maior ipſa linea uiſa.

Remaneat omnis diſpoſitio ,pximæ præmiſſæ,niſi quod extrema lineæ b c,inæqualiter diſtent à centro corporis diafoni,quod eſt d,ſitq; linea d b,maior q̃ linea d c,ſecetur ergo ex linea d b,per 3.primi, linea d q, æqualis lineæ d c,& copuleſ̃ linea c q,cuius extrema æqualiter diſtabunt à centro d.Eritq; per præmiſſam imago lineæ c q, quæ ſit l p,maior q̃ linea c q,& quia puncta q &b,ſunt in eadem linea perpendicularī ſuper ſuperficiē corporis diafoni,quæ eſt d e,patet q̃d ipſa ambo ſunt in eadē ſuperficie refractionis quæ eſt a d e, & refranguntur ad uiſum a,ex eodem arcu circuli, qui eſt cōmunis ſectio illius ſupficiei,& ſuperficiei corporis diafoni.Sit itaq; ut forma pūcti q, refrangatur à puncto illius arcus qui eſt h,cōformiter ſe habente ad uiſum a,cū puncto g,à quo refrangitur forma puncti c,patet per 13.huius, quod punctum à quo refrangitur forma puncti b,quod ſit f,erit baſſius puncto h,producta quoq; linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d e,in punctū k,patet quoq; ut in 36.huius,quia punctum k,cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k,erit ipſa quaſi æquediſtans lineæ b c, & in eadem ſuperficie cum illa.Erit ergo maior per 4. ſexti, & etiam quia ſub maiori angulo uidetur,maior uidetur,patet ergo propoſitum.

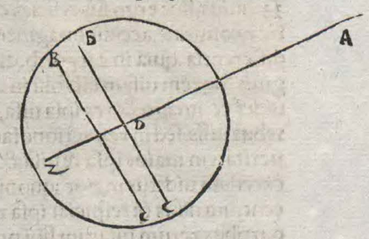


XL.

Lineæ refractæ uiſæ tranſeuntis per centrum corporis diafoni ſphærici denſioris aere non exiſtentis in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper illius corporis ſuperficiē,imago ſemper uidetur maior ipſa linea.

Sit a centrum uiſus extra corpus diafonum groſſius aere,cuius centrum ſit d,ſitq; linea uiſa b c,pertranſiens centrum d,ita tñ quod centrum uiſus nō ſit in illa linea b c, ut cunq; protracta,dico quod eius imago ſemper uidetur maior ipſa linea,quoniam enim perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis à quibuſcunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c,uiſu quoq; in aere exiſtente fit refractio ſemper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, ut patet per 4.huius,ergo ſecundum præmiſſas demonſtrationes patet quod lineæ extenſionis formarum punctorum extremorum lineæ b c,quæ ſunt b & c,productæ intra

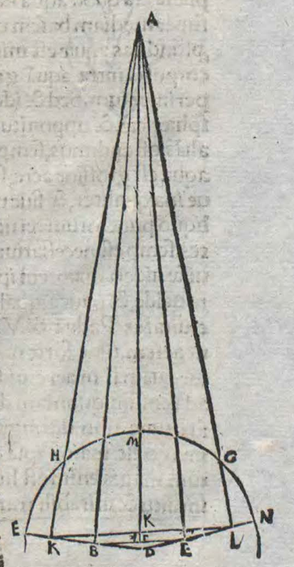
corpus diafonum,à cuius ſuperficie fit refractio,interſecabunt perpendiculares punctorum b & c,maior ergo ſemper uidebitur imago lineæ b c,q̃ ipſa linea, quæ tunc fit pars ſuæ propriæ imaginis ſecundum ueritatem,patet ergo propoſitum. Poſſet quoq; ampliari modus iſte demonſtrandi ad alios ſitus lineæ uiſæ,qui poſſent eſſe ultra centrum corporis diafoni denſioris aere uiſu exiſtente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis reſpiciente uiſum,uidetur em̃ & tunc imago quandoq; maior re uiſa præmiſſo modo,ſcilicet in alijs ſitibus ante centrum,ut cum linea uiſa fuerit propinqua cētro corporis diafoni,& ſi linea uiſa b c, fuerit perpendicularis ſuper lineam a d 3, à cento uiſus per centrum corporis ,pductam,& lineæ extenſionis formaꝝ extremorum punctorum lineæ b c,ſecent corporis ſphærici diafoni ſuperficiem,& ſecent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c,ſuper ſuperficiē corporis diafoni intra corpus,tunc imago uidebitur minor re uiſa.Si uero lineæ extenſionis formaꝝ punctorum b & c,fuerint contingentes circulū corporis diafoni in terminis perpendicularium ductaꝝ à punctis c & b, ſup ſuperficiē corporis,uel ſecantes circulum in eiſdē terminis, tunc ſemper imago erit æqualis rei uiſæ per 15. primi,& per 25.& 28.tertij,& uidebitur imago lineæ b c,ſicut quædam corda arcus illius circuli,& ſi lineas extenſionis formaꝝ accideret contingere circulū corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus,ut ſi uiſus ſit ualde propinquus ſup̃ ficiei corporis diafoni,tunc illæ lineæ concurrent cum ꝓpendicularibus extra corporis ſuperficiem,uidebitur q̃q; imago lineæ b c, maior ipſa linea, & extra ſuperficiē corporis ſecundum ſui extrema extenſa,quod ſi linea uiſa b c,ſit extra corpus diafonum, contingens ipſum,uel diſtans ab ipſo,non exiſtens tñ pars lineæ a d,tunc imago eius uidebiť minor re uiſa,quando concurrit inter ipſum corpus diafonum,uel ultra illud inter rem uiſam & ſupficiē corporis.Sed in aſſuetis uiſibilibus non eſt aliquid tale, niſi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum aut lapideum,& fuerit totum corpus ſolidum,& res uiſa fuerit inter ipſum,uel ſi res uiſa fuerit extra ſphæram criſtallinam aut uitream. Horum autē ſituum diuerſitatem ex præhabitis principijs demonſtrandum relinquimus ingenio perquirentis.



XLI.

In omnibus refractionibus factis à ſupficiebus ſphæricis corporum diafonorum ad uiſum imagine apparente maiore re uiſa,pars imaginis uidebiť maior parti rei uiſæ ſibi proportionali.

Fiat diſpoſitio q̃ in 34.huius,& ſicut linea d m,ſecet lineā, k l, q̃ eſt diameter imaginis in pūcto o. Erit ergo linea k o, imago lineæ b 3,qm̃ punctum 3,uidetur ſecūdum perpendicularem a 3, per 3.huius,& erit angulus k a o,maior angulo b a 3, & ſitus lineæ k o,reſpectu uiſus a,eſt ſimilis poſitioni lineæ b 3, reſpectu eiuſdem uiſus,& ambæ illæ lineæ æqualiter diſtant à centro uiſus, uel ſi in hoc ſit aliqua differentia,illa non erit ſenſibilis reſpectu uiſus,imago itaq; k o,uidetur maior q̃ linea b 3,& earum puncta 3 & o,cadunt in linea 3 a,quæ eſt ducta à centro uiſus, & cuius pars eſt linea 3 m,exiens ab extremitate lineæ b 3,ꝓpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis diafoni, cadens in punctum m,quod ſi aſſumaſ̃ alia pars lineæ b 3,quæ ſit b f, & ſit locus imaginis formæ puncti f,in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f,& ſicut ſupra oſtenſum eſt, patet quod linea k r uidebitur maior q̃ linea b f,quoniam plus refractionis accidit li



neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13. huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis q̄ lineæ f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes ex punctis lineæ b c, super superficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b c, quod est 3, non ꝓpter hoc est perpendicularis sup superficiem corporis in qua est linea b c, & q̄m linea b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & linea k o, est imago lineæ b 3, & linea l o, est imago lineæ 3 e, & angulus quem respicit linea k o, apud centrū uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, q̄ quem respicit linea b 3, apud centrum uisus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior q̄ linea b 3, & similiter linea k r, uidebitur maior q̄ linea b f, & omnia hæc patent ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporū diafonoꝝ oppositæ uisui fuerint planæ, siue sphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differentia, quia in corporib. diafonis planarum superficieꝝ excessus magnitudinis imaginis sup rem uisam est solū in apparentia uisus, ꝓpter excessum angulorum secundū q̄s uidet & imago & res ipsa uisa, aliæ em̄ imagines secundū ueritatem sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secundū ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu, ꝓpter angulorū excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus q̄ respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

XLII.

Omne corpus uisum in aqua comprehenditur maius q̄ sit secundum ueritatem.

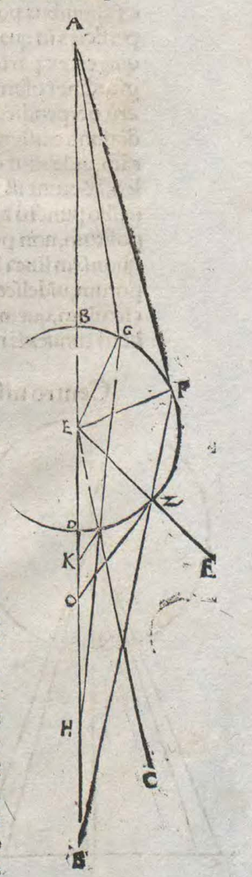
Q̄ hic ꝓponit̄, patet satis ex p̄missis, sed & idē placuit experimētaliter declarare, & uniuersalē causam ꝑticulariter exēplare, assumat̄ itaq; corpus colūnare lōgitudinis unius cubiti, & aliquātæ grossitiei, & sit albū, ut manifestius in aqua possit distīgui. Sintq; superficies eius basis planæ, ita q̄d p se sup illas possit stare æq̄liter sup superficiē horizontis uel terræ uel uasis. Deinde infundat̄ aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus supermediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, q̄ ꝓfunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebit̄ pars corporis intra aquā grossior q̄ illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiei aquæ, est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui, & centrum superficiei aquæ, quod est centrum uniuersi, ut aliàs ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum ꝓpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculares, semp est necessarium, ut patet ex p̄missis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde, & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduā & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago fit maior ipsa re uisa, licet illud quandoquè lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorū intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studij allexit.

Re uisa

XLIII.

Re uisa ultra corpus diafonum sphæricū grossius aere existente, ita quod centrū uisus & res uisa & centrū corporis sphærici sint in eadē superficie linea recta, cōprehenditur imago rei uisæ figuræ armillaris multo maior re uisa.

Sit centrum uisus a, & corpus sphæricum diafonum sit b d z g, cuius centrum sit e, et ducatur linea a e, quæ protracta secet superficiem sphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d usq; ad punctum h, transeatq; per lineam a b d h, superficies plana secans sphæram, & sit communis sectio illius superficie planæ, & superficiei sphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem ostensum est in 23. huius, quod in linea d h, sunt plura pūcta, quorum formæ refrangūtur ad uisum a, ex circūferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uisum a, si arcus b g z d, fuerit continuus unius scilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & si forma puncti h refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis p, manifestum est quod forma totius lineæ refrangetur ad a uisum, ex arcu g p, & ducātur lineæ g h, p l, g a, p a, secetq; linea g h, circunferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaq; pūcti h, extendītur per lineam h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extendīt̄ ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc si corpus diafonum fuerit continuum & unū usq; ad punctum b. Si uero corpus sphæricū fuerit signatum & terminatum apud circunferentiam sphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem ꝓpendicularis e h, & cum forma peruenerit ad punctū m, refrangetur secūdo in partem contrariam perpendicularis quæ est e m c, & concurret cū ꝓpendiculari e l, refrangatur ergo in punctū k, perpendicularis e l, & similiter forma extenditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cū peruenerit ad punctū z, refrangetur secundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & cōcurret cum illa perpendiculari h e, sit punctū cōcursus o, sic ergo refractio formæ quæ est à puncto p, peruenit ad punctū z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineā z o, forma itaq; puncti k, per nonam huius, extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde secūdo refrangitur à puncto g, p lineam g a ad uisum a, & similiter forma pūcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrāgitur per lineam z p, & in punctū p. Deinde refrangitur ab illo pūcto p, per lineam p a ad uisum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uisum a, ex arcu g p, & si linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, describet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrangetur forma lineæ k o ad uisum a, & erūt centra uisus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota superficie circulari quæ est locus refractionis, & est armillaris in superficie sphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior seipsa, & erit figura formæ diuersa à figura k o, hoc aūt potest sic experimento declarari. Accipiat̄ sphæra cristallina aut uitrea perfecte rotunditatis, & accipiatur corpusculum paruum, ut cæra nigra sphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq; sphæra cristallina in oppositiōe alterius uisuū, et claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra ſphæram,& aſpiciatur mediũ ſphæræ,& ſit cæra oppoſita medio ſphæræ in linea recta, uidebiturq; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ, quod ſi non uideatur talis figura,moueatur cæra ante & retro donec uideatur talis rotunditas,& tũc auferatur cæra, & recedet nigredo,quod ſi cæram reduxerit quis ad locum & ſitum prio rem, reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris.Sed & in his multa eſt diuerſitas quã relinquimus ſtudio perquirentis.

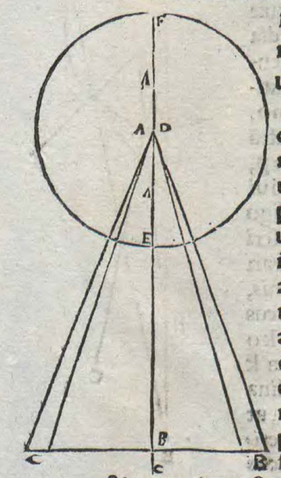
XLIIII.

Reuiſa trans corpus diafonum columnare denſius aere,itaq; centrum ui ſus, & centrum alicuius circuli corporis æquediſtantis baſibus columnæ,& res uiſa ſint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari groſſioris diafonitatis quàm ſit aer circulus b g d z, & ſit centrum uiſus a, & cætera ut prius in præcedente,dico quod forma lineæ k o, uidebitur duplicata,quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum ſibi æqualem & ſibi correſpondentem ex arcu b d,in alia parte ſemichilindri, ſed hæc forma non erit circularis,quia figura a h p g,cum fuerit circũuoluta circa a k,lineam immotam fixam, nõ trãſibit per illam lineam arcus g p,per totã ſuperficiem columnarem,ſed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ,erit cõtinua in una parte,& ſimiliter in alia,nam ſuperficies in qua ſunt puncta l k,tranſiens per axem columnæ facit in ſuperficie columnæ quæ eſt ex parte uiſus a,lineam rectam tranſeuntem per punctum b, & extenſam in longitudine columnæ,et non refrangetur forma lineæ k o,ex illa linea recta,nam linea k h, erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda corpore diafono exiſtente columnari,ſed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur ſuper alteram,uidebitur ergo linea k o,habens imagines duas,quarũ utraq; eſt maior quàm linea k o,& erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a,quod eſt centrum uiſus,quoniam in illo puncto a,eſt locus ambarum illarũ imaginũ,ut patet per 14. huius, patet ergo propoſitum,non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio à ſuperficie corporũ pyramidalium quoniam linea k a,non eſt perpendiculariter erecta ſup ſuperficiem conicam taliũ corporum,uidelicet poteſt eſſe,ut ſuperficies refractionis ſecet huiuſmodi corpora ſecundũ circulum,quemadmodum etiam de ſuperficiebus reflexionum & de ſpeculis pyramidalibus conuexis uel concauis oſtenſum eſt in præmiſſis libris.

XLV.

Centro uiſus exiſtente in diametro corporis diafoni ſphærici cõcaui denſioris aere,& re uiſa reſpiciente conuexum illius corporis, imago uidebitur quandoq; minor re uiſa,quandoq; maior ut cum ſit figuræ armillaris.



Sit centrum uiſus a,lineaq; uiſa ſit b c,& ſit corpus ſphæricũ concauum denſioris diafonitatis quàm ſit aer,cuius centrum ſit d,& diameter e d f,ſitq; linea b c,extra conuexum illius corporis,& centrum uiſus a,ſit in diametro illius intra corpus concauum,dico quod ſemper imago rei uiſæ lineæ b c,erit minor ipſa re uiſa. Si enim cẽtrum uiſus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72. primi huius,quoniam omnes lineæ extenſionis formarũ pũctorum lineæ b c ad uiſum a,erunt perpendiculares ſup ſuperficiem corporis, quoniã tranſeunt centrum eius,locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipſe arcus refractiõis,uidebiturq; imago curua minor re uiſa. Quod ſi a, centrum uiſus fuerit in aliquo punctorum ſemidiametri e d, propinquioris rei uiſæ,uel in aliquo punctorum ſemidiametri d f remotioris,adhuc ſemper lineæ extenſionis formarum ad uiſum ſecabunt pendiculares ductas à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio,in ipſis punctis refractionum, hoc eſt in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonum uel extra illud, uidebi

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta,quãdoq; irregularis, ſed ſemper minor re uiſa,quoniam ut patet corda uel alia diameter imaginis eſt minor re uiſa,& omnis linea cadens inter centrum uiſus punctum a,& inter lineam b c,eſt minor quàm linea b c,cum ceciderit inter lineas a b & a c,ut hæc patere poſſunt per 29.primi,uel per 4. ſexti. Eſt itaq; in tali diſpoſitione ſemp imago minor ipſa re uiſa,eritq; eius imago quandoq; maior,ut cum ſit figuræ armillaris.Si enim linea b c,ſituetur in diametro f d e,tunc formarum punctorum b & c,fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis mediis illius arcus, & ſi linea a b c,remanẽte fixa imaginetur illa figura circumuoluí quouſq; redeat ad locum, unde motus accepit principiũ,deſcribetur per arcũ refractionis quædam ſuperficies armillaris in tota ſphærica ſuperficie corporis à qua totali fiet refractio ad uiſum. Eritq; locus imaginis in centro uiſus,qui applicans formam uiſam ipſi ſuperficiei refractionis,rem iudicat figuræ armillaris,ut hæc amplius omnia declarauímus in 41. huius, patet ergo propoſitum.Sed in uiſibilibus nobis aſſuetis nihil comprehenditur à uiſu ultra corpus diafonum ſphæricum denſius aere, cuius concauitas ſit ex parte uiſus, niſi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel criſtallo uel glacie aut aliquo illis ſimile, refractio tamen quæ fit ad uiſum à ſuperficie concaua cœli ſimilis eſt iſti, niſi quod ſecundum illam non fit refractio niſi formarum ſphæricarum,quarũ naturam & modum inferius duximus perſequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uiſæ figuratur diuerſimode ſecundum figuram ſuperficiei corporis à qua fit refractio ad uiſum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ eſt ſemper in cõmuni ſectione katheti incidentiæ, qui eſt perpendicularis à puncto rei uiſæ productus ſuper ſuperficiem corporis diafoni,in quo eſt res uiſa,& lineæ per quam forma peruenit ad uiſum,ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uiſæ exeat kathetus incidentiæ qui eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in quo eſt res uiſa,tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à ſuperficie totius uiſi corporis ad ſuperficiem corporis diafoni,& hæc figura ſecat pyramidem radialem ſecũdum quam fit uiſio refracta,cuius uertex eſt in centro uiſus per 8.quarti huius, & iſtarũ duarum figurarum corporalium,columnaris ſcilicet et pyramidalis communis ſectio eſt locus imaginis formæ rei uiſæ. Si itaq; ſuperficies corporis à qua fit refractio formæ rei uiſæ fuerit plana,tunc corpus imaginatũ cõtinens omnes perpendiculares erit ſimiliter planæ ſuperficiei,quare illa imago erit æqualis,uel modico maior quàm ſit forma rei uiſæ,uidebitur tamẽ ſemper multo maior re uiſa. Quod ſi corpus à quo fit refractio fuerit ſphæricum,& cõuexum eius ſit ex parte uiſus, fuerítq; res uiſa in centro ipſius corporis diafoni,uel inter illud centrũ & uiſum,tunc imago rei uiſæ erit figuræ pyramidalis,quoniam omnes perpendiculares quæ ſunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72.primi huius,et hæc imago quanto magis extenditur uerſus ſuperficiẽ conuexam corporis diafoni,tanto magis amplificatur,& ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uiſam & ſuperficiem corporis ſphæricam,ſemper imago erit amplior re uiſa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uiſam,tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si uero res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius,tũc cum omnes katheti incidentiæ ſecent ſe in centro corporis, citra corpus imaginatũ,duæ pyramides oppoſitæ, quarum uertices cõiunguntur in centro corporis diafoni,& loca imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa,& forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uiſa,quandoq; æqualem,& quandoq; minorem, quod ſi corpus diafoni ſphærici concauitas fuerit à parte uiſus,& conuexitas ex parte rei uiſæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis,cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diafoni,tanto magis confringitur,& quanto magis extenditur ad partem illam,tanto magis

dilata-

dilatatur & amplificatur ſuperficies, unde ſecundum hoc locis imaginũ diuerſificatis, diuerſificatur & quantitas imaginum formarum, quia ſi locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipſa res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa, & ſi fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipſa res uiſa, erit imago minor ipſa re uiſa, & ſi fuerit locus imaginis remotior à cẽtro corporis quàm res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis ſphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & cõcauis poteſt intelligi, uniuerſaliter aũt quando locus imaginis eſt ſuperficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei à qua fit refractio, unde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblõga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono ſecundũ diuerſum ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus, unde forma eiuſdem rei ut pedis uel manus, quandoq; uidetur ſtricta & curta, quandoq; arta & longa, ſecundũ quod perpendiculares à punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diafoni productæ illi ſuperficiei incidũt diuerſimode, ſic em̃ uarie à lineis extenſionis formarũ interſecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet p 14. et 15. huius, horum quoq; omniũ cauſa ſufficienter patet ex præmiſſis, palam ergo eſt id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus.

Quoniam enim forma eiuſdem rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diafoni, in quo eſt illa res, ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis, tunc in ipſius uiſione non fit quantum ad actum uidendi, differentia à ſimplici uiſione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius ſcientiæ, ubi diximus quod res ſecundum pyramidem uidetur, cuius uertex eſt in centro uiſus, & baſis in ſuperficie rei uiſæ, & oſtendimus q; tũc ab ambobus uiſibus uidetur una forma, unde idẽ hoc ſupponimus in formis refractis, ut in formis directe uiſis. Si em̃ homo comprehendit aliquid uiſibile in cœlo aut in aqua, aut ſub uitro uel criſtallo ambobus uiſibus, & claudat unum uiſuum, nihilominus cõprehendet illud uiſibile, ambobus ergo uiſibus & uno tantum uiſu comprehenditur eadem forma, & hoc eſt propoſitũ, non em̃ uidimus in talibus aliquid ulteriores moræ dignũ.

XLVIII.

Criſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſſibile eſt accendi in re combuſtibili quæ poſt illam.

Sit centrum ſolis punctum a, ſitq; criſtallus ſibi oppoſita, cuius centrum b, ſitq; ut ſuperficies plana centra amborũ quæ ſunt a & b, pertranſiens, ſecet ipſam criſtallũ ſphæricam ſecundum circulum per 69. primi huius, quæ ſit c d e f g, dico quod ſi aliquod combuſtibile ponatur poſt hanc criſtallum, ita quod criſtallus ſit media inter ſolem & rem cõbuſtibilem, ut ſtupam uel aliquid conſimile, poſſibile eſt ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro ſolis a, uſq; ad centrum criſtalli quod eſt b, diffundi radius qui ſit a b, cum itaq; radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus criſtalli, per 72. primi huius, quoniam tranſit per amborum centra, palam per 47. ſecundi huius, quia non refrangitur, ſed tranſit corpus criſtalli refractionis. Omnesq; radij ſoli ſuperficiei ſphæricæ criſtalli æquediſtanter medio a b incidentes, palam quoniã incidunt oblique, ergo per eandem 42. ſecundi huius patet, quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorũ refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro ſphæræ criſtalli, fit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus criſtalli denſius eſt corpore aeris per quod tranſeunt radij inter corpus ſolis & corpus criſtalli incidentes, & quoniam in diſtantia æquali à radio a b, alij radij à corpore ſolis præcedentes corpori criſtalli incidunt ſecundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam ſecũdum æquales angulos refrangũtur, imaginetur itaq; radius a b, produci ultra corpus criſtalli, & patet quo

tet quoniam à quolibet circulo corporis criſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refranguntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, ſicut & omnes perpendiculares cõcurrunt in centro b, in aliquo ita q; illorum pũctorum perpendicularis a b, retro corpus criſtalli poſito cõbuſtibili ignis accenditur in illo, ſi moram duxerit; omnes enim anguli refractiõis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem criſtalli unius circuli, cuius polus pũctus eſt ſecundum quem linea a b, ſecat ſuperficiem criſtalli, ſunt æquales, & eorum radiorum anguli refractionis à ſuperficie criſtalli ad aerem ſunt æquales, & quoniã quilibet illorũ radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſup ſuperficiẽ criſtalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra ſuperficiem criſtalli, & quia illa puncta naturalia latitudinem habent, patet quod in ipſis radij plurimi cõcurrũt, poſſunt ergo rem combuſtibilem ibi poſitam inflammare, quod eſt propoſitum, forte tamen portio ſphæræ criſtallinæ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco cẽtri ſui poſita re inflammabili, quoniã omnes radij totali illi ſupficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes cõcurrerent in centro per 72. primi huius. Sed in horum experimentatione eſt in maxima latitudo q; relinquimus ad talia curioſis.

XLIX.

Stellas cœli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi inſtrumentaliter declaratur.

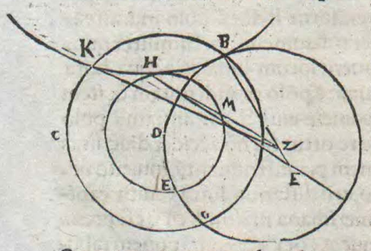
Inſtrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ eſt in loco circuli meridiei ſit poſita in ſuperficie circuli meridiei, & polus eius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mũdi ſuper illius habitabilis horizonta, & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarũ fixarũ magnarum, quæ tamen peruenit ad circulũ meridianum ſic tranſiens per centrũ capitis experimentatis aut prope, & conſideretur illa in ortu ſuo dum eleuatur ſuper ſuperficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt polus æquinoctialis, donec fiat æquediſtans circulo magno cœli tranſeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut habeatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella donec ueniat ad circulum meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquædiſtans circulo ſtellæ ut prius, & ſit in ſuperficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi, cum ſtella fuerit in cenith capitis aut prope, inuenieturq; diſtantia ſtellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtantia ab eodem polo tempore quo eſt in cenith capitis uel prope, patet itaq; ex iſtis quia uiſus cõprehẽdit formas ſtellarum orientium reflexe & non recte, quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquediſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecũdum motum latitudinis uarietur parũ in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uiſus comprehenderet ſtellas recte non refracte, tunc uiſus cõprehenderet quamlibet ſtellarum in ſuo loco, & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem diſtantia in uiſu, cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoque accidit in luna, ſi enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam, & item æquet ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tẽpore ortus ſui nõ accidet diuerſitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentũ, inuento uero loco lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia linea cenith capitis inuenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana maior, & cũ eſt ſeptentrionalis minor uera diſtantia eius ad cenith capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uiſum recte, ſed refrangitur in aliquo medio corpore ſecũdi diafoni, quia niſi refrangeret eadẽ eius eſſet diſtantia à cenith capitis per inſtrumentũ & per tabularum computationem, ut accidit cũ eſſet in horizonte,

nūnc autem differt, palam est ergo propositum, quia omnes stellæ uidentur p refractionē.

L.

Diafonitas corporis cœlestis rarior est aeris & ignis diafonitate.

Dispositō enim instrumento armillaris ut supra, inuenienda est distātia alicuius stellarum à cenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiei a b g, & sit cenith capitis punctū b, & polus mundi sit punctū d, centrū quoq; mundi sit pūctus e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quæ sit e b, pertransiens centrum uisus experimentantis, quæ sit punctus z, sitq; circulus h c, æquedistans circulo æquinoctiali & polo ipsius qui est d, Eritq; polus illius circuli h c, punctus d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorū. Sitq; circuli h c distantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiæ primæ, quæ est in ipso puncto sui ortus, & sit locus stellæ in illa hora punctus h, sitq; circulus alter qui k b g, æquedistans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia à polo mundi, quæ est d sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora considerationis, quæ sit stella existente iuxta cenith capitis in circulo meridiano quæ est a b g. Eritq; circulus k b g æquedistans polo mundi qui est d, & ualde propinquus ipsi cenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est cenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractiōis, nam cū stella fuerit in cenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uisus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uisus z, ad cenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concauum sphæræ cœlestis, & super conuexum sphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusq; illarum sphærarum, uisus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b, sup sphæras aeris & cœli, comprehendet stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus cœli & aeris sint eiusdem diafonitatis siue diuersæ, quoniam ut supra ostensum est per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diafoni, forma itaq; stellæ apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus cœleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quoniam ignis plus diafonus est aere, & ex lucibus cœlestibus nihil ad nos peruenit uel ad nostros uisus, nisi per medias sphæras ignis & aeris quæ quantū ad illud sunt sphæra quasi una, stellā itaq; existentem in cenith capitis aut prope illud, comprehendet uisus in suo uere circulo æquedistante circulo æquinoctiali super quem mouebatur ab initio noctis, quousq; peruenit ad circulū meridianum. Cū in circulo itaq; k b g, fuerit stella in prima experimentatione, sit autem circulus altitudinis transitus per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetq; iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in pūcto g, illi directe oppositæ, secetq; circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellæ uidetur esse in tempore primæ considerationis, & quia distantia stellæ secundum uisum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaq; h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi cenith capitis b quàm punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z, ad centrū uisus z, quia ergo stella comprehenditur à uisu in prima hora experimentationis in pūcto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli b h k, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circūferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis qui sunt k b g & b h g, qui est punctus k, super terram, comprehenditur autem à uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellæ peruenit ad uisum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ est inter stellam & uisum secūdum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendet stellam quæ est in pūcto k recte, cōprehendet ergo ipsam refracte, & quia in corpore cœlesti, ppter homogeneita

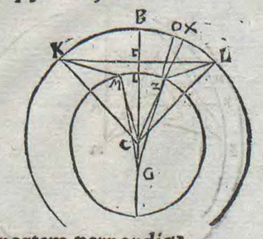


mogeneitatem suæ diafonitatis non potest fieri refractio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio secundi diafoni, quod est aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à puncto m, linea recta usq; ad punctum z centrum uisus, quia ergo forma stellæ extenditur à stella per lineam k m, & refrangitur ad uisum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur nisi occurrerit corpus diuersæ diafonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in præmissis huius libri propositionibus, ergo corpus cœleste in quo est stella, est differentis diafonitatis ab aeris & ignis diafonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, est in conauitate cœli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem cœli concauā contingentem aerem uel ignem, & super superficiem aeris uel ignis conuexam, & quia forma stellæ extensa in corpore cœlesti per lineā k m, refrangitur in aere ad uisum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctū m, secaret lineam z m, elongans se à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit cō cauæ superficiei ipsius cœli, palam quia illa refractio est ad partem in qua est perpendicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiē aeris, & quoniā neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere est aliquod corpus densum politū, à quo possit fieri reflectio ut à speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formæ in medio secundi diafoni, corpus itaq; aeris est grossius corpore cœli, ut patet per quartam huius, & hoc est propositum.

LI.

Diametri omnium stellarum & lineæ determinantes distantias quarum libet duarum stellarum in cenith capitis uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm si directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizōte b f k, & cōmunis sectio superficiei huius circuli, & superficiei cōuexitatis sphæræ cœli infimi p 69. primi huius, sit circulus m e z, erunt ergo isti duo circuli in eadē superficie & cōcentrici. Sit ergo centrum ipsorū qđ est centrum mundi pūctū g, sitq; centrū uisus punctū c, & ducatur à centro mundi g, ad centrū uisus c, linea g c, & extrahaī linea g c in partes donec occurret circulo meridiei in pūcto b, secetq; circulū qui est in supficie cœli cōcaua in pūcto e, erit itaq; pūctus b, cenith capitis quo ad uisum, sic itaq; k l, arcus cuius corda k l, sit diameter alicuius stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per mediū arcū k l ad punctū b, et secet cordā l k in puncto p, arcus itaq; k b est æqualis arcui b l, & ducātur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidā angulus secundū quē uisus c, cōprehendit arcū k l, qñ ipsum recte comprehendit. Sit itaq; ut forma pūcti k, refrangatur ad uisum c, à pūcto m, circuli m e z, quī est signatus in cōcaua superficie ipsius cœli infimi, ut præassumptum est, & forma pūcti l, refrangaī ad uisum c ex pūcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mundi ad loca refractionū, ducanī quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pūcti k, extendiī per lineā k m, & refrāgitur ad uisum c, p lineam m c, & quoniam linea g m, exit à centro ad circūferentiam, palam p 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis sup superficiē sphæræ cœli incidens pūcto m, quod est punctū refractionis, et quia p præmissam corpus cœli qđ est z m, est rarioris diafonitatis cq; corpus aeris, in quo est uisus c, palam p 4. huius, quia refractio q̄ fit secundum lineam m c, erit ad partem ppendicularis lineæ quæ est m g. Erit itaq; punctū m, inter duas lineas c b & c k, quia si pūctus m esset ultra lineā c k, tunc perpendicularis exiens à pūcto g ad punctū m, esset etiam ultra punctū k, & ita cū forma pūcti k refrangitur ad partem perpendicularis m g, & non peruenirет ad perpendicularem g e, ergo non peruenirет ad uisum c, palam itaq;, quoniā punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari potest, quia punctū z, est inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctū

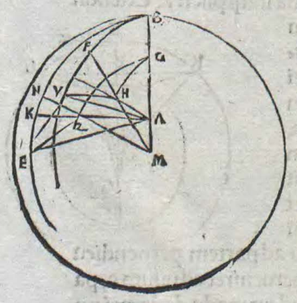


circuli meridiani, & linea c z ad punctũ r, eiusdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, qm̃ est pars eius. Sed angulus q c r est angulus p quẽ uisus c, cõprehendit arcũ c k l refracte, & angulus k c l, p quẽ uisus c, comprehendet arcũ k l recte, si ipsum recte posset comprehendere, sed remotio arcus k l, à uisu est maxima, qua ꝓpter quantitas eius uera certificatur, uisus itaq; per existimatio nem nõ per certitudinẽ accipit remotionẽ arcus k l, sed existimatio uisus qñ cõprehẽdit refracte, non differt ab existimatione eius, qñ comptehendit recte, nisi in hoc solũ, quod putat se recte cõprehendere qñ comprehendit refracte, uisus itaq; c, cõprehendit arcum k l, refracte ex angulo minori q̃ ille angulus quo ipsum cõprehendit recte, & secundum cõparationẽ ad illã eãdẽ remotionẽ, ad quã comparat si ipsam recte cõprehenderet. Sed uisus c, cõprehendit magnitudinẽ ex quantitate anguli respectu remotionis pũcti c, qđ est centrũ uisus a, à superficie rei uisæ p 20. quarti huius, ergo cõprehendit quantitatẽ arcus k l, refracte minorem q̃ si cõprehenderet illam recte, & si figura in qua sunt pũcta k l r b imaginetur circũuoluí linea c b, existente immobili, describetur circulus secãs meridianũ circulũ in duobus pũctis, cuius circuli polus erit punctũ b, cenith capitis, & erũt omnes anguli qui sunt apud uisum c, contenti duabus lineis similibus lineis c k & c l, inter se quælibet suæ cõpari æqualis, uisus ergo c, cõprehendet formã arcus k l, refracte in oĩ situ in respectu circuli meridiei, cũ fuerit in uertice capitis minorẽ, q̃ cõprehẽdet ipsam recte, & si linea c b, secuerit arcũ k l in duo æqualia, tũc duo puncta q & r, erũt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pũcto c, secãs stellã, & linea exiens à cẽtro uisus c, in superficie illius circuli secabit circulũ minorẽ ipsius stellæ, & cõprehenditur quãtitas eius minor q̃ sit, & sic tota stella uidebit maior q̃ sit, oĩs ergo stella uidet minor cũ est in cenith capitis q̃ si uideret directe, & similiter est de oĩ distãtia inter quaslibet duas stellas, cũ cenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distantia, comprehendetur emm̃ in oĩbus suis positionibus minor, q̃ si directe cõprehenderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciẽtis existens uidet minor q̃ in alio loco cœli, & quãto magis remouet à uertice capitis, tanto semp apparet maior, itaq; in horizonte apparet maior q̃ in alio loco, & hoc est cõmune oĩbus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in cenith capitis uel prope illud semp sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarũ distantijs, ut spaciorũ cœli quæ sunt inter stellas magis q̃ in quantitatibus stellaꝝ, nam quãtitas stellæ quo ad uisum est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis cõprehenditur diuersitas & excessus distantiarũ, patet ergo ꝓpositum.

LII.

Diametri stellarũ uel lineæ stellarum distantiam determinantes, existentes in horizõte aut inter horizonta & circulũ meridiei, taliter ut æquedistent horizonti, uidebũtur propter refractionẽ minores q̃ si directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrũ quod est centrũ mũdi sit punctus m, & sit centrũ uisus a, & cenith capitis pũctũ b, & ducaẽ linea a b, et sit diameter stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas linea d e, æq̃distans horizonti, & sit circulus altitudinis transiens p unã extremitatẽ diametri stellæ, aut distantiæ inter duas stellas circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens p alteram extremitatẽ diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens extremitatẽ diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b e, cõmunes quoq; sectiones superficierum istorum duorũ circulorum & superficiei concauæ cœli infimi sint duo circuli g h & g z, forma itaq; pũcti z, refrangitẽ ad uisum a, in superficie circuli g h, esto ut hoc fiat in pũcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g z, sic itẽ in puncto z, ducanẽ lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h, & produ-



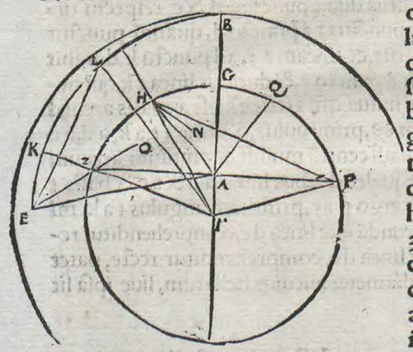
producatur linea m 3, ad arcũ b e, in punctum n, & linea m h, ꝓducatur ad arcum b d, in punctũ f, & qm̃ linea d e, æquedistat horizonti, cũ sit quædam pars circuli æquedistantis circulo horizontis, ut alicuius illoꝝ circulorum qui Arabice dicatur Almucantara, palam p 68. primi huius, qm̃ cenith capitis quod est punctus b, est polus circuli d e, qm̃ ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est æqualis arcui b e, per 27. tertij, cordæ emm̃ illorum arcuum sunt æquales p 65. primi, linea itaq; m h, est ꝓpendicularis sup superficiem corporis diafoni cœlestis per 72. primi huius, qm̃ exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uisum a, & erit eius refractio ad partem diametri h m, per 4. huius, aer emm̃ est densior corpore cœlesti, ut patet p 48. huius, refringetur ergo ad partẽ cõtrariã illi, in qua est ps reliqua ꝓpendicularis q̃ h f, ergo h, pũctũ refractionis est altius q̃ linea a d, & similiter declarabitur quod 3 punctus refractionis est altior q̃ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ sunt termini duaꝝ linearuꝫ perpendicularium m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & cenith capitum quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctũ h, est æqualis angulo refractionis qui est apud punctũ 3, per 13. huius, qm̃ situs duoꝝ punctoꝝ d & e, respectu uisus a, est consimilis ex hypothesi, tm̃ ergo distat punctus f, à puncto d, quantũ punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctũ t, & lineam a 3, ad punctũ k, distabit itaq; punctus t, à puncto d tm̃, quantũ punctus k, à puncto e, & ducatur linea t k, qui necessario erit æquedistans lineæ d e, per 88. primi huius, qm̃ arcus e k, est æqualis arcui d t, est ergo linea t k, minor q̃ linea d e, per eandem 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e sunt æquales, quia punctum a, centrũ uisus est quasi centrũ mundi, & omnium arcuum signatoꝝ ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k, sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor q̃ basis d e, trigoni a d e, ergo p 25. primi, erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundũ quẽ linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundũ quẽ linea d e, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellaꝝ uel distantia aliquarum duaꝝ stellaꝝ linea d e, quæ sit erecta in aliquo circulo altitudinis transeunte per cenith capitis, qđ est punctũ b, qui circulus altitudinis sit b d e, sitq; cõmunis sectio superficiei circuli b d e, & superficiei concauitatis sphæræ infimæ cœlestis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducanẽ lineæ a d & a e, & refrangaẽ forma puncti d, ad uisum a, ex puncto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copulẽt quoq; lineæ d h, quæ ꝓducaẽ ultra punctũ h, in punctũ n, & c 3, quæ ꝓducaẽ ultra punctũ 3, in punctũ o, patet ergo ut in ꝑcedente proxima, qđ punctũ h, est altius q̃ linea a d, & qđ punctũ 3, est altius q̃ linea a e, ducantur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & ꝓtrahaẽ linea m h, ultra punctũ h, ad circulum altitudinis in punctũ t, & linea m 3, ultra punctũ 3, in puncto k, erit ergo angulus refractionis qui fit ex refractione formæ pũcti e, ad uisum a, qui est angulus a 3 m, ualde paruus, qm̃ linea a m, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distãtiæ, nõ est alicuius sensibilis quantitatis, ut aliàs declarauimus in scientia motuũ cœlestiũ, & angulus refractionis eius erit paruus sequens modũ illius anguli a 3 m, qm̃ cũ aer sit densior corpore cœlesti, ut patet p 48. huius, palã p 4. huius, qm̃ fit refractio ad ꝓpendicularẽ quæ est 3 m. Erit ergo p 8. huius, angulus e 3 m, & similiter angulus b h t, acutus, ergo angulo a h d & a e 3, utercq; erit obtusus p 13. primi. Pũctũ itaq; 3, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate ꝓpendicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, sup lineam b a, ꝓpendiculariter superficiei horizontis insistentẽ, quæ ꝓpendicularis imaginaẽ esse ducta in supficie horizontis, aut si fuerit altius

tius horizonte, erit altius illa linea ꝑpendiculari, & puctō h, erit semp altius puncto 3, angulus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, qd' patet si super punctum m terminum li neæ a m, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a m 3, quit sit a m p, ducta linea m p, ad periferiam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æq̄lis lineæ a h, copulet̄ linea h p, in trigono ergo h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed ī trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, q̄d est maius latere a q, per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a Relinquit̄ ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est aūt per 4. primi, angulus a p m, æq̄lis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo ꝑ 8. huius, angulꝰ formæ incidētiæ pūcti d, q est angulus b h t, est minor angulo incidētiæ formæ pūcti e, qui est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, ꝑ 13. primi, quia ꝑ 8. huius, mínores anguli incidentiæ mínores habent angulos refractionū, & ita angulus n h a, est minor angulo o 3 a, relinquit̄ ergo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3, sunt semidiametri cír



culi g h 3, linea itaq; m t, ē æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, ꝑ diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis lineæ 3 k, qm̄ sunt remanentiæ lineaꝝ æqualiū ablatis æquali bus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̄ꝫ linea o 3, qm̄ linea con tinens cū linea t h, angulū æqualē angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̄ꝫ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̄ꝫ linea e 3, & duæ lineæ a d & a e sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctū a centrū uisus, est centrū circuloꝝ b d e & g h 3, tri angulus ergo a h d, est minor triāgulo a 3 e, qm̄ illoꝝ duoꝝ trigonoꝝ duobus lateribus existenti bus æqualibus tertium est inæquale, ergo circulus cōtinens trigonū a h d, est maior cír culo cōtinente trigonū a 3 e, quia angulus a h d, est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̄ꝫ linea 3 e, linea itaq; h d, distinguit de circulo minore cōtinente triangulū a h d, arcum minorē arcui simili illi arcui quē resecat linea 3 e, ex circulo minore cōtinente tri angulū a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cōmunis il lis ambobus angulis, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e, angulus uero h a 3, est angulus secundū quē uisus a, cōprehendit lineā d e, per refractionē, & angulus d a e, est angulus secundū quē cōprehendere recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cōprehendit lineā d e, reflexe minorē q̄ꝫ recte per 20. quarti huius, qm̄ sub maiori an gulo comprehendit ipsum reflexe q̄ꝫ recte, patet ergo propositum.

LIIII.

Omnes stellæ uidentur rotundæ maiores in horizonte q̄ꝫ in medio cœ li, nisi qñq; contrariū accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cōprehendunt̄ rotundæ, qm̄ uterq; diametrorum suaꝝ. s. longitudi nis & latitudinis cōprehendit̄ æqualiter minor, quàm si cōprehenderet̄ recte, quilibet er go suaꝝ diametroꝝ decliuium cōprehenditur æqualiter minor per refractionē q̄ꝫ si com prehenderet̄ recte, stella ergo cōprehendit̄ rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stel læ cōprehendunt̄ minores ꝑ refractionē, q̄ꝫ si directe uiderent̄, qm̄ ipsaꝝ diametri com prehendunt̄ minores, u patet ex ꝓpositionibus p̄missis, & hoc uerū est, quantū ā parte re fractionis, quæ fit in medio secundi diafoni qd' est aer, qui est dēsior cœlo per 48. huius, in cœlesti itaq; cōcaua superficie, fit refractio ad perpendicularem exeuntē à puncto re fractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam quæ est semidiameter mundi per 4. huius. Diuersitas uero refractionis quæ fit secundū distantiā stellaꝝ à polo mundi in- uenitur

uenit̄ parua, qm̄ illi anguli refractionis sunt pui, unde secūdū ipsos nō diuersificat̄ sensi- biliter quātitas stellaꝝ, sed magnitudo stellaꝝ & quātitas distātiæ ipsaꝝ ab inuicē multū differūt, cū sunt ī horizōte, & cū sunt iuxta cenith capitū, uel ī medio cœli, ꝓpt̄ sensibilē diuersitatē suæ refractionis, & hic est error ꝑpetuus, ꝙa causa eius est ꝑpetua. s. uictoria raritatis corpis cœlestis sup aeris raritatē, accidit tn̄ qñq; uideri stellas maiores una uice q̄ꝫ alia, ut si uapor grossus sit iter uisum & stellas, tūc em̄ ꝓpt̄ refractionē lineaꝝ extē sionis formaꝝ stellaꝝ in illo uapore ad ꝑpendicularē, & ꝓpter refractionē à supficie il lius uaporis factā iterum ad aerem in quo est uisus, quæ refractio fit ab illa perpendicu lari, disperſior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uident̄ formæ stellaꝝ, sicut etiam accidit de denario sub aqua uiso, qui uidetur maior q̄ꝫ si in aere uideretur, huius aūt quantitas uisionis stellaꝝ maxime accidit cū stellæ sunt in horizonte, aut ꝑpe illū, & sic duæ refractiones subsequentes primam, qui sit in concaua supficie ipsius cœli, & sit semper in omni stellaꝝ uisione, faciunt nouas immutationes circa stellaꝝ uisionem, ua- por em̄ ille grossus cū fuerit in horizonte aut ꝑpe, & nō fuerit continuus usq; ad medīū cœli, erit portio cuiusdā sphæræ cōcentrice mundo, & erit supficies eius quæ est ex par te uisus plana, ꝓpter qd' formæ aut distantiæ stellaꝝ, quæ sunt ultra illum uaporē uide- bunt̄ maiores q̄ꝫ si sine illo uapore uiderent̄, in illo em̄ loco cōcauitatis cœli ex quo re- frangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extendit̄ ad uisum si non in- teruenerit uapor grossus, qd' si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extendi tur forma stellæ ad superficiē uaporis supremā, & refrangit̄ in illa ad perpendicularē. Deinde extendit̄ ad supficiē infimam uaporis, & refrangit̄ ab illa ad aerē purum cōti- nentē uisum, & fit illa refractio ad partē contrariā perpendicularis exeuntis à puncto re fractionis sup planā superficiē uaporis, sic ergo forma stellæ & eaꝝ distantia uideť ma ior q̄ꝫ si uideretur post refractionē factā in concauo cœli à supremo corporis elementa ris, nulla facta refractione in superficie uaporis ad aerē, qui est sub uapore & sub densio re corpore rarior existens, & continens ipsum uisum. Causa uero ꝓpter quā omni ua pore medio excluso uident̄ stellæ & stellaꝝ distantiæ maiores in horizonte q̄ꝫ in medio cœli aut ꝑpe, coadiuuat̄ plurimū per existimationē uidentis, qm̄ existimat stellas plus distare à uisu in horizonte q̄ꝫ in medio cœli, existimās ipsum partē cœli, quæ est iuxta ce nith capitis ꝓpinquiorē sibi q̄ꝫ eam quæ est inter horizonte, ut ostendimus ꝑ 14. huius, comprehendit ergo uisus quantitatē stellæ, & quantitatē distantiæ, quæ est inter stellas cum fuerit in horizonte aut ꝑpe, ex cōpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiā re motam, & cū fuerit in medio cœli aut ꝑpe illud, cōprehendit ipsaꝝ quantitatē ex cōpo- sitione anguli æq̄lis primo aut ferè ad distantiā ꝓpinquā, inter quā & distantiā horizō tis uideť diuersitas maxima, & sic iudicat stellaꝝ quātitatē secūdū modū quo dijudicat quantitatē uisibiliū consuetoꝝ, quæ em̄ à remotiori sub eodē angulo uident̄ quo alia ꝑ ꝓpinquiora, illa remotiora iudicant̄ à uidentibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro. Hæc em̄ causa uisionis stellaꝝ est ꝑpetua & immutabilis omnibus uidentibus communis, & eodē modo accidit uidentibus in cōprehensione distantiaꝝ ipsaꝝ stellaꝝ, nam for mæ harum distantiaꝝ nō diuersant̄ apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ ma xime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

LV.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accendentem.

Quoniam em̄ ut patet ex p̄missis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiusli bet stellaꝝ erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis. Hoꝝ aūt elemētoꝝ quodlibet mobile est se ꝑ motu recto, utpote sursum ꝓpter leuitatē quæ est in illis, mouetur aūt per accidens motu circulari una cū motu diurno cœli, pro- pter formā stellaꝝ ipsis incidentē necesse est diuaricari & distrahi, sic ut ipsa forma uide tur aliqualiter locū mutare ꝓpter motū corporis in quo uideť, nec est diuersitas in isto siue lumen stellaꝝ ꝑ se ipsum diffundat̄, siue fiat hoc ꝓpter reflexionē luminis solaris à

stellis

ſtellis. Semper eñ tam lumen per ſe diffuſum à corpore luminoſo, cuius lumen ab aliis corporibus diffuſum, qñ per refractionẽ uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuerſis motibus, aut uno motu forti neceſſe eſt formam illã debilitatã & diuaricatã & diſtinctã uideri, ꝓpter motum corporis ſubiecti, in q̃ uidetur, unde in his talis refractio luminis nõ eſt cauſa, & huius ſimile eſt in aqua uelociter currẽte, à cuius ſuperficie formæ ſtellarũ reflexæ uidentur plus ſcintillare cuius in ipſo loco ſuæ imaginis refractæ p aerẽ uideantur, qñ ꝓpter motũ aq̃ diſtrahit forma reflexa, & mutat loc9 imaginis reflexæ, ꝓpter qd & ſtellarũ formæ plus moueri uidentur, & ideo apparẽt amplio9 ſcintillãtes. Similiter q̃q formæ ſtellarũ in loco ſuæ imaginis tẽpore uetoꝝ ꝓpter maiorẽ motũ corpis mediꝰ plus ſcintillãt. In planetis uero nõ ſemp accidit ſcintillatio, qñ licet plus ſcintillant, & in eis ſit idẽ locus imaginis, & ipſorũ formæ propter refractionẽ debilitent, tñ propter ꝓpinquitatẽ ad nos uidentes nõ accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, pueniunt ergo formæ ipſorũ fortes ad uiſum, unde & locum imaginis ſuæ, cuius corpus ſubiectũ moueatur, penetrent immote & ſine omni diuaricatione, niſi forte aliq̃d corpus groſſius aere uiſibus & planetarum formis interponat, utpote uapor aquaticus groſſus, tunc etẽ propter incertitudinem motus illius uaporis, præſertim cũ à uentis agitatur, formæ planetarũ quaſi ſcintillantes perueniunt ad uiſum, & ex hac cauſa aliqñ & ipſam ſolẽ uidemus ſcintillantem in mane cũ fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecundũ ſpirituum uiſibiliũ reſolutionẽ, propter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliquãdiu aſpectus uidet ſcintillare & moueri forma eius, qñ recipit in ſpiritibus motis, qui propter uictoriã luminis cum fuerint in fine ſuæ corruptionis ab actu uiſiõis mutati, rarificant ſup ſuæ naturæ cõſiſtẽtiam, unde mouet motu ſibi improportio nato & inſolito, fiuntq̃ cauſa motus formæ uiſæ, & tũc uidet forma rei uiſæ ſcintillare, ſicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uiſum, tunc eñ ꝓpter improportionẽ illius luminis ad ſpũs uiſibiles fit motus illorũ ſpirituum, & uidentur formæ illorum corporum ſcintillantes & motæ, quia recipiuntur in corpore cõmoto. Sic itaq̃ ſcintillatio ſemp accidit omnibus ſtellis fixis, qñ cauſa illius eſt ꝓpetua. ſ. diuaricatio formæ ſuæ in loco imaginis accidens ex motu ſubiecti corporis. In planetis uero ſcintillatio accidit ut raro, quia cauſa eius eſt eueniens ut raro. In aliis uero corporũ formis, quarũ excellentia corrumpit ſenſum, non eſt proprie ſcintillatio, ſiue illa corruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſſionem, uel per reflexionem à corporibus politis, quia illa ſcintillatio non accidit ſenſui ut eſt ſuæ propriæ diſpoſitionis, ſed ut eſt infimæ ſuæ corruptionis, & eñ ſi habentibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouentibus, omnia moueri uideant ꝓpter motum ſpirituũ, ſine regimine animæ diſcurrentiũ, non propter hoc differunt formæ rerum omnium ſcintillare. patet ergo ꝓpoſitũ. Et quia ſecundũ præmiſſos refractionũ modos paſſiones uiſibilium infimorum & ſupremorũ tranſcurrimus, reſtat ut refractiones quæ in mediis accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus mediis occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radiis corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus q̃ in medio lumine ſenſibilius fieri eſt impoſſibile.

Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquã partẽ mediꝰ, uniformis erit extenſio radiꝰ ſecundũ lineam rectam per primam huius ſecundi, unde ſi non aggregentur radiꝰ in corpore aliquo occurrente ipſis radiis luminis, non erit plus ſenſibile lumen in illo corpore q̃ fuerit in alia parte mediꝰ, per quam ferebatur ſecundum extenſionem ad motũ linearũ rectarum, lumine eñ inæqualiter lato ꝑ unum corps, & aliud, niſi fiat aliqua diuerſitas ipſius luminis, nõ magis in uno q̃ in alio corpe ſentiet, aliis circũſtantiis in uiſu & remotione exiſtentibus æq̃libus, q̃d ſi fiat diuerſitas luminis in radiis reſpectu diuerſorũ corporũ, ut patet p 4. huius, tũc in eo corpe in q̃ magis radiꝰ diſgregant minus luminis apparet. Si ergo in aliq̃ corpe plo luminis apparebit, neceſſe ẽ in illo corpe radios plus aggregari, patet ergo q̃d nõ aggregatis radiis corpis lumioſi in corpore nõ luminoſo

noſo plus q̃ in medio lumẽ ſenſibilius fieri in aliquo corpore q̃ ſit in medio uniꝰ diafoni impoſſibile eſt. Ex quo patet, quod ſi radiꝰ in aliquo corpore plus aggregentur q̃ in medio, quod in illo corpore lumen ſenſibilius q̃ in medio apparebit, & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminoſi per reflexionem uel refractionem aggregari palàm eſt.

Iſtud patet per hoc, qñ cum radius reuerberat uel reflectitur ab aliquo corpore, tũc quia per 20. quinti huius, angulo9 incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus ſunt in eadem ſuperficie, ut patet per 25. quinti huius. In ſuperficie ergo eadem radiꝰ duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniunt ſic ut fiant unum, aggregant ergo, quia duo obtinent unum locum, imò minus unũ. Verbi gratia, ſit ut in ſuperficie una reflexionis quæ ſit a b c, incidant duo radiꝰ à diuerſis partibus diametri corporis luminoſi. ſ. a & c, ad unum punctũ corporis in q̃ fit reflexio, quod ſit b, & ſint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta ſuperficie ad utramq̃ partem. ſ. ea quæ eſt communis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſuperficiei corporis à quo fit reflexio, quæ ſit d b e, erit angulus incidentiæ qui eſt a b d, æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20. quinti huius, ſed & ſecundum angulum incidentiæ qui eſt c b e, fit reflexio radiꝰ c b, ergo radius b a, reflexus, & radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c, reflexus, radius quoq̃ a b, incidens efficiuntur unus. Sic autẽ eſt de aliis omnibus qui incidunt ſecundum pyramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & baſis in corpore luminoſo, patet ergo quod ad minus omnes illi radiꝰ in ſe duplicantur, unde cum ipſi ſint infiniti, qñ ſolum ſunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides ſunt tot quot ſunt punctа in corpore à quo fit reflexio, patet quod ipſi per reflexionẽ aggregãtur. Sed & per refractionem in medio ſecundi diafoni lumen aggregari per experientiam ſenſibiliter adhibitam patere poteſt. Cũ enim oſtenſum ſit quod in medio ſecundi diafoni denſiori aere à parte oppoſita ſuperficie incidentiæ ſemper fit radiorum aggregatio, imò concurſus in punctũ unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, ut patet per 46. huius. Refractio itaq̃ lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in ſuperficie à quo fit refractio in profundum corporis denſioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio uniꝰ diafoni producti, eſſent linea una, angulũ refractionis conſtituunt. Suntq̃ per 46. ſecundi huius, in una ſuperficie quæ dicitur ſuperficies refractionis, eſt ſemper orthogonalis ſuper ſuperficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radiꝰ omnes ſic ſibiꝰpſis incidentibus quando ſunt refracti uicinantur & aggregantur ſecundum diafoni ſecũdi diſpoſitionẽ angulo refractionis ad angulũ incidentiæ ſuæ uariato. In groſſiori eñ uel denſiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrãgitur & in uiciniorem punctũ axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ ſuæ reſpectu eius, ſi ſecundum idem punctum radius ſubtilioris diafoni incidiſſet, & ob hoc, qñ angulus ex omnibus refractis radiis cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis in quo fit refractio, eſt minor in corporibus denſioris diafoni q̃ minus denſi, patet quod in corporibus denſioribus & radiꝰ plus aggregantur q̃ in minus denſis, per 8. huius, fit itaq̃ illorum radiorum aggregatio quandoq̃ propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in nono libro huius ſcientiæ per ſpecula comburentia oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in aliis libris ubi de talibus ſermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq̃ per refractionem, quoniam radiꝰ ſecundũ æquales angulos incidentes per 8. huius, ſecundum æquales angulos refranguntur, & quandoq̃ cõcurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, ſemper aũt in talibus & radiꝰ reflexi & refracti

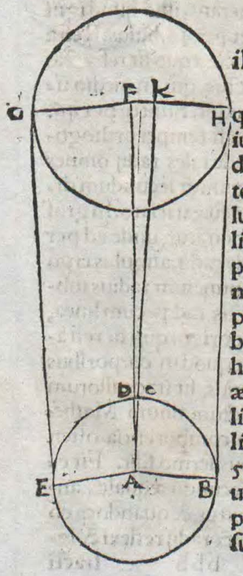
fracti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc uisu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quando q̄ in corporib9 diafonis superficiem leuem habentibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quādo ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamē superficie fit etiā reflexio radiorum, licet debiliter, & ꝓpter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quamuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris q̄ sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, qm̄ radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunc̄ reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio, nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̄ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, qm̄ omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quē illuminatur à sole possibile est declarari.

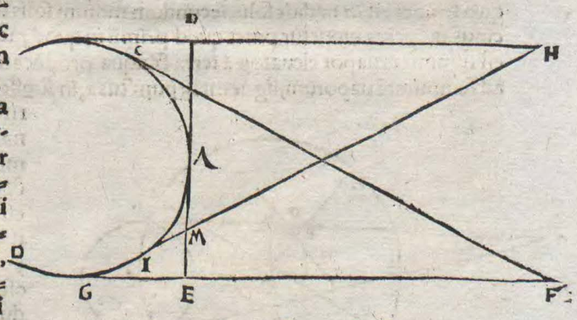
Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos & nos, quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secūdi huius, qm̄ sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq̄ circulus secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq̄ lineæ contingentes utramq̄ horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaq̄ b c d e, terræ, est illuminata à sole qui est maior hemisperio, ducantur itaq̄ lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, qm̄ utraq̄ ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utroscq̄ circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̄ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq̄ h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq̄ per 33. primi, linea a k, æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè, secundum quod linea a b, est pars una, ut demonstraumt est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes & media. Per eandem quoq̄ uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem qua semidiameter terræ est pars

pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem qua linea a f, est 1210. partes, linea f k, est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f, est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secundum quantitatem qua linea a f, est 60. partes, linea f k, est 14. minuta & 36. secunda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, q est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit corda f k, quasi 13. minuta, & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secūdū q̄ angulus rectus est 90. partes, arcus ergo c d, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c, est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c, est rectus per 34. primi, angulus enim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e, est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærabamus.

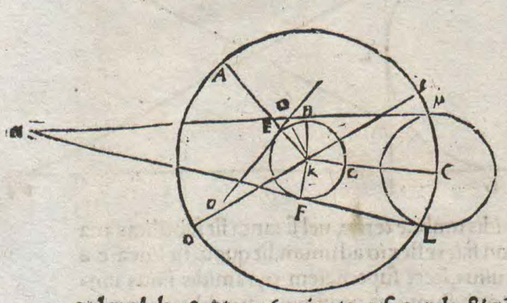
LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum, ut in præcedenti. Sit itaq̄ per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane, c f e g, cuius uertex sit f, aer itaq̄ cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illum non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54. & per 56. huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadant intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum, sit quoq̄ ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usq̄ ad principium crepusculi matutini, & quoniam uextex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclypsium lunarium patet, quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersecet lineam e d, quæ est diameter horizontis in puncto m. In hoc itaq̄ puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi



primo uidebitur reflexum lumen ſolis, ut fiat ſenſibile, hoc autem neceſſe eſt accidere ex denſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum, quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſſis huius libri propoſitionibus, & per primam ſecundi huius, punctum ergo m, eſt punctum altiſſimum in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium. Deſcribatur quoq; conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora diei crepuſculi, qui ſit a b c d, qui per 69. primi huius, ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum, qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k. Sitq; linea à centro terræ ad cenith capitum ducta, quæ ſit a e k, ſitq; linea b k d, perpendicularis ſuper lineam a k, ſemidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18. undecimi, erit erecta ſuper ſuperficiem altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hemiſphæria, nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaq; corporis ſolis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum uel aſtrolabij, uel tabularum, totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19. partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. & quoniam diameter ſolis eſt quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, ſecundũ diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmiſſis circulis l m, maximus circulorum corporis ſolaris, producaturq; linea c k, à centro ſolis ad centrum terræ ſecans ſuperficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16. ſecundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, qui ſunt l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27. ſecundi huius, cõtinetur illuminatio ſolis & umbra terræ, producatur quoq; linea contingens circulũ terræ in puncto e, quæ ſit p o, ſeceteq; linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctũ q, locus luminoſus in tpe crepuſculi, & qm̃ pũctus n, qui eſt uertex pyramidis umbræ, quia ſemper eſt in nadir ſolis, ſecundum motum ſolis declinat, & partibus ſuæ baſis uicinus uelocius mouetur, patet quod primũ in quod radius ſolis cadit extra pyramidem, eſt ſummitas uapor eleatoq; à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad ſummitatẽ uaporum, ſigneturq; punctus r, in ſupficie terræ, & ducatur linea k f. Eritq; arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quãtitas, ut patet per p̃miſſam, eſt 180. partiũ, 27. minutoꝝ & 52. ſecundoꝝ, ſecũdũ quod totus circulus e f g h, eſt 360. partes. Erit medietas ipſius quæ eſt f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. ſecũda, hæc eſt ergo quãtitas anguli f k g, ſecundum qd̃ 4. recti ſunt 360. partes, ſed angulus b k c, ex p̃miſſis, & p ultimã ſexti, eſt 19. ptes, qm̃ eſt angul9 crepuſcularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. ptes, 46. minuta, 4. ſecunda, & qm̃ linea q c, eſt æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, qm̃ ab uno puncto ducanť eundẽ circulũ cõtingẽtes, erit p 8. primi, angulus q k e, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. ptes, 23. minuta, & 2. ſecunda. & qm̃ angulus k q e eſt rectus p 17. tertij, erit angulus k q e, p 32. primi, cõplementum unius recti, hoc eſt 80. ptes, 36. minuta, & 58. ſecunda, prout 4. recti ualet 360. ptes, & ſecundũ qd̃ duo recti ualẽt 360. ptes. Erit ergo angulus k q e, 161. ptes, 13. minuta, & 56. ſecũda, circũſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k, erit arcus quẽ ſubtendit linea k e, 161 ptes, 13. minuta, & 56. ſecũda, corda ergo eius q̃ eſt linea k e, erit 118. ptes, 23. minuta, & 20. ſecũda, 18. tertia, ſecundũ quãtitatẽ q̃ diameter q k, eſt 120. ptes, & ſecundũ quãtitatem qua diameter q k eſt 60. erit corda k e, 59. partes, 11. minuta 40. ſecunda, 9. tertia, ergo ſecundum quantitatem qua linea k e, eſt 60. erit linea k q, 60. partes, & 48. minuta, & quinquaginta ſecunda, ablato itaq; à linea k q, paribus ſexaginta, quæ eſt quantitas



tãs lineæ q r, ſemidiameter terræ, remanet linea k q, quæ eſt ſumma uaporum eleuatio 48. minuta, & quinquaginta ſecunda, ſecundum illam quantitatem qua diameter terræ eſt 120. partes, & quoniã ſecundum Coſmographos maximus circulus terræ ſecundum miliaria eſt notus, ergo ſecundum illum quantitas diametri eſt nota, ergo & linea r q eſt nota, & hoc eſt propoſitum. Eſt autem ſecundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circunferentia eſt 24000. miliaria, linea r q, 51. miliarium, 47. minuta, & 34. ſecunda, & 31. tertium ſunt ferè. Summa ergo ad quod eleuãtur uapores ſecundum ipſorũ conſiſtentiam minus q̃ 52. milia paſſuum, ut patere poteſt pquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denſo & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminoſi fieri manifeſtum eſt.

Iſtud in politis corporibus, & ut in ſpeculis & ſimilibus ſenſus cõperit, nosq; in pluribus præmiſſis huius ſcientiæ libris iſtud ſumus cum amplitudine ſtudij perſequuti. In aqua uero ſoli expoſita patet, quia radius in parte ſoli oppoſita uidetur, & maxime ſi locus oppoſitus ſit obſcurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter denſiori idem euenit, ut quando inſpiſſatus eſt & conſiſtens quaſi in nubem, tunc enim ab ipſo fit luminis reflexio, ut apparet in crepuſculis ſerotinis & matutinis. Huic etiam atteſtatur quod tempore pluuiali radij ſolis ſæpe in aere diſperguntur, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & groſſiciem aeris contrapoſiti ipſi ſoli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ denſitatis in hyeme maxime flante auſtro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti ſecundum formam circularem, & maxime uiſibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uiſiua propter debilitatem organi debilitatur, ſic quod non poteſt denſitatem modicã aeris penetrare, ſed ad uiſum forma rei uiſæ refrangitur ab aere modicæ denſitatis, ſicut ad uiſus fortes refrangitur ſolum ab aliquo ſolido peruietatem non habente, unde etiam in uiſu aliquis debilitatus & nõ acute uidens propter ophtalmiam uel propter aliud, uidet quãdoq; imaginem ſuã in aere groſſo ante ſe, ſicut in ſpeculo, ſtantem contra ſe, & ambulantem cum ipſo quando ipſe ambulat, & reſpicientem ad ipſum, & ſic quidam notus meus poſt plurium noctium uigilias cum compulſus nocte ſequenti equitaret, formam ſuam hoc eſt uirum alium ſecum equitantem uidit, cũ tranſiret quãdam aquam, circa q̃ groſſus fuit aer, & cum ſtaret ſtetit & ille alius, & omnia opera ipſius faciebat, cum aũt ad aerem ſerenum uenit ille notus meus, tunc ſocius eius diſparuit, quia non fuerat niſi forma ſua. Et ſic uiſui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; ſanis uiſibus hoc accidit ab aere ſpiſſo & longe diſtante, ſicut etiam auxilio ſpeculorum, ut in ultima ſeptimi huius oſtendimus, poſſet fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in ſpeculo ſed extra ſpeculũ uideret in aere in loco imaginis, qui per induſtriam poſſet ad locũ certum uariari. In uapore etiã rorido fit reuerberatio luminis, quãdo incipit uapor aqueus diſſolui in guttas, quia quælibet ſuarum partiũ fit quaſi ſpeculũ, & ob hoc lumen reflecti tur ab ipſo, & iſtud apparet in aqua guttatim ſparſa, quoniam ab illa lumen etiã ad partem oppoſitam reflectitur, & ſic poſt reflexionẽ coloretur, patet ergo propoſitũ.

LXII.

A ſuperficie aquæ & aeris denſi, & uaporis roridi, & ſimilibus refractionẽ fieri ad perpendicularem patens eſt.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius, ſed etiã experimentis cõprobatur, & hoc eſt uniuerſale, quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad denſius diafonum procedit, tunc enim ſemper in medio ſecundi diafoni fit refractio ad perpendicularem, uerbi gratia, expoſita aqua in uaſe ſoli in fundo uaſis uidebuntur radij aggregati, luceſcente etiam ſole ſuper aerem denſum uiſui & ſoli interpoſiti, quandoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis ſuperius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde poſt talem improportionatum tempori calorẽ & lumen inſolitum ſæpius pluuia deſcen

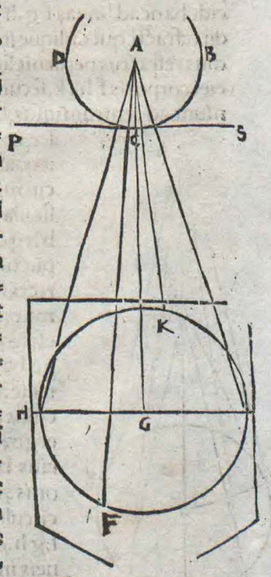
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum resoluta refractio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido quādoq; forma uel lumē est in rariori diafono, & incidit illis diafonis densioribus, diafonum quoq; in quo est uisus non multū differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio sensibilis ad perpendicularem: quod si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerū in mari uisarum refracte uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secundo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidentur formæ illoq; in concursu lineæ refractæ cū perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinē periferiæ uasis sine aqua ipsum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiā maior qm̄ sub maiori angulo uidet̄. In aere etiā denso, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit & ingrossatur, omniū rerum uidentur magnitudines maiores, sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 52. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiā peruenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginem & uisum ponatur uitrum clarū uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tūc em̄ imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinante, qd' ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem corporis diafoni rem ipsam uel formā refractā cōtinentis. His ergo modis fit in propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refractio, Inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autē fit in uapore rorido incipiente aquā fieri q̄ fiat ab aere, nec mirū, quia uapor roridus qui fit tēpore transmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim sparsam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refractio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinem, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficierū refractarū alterius super alteram eleuatarum, & si modicæ præeminentiæ sint, ita tamē quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quātitas uel figura, sed apparet recte color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi quæ ab aqua uel aere grosso integre, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantum formæ luminis reflexi, patet ergo propositum.

LXIII.

Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies æquedistat superficiei cōtingenti corpus radiosum sphæricum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici, possibile est fieri secundum pyramidē rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnē huiusmodi irradiationem fieri secundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radiosum sphæricum, in quo sit circulus magnus qui b c d, & eius centrū sit pun

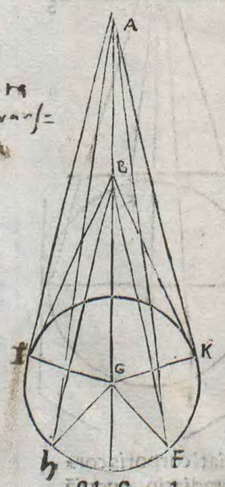
ctum a, contingatq; ipsum superficies plana quæ sit s p in puncto c, & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico superficies g, quæ est ex hypothesi æquedistans superficiei s p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super ducti corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim ppendicularis a g, in centro uel in media superficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremū linea a f, super cuius terminum in puncto a, constituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ sit g a h, producaturq; linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f & a g h, qui sunt ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a ferit æquale lateri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui sit g a k, productisq; lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex pūcto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertij, lineā f h k, secundū quantitatem lineæ g f à puncto g, productam esse circularem, quia itaq; irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm̄ fit irradiatio secūdum pyramidem rotundam, fit enim secundum figurā quæ describi possit per triangulū d g f, orthogonium, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locum unde inceperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficiei g, secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatē, qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorū radiorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circularē quæ sit terminus basis pyramidis uel partis basis. Eodem autem modo demonstrandū, si superficies g æquedistet superficiei g p, contingenti corpus luminosum in b d, punctis, uel in alijs pūctis signatis. Vniuersaliter autem corporum quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radiosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquā nisi in parte soli oppositā illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solē respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus, aliā uero partē irradiatio solis nisi forte per refractionem nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una basē alteri inscripta applicantur, ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniā oportet



oportet ut tale corpus sit densius medio per quod lumen uenit ad ipsum, oportet enim quod tale corpus habeat aliquid densitatis, unde si lumẽ nihil haberet resistentiæ trãsiret nec corpus pertransitum irradiaret, aut etiam in ipso non fieret reflexio uel refractio per 56. huius, & quoniam per reflexionem radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio quàm in medio, nũc autem irradiatio in theoremate supponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatũ esse densius cẽ sit corpus propinquũ corpori luminoso, & exẽplariter uero hic declarari potest per hoc quod in 37. secũdi huius ostendimus, quia si p foramẽ rotundũ penetret radius solis, statim in corpore oppositio ad basem applicat, & in formã pyramidis lumen figurat. Signũ ergo est quod in quolibet radio corporis luminosi idem fiat, qui cũ sint naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte, et ad minus si illud nõ sit necessarium semp fieri, est tñ possibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum. LXIIII.

Si ad idem centrum uisus ab aliqua superficie fiat luminis refractio uel reflexio, necesse est extremum illius luminis superficiei uisus circulariter secundum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uisus centrumq; circuli basis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea consistere oportere.

Supposito quod aliquod corpus irradiatum sit inter uisum & inter corpus luminosum irradians, & sit illud medium corpus diafonum, ita quod radij refracti in centro uisus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, superficiesq; corporis irradiati sit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminosi super illam superficiem sit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & sit centrum uisus b, ducanturq; lineæ b f, b h, b i, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypothesi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, sed transit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno pũcto, ut in cẽtro oculi cõcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi superficiei ex hypothesi, qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uisus, eadem ratione omnes radij incidentes superficiei corporis f h i k, secundum circulum, cuius centrum est punctum g, refracte perueniunt ad centrum uisus, ut patet in 46. huius, sunt eñ illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmissam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo uniꝰ uisus nulli radij extremi cõcurrunt, nisi qui refrangũtur secundum angulos æquales, sic ergo ut sit illa refractio secundum aliquos angulos extremos qui sint b f g & b h g & b k g & b i g, erunt ergo illi anguli æquales, sed & anguli ad pũctũ sub linea b g, & sub lineis f g, h g, i g, k g, sunt æqles, quia sunt recti, sunt ergo trigona b g k, b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, ipsorum latera sunt proportionalia, sed latus b g est æquale sibiipsi, cum omnibus sit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, sunt æqualia inter se, & latera g f, g h, g k, g i, sunt inter se æqualia, ergo per nonam tertij, linea h f i k, est periferia circuli, cuius centrum est punctum g, & sic describitur in oculi superficie, fit ergo pyramis refracta, cuius uertex est in puncto b, à centro uisus, & eius basis est in illuminata superficie, estq; alia pyramis illuminationis, cuius uertex est in pũcto a, centro uisus, & eius basis est etiam circulus f h i k, patet ergo quod istarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i, g k, sunt in eadem superficie ut prius, quoniam ab eisdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una est ergo superficies communis terminans istas duas pyramides quæ est circulus f h i k, & est basis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ secũdum



secundum unum punctum qui est g, cum linea b a, angulos rectos faciunt, angulus eñ f g b est æqualis angulo f g a, quoniam uterq; ipsorum est rectus, ex eo quod supposituũ est angulum a g f, esse rectum, eritq; superficies in qua sunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter super superficies omnis refractionis, patet ergo unum propositorum. Quod si centrum uisus fuerit inter corpus irradiatum, & corpus irradians constitutum, tunc eadem dispositione manente, nisi sole puncto b, inter a & g, puncta cõstituto, patet propositũ, ex eo quod tunc corpus irradiatum non uidetur nisi per reflexionem luminis recepti à corpore luminoso, & semper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis p 20. quinti huius, quia angulus extrinsecus angulo a g f in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad basem trianguli b f g, pyramidis reflexiõis, nec erit possibilis usio irradiationis nisi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi secundum æquales angulos reflexi radij à tota superficie illuminati corporis concurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorum pyramidis reflexionis qui sunt ad basem æquales inter se per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinseci pyramidis irradiationis qui sunt anguli incidentiæ, omnes sunt æquales inter se, omnes itaq; radij ad uisum reflexi qui sunt in eadem superficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniam lineæ f g, h g, i g, k g, sunt æquales, patet per 9. tertij, lineã f h i k, esse periferiam circuli quod est secundum propositum, & quoniam linea b g, quæ est perpendicularis sup illam superficiem, omnibus illis trigonis est cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorꝫ qui sunt ad basem æqualis est, alterius sibi correspõdenti p 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, sunt ad inuicem æquales, ut declaratũ est prius, & ab ipsis fiet reflexio ad uisum quia erit per radios ab ipsis reflexos pyramis inscripta pyramidi ad eandẽ basem, sed diuersæ altitudinis, quoniam punctum b, qui est centrum uisus positus est esse inter corpus irradians & corpus irradiatum, & erit illa basis communis duabus pyramidibus, scilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis super omnes superficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Visum est etiam quibusdam ad propositam uisorum circulationem coadunare circulationẽ foraminis uneæ, ac si ad periferiam foraminis solum radij incidãt, & sic in superficie uisus rotundentur, quod & si sit aliquãdo possibile, non tamen est uniuersaliter necessarium, quia etiam cuicunq; parti superficiei uisus radij incidant secundum angulos æquales, semper accidit necessario figuram uideri circularem, per 73. quarti huius. Ex istis itaq; manifeste patet, quia & si tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis sit irradiata, non tamẽ uidebitur nisi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur, quia oportet ad hoc quod uisus ipsum iudicet irradiatum, radios plures in cẽtro oculi aggregari: non autem cõcurrunt nisi illi qui incidentes ad superficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrum oculi omnes æquales angulos cõstituunt, tales autem incidunt secundum circulum, faciunt enim pyramidem ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refrangũtur necessario secundum circulum eundem, ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uisus illã irradiationem nisi fuerit in puncto concursus linearum taliter reflexarum cõstitutus, & propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuersis punctis nõ concurrunt, sed in uno tantum, & remotioribus maiores apparebũt circuli, scilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & sunt exteriores in periferia basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractiõis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrũq; uisus propinquius superficiei irradiatæ minorẽ uidebit circulum cẽ uisus remotior, qm radij

in minori circulo ſecundū angulos minores incidunt, & ſecundū angulos minores reflectuntur p 20. quinti huius, uel ſecundū minores angulos refranguntur p 8. huius, patet aūt p 106. primi huius, quia ſecundū cp angulus refractiōis uel reflexionis plus minuit, ſecundū hoc angulus in uiſu cōtentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis ſemp eſt acutus rectilineus diuiſibilis, propter hoc angulus ad axem ſemp fit rectus p 89. primi huius. Ex præmiſſis quocp patet corporū perpulcrum auxiliū 12. huius, qm̄ em̄ in pyramide orthogonia centrū circuli baſis & conus ſemper ſunt in eadem linea, ut in axe in poſito erunt a & g, in axe a g, ſed eadem ratione erunt b & g in eadē linea, linea uero l g & g a, cōiunctæ ſunt linea una, eo qd' f g, à termino ipſarum exiens cū ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo ſe habeat uiſus ad corpus irradiatū, dummodo ad ipſum fiat reflexio uel refractio, patet ꝓpoſitū, qm̄ ſemper centrū corporis irradiantis & centrū oculi & centrū circuli baſis utriuſcp pyramidis irradiationis. ſ. & uiſionis ſunt in eadē linea, ſcilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter eſt poſſibile uideri irradiationē.

LXV.

Iridē ex reflexiōe & refractiōe radiorū corpis luminoſi uideri neceſſe eſt.

Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus quæ interſecans horizōtem ad diuerſas partes mundi ꝓtenditur, quamuis etiā de alijs quæ illi iridi ſimilia uident intentionem nō principaliter facturi ſimus. Quoniā uero iris ſit ex multitudine luminis corporis luminoſi in uiſu recepti, hoc patet ſenſui; qd' aūt non aggregatis radijs corporis luminoſi lumē ſenſibilius poſſit fieri in corpore nō luminoſo cp in medio, p quod prius lumē ferebat, oſtenſum eſt p 54. huius impoſſibile eſſe, unde patet ex hoc cp lumē uigoratur ex aggregatione radiorū corporis luminoſi ut ſenſibilius fiat in aliquo corpore cp in medio, quia uero aggregatio radiorū corporis luminoſi fiat p reflexionē uel per refractionē q̄ fit in corpore denſioris diafoni cp mediū, per quod antea ferebatur, declaratū eſt p 55. huius, patet itacp generaliter qd' luminis maior ſenſibilitas per reflexionē uel p refractionē in oibus uiſibilibus cauſat. Quod uero iris ſpecialiter ex reflexione fiat, patet p hoc, quia lumen eius ſenſibile peruenit ad uiſum ut ſuppoſitū eſt in principio libri huius, oſtenſum eſt quocp p 20. quinti huius, quod ome quod uidet per reflexionē, ſic uidetur, quod angulus ſecundū quē forma ſpeculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo ſecūdum quem illa forma reflectitur ad uiſum, quod etiā patet per 26. quinti huius, ducta ꝑpendiculari à pūcto incidentiæ ſup ſuperficiē corporis politi ad q̄ reflexionis anguli referuntur, cōtinet em̄ radius incidens & radius reflexus cū eadem ꝑpendiculari angulos æquales, ſi itacp forma iridis fiat in uiſu, patet iridem p reflexionē radiorū corporis luminoſi ad uiſum cauſari. Quod uero iris per refractionē etiā radiorū corporis luminoſi fiat, patet p hoc, quia nō generatur iris niſi in aliqua diafona materia exiſtēte in medio, & ꝓhibente tranſitū luminis. Iam quocp dictū eſt in 4. huius, qd' in corporibus diafonis denſioribus primo diafono, & ſi ab ipſorū ſuperficie fiat reflexio ſemp tamē fit refractio ad ꝑpendicularem, et ſic lumen taliū corporū ſuperficiebus oblique incidens quaſi ſecūdum unam lineā ad duas partes oppoſitas diuiſum ꝓtenditur, fit itacp p refractionē in talibus corporibus luminis aggregatio q̄ uiſui offertur, ſicut & quodlibet aliud uiſibile, & ſicut nubes alba, & lumē ab illorū corporū ſuperficie ad uiſum reflexū coadiuuat, ut actū minoris ſenſibilitatis faciat in uiſum, ſicut uidemus qd' à corporibus albis q̄ plus habent luminis ſenſibilior fit reflexio cp à corporibus medio colore coloratis, hoc etiā patet p luminis ꝓfundationē in iridis generatione, cū enim ea q̄ ſolū reflexionē luminis habent tantum in ſupficie irradient. Materia iridis ſenſibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, et ob hoc cōperit Philippus ſodalis Platonis, & ut quotidie quocp circa iridem deambulantibus contingit, & nos ipſi experimento hoc didicimus, iris mutat ſecundū mutationē uidentis, ſequitur em̄ fugientem ab ea, & illū qui ꝓgreditur ad eam fugiens antecedit, & ſi quis ad dextrū uel ſiniſtrū latus ꝓgreſſus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, ſed ſecundum reflexionem ſolū uiſa fugiunt fugientē & occurrunt accedenti, uidentur enim talia ſemp in cōcurſu lineæ reflexionis ad uiſum ꝓgredientis, cū perpendiculari ducta à pūcto rei uiſæ ſup ſuperficiē corporis à qua fit reflexio formæ uiſæ, ut patet p 37. quinti huius,

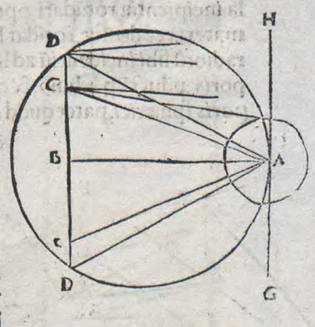
iris per refractionem

huius. iris ergo nō ſolum uidet per reflexionē, ſed etiā per refractionē luminis intra corpus à q̄ reflectitur, quāuis accedenti ad iridem uel ab ipſo elongato ab alijs & alijs ſupficiebus corporū lumini obuiantiū fiat reflexio luminis ad uiſum, qm̄ fuga iridis ꝓgrediē ti ad eā & ſequutio fugientis ab ea, accedit ꝓpter diuerſas reflexiones, quæ fiunt ad uiſum à diuerſis partibus materiæ iridis, ſcilicet ſecundū qd' uiſus mutat pūcta in quibus ab angulis baſis unius pyramidis oēs radij in centro ipſius oculi cōcurrunt, & quia tales baſes ſunt infinitæ, & pūcta in quibus eoꝝ radij reflexi in axe colligūtur ſunt infinita, patet etiā quod per reflexionē multipharia uidenē irides infinitæ ſecundū infinitatem punctorū in axe pyramidis occurrentis accedenti uel recedenti ſecundū lineam eiuſdem axi uel etiā à latere eunti ſecundum mutationē axis à centro corporis luminoſi per aliū punctum ſuæ ſuperficiei exeūtis, cp per illū quo primus axis exiebat, fit em̄ uiſus ad latera ſic mutanti noua pyramis & noua baſis, aliud q̄ eſt punctū ſupficiei corporis luminoſi, per quod uenit radius perpēdicularis ad ſuperficiē materiæ iridis, qui in ipſum cadente centro oculi fit axis pyramidis utriuſcp, uidenē itacp hoc modo irides infinitæ ad quamcūcp differentiā poſitiōis q̄s uidentiū motus fuerit, dū modo cōtra corpus luminoſum nō moueatur, quod etiā ſi uerū ſit per reflexiōis naturā poſſe fieri, refractio tm̄ radiorū corporis luminoſi ſemper augmentat lumen, ut uideri ualeat ſenſibilius à uiſu, patet em̄ quod refractio radiorū corporis luminoſi aggregat lumen ut fiat magis uiſibile, qm̄ ꝓpter refractionem radiorū circa eandem partē medij radius duplicatur. Similitercp ipſorū radioꝝ reflexio lumen aggregat et ad uiſū ſenſibiliē reducit, iris uero nō fit niſi ex aggregato lumine, nec fit ex illo niſi occurrat uiſui, ergo ad generationē iridis refractio radioꝝ corporis luminoſi & reflexo eorundē neceſſario exiſtunt, & hoc eſt quod in p̄ſenti theoremate perquirere uolebamus.

LXVI.

In uapore rorido iridem generari neceſſarium eſt.

Quod hic ꝓponitur patet, quia cū iris non fiat ſine lumine, immo luminis multitudine, lumen aūt nō aggregatur niſi ex reflexione aut refractione radioꝝ corporis luminoſi, ut patet p 5. quinti huius, hæc aūt nō fiāt, niſi tm̄ fiat obiectio corporis denſioris aere puro p 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipſius generatio ſine corpore irradiali, à cuius ſupficie poſſit fieri reflexio & refractio luminis incidētis, aliq̄d uero ſolidoꝝ planorū ibi eſſe eſt impoſſibile, ſed necp aquā, qm̄ hæc curreret ſubito ad inferiorē locorū ſibi poſſibilē, iris uero aliq̄ tēpore manet, nec tm̄ poſſet in aqua cōtinua figura iridis generari, qm̄ lumē integrū reflecteret à ſupficie aquæ ꝓpter continuitatē ipſius aquæ. Iris q̄ fit in aqua diffuſa per remos, fit propter aquæ diſperſionē, quia tūc remone ꝓ manutiē nauta aquā rorās, & ob hoc cū aqua ſic fuerit fuſa in ipſa colores iridis apparēt, nō etiā poteſt eſſe cp ſit aer groſſus in q̄ iris generat, qm̄ impreſſio luminis in aere nō efficeret colores iridis, ſed faceret quandā albedinē, ut apparet in crepuſculis matutinis in ipſaꝝ principijs & etiā terminis crepuſculoꝝ ſerotinoꝝ & uniuerſaliter in ſimilibus quibuſcūcp. Non etiā poteſt eſſe uapor cōtinuus, ſiue ſit eleuatus ad generationē nubis ſiue ſit in nubē cōdenſatus. Eſto em̄ qd' ſit poſſibile à uapore cōtinuo nubē generari, ponat ergo corpus radioſum cuius cētrū ſit a, in circulo horizōtis, ſecetcp ipſum ſupficies orthogonaliter erecta ſup ſuperficiē horizontis p centrū ipſius corpis, & ducat in illa ſupficie ſecante p centrū corpis luminoſi linea h g. Huic itacp ſupficiei ſecāti aut æq̄diſtat uapor cōtinuus irradialis aut nō. Si æquediſtat, ſit linea eius ſupficiei b c d æq̄diſtans lineæ h g. Incidātcp ſibi radij a b, a c, a d, & ſit linea a b, ꝑpendicularis ſup ſuperficiē uaporis q̄ in ſe reflectet p 21. quinti huius, & reflectent etiā lineæ a c, a d, qa nō ſunt, ꝑpendiculares, qm̄ aūt āgulus a c b eſt acutꝰ p 32. pri. cū angulus a b c ſit rectꝰ, patet p 13. pri. qd' angulus d c a eſt obtuſus, perpēdicularis ergo extracta à pūcto c, nō cōcurret cū axe a b, ergo nec radius reflexus, cū ergo centrū uiſus ex 62. huius, neceſſario ſit ſitū in linea



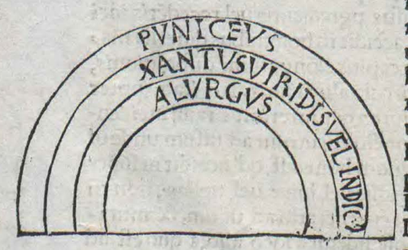
ab, quæ est in superficie horizontis, & centrũ uisus sit centrũ horizontis, q̃ sit pũctus f, patet quod lumẽ sic reflexũ centrũ uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter dispositio iris non uidebitur: qd' si uaporis cõtinui superficies superficiei secãtis corpus luminosum nõ æquedistet, sed cũ ipsa cõcurrat, si illæ superficies sub horizonte cõcurrant idẽ accidit impossibile, & eodẽ mõ deducendũ, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizõte ad uisum reflecti sit possibile, nõ tñ uisus illoꝝ passionẽ aliquã iudicabit, nõ ẽm uidenť ea q̃ sub horizonte, cũ horizon sit circulus q̃ est terminator uisus, & cũ superficies horizontis sit obliqua super superficiẽ uaporis, patet qd' radius â cẽtro corporis luminosi perpendiculariť incidens superficiei uaporis cadit sub horizonte, oẽsq; radij nõ perpẽdiculariter superficiei uaporis ultra superficiẽ horizõtis incidẽtes reflectunť ad partẽ contrariã centro uisus in cẽtro horizontis cõstituti, nõ ergo uidebitur iris cẽtro uisus & supficie illius uaporis taliter ad inuicẽ dispositis, qd' si nõ sub horizõte, sed super horizontẽ cõcurrant illæ duæ superficies, una uaporis & alia secãs luminosum corpus, tũc iteꝝ lumẽ ad uisum reflecti nõ est possibile, ex causis prius dictis. Semper ẽm angulus a c d, cũ sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi, ergo reflexio nunq̃ fiet ad uisum qui est in centro horizontis. Sed etiã dato qd' in aliqua p̃missarũ dispositionẽ fiat reflexio ad uisum, qd' tñ est impossibile, nõ ꝓpter hoc iris uidebiť, qm̃ propter uaporis cõtinuitatem fiet luminis multa in supficie uaporis generatio, & erit lumẽ cõtinuũ q̃ ad uisum reflexũ ipsum debilitabit, nec in ꝓfundum uaporis ipsum permittet inspicere, & dicit uulgus qd' tale lumẽ est sol aqueus, nec habet distinctionẽ aliq̃ colorũ, & etiã si dictæ superficies super horizontẽ cõcurrent, tũc iris reflexa uideret ad cenith capitis sensibilis secundũ gibbũ circuli q̃ uideť, quod totũ sensui est contrariũ, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nõ est cõueniens iridẽ causari. Sed inter uaporẽ aqueum continuum, & inter aquã depluentẽ â nubibus est quoddã mediũ qd' dicitur uapor roridus, & fit qñ frigus condensare incipit uaporẽ aqueũ in formã ꝓpriã. s. aquæ reducere, tũc ẽm condensanť raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis distãtia q̃ rotundari incipiũt, non dum tñ ꝓpter debilitatẽ agẽtis reducunť ad formã ꝓpriã quæ sibi det motũ ad inferius, & tũc illæ uaporis particulæ sunt quasi quædã parua specula in qbus solũ apparet color corporis radiosi sine quãtitate et figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotũdari ꝓpter æqualẽ ex oñi parte uirtutis cõdensantis actionẽ quouscq; materiã cõdenset, incidat lumẽ corporis luminosi, refrangiť ad posterius ipsius quilibet radiorũ sibi incidentiũ ad lineã perpẽdicularẽ â pũcto incidentiæ sup superficiẽ illius corporis ꝓducta p 4. hui 9, & qm̃ p 72. primi huius, illa ꝓpendicularis trãsit centrũ illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet super superficiẽ illius corporis oppositã corpi luminoso, & aggregabiť lumen in ꝓfundo totius cõsistentis istorũ corpusculorum ꝓpter refractionẽ factam in quolibet ipsorũ, sicut uidemus in cristallo rotũda qm̃ ultra supficiẽ illius posteriorũ fit aggregatio radiorũ in aere ad pũctũ unũ, ut patet p 46. huius, in quolibet aũt istorũ corpusculoꝝ siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodũ uia cõdensationis generatis, ut qñcq; possibile est fieri siue p modũ aggregatiõis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc ẽm q̃ ad irídis generationem nõ est diuersitas, quoniam in quolibet corpusculorũ taliũ semꝑ incidunt radij infiniti, quoniam etiã reflectuntur â superficie ipsorum corpusculorũ secundũ angulos incidentiæ suæ, quos faciũt cũ lineis maiores circulorũ dictorũ corpusculorum in puncto suæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuersi sunt, etiã ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum sextum librũ huius scientiæ, & radij incidentes facientes angulos cum lineis contingentibus corpuscula prædicta cum lineis signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus superius horizonte, & intersecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctum b, remotius â corpore luminoso, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidẽ obtusi sunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur, & in puncto ubi talium radiorum plurimoꝝ sit concursus in axe inter corpus luminosum & uaporẽ uisu posito uidetur lumẽ, & qm̃ istorũ corpusculoꝝ quædã sunt in quo secundũ æquales angulos, ut dictum est, radij incidunt â centro corporis luminosi, tales aũt radij ex omni parte nubis disperssi sunt infiniti, cũ ẽm tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in supficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiã æquedistante superficiei secanti corpus luminosum secundũ quod respicit uaporis consistentiã, & in illorum irradiatione pyramis figurať, cuius uertex est in centro corporis luminosi, basis uero in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuersas ptes diuersoꝝ corpusculoꝝ, q̃ cũ secũdũ similes angulos suæ incidentiæ reflectuntur ad uisum aliam faciunt pyramidẽ, cuius uertex est in centro uisus, basis uero eadem cum base pyramidis prioris, & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 62. huius, uidetur aũt illud lumen reflexum cõtinuum ꝓpter uicinitatẽ partium uaporis, & eorum distantiæ insensibilitatẽ â uisu, qui protensus ab illis fallitur ꝓpter sui debilitatẽ, & ob hoc uisus aggregatũ ab omnibus illis corpusculis reflexũ lumen sine congnitione uel perceptione distantiæ partium recipit, & iudicat tanc̃ unum, patet itaq; ex præmissis, qd' licet tota cõsistentia uaporis sit radiosa, & forte tota irradiata superficies sit multilatera, tñ semper uidetur circularis, cuius ratio est, quia non uidetur nisi quod de ipso secundũ æquales angulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis est reflexũ, qm̃ uero anguli ad basem sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt æqualia ꝑ 6. primi, ergo per 65. primi huius, centrũ uisus est polus, & supficies ad quã illæ æquales lineæ terminanť est circulus, & ita uidetur iris circularis. Potest etiam exempli causa idem aliter declarari, ut si ductis tribus lineis uel pluribus â punctis reflexionis orthogonaliter sup lineam ipsi totali consistentiæ uaporis â centro luminosi corporis perpendiculariter incidentẽ, illæ ẽm erunt in eadẽ superficie ex 5. undecimi, erũtq; æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in puncto cõcursus eaꝝ in axe, est centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uideť totus circulus radiosus, c̃ꝑuis in tota nubis consistentia ubicq; lumen existat, radij ẽm qui ad maiores angulos reflectunť c̃ꝑ sint anguli radioꝝ ad uisum reflexoꝝ ultra punctũ uisus ad alium locum axis reflectunť, radij aũt qui ad minores angulos eis qui ad uisum perueniunt reflectuntur, ad locũ alium axis infra centrũ uisus concurrunt, & sic neutri uidenť, nisi forte ab alijs uisibus in locis suoꝝ concursuũ existentiũ, & propter hoc accidit moto hoíe in ante uel retro aliã & aliam iridem uideri, qm̃ semp uisus ꝓgredientis uel recedẽtis incidit in pũcta aggregationis diuersoꝝ radioꝝ, sicut etiã accidit in hominibus diuersis magis uel minus â centro solis secundũ diuersam cenith capitis elongationẽ dispositionis, sub eodẽ tñ existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝓpter has causas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes superficiei totius consistentiæ roridæ in eodem puncto cõcurrunt ad uisum, unde uisus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & signum huius est, qd' accidit in superficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellaꝝ, non tñ uidetur nisi in puncto uel loco uno â quo est possibilis reuerberatio ad uisum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminosi uidetur â loco alio, â quo est ad uisum possibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo distincto in cultello nouo uel ferreo polito, uel alio, quia semp re immobili existente mutatur forma uisa,

uisu mutato secundū motum quo possibile est ad oculū reflecti,& in puncto alio non uidetur,aliud etiā signū huius est,quia.s.si aliquo existente radio solis per aliū qui est extra radium transuersaliter spergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiū, uisus eius qui est in radio forte non uidebit nisi colorē album,cum tñ spargens cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis,sed cōfusos,nisi dispositio corpusculorum radioꝝ sic disponatur,ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existētem.Patet itaq; ex p̄missis,qm̄ iris in uapore rorido generat̄. Signum aūt illius est, qa modicū stat iris,eò quod uapor talis cū sit ex materia graui,iā ad formā grauis accedēte stare nō potest sup̄ superficiē horizontis,nisi moueatur ad centrū grauium, quod est centrum mundi,secundū quod ei est possibile,& ob hoc etiā post apparitionē iridis quando operatione agentis condensatur materia,& reducit̄ ad formā potentē mouere, sicut pluuia,& ex corpusculoꝝ quolibet in uapore prius separatoꝝ fit p̄ cōdensationē materiæ gutta aquea descendens. Signū etiā eius est qd̄ dictum est prius,qm̄ aqua uaporose sparsa ore manu uel remo,ut apud nautas, in radio solari apparet iris,& iridis colores,& diuersi aspicientes uident illud,quia radij incidentes guttulis diuersimode reflectuntur,patet ergo ꝓpositum,quod est iridem in uapore rorido generari. Si autē dicatur,quia partes corpusculoꝝ in materia iridis non sunt omnes omnino sphærice, nō est uim facies instantia,quia idem accidit oīno in nō sphæricis, q̄d nūc dictū est de sphæricis,nunq; em̄ fiet iris nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatum propter sui difficultatem ab antiquis hoc theorema proponitur,multis em̄ mathematicoꝝ patuit figura & quantitas iridis,& sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus suppositа,color tñ quē uidimus nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus,nisi per distinctionem materiæ iridis secundū adusti,indigesti & opaci naturam,quod si hoc motum & possibilitatē rerum naturalium seruet & seruare ualeat intellectū eoꝝ qui scripserunt talia duximus relinquēdum. Colores aūt iridis secundum uerum,quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit,sic possunt declarari,quia em̄ totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus,& ipsius est multa ꝓfunditas,patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & īmixtius habet lumē mixtū,tñ cū colore uapis qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidens est,sunt em̄ omnes nigri,natura aūt lucis est immiscere se coloribus rerū ad quas reflectit̄.Est em̄ in pincipio secundi huius suppositum, lucem res coloratas transeuntē illaꝝ coloribus colorari,hoc em̄ patet sensui,unde etiā lumen reflexum secū defert colorem rei à qua reflectit̄ ad uisum,sicut patet in radio transeunte p̄ uitrum coloratū, cum itaq; lumen de natura sua fulgidū sit,ut patet,& recipiatur in gñatione iridis in uapore nigro aqueo,necesse est ipsum per 15.quarti huius, uisui colorē præsentare puniceum, & iridem in parte illa secundū uisum colorē habere puniceum ꝓpter fortitudinem uisus & plurimam ad ipsum in loco uicino reflexionē fortioꝝ radioꝝ ꝓpter uicinitatē corporis luminosi à q̄ fit impressio lucis reflexæ secundū lineam breuiorē,& qm̄ tota nubes est luminosa, & lumen semper secundū æquales angulos reflexum à diuersis superficiebus in profundo nubis æquedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundem reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uicinioris uisui,qm̄ ut patet per 68.primi huius, circuli æquedistantes in eadē axe suos habent polos,& idē punctus est polus diuersoꝝ circuloꝝ pater,quia etiam lumen qd̄ est in profundo nubis uideť, qm̄ uero illud lumen,est lumen refractū debile multo colori nubis q̄ niger est admixtū,& qm̄ uideť per pyramidē uisualē inscriptam ab eodē uertice,utpote à centro oculi ipsi primæ pyramidi uisuali secundum quam



quā uiciniores radij qui punicei apparent ad uisum reflectuntūr, quæ ad minorē basem inscribitur,patet p̄ 106.primi huius,qm̄ anguli qui ad basem inscriptæ pyramidis fiūt, maiores erunt anguli qui fiunt ad basem primæ pyramidis,lumen ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uisum reflectit̄,unde radij minus lumini uniti sunt,& debilius uisui offeruntur,anguli etiā quos in centro uisus faciunt,sunt minores, ut patet p̄ eandem 106.primi huius, qm̄ anguli qui fiunt p̄ radios primæ pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uideť lumen in corpore nubis,q̄ in superficie, qd̄ aūt sub minori angulo uideť minus uideť,ut patet per 20.quarti huius,hoc aūt patet experimentā ti in lumine stellæ uel candelæ, q̄ enim prius uisum est aperto oculo fulgidū,claudendo plane oculis amittit fulgorē,& incipit nigrescere.Item qm̄ à remotiori uideť tale lumē, ideo debilius uideť, remotio em̄ siue protensio uisibilis à uisu est causa debilitatis uisus, ut patet per 15.8.quarti huius.Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior,& magis aqueus,unde nigredo uaporis lumini incorporatū plus denigrat,& magis ipsum uisui obfuscatū p̄tat, & hoc quidē in coloribus iridis aliquā causalitatem habent,totalis uero causa oīmbus huius coloribus uniuersalis immixtio umbrorum ipsi fulgori luminis,qm̄ em̄ ut patet per p̄missam,uapor roridus est materia iridis,à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum p̄ 11.secundi huius,omnia corpora densa in parte luminoso corpori aduersam umbram proijciunt,patet qd̄ radij reflexi à remotioꝝ corpusculoꝝ superficiebus,umbrarū anterioꝝ corpusculoꝝ nigredini se immiscent,& sic permixti colore nigro umbraꝝ perueniūt reflexi ad uisum,& secūdū quod plus uel minus umbraꝝ nigredine permiscent̄,secundū hoc diuersificant actum suæ luminositatis,ī uarios colores, & huius rei signū est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbroso de sub manu in feneſtraꝝ periferijs uidenť. Signū quoq; huius est magnitudo maris,quæ propter umbraꝝ multiplicationē accidit in maribus aquaꝝ limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis mariū quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit,& obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris piloꝝ ipsaꝝ palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent,ad hāc umbraꝝ causam,ut ad quoddā uniuocū reducunt̄,ut patet in collis anatū & pauonū quæ secundū diuersam dispositionē diuersimode colorant̄,crispitudo em̄ suaꝝ pennarū alias hinc & inde proijcit umbras,quæ p̄mixte lumini diuersos hinc & inde procreant colores,ut patet intuenti,nec em̄ alias præmissoꝝ causas nostro potuimus indagare ingenio,existentibus em̄ tñ 22.uisibilibus,nullum alioꝝ uisibiliū præter umbram, & lumen hoꝝ coloꝝ apparentium uisui uideť esse causa,unde & hunc colorū iridis æstimauimus proximā esse causam,nullū tamē uidimus quē intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit.Sed huius rei facilis oīes alij difficiles uisi sunt dare causas.Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti,alia quæ præmisimus ponentes,ut quædam adminiculantia huic causæ.Istis itaq; præmissis causis uel omnibus uel pluribus uel aliq̄d sensibiliter concurrentibus intersectione pyramidū reflexionis basiū æq̄distantiū,tunc deficit iudiciū uisus,& lumē magis mixtū uaporis nigredini minus q̄ refractū,sub maiori q̄ angulo reflexū & sub angulo maiori uisum,& ī miori distantia à se ipso positū,& in materia grossiori radiatū,& umbris plurib. p̄mixtū uisus iudicat magis ab albo recedere q̄ puniceū,uideturq; illud lumen reflexū sibi uiride seu prassiū,& secundum colorem prassium plurimū pyramidū facta reflexione cum dictæ sensibiliter à prius entibus conditionibus uariant̄,uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui color alurgus siue lasurus,qui uaporis magnitudine umbris q̄ pluribus magis permixtus est q̄ prassius,& demum cū secundū hunc colorē alurgū plurimū pyramidū uisis circūferentis basium sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari,& cū lumen amplius ad uisum sit dispositū non reflectit̄, fit nigrum, qd̄ amplius permixtū lumen non uideť. Signum uero prædictaꝝ est,quia cū aliquis post q̄ solem uel aliq̄d corpus fulgidū aspexerit,claudit oculos subito & fortiter,primo q̄dem obducto oculo pelle,qd̄ prius uidit fulgidum,uidebit puniceū, deinde prassium,deinde purpureum, post in nigrum colorem

rem forma lucis decidens exterminaſ,& ſic facto motu in uiſu de albo ipſo paulatim exterminato ſemper in propinquius nigro fit reſolutio. Patet itaq; ex præmiſſis, qm̃ iris ſit tricolor, quorum colorꝫ ſupremus eſt puniceus,& color uiridis ſub puniceo continetur,qm̃ color circũfrentiarum baſium uiridium ſub colore baſium circũferentiarũ punicearum fertur ad uiſum,& ſimiliter color alurgus ſub uiridi continet eadem ratione,& ſic uidetur unus arcus coloratus ſub alio arcu continuo colorato. Color uero xantus qui inter colorem uiridem & colorẽ puniceũ uidetur, in iride non eſt color diſtinctꝰ ab aliis,ſed ex cõmixtione uiridis & rubei uiſibus occurrit. Puniceus enim color iuxta praſſinũ uiſus albus uideſ,quia & purpureus color iuxta nigrũ albus uideſ,uiride em̃ p mixtum eſt albo,& ob hoc color xanticus,quia ꝓpinquior ẽ nigro cꝫ puniceus,inter puniceũ & uiridẽ uideſ,unde etiã facta iride in nube nigerrima,color ſuperior nõ eſt puniceus,ſed xanticus uideſ,ꝓpter multã nigredinis uaporis cũ lumine permixtionẽ,& reſolura nube qd' prius uidebaſ puniceũ demum album uideſ, praſſinũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ,& alurgum ad uiridẽ,& iam uidit quidã uir experientiæ iridem totam albã,qd' accidit ꝓpter materiæ raritatẽ & luminis claritatẽ,& uiſus optimã diſpoſitionem in ſe,& in diſtantia ꝓportionata ad rem uiſam,uel forte ꝓpter uaporis plurimam groſſiciem & denſitatẽ,in quo nõ potuit lumen penetrare in ꝓfundũ, ſed fiebat à ſuperficie uaporis reflexio,& ꝓpter hoc lumen nõ receperat colorẽ à colore corporis ſibi cõmixto,nec miſcebaſ nigredini umbrarꝫ,unde reflexio faciens iridẽ in forma luminis reflectebaſ ſine admixtione nigredinis & umbrarꝫ. Signum uero diuerſæ apparitionis colorꝫ eſt qd' uidetur in texturis purpurarꝫ,in quibus colores iuxta alios poſiti plurimã faciunt differentiã & mixtionẽ in uiſu,nõ em̃ idem uidetur purpureũ iuxta poſitũ albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc ꝓpter claritatẽ aliqualẽ quẽ color accipit à uicino ſibi colore aliq̃ fantaſiæ colorũ in uiſibus oriũtur. Sicut etiã accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus ꝓpter admixtionẽ impuri luminis, & accidit eos peccare, & alios colores pro aliis accipere,colorũ alietate ex immixtione ipſius luminis generata, & ſic non inconuenienter dici poſſit,qd' mediꝰ colores iridis,à mediis pyramidibus ſecundũ dictas circũſtantias & diuerſarꝫ umbrarꝫ permixtionẽ cum lumine generentur, Numerũ aũt colorꝫ iridis ſecundũ antiquos in ternario decreuimus,extẽdũt em̃ in tantũ colorꝫ nomina,ut color medius illius extremi coloris nõ habeat cum quo niger participat in natura,& ſic iridem tantũ tricolorẽ eſſe neceſſario cõprobatur, nec poſſunt picto res tales colores plenarie ſimulare. De coloribus qui apparent in iride generata ex uapore aqueo ſparſo ore uel ſubtili artificio manu uel remo,tota cauſa dicta eſt,cum em̃ lumen ad talia corpuſcula incidit,& ab eis reflectitur ad uiſum in radio poſitũ,uel in feneſtra per quã incidit radius uerſo occipite directe ad centrũ ſolis,tunc lumen propinquius reflexum tanti eſt luminis,qd' remotius reflexum lumen ꝓpter admixtionẽ umbrarum ſuperiorꝫ corpuſculorꝫ propinquiorꝫ uiſibus & corpori luminoſo magis & magis obtenebratur ſecundum modos prius dictos, uidebiturq; ſic conſtituto uiſu iris ex cauſis prius dictis rotundata,taliter aũt uiſu diſpoſito ad radium uidebuntur propter inordinatam reflexionem ad uiſum colores iridis inordinati,qm̃ illa reflexio cum non fiat ſecundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit,& ſecundũ quod lumen corpuſcula rorida contingit,ſic ſecundum aliquã reflexionem perceptam lumẽ colores uarios uiſui inducit,ſed quãto remotiores ſunt radij à principio ſuæ aggregationis in feneſtra,tanto colores magis efficiunt opacos propter plurimam umbrarꝫ immixtionem ipſi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æſtiuis circa horam ueſpertinam uel modicũ ante circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneũ,quod dicitur Scopuli,aquam uehementer præcipitari, deſcendentesq; ad uidẽdum,quid in ipſo poſſet accidere ſoli ſibi oppoſito,uidimus iridem perpetuam ſole circa aſpectum illi debitum exiſtente,& multas ex proprietatibus iridis notauimus, unde quia ea quæ prius ſcripta de iride fuerant,nobis non per omnia ſufficere uidebantur, excepto eo quod inuolute ſcripſerat Ariſtotelis,illud nobis principium cogitationis fuit,ut præſenti negotio ſtudium applicaremus, patet itaq; propoſitum.

Corona

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis ſolis uel lunæ uel ſtellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uiſum.

Impreſſio quæ Græce dicitur halo,& Arabice alileti. Latine dicitur corona, fit autẽ hæc impreſſio in uiſu ex incorporatione luminis in aliqua conſiſtentia uaporis. Cũ em̃ ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus cꝫ in medio lumen ſenſibilius fieri ſit impoſſibile, patet quod ad generationẽ halo neceſſarium eſt aliquem uaporem corpori luminoſo & uiſibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus cõmunis interponitur uiſibus,& corpori luminoſo non potente illum uaporem cito diſſoluere uel diſgregare, tunc fit ad uiſum refractio luminis ſecundum circulum per 62. huius, lumen em̃ ſecundum æquales angulos illi uapori per ignẽ & aerem incidens ſecundum æquales angulos refrangitur ad uiſum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uiſum, qm̃ propter refractionem luminis, ut patet per 4. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum em̃ lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uiſui quaſi duplicatur, & peruenit uehementius ad uiſum,& ſi forte uapor ille ſit roridus diſtinctus per corpuſcula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & qm̃ idem radius incidens ſuperficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto ſuæ incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis à quo refrangitur productam, & ſecundum extenſionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. ſecundi huius, & qm̃ radius incidẽs & refractus nõ ſunt linea una, ſed angulũ cõtinẽt. Ideo patet qa radius refractus refrangit umbrã ꝓiectã à corpe cui icidebat, q̃ tñ eſt modica, qa ut plurimũ corona uideſ in uapore raro leuiter condenſato, uerũtñ quia retro uaporis illius conſiſtentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uiſum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uiſus non eſt umbrarꝫ nigredine permixtum, ſed liberum ab illis,& propter hoc ſemper uidetur album uel forte modico & indiſtincto colore aliqualiter rubeo ſecundum ſe totum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium, ideo illi radij ſub actu coloris pueniũt ad uiſum, fitq; diſtinctio colorum ſecundum modum diuerſitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; ſolaris, ſed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ eſt materia coronæ ſubito diſſoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & ſtellarũ primæ magnitudinis, quorum lumen illam conſiſtentiam uaporum diſſoluere non poteſt, à minoribus uero ſtellis non accidit halo propter ſui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non poteſt. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere groſſo, ut plurimum flante Euro,& tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium ſuperiorum ſuper infimas accidit uiſibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præſentari, patet itaq; propoſitũ.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à ſeptentrionalibus uiſibus non eſt poſſibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus puræ Mathematicis ſibi ad inuicem inſcriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem cauſantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidũ conſequuntur, ſemper enim oportet ut centrum uiſus ſit inter centrum corporis luminoſi & centrum iridis, ad hoc ut illa impreſſio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impreſſiones colores iridis ſimulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autẽ iris meridiana à uiſibus ſeptentrionalibus uideri non ualeat, ſatis patet ex aliis quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum luminis admixtionem per ſe cauſantur, poteſt etiã occaſionaliter id patere per hoc quod materia iridis, in approximatione corporis luminoſi de facili reſoluitur in aquam, uel

ſubtiliatur in aerem lucidum,à cuius ſuperficie non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamen tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiã quia colores iridis qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem rorídum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſſibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparere, forte accidit quod materia in qua plus meridionalibus à uapore rorído iris uidetur reflexa, tũc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita ꝙd uapor idem eodẽ tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor rorídus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus in completis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor rorídus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis ſuper horizontem quaſi in ſuperiori hemiſperio concurrant, aliter ẽim uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo puncto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, non eſt poſſibile fieri niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtra habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia non interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

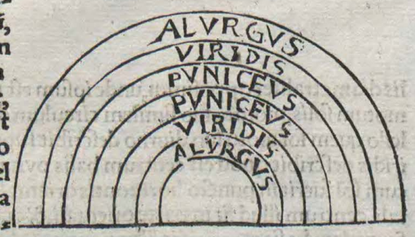
Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum modũ diametri ſenſi-

ſenſibiliter extenduntur, ſolis utpote, quia eſt corpus maximum quantitate omnium luminoſorum corporum & puriſſimæ ſubſtantiæ, lunæ uero, quia ipſa terræ eſt uicinior, unde eius radij uiſui ſenſibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis ſenſibilitate excuſat uiſum paruitas ipſorum corporum reſpectu ſolis, & magna à nobis diſtantia reſpectu lunæ. A ſole autem iridem fieri cognitum eſt ſenſui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri eſt poſſibile, & hoc eſt ſæpe uiſum maxime apud plus ſeptentrionales, quibus ſæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ irídem obſeruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uidereẽ ſecũdũ quod ſe offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert ſe totiens materia, & ſi agens ſemper ſit diſpoſitum ad diffuſionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Ariſtoteles non conſiderauit fieri iridem lunæ in loco ſuæ habitationis niſi bis in 50. annis, fiunt autem irides lunæ plures in crepuſculis luna plena uel gibberoſa magna exiſtente poſita circa orientem ſuper horizonta ſic, ne radij ſolis uideantur, fiunt etiam in nocte, ſemper tamen in oppoſito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris ſolis, ſimiliter & colorum diſtinctiones, qui tamen ſunt albiores coloribus iridis ſolis, cuius cauſa eſt, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, ſcilicet noctis & nubis, albũ quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum eſt debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & ſimiliter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur, & ſic tota iris lunæ albior uidetur quam iris ſolis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non ſunt tam nigræ ut umbræ ſolis, & huius cauſæ ſunt diuerſæ, ut dictum eſt, lumen enim lunæ eſt pallidius lumine ſolis, unde colores ex cõmixtione ſui informati inficiuntur, nec accedunt ad ſummum formæ ſibi propriæ, ſicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per ſenſum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs ſolis & lunæ tantum, non autem ex aliarum ſtellarum radijs quarumcunq;, quod eſt propoſitum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus ſitu colorum differentibns poſſibile eſt uideri.

Verbi gratia, cum non ſint plures niſi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non eſt poſſibile diuerſificari colores iridis in ſitu, niſi ſecundum extremorum colorum, ſcilicet punicei & alurgi localem tranſpoſitionem, quia ſemper medius manet in cauſalitate media inter iſtos, & ob hoc patet ꝙd plures q̃ duæ irides ſitu colorum differentes fieri non poſſunt, quia color medius non poteſt habere cauſam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis ſint tranſpoſiti in ſitu. Quod autem quãdoq; plures irides eiuſdem ſitus in coloribus uidentur una ſub alia, ut primo rubeũ, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeum, & idem uiride, & demum alurgum hoc accidit propter diuerſitatem materiæ, in diuerſis ſuperficiebus, quarum una eſt ante aliam, & quos accidit ſub uno angulo uideri, unde uidentur quaſi ſint habitæ uel cõtiguæ, qd' ſi in angulo ſit diuerſitas ut ꝙ exiens à uiſu, trãſiens per gibbum iridis unius ſcilicet inferioris, non tranſit per gibbum ſuperioris, tunc uidebũtur concurrentes, & inter alurgum ſuperioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, ſcilicet alba, quoniam ab illa parte nubis pro-



pinquioris uel remotioris ipſi uiſui cꝫ uideꝫ reflexionis ad uiſum illum cõueniat, non fit reflexio luminis ad uiſum, quod non accideret quando ſub eodem angulo uidentur. Sunt tñ huiuſmodi irides ſemper in diuerſis ſuperficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis cauſantur, & ob hoc ipſorum eſt quaſi centrum unum, quod eſt centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquediſtantes in uiſu ipſorum periferiæ, & poſſibile eſt, licet non ſæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliam uiſui offerantur, & iſtud poterit probari duobus aquam in radio ſpargentibus, uno ſcilicet ſub reliquo, tunc enim iris ſub iride poterit uideri, ſed idem erit ordo in ſitu colorum iridis utriuſcꝫ, neuter tamen alterius iridem uidebit, ſed cuicunqꝫ ſua in eodem tempore uiſui occurrit. Impoſſibile autem eſt quod hic fiat in eadem ſuperficie, ſcilicet quod plures irides eiuſdem ſitus in coloribus appareant, quoniam ab illa ſola parte ſuperficiei fit reflexio, ubi ſecundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiuſdem ſuperficiei ſuperioribus uel inferioribus periferia prædicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris ſemper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari & remotioribus à uiſu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur reſpectu eius, quod ex interioribus radijs cauſatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoqꝫ colores interioris iridis contrapoſiti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapoſitos dicimus, quando ſicut iridis interioris color eſt puniceus, qui eſt in exteriori circumferentia ipſius, ſicut exterioris iridis color eſt puniceus, qui eſt in interiori periferia ipſius iridis, mediuſcꝫ utriuſcꝫ iridis color eſt praſſinus. Interiorcꝫ color interioris iridis eſt alurgus, ſicut exterior color iridis exterioris. Sic autem diſpoſitis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis ſunt debiliores quàm interioris iridis colores.

Huius quoqꝫ cauſa aliqua eſſe poſſet, ſi illi colores omnes in una nubis ſuperficie uiderentur, quia tunc colores exterioris iridis per magnam diſtantiam uiſui apparerent, ſicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendũ ponamus exempli cauſa ſolem ſuper horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrũ baſis pyramidis irradiationis & centrum uiſus, & centrum corporis radioſi, quod eſt ſol ſunt ſemper in eadem linea. Centrumqꝫ baſis pyramidis irradiationis & pyramidis uiſionis eſt unũ punctum centro ſolis diametraliter oppoſitum, unde ipſum eſt nadir ſolis, & mouetur ſemper ſecundum motum ſolis, motuqꝫ ſuo ſimilem circulum deſcribit, circulo motus ſolis, ſcilicet ei parallello quem ſol motu ſuo diurno deſcribit ſuper horizonta, talem enim dictum centrum iridis deſcribit quod eſt centrum baſis pyramidis illuminationis ſub horizonte, & ſicut cum ſol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro ſolis ad circumferentiam baſis pyramidis illuminationis ſunt æquales per 89. primi huius, palam qđ ſuperficies baſis prædictæ pyramidis ſic horizonta interſecat, quod ipſa cum ſuperficie ſecante ſolem orthogonaliter inſiſtente horizonti concurret ſub horizonte, ergo facit angulum ſuper horizontem obtuſum reſpectu uiſus, nec mirum quoniam horizon cum tranſeat per unum polorum circuli baſis ut per centrum uiſus, qui eſt polus illius

poſas illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non tranſit, quælibet ergo pars ſuperficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ eſt ſuper circulum iridis in parte altiori plus à uiſu elongatur, & ſi ab ipſa reflecti accidat radios ad uiſum, neceſſe eſt ſuperiores nigriores uiſui apparere, reſpectu eorum radiorum qui à partibus eiuſdem ſuperficiei in ſuperioribus illis ad uiſum reflectuntur, ut patet per penultimam & ultimam quarti huius, & fit ſuperioris iridis inferioris periferiæ quæ uicinior eſt uiſui colores puniceos, mediæ uero praſſinos, ſupremæ uero alurgos neceſſe eſt uideri, & uincit quantitas diſtantiæ in magnitudine exceſſus elongationis quãtitatem angulorum reflexionis & quantitatem angulorum uiſionis, & ob hoc colores iridis ſuperioris cõtrapoſiti quandoqꝫ uidentur coloribus iridis interioris in qua ſuperior periferia ſemper uidetur punicea, quoniam quando ad uiſum ab illa parte ſuperficiei fit reflexio imꝓportionata reflexionibus diſtantia, tunc radij inferiores eiuſdem ſuperficiei in eadem diſtantia ad uiſum reflecti non poſſunt, eo quod in proximitate debitam diſtantiam excedunt, ſunt enim tali uiſui proportionata reflexioni diſtantia uiciniores quod ergo uiſui de proximo uapore irradiatũ apparere poteſt, puniceum apparet propter unitatem & alias cauſas in 65. huius, prius dictas, uiſui uero profundato ulterius in uapore ſecundum modum diſtantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiſcentur, & uariantur colores ſecundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibboſitas quo ad uiſum, & ob hoc forte dictum eſt à quibuſdam, nubem fore concauam in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat adſcribi, quia uapor quo ad conſiſtentiam ſui totius eſt integer plenus corpuſculis diſtinctis, ſicut uidentur athomi totum ſolis radium implere, & eſt talis uapor à parte poſteriori à ſole groſſior quàm à parte anteriori ſolem aſpiciente. Quod ſi centrum ſolis in periferia orizontis poſitũ fuerit, ſic ut baſis pyramidis illuminationis ſit orthogonaliter horizonti inſiſtens, adhuc radij exteriores ad uiſum reflexũ, ſunt longiores reſpectu eorum qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim trigono ad uiſum terminato maiori angulo opponũtur. Sic ergo patet, quod corpore ſolis ubicunqꝫ poſito exterioris iridis colores reſpectu colorũ iridis interioris poſſibile eſt contrapoſitos apparere. Omnes aũt colores ſecundæ iridis ſunt debiliores neceſſario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis diſtantibus à perpendiculari & ſecundum maiores angulos ad uiſum reflexis, propter quod iſti radij cum radijs incidentibus minus aggregãtur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo qđ nunc præmiſimus utimur, ꝓ principio ad propoſitum declarãdum diſponente, & ſi ipſum nõ ſit circa cauſam, manifeſtũ eſt enim quod illi radij cum ſint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uiſum, ſcilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uiſum cũ lumine, niſi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem diſponatur, & niſi lumen eorum innatum uiſibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipſis ad uiſum reflexorum producatur, & huius ſignum eſt albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiã ſuperiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis ſuperioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uiſum non reflexũ, cum enim radiorum ab eadem ſuperficie reflexibiliũ qui ad uiſum in aliquo uno loco diſpoſitum reflecti poſſunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectũtur, nullus ſuperior radiorũ reflectetur ad illum uiſum, ſed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uiſionis ſimplicis illi uiſioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & ſi plurimi radij ꝑter eos qui ad illum uiſum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi ſe diffundant, lumẽ tamẽ ad illum uiſum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non poteſt, quoniam cadunt illi radij in ſuperficiebus uaporis aqua, ſicut à ſuperficie improportionata adhuc uiſui nõ eſt cõueniens diſtantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi ſecundum angulos in illa pyramide acutiſſimos radij incidunt ipſi nubi, alij uero radij poſteriores his radijs in punicea piferia inferioris iridis ad maiores radios angulí incidunt quo ad uiſum, cum ſint in profundiore ſuperficie à uiſu ad illam ſuperficiẽ ua-

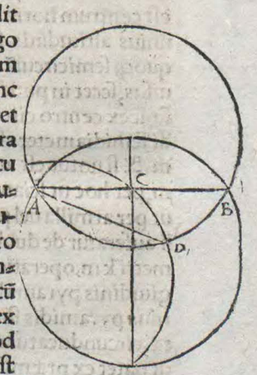
poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter non poterant reflecti, & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficie cum prima iride siue in alia superficie sit consistens cū radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos cōstituunt, fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineæ interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio, tota ipsarū superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē supremā, et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorū corpusculorum colorem participāt, qui ad corpus oppositum mixtum cū lumine transmutatur per secūdam quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoq; secūdæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiā magnā insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per tertiam quinti huius, & per decimam huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarū permiscentur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, ppter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quādoq; uideant̄, ut in p̄missa declaratur, patet ergo ꝓpositū.

LXXIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidētem propriā iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet, quod quādo superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per cenith capitis, quoniam ut patet p 62. huius, & declaratum est in præhabitis centrū uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, cenith enim capitis est polus ipsius horizōtis, linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiē horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius centrum, quoniā cum ipsi ambo sint circuli magni sphæræ mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cū per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis, hæc enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionem per æqualia secabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq; sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis, & hæc linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per decimā

decimamnonā undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusq; duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b, sitq; communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b, subtendantur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmissis quod ipsæ sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus iridis qui est a d est æqualis ipsius arcui b d, pars ergo periferiæ iridis quæ est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quæ per circulū altitudinis per æqualia est diuisa, quod est propositum. Vnde manifestum est correlariū perpulchrum, scilicet quēlibet uidentem iridem, priam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super cenith capitis uariatur, patet enim quod diuersorum diuersa sunt cenith, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semp oculos uidentis est centrum horizōtis, si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distantiam latitudinis uniuersi tantum, tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi à corpore nubis secundum diuersa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipsorum à uapore roridо maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, q̄ si appareant in superficiebus diuersis æquedistantibus, tunc secundum æquales circulus iridis uideri poterit, & sequetur iris fugientem et fugiet sequētem, ut dixímus in 63. huius, est tamen eis idem circulus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmissa arcum iridis qui est super horizonta, in duo æqualia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuidentia sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & signum huius est, quod si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frontem suam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroq; oculo distantem, quod si aquā secundo sparserit, & oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter distantem à centro sinistri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauserit, tunc enim iterum uidebit arcū æquedistantem à centro dextri oculi, sinistrumq; oculum secantem, ex quo manifeste patere potest, quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secūdum uidentium mutationem, & quod materia sua est uapor roridus, et quod distinctio colorum non est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum cui color essentialiter aduenit ex cōmixtione nigredinis umbrarum.



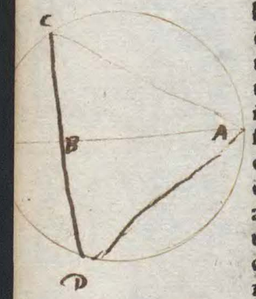
LXXIIII.

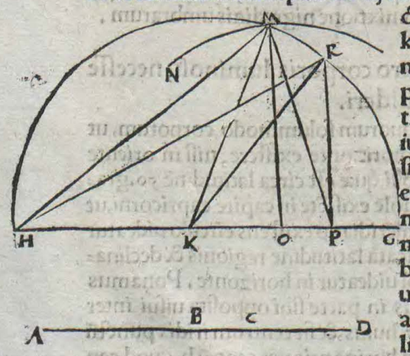
In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatæ iridis uideri.

Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ, quorum solummodo corporum, ut in 68. huius dixímus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra, scilicet Poloniæ, habitabili, quæ est circa latitudinē 50. graduum, & quāuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existēte in capite capricorni, ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoq; sol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; solem in oriente cuius centrum sit a, fiatq; iris in parte sibi oppositа uisui inter medio existente, & erit illa iris ad occidentem per 67. huius, & fit centrum iridis punctū b, ducaturq; diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per centrū b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis, qm̄ per 64. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus & centrum iridis necesse est in eadem linea esse. Eiusdem

uero

uero lineæ partem in eadem ſuperficie, partem in ſublimi eſſe eſt impoſſibile per primã undecimi. In ſuperficie uero horizontis eſt ex hypotheſi centrum ſolis & centrum uiſus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in ſuperficie horizontis, et ſit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c eſt æquale laterí a d, per 89. primi huius, quoniam ſunt lineæ longitudinis unius & eiuſdem pyramidis, & latus c b æquale eſt laterí d b, quia ſunt ſemidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune eſt ambobus illis triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a eſt æqualis angulo d b a, uterq; itaq; eſt rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit ſuperficies horizontis erecta ſuper ſuperficiem circuli iridis, tranſit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim ſectio illorũ circulorum non poteſt eſſe niſi diameter circuli iridis quæ ſemper ſuũ circulum diuidit per æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis eſt ſuper horizõta hoc uidetur, Sic ergo poſito centro ſolis uel lunæ in puncto horizontis, ſemicirculus iridis uidetur, niſi forte tanto minus quantum eſt differentiæ, propter hoc, quod centrum uiſus non eſt uerum centrum uniuerſi. In hoc autem non eſt ſenſibilis differentia, & ſi ſit, non eſt in generatione iridis, ſed in uiſione ipſius, & hoc eſt quod hic proponitur demõſtrandum. Poteſt & idem aliter demonſtrari. Sit ergo ſecundum diſpoſitionem priorem centrum ſolis in aliquo puncto horizontis quod ſit punctum h, & ſit k centrum uiſus, quod eſt centrum horizontis, & ſit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo ſemicirculus unius altitudinis ſuper horizontem orthogonaliter ex centro k quæ ſit h m g, hunc quoq; ſemicirculũ altitudinis arcus iridis generatæ in oppoſitæ ſolis interpoſitione cẽtro uiſus, ſecet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniam lineæ h k, k m & k g, omnes ſunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo ſunt æquales & omnes notæ, quoniã mundi ſemidiameter eſt nota, ut ſi ipſa ſupponatur eſſe 60. partium, producatur itaq; linea h m, & ſi notus eſt angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem poteſt angulus h k m, per hoc ut ſciatur arcus m g, qui eſt arcus altitudinis, qui ſciri poteſt per inſtrumentũ, ut per armilla uel per aſtrolabium uel quadrantem, quo ſcito ſcitur angulus m k h, quæ ſi auferatur de duobus rectis, ſcitur angulus h k m, & ſic ſcitur linea h m, reſpectu ſemidiametri k m, operatione illa qua utimur in ſcientia aſtrorum, linea uero h m, cũ ſit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis ſint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circunducatur itaq; circulus iridis ſuper ſuperficiem horizontis eam interſecãs, quæ ut patet ex præmiſſis tranſeat punctum m, circuli altitudinis, ſit quoq; ut ipſe circulus iridis ſecet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum eſt, & lineæ h m & k m ſunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ eſt proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam ſecundam, eadem eſt cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, eſto ut ſit ꝓportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, ſicut lineæ h m ad lineam k m, & quoniam linea h m eſt maior quàm linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b eſt maior quàm linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ ut ſit proportio lineæ b d ad lineam a b, ſicut lineæ a b ad lineam b c, & quia quæ eſt proportio lineæ h m ad lineã k m, eadem eſt linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, ſicut lineæ b d ad lineam a b. & quia proportio lineæ h m ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per ſeptimam quinti, ex præmiſſis eſt nota, proportio ergo lineæ a b ad lineã b c, erit





b c, erit nota, ergo ipſarum utraq; eſt nota ſecundum aliquam quantitatem ſuppoſitam in altera ipſarum, ſed & proportio lineæ b d ad lineam a b eſt nota, ergo & linea a b eſt nota, linea b d eſt nota, ſed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d ſit nota, ſed linea h k eſt nota, quia cum ipſa ſit diameter horizõtis, erit ipſa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota eſt proportio a b ad b c, ſicut b d ad a b, & a b eſt maior quàm b c, ut patet ex præmiſſis, erit ergo b d maior ꝙm a b, relinqueturq; c d maior quàm b c, hoc autem patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſcunq;, linea ergo proportionalis lineæ h k eſt linea c d, illa erit minor quàm linea h k uel quàm linea k g, abſcindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & ſit linea k p. Eritq; linea k p, ſecundum præmiſſa nota, copuletur itaq; à puncto p, ad punctum m, linea in ſuperficie circuli altitudinis quæ ſit p m, eritq; neceſſario ut quæ eſt proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem ſit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod ſi dicatur hoc non eſt poſſibile, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineã m p quæ ſit p r, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p, eadem eſt lineæ a b ad lineam p r, quæ autem eſt proportio lineæ c d ad lineam h k, eadẽ eſt lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimamſextam quinti, quæ eſt proportio lineæ b c ad a b, eadem eſt lineæ k p ad p a, & ſic lineæ c d, b c, a b, ꝓportionales erũt lineis h k, k p, p r, ſed q̃ eſt ꝓportio lineæ a b ad b c, eadẽ eſt lineæ b d ad a b, ergo & in ipſarũ ꝓportionibus ſic erit, qđ ſicut ſe habet linea r p ad p k, ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad lineã p r, ducanť ergo lineæ h r & k r, fientq; duo trianguli q̃ h r p & k r p, quarũ communis eſt angulus r p h, & latera dictũ angulũ cõtinentia reſpectu diuerſorũ trigonorũ ſunt ꝓportionalia, quæ em̃ eſt ꝓportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineã p k, latus minoris trianguli, eadẽ ꝓportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineã p r, latus trigoni p r k minoris, ergo p̃ 6. ſexti, illi trianguli ſunt æquianguli, ergo p̃ 4. ſexti, latera ipſorum æquos angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia. Eſt ergo ꝓportio lineæ h p ad lineã p r, & lineæ p r ad lineã p k, ſicut lineæ h r ad lineã k r, ſecundũ q̃ ꝓportionem habet linea h p ad lineã p r, hanc habet linea b d ad lineã a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & ꝙ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypotheſi, p̃ 11. ergo quinti patet, quòd q̃ ꝓportionem habet linea h r ad lineã k r, hãc habet linea h m ad lineã k m, hoc aũt eſt impoſſibile & cõtra 56. primi huius, qm̃ in ſemicirculo quocunq; duabus lineis ductis ad quodcũq; punctũ ꝓiferiæ. ſ. una à termino diametri & alia à centro, ut ſunt in ꝓpoſito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eiſdem punctis ad aliũ punctũ circunferentiæ quodcũq; duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſſibile. Eſt ergo impoſſibile lineã a b ad aliã minorem lineã ꝙ linea p m, eandẽ habere ꝓportionẽ ꝙ linea b d ad lineã h p, uel ꝙ linea c d ad h k, uel ꝙ linea b c ad k p, ſed neq; poteſt linea a b, habere illã ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m, qm̃ eadem eſt ratio, & eodẽ modo deducitur ad impoſſibile, ergo quæ eſt ꝓportio c d ad lineã h k, uel lineæ b c ad k p, eadẽ erit lineæ a b ad p m, & ſequiť repetita priori demõſtratione, q̃ ducebat ad impoſſibile. ſ. q̃ eſt ꝓportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadẽ ſit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus ſemicirculis altitudinis circa centrũ k, ſub horizonte ꝓportionales lineæ prædictis lineis h m & k m, ducantur ſecundũ modũ 65. primi huius, ſi ergo linea m p, ſic ꝓpendiculariter inſiſtens diametro h g, tũc poſito centro p, ſecundũ ſemidiametrũ p m, deſcribaťr circulus, qđ ſi linea p m, nõ ſit ꝓpendicularis ſup diametrũ h g, polo itaq; exiſtente puncto p, p̃ 65. primi huius, quoniã ille punctus diſtabit æqualiter ab oĩbus in illis ſemicirculis ſignatis pũctis ſimilibus pũcto m, ducaťr circulus ſecundũ diſtantiã lineæ p m, qui attinget omnia dicta pũcta ſemicirculoꝝ altitudinis in quæ cadũt p̃dictæ ꝓportionales lineæ ſiue anguli reflexionũ iridem cauſantes. Si em̃ dicatur qđ nõ attingat, accidet ſecũdum præmiſſam cõtrariũ 65. primi huius, qđ eſt impoſſibile, poteſt etiã ſic fieri ut ſemicirculus h m g, ſit medietas horizõtis, & facta diuiſioe in pũcto m, intelligatur circũduci ſidẽ ſemicirculus, nihil em̃ refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unum circũducere.

punctusq; m, circunductus describet circulum iridis qui est n m, circa centrum uel polũ p, secundum distantiam lineæ p m. Eruntq; anguli à termino diametri, scilicet puncto h, & à centro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circunductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus h m p, motu suo describet similes triangulos, & triangulus h m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p, non sit perpendicularis super diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duodecimam primi Euclidis, super diametrum h g, cadetq; illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmissis, & similiter linea m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq; ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k o m, motu suo in omnibus superficiebus reflexionũ æquales angulos causabit, punctum ergo o, est centrum circuli reflexionis factæ ad uisum, cum ergo centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizontem quæ est n m, & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficierum horizontis & iridis est diameter iridis. Idemq; accideret si linea m p, esset perpendicularis super diametrum, & hic est modus quo Aristoteles propositum concluſit, Sed tamen nõ est nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis sup horizontem existente centro corporis luminosi secũdum eius eleuationem, centrũ circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secũdum dispositionẽ proximæ. ſ. ut sit horizon circulus h m g, cuius diameter sit linea m h, & centrũ k, sitq; circulus altitudinis transiens per cenith capitis & p centrũ corporis luminosi qui est l m n h, & sit centrũ solis eleuatũ super horizontem in circulo altitudinis in pũcto n, & qm̃ p 62. huius, centrũ corporis luminosi & centrum oculi & centrũ basis pyramidis irradiatiõis semp sunt in eadẽ linea, cũ centrũ uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrũ uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea à pũcto n, producta p centrũ k, necessario cadens in aliquod punctũ circuli altitudinis qui sit l, & erit semicirculus altitudinis eleuatus sup circulum horizontis qui est h n m æqualis semicirculo n m l, & qm̃ sunt medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu qui est n m, erit arcus qui est h n æqualis arcui m l, sed punctũ l, est locus centri circuli irradiationis, & punctũ n, est locus centri solis, patet ergo quod quantũ centrũ solis eleuatur sup horizonta, tantũ centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur sup horizonta, & hoc est primum propositum. Cum aũt erit centrorum utrumq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9. minutorum, his enim est sol in meridiẽ in puncto tropici hiemalis in horizonte, & sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniã enim si sol est in horizõte, semicirculus tm̃ uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet p præmissam qd̃ quantũ centrũ solis uel lunæ eleuatur super horizonta, tantũ centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tũc super horizontem semp pars iridis minor semicirculo uidet̃, sicut patet in alijs paralellis

paralellis in sphæra, per quorũ centrũ nõ transit horizon, hi enim in portiones inæquales sub horizonte & sup horizontẽ secantur, patet ergo cũ corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit aut in horizonte aut super horizonta, quod nunq; cõpletus circulus iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporẽ & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum possit fieri reflexio, tunc enim impossibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Datæ iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantũ enim summoq; uaporũ consistentia eleuari possit iam ostendimus in 58. huius, sed non secundũ totã eleuationẽ illorũ possibile est iridem eleuari, qm̃ materia iridis est uapor roridus p 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus, si ergo datæ iridis semidiametrũ uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, faciliter habetur, pposítum, accipiatur eẽ altitudo sua p instrumentũ, circuliq; altitudinis suæ portio siue arcus interiacẽs horizõta & gibbũ iridis duplicet̃, & cũ arcu duplicato intrentur tabulæ chordarũ & arcuũ prima dictiõe almagesti positarũ, & extrahatur chorda arte cõsueta, eritq; chorda inuẽta diameter totius iridis, & ea diuisa p æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter nõ est iridis secundũ cuiusdã alterius circuli æquedistantis iridi, sed maioris iride, hoc nõ obstat, quod illi duo circuli in eundem angulũ solidũ cadunt apud centrũ mundi, quod tũc est centrũ uisus, unde qd̃ de uno dicitur de reliquo potest intelligi quo ad quantitatẽ, & quia p taliũ diametroꝝ ,ppor tiones habetur cõpleta ,pportio iridis ad iridẽ, ideo talem diametrũ, iridis diametrum appellamus. Si uero iris sit ,pportio minor semicirculo, accipiatur ipsius altitudo, & quia ut patet p 73. huius, tunc sol est sup horizonta in eodẽ circulo, accipiat̃ altitudo solis, quia ergo ut in illa declaratũ est distantia centri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis sup horizontẽ, cõiungant̃ isti duo arcus altitudinis, iridis. ſ. & solis, perueniet̃q; arcus interiacens punctũ circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrũ uisus & p centrũ iridis ad ipsum circulũ altitudinis, & hoc est nadair solis, & punctũ superiorẽ circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur corda ut prius, diuidatur̃q; per æqualia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius ,ppositæ rei causa patet secundũ p̃missa huius libri, qm̃ enim ut patet per 63. huius, patet centrũ solis & uisus & iridis semp in eadẽ linea cõsistunt quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, ,ppter quod patet in omni reflexione ex qua appareret iris, semper centrũ uisus est polus circuli iridis, palã ergo quod nullã facit diuersitatẽ in uisu erectio uel obliquatio supficie iridis super superficiẽ horizontis, qm̃ semper linea pertransiens centrũ solis & uisus est erecta sup superficiẽ iridis, & sic periferia iridis semper se habet uniformiter ad uisum quantũ est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod tamen hic ,pponitur, causam habet nõ ex reflexione, sed ex refractione, ga ut in 8. huius, declarauimus, diuersitas angulorũ refractionis causat̃ ex diuersitate diametris corporũ diafonorum eiusdẽ speciei, maior eẽ fit refractio ad punctũ perpendicularẽ in aqua grossiori q̃ in aqua subtiliori, quia itaq; sole existente in periferia horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiã subtiliato, palam quod in grossiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari, radij itaq; tunc refracti magis approximant perpẽdiculari quàm postmodũ aere subtiliato, ad propinquiorẽ ergo locũ superficiei iridis fit aggregatio radiorũ incidentiũ superficiebus uisuũ ibi existentiũ, q̃ fiat in aere rariori existẽte, subtiliato uero aere fit ad eosdẽ uisus à ptibus remotioribus ipsius uaporis

reflexio, non em̃ fit à partibus ꝓpinquioribus, quoniã ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio â partibus uaporis à quibus fiebat prius, quoniã medio immutato est ipsa refractio immutata, per 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus quàm prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ ut patet ex præhabitis est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tũc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est aũt quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42. quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoq; minor quandoq; maior secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamẽ esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non possit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento uel mutato usu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamen de præsenti theoremate magnam fecerit mentionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim cẽtrum solis, usus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis, nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendũ propositũ ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in cenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partiũ 90. sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum aũt sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in cõsuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum in meridie iris nõ apparet, & si in alia parte anni appareat quandoq;, totum autem hoc diximus ꝓpter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit cõmitti. In omnibus aũt regionibus sole existente super horizõtem in qualibet hora diei iris poterit apparere præter quàm in meridie. In illis tamẽ horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hæc sufficiant pro iridis intento. Quia irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiæ & luminis incorporationem.

Quoniã em̃ nubiũ cõsistẽtia ex duob. fit uaporibus, sicco. s. et humido, ut declaratũ est in philosophia naturali, tũc qñ sol agẽdo ex sicco penitus extrahit humidũ, aduriť siccũ terrestre,

terrestre, ita quod lumẽ in ipsum penetrare nõ potest, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & sunt tales nubes materia uentoꝝ. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris ꝓpter quã in ipsum penetrare nõ potest radius solaris uel stellaꝝ, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunq; digregato subtili recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba, unde etiã aliqñ uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum aliquantulum terrestre adusto, tũc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in sero, & hæc significant pluuiam futuram. & si qdem sit in oriente in mane, defertur pluuia super homines illius habitabilis. Si uero sit in occasu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemisperium sub hoĩes uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte, spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, qm̃ uero nubes depressa habet superius respersam purpureitatem obscuram uade, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis quæ iam incipient inflãmari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitrui & similium. Quod si nubes sit rorans & in fine suæ resolutionis, tunc illa nubes in se recepto lumine, qñq; iridis acquirit colorem. & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorũ lumine nubibus præsente, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum ꝓpter densitatem secũdi diafoni, siue reflectatur ad uisum â superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus mediis nubium nõ modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit, tunc em̃ uario colore colorať nubes uisa secundum illarum umbraꝝ admixtionem, patet ergo propositum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicimus extensiones radioꝝ ꝑ nubes, quæ uulgo dicunť funes tentorij, interposita em̃ nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractio radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafoni, & ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores secundum quasdem lineas rectas ꝓtensæ, eo quod habeant quandam subtiliorem & quandam grossiorem consistentiam, in qbus permixtum solis lumẽ fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbraꝝ quæ diuersimode immixtæ lumini colores diuersos uisibus repræsentant, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illã uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorem alium habens uisus. Sol em̃ per cõsistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium & alium præsentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideať per nubem, sic quod fiat suoꝝ radiorum ad uisus refractio, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur qñq; iridis color uirgatus, ut præmisimus, quando nubes secundum aliqd est spissa, & secundum aliqd rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaq; fiunt ꝓpter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculoꝝ, nõ ꝓpter figuraꝝ anomaliam. Sunt em̃ quædam specula, quæ ꝓpter sui anomaliam figuras anomalias permutatas uisibus ostendunt formarum uisarum per ipsa, de qbus in nono libro scientiæ huius aliqs sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, qa specula nubis non sunt proprie ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem quod cõuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum ſolarium ad uiſum ab æquali conſiſtentia nuboſa.

Pareliæ dicimus quaſi paria ſoli, elios em̃ Græce ſol dicit̃ Latine, & ſignificat ſoles aqueos q̃ in nube uident̃, nube em̃ interpoſita ſoli & uiſibus exiſtente æquali ſecundum ſui ſpecula, neq; denſiore neq; rariore, neq; plus aquoſa, neq; minus ſecundum ſuas partes, tunc radius ſolis illis incidens ꝓpter ſimilitudinẽ & æqualitatẽ ſpeculorum, & ipſorum regularitatem minus coloris, fit fantaſia, albi autem uidetur coloris propter ſpiſſitudinem conſiſtentiæ & regularitatem ipſius nubis. Radij em̃ ad ipſam nubem ſic diſpoſitam incidentes, & ab ipſa refracti ad uiſus maxime nube illa non exiſtente aquoſa neq; nigra, uicina tamen aqua ſine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uiſum, propter quod ꝓprium ſolis colorem, q̃ luminoſus & albuseſt, in tota nubis cõſiſtentia apparere faciunt uiſibus, fiunt́q; pareliæ albæ, ſicut etiã ab oĩ corp̃e polito reflectit̃ lumen ſolis ad uiſum propter ſpiſſitudinem conſiſtentiæ, ut oſtenſum eſt per 1. ĝnti huius. Sunt autem pareliæ magis ſignum pluuiæ q̃ uirgæ, quia æqualis nubium conſiſtentia quæ eſt materia pareliꝝ, ſignum eſt quod aer idonee habet ſe ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Auſtralis aer facilius in aquam permutatur ꝓpter ſui facilitatem in patiendo, q̃ aer Borealis, q̃ ſiccior eſt propter frigoris cõſtrictionem, ideo pareliæ Auſtrales magis ſunt ſignum pluuiæ q̃ Boreales. Fiunt autem pareliæ ſicut & uirgæ magis ſole exiſtente in oriente uel occidente q̃ in meridie, qm̃ ſol exiſtens in medio cœli ſoluit tales nubium cõſiſtentias, & plurimum ſegregat illas, & neq; fiunt deſuper ſolẽ neq; deſubtus, ſed à lateribꝰ ſolis obliquis quæ ſunt ſecundũ polos mũdi, & neq; fiunt multum prope ſolem, qa à propinquo cito diſſoluitur nubiũ conſiſtentia, neq; fiũt multum longe à ſole, qa nõ eſt inde poſſibile reflexionem fieri ad uiſus, reflexio em̃ facta à paruo ſpeculo ſubtilis eſt, unde longe protenſa debilitatur & euaneſcit anteq; perueniat ad uiſus, & ex eiſdem cauſis non fiunt hæ pareliæ ſuper ſolem, neq; ſub ſole, quia prope ſolem exiſtentes conſiſtentiæ nubium ſoluuntur, remotæ uero diſtantes non perueniunt ſecundum ipſorum reflexionem ad uiſum, ſecundum lateralem uero ſolis ſitum eſt inuenire mediocrem diſtantiam, in qua conſiſtentia nõ ſoluitur, & tamen fit reflexio ad uiſum, & cum non eſt minus prope ad terrã deſcendens illa nubis conſiſtentia, quando em̃ nubes ſunt nimis propinque horizonti, tunc ab ipſis nubibus reflexi radij non p̃tingũt ad uiſus propter diſtantiam minorem improportionatam reflexionem luminis qm̃ em̃ uiſus ſunt apud terram, patet q̃ tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uiſibus. Sub ſole etiam nõ poteſt fieri parelia, qa & tunc nubes uicina terræ perpendicularem ſolis radium reſpiciens diſſoluitur cum radio ſolari, remota uero nubes à uiſu nullam cauſat reflexionem uel refractionem ad uiſum propter longitudinem diſtantiæ, qa ſi in altera ſolis eſſet conſiſtentia nubis nimis alta, non accideret reflexionẽ luminis fieri ad uiſum, nec tunc apparent pareliæ ipſis uiſibus, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Ex criſtallo exagona ſoli oppoſita colores iridis generantur.

Huiuſmodi em̃ colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem ductam à centro corporis ſolis ad ſuperficiem uniꝰ paralellogrami ex lateribus criſtalli, & qm̃ declarauimus in 27. ſecundi huius ſcientiæ, manifeſtũ eſt quod à ſole illuminatur magis medietate chilindri ſibi oppoſiti ſi rotundum ſit chilindrũ hæc autem in chilindro angulato eſſe non poteſt angulis uenientibus in diametrũ corporis baſem per æqualia diuidentis, tunc em̃ ſola medietas illuminatur propter radiorũ incidentiam ut diximus ibidẽ. Sed ſi corpus illud columnare diafonum fuerit, tũc em̃ alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionẽ. Si ita q̃ ſuperficies corporis diafoni ſoli oppoſita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis, tũc una fit luminis refractio fortis, & lumen ſub forma luminis tranſibit ad partem oppoſitam corporis, & aggregabitur extra corpus ſub forma luminis, ſicut etiam hoc fortius euenit

nit in corpore ſphærico diafono non concauo, eo quod à ſuperficie maioris partis totius illius corporis ſphærici, fit refractio ad radiũ q̃ perpendiculariter ĩcidit ſuper ſuperficiem corpus ſphæricum contingentem æquediſtantem ſuperficiei ſecanti corpus ſolis per centrum ſecundum aſpectum quo ab ipſo reſpicitur corpus illuminandum, ut oſtendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & totradiorũ aggregatione, & ſi non ad punctum unum, quoniam hoc eſt impoſſibile propter diuerſitatem ſuperficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipſo lumine abſq; colo ratione ſub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppoſitum, & incendit ex mora corpus inflammabile ſubito, ut ſtupam uel aliud potentiam actiuam ĩ ſe habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonũ ſoli oppoſitum ſit plurimum ſuperficierum q̃ unius planæ uel circularis, ſecundum eam .ſ. partem, q̃ ſoli opponitur, utpote ſi corpus quadrangulum ſecundum unum ſuorum angulorum ſoli opponitur, tunc fiet refractio radiorum ĩcidentium uni ſuperficiei ad ambas ſuperficies oppoſitas, & ſimiliter radiorum incidentium alteri ſuperficiei, & tamen ex parte oppoſita lumini refracto aer q̃ eſt corporis rarioris diafoni occurrerit, refrangentur radij ab utra q̃ ꝑte ſuperficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta ĩ corpore baſem ipſius per æqualia diuideret, uel alia ei æquediſtante, & in alio corpore denſo, illi corpori diafono ſubiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebũt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut ſi corpus diafonum æqualium fuerit angulorum & ſuperficierum, & hoc patet experimentanti, erunt́q; ibi duo colores confuſi non plures, color .ſ. rubeus, & alius mixtus quaſi uiridis, q̃ ſecundum criſtalli uel alterius parui corporis diſpoſitionem magis ſunt intenſi uel remiſſi. Quod ſi ſuperficies corporis quo ad partem ſoli oppoſitam fuerint tres, ut ſunt in criſtallo exagona, tunc à q̃libet ſuperficierum oppoſitarum ſoli quæ ſunt 3. receptum lumẽ cuiuslibet ſuperiorum trium ſuperficierum redditur corpori oppoſito, ut terræ uel alteri corpori cuicunq; fuerit, quæ tria lumina quorum medium manet in ipſa perpendiculari columnæ criſtallinæ baſem ſuam per æqualia diuidente uel ipſi diuidenti æquediſtãte, & fit uiſibile lumẽ illud niſi lumen ſolis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam ſecundi diafoni rarioris .ſ. aeris, dictum em̃ eſt in 4. huius, quod in medio ſecundi diafoni rariore exiſtente refractio fit à perpendiculari, & eſt quaſi quædam diſperſio radiorum, apparent aũt colores in iſtis luminibus ſic reflexis uel refractis ꝓpter mixtionem nigredinis coloris criſtallini cum lumĩe penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipſius criſtalli præminentium ſecũdum acumẽ ſuorum angulorũ, qui per 11. ſecundi huius, proĵciuntur ad patrem oppoſitã incidentiæ radiorũ in partem aduerſam corpori luminoſo, quarum umbrarum numerus facit diuerſitatem colorum, quando lumini permiſcentur, qm̃ ubi radio luminis perpendiculari magis q̃ ad ſuperficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorũ radiorũ fit aggregatio, color criſtalli & umbræ commixtus reflectitur, qa ille radius magis eſt luminoſus, tũc fit color rubeus. In alĵs uero radĵs ſecũdum ſui debilitatem coloris corporis luminoſi & umbrarũ plurimum commixtionem alĵ colores mediĵ generantur, fiũt aũt tres colores, qm̃ ex tribus ſuperficieb9 ſuperioribus radĵ colliguntur ad quamlibet inferiorũ ſuperficierũ, & color rubeus ſemper ab illa parte uidebitur, ubi radius ꝓpendicularis ſuper ſuperficiem criſtalli in contrario ſitu generatæ iridis oppoſitam ſoli aggregatis oĩbus radĵs ſuæ ſuperficiei incidit poſt refractionem factam ex aeris intrapoſiti diafonitate, & tũc qm̃ tres irides generantur propter triplicem naturã refractionis ĩ medio 2. diafoni rarioris, ut præmiſſum eſt, & qa ter tria faciũt quadratũ, ĵqui eſt 9. erũt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium ſuperficierum ſuperiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt ſpecificæ differentiæ colorum, & fit iſtarum colorum per angulos corporis ſenſibilis diſtinctio, qm̃ & à linea angulorum quæ actu eſt indiuiſibilis, reflexi uel refracti radĵ indiuiſibiles nihil ſenſibile producunt. Non autem fiunt iſti colores iridis per criſtallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorũ diſtinctio formaliter eſt tantum in uiſu, ſed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis,

unde etiã causa ipsoꝝ nõ est ad uisum facta reflexio, nõ emꝫ uidentꝫ per modũ reflexiõis sed p modũ simplicis uisionis ut alia uisibilia quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodẽ loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis, qm̃ à qualibet alia cristallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent, q secundum situ̇ coloꝝ iridis non sunt distincti, & istius signum est quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea uel alia tegantur, sic q; inter illas 2. tertia superficies maneat nõ opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit aliàs ualde lumiosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxia & pulcherrima & coloris clarissimi, quod fit ꝓpter aggregationem totius luminis ab oĩbus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ ad locum uicinum unicũ aggregantur. Si uero illæ superficies 3. quæ nũc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, & econuerso aliæ 3. superiores, tunc iris quandoq; una & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum iocosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura quàm per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille similia p reuolutionẽ cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallũ oculo opposuerit, sic ut 3. non opacatæ superficies ad oculũ uertantur, & oĩes 3. oculo oppositos illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare qs poterit, semper considerans umbraꝝ immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim defert color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alia corpore colores similes iridis coloribꝫ quorum generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores colores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In

In speculo enim respectum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicularium, superficiei uero speculi oblique incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis existente, & sic offert uisui figuram solis, lumen uero radiorum oblique superficiei aquæ incidentium refrangitur in superficie aquæ ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ad superficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem, tunc ab illa superficie cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uisum, apparentq; duæ figuræ solis, una maior propter simplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem quæ in medio densiori minuit figuram postmodum reflexam, uideturq; illa secunda figura solis quasi sit corpus stellæ sequentis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis quod patet, quoniam & extra radiũ solis cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & si plane speculum super aquam deducatur in solis radium, tunc eadem numero forma quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius quàm prius luminosa, & secundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figurã solis, patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio tres propositos uidendi modos secundum omnem ipsorum quatenus potuimus diuersitatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati redde re possibile nobis est, ad illas tamẽ quas possumus gratiarum actiones consurgimus ei, qui uere trinus & unus est, soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æstimantes, cui sit honor & gloria per infinita sæcula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctissimi πραγματικῆς seu Perspectiuæ libri decimi, & sic totius operis continentis propositiones 805. finis.